۱۴۰۰ سراسری داخل

فیزیک

۱- گزینه ۱

درس‌نامه ◇ در جدول زیر همهٔ آن‌چه که باید دربارهٔ واپاشی‌های β^- و β^+ بدانید را آورده‌ایم.

نام واپاشی	بتای منفی (β^-)	بتای مثبت (β^+)
معادلهٔ واپاشی	${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e^{-}$ (β^- بالا)	${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e^{+}$ (β^+ بالا)
جنس پرتوها	الکترون	پوزیترون
نوع بار الکتریکی پرتوها	منفی	مثبت
برد	متوسط	متوسط
میزان نفوذپذیری	متوسط (با ورقه‌های سربی با ضخامت حدود ۰/۱ mm متوقف می‌شوند.)	متوسط (با ورقه‌های سربی با ضخامت حدود ۰/۱ mm متوقف می‌شوند.)
جرم	سبک	سبک
نمونه	هستهٔ دختر ۱۴۳ ۹۱ Pa پروتکتینیم؛ هستهٔ مادر ۱۴۴ ۹۰ Th توریم؛ ${}^{0}_{-1}e$ الکترون	هستهٔ دختر ۷۲ ۵۲ Te تلوریم؛ هستهٔ مادر ۷۱ ۵۳ I ید؛ ${}^{0}_{+1}e^{+}$ پوزیترون
	۱- متداول‌ترین نوع واپاشی در هسته‌هاست. ۲- در این نوع واپاشی یک نوترون در هستهٔ مادر تبدیل به یک پروتون و یک الکترون می‌شود. ۳- هستهٔ دختر ۱ پروتون بیشتر و ۱ نوترون کم‌تر از هستهٔ مادر دارد. ۴- عدد اتمی ۱ واحد افزایش، عدد نوترونی ۱ واحد کاهش و عدد جرمی ثابت می‌ماند.	۱- در این نوع واپاشی یک پروتون در هستهٔ مادر به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود. ۲- هستهٔ دختر ۱ پروتون کم‌تر و ۱ نوترون بیشتر از هستهٔ مادر دارد. ۳- عدد اتمی ۱ واحد کاهش، عدد نوترونی ۱ واحد افزایش و عدد جرمی ثابت می‌ماند.

◇ الکترون گسیل‌شده در واپاشی β^-، در هستهٔ مادر وجود ندارد و هم‌چنین یکی از الکترون‌های مداری اتم نیست.

◇ جرم پوزیترون با جرم الکترون برابر و بار الکتریکی آن‌ها مخالف یکدیگر است.

◇ اغلب هسته‌ها پس از واپاشی α یا β در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و سپس طی واپاشی γ به حالت پایه می‌رسند.

طبق درس‌نامهٔ بالا در درستی عبارت‌های (الف) و (ب) شکی نیست، و اما علت نادرستی عبارت‌های (پ) و (ت):

(پ) در واقع اغلب هسته‌ها پس از **واپاشی بتا در حالت برانگیخته** قرار می‌گیرند و سپس با واپاشی γ در حالت پایدار قرار می‌گیرند.

(ت) در واپاشی β^+، یکی از **پروتون‌های** درون هستهٔ مادر به یک **نوترون** و یک پوزیترون تبدیل می‌شود.

مشاوره برای موفقیت در کنکور باید خط به خط کتاب درسی را بلد باشید، مثلاً این سؤال از متن کتاب درسی طراحی شده است. *یه پیز دیگه!* در سؤالات چندموردی (الف، ب و ...) ابتدا سراغ عبارت‌هایی بروید که کاملاً بلد هستید و با استفاده از آن‌ها، گزینه‌های نادرست را حذف کنید.

۲- گزینه ۲

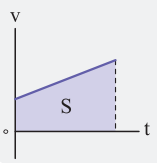
شفاف‌سازی در مدتی که متحرک در خلاف جهت محور حرکت می‌کند: در بازهٔ زمانی‌ای که نمودار سرعت ـ زمان زیر محور t قرار دارد.

درس‌نامه

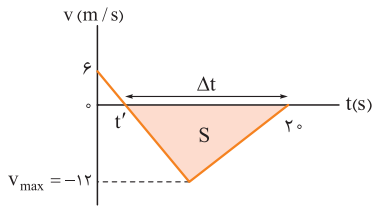
۱ تندی متوسط: $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$ ← مسافت پیموده‌شده

۲ در نمودار سرعت ـ زمان، مساحت محصور بین نمودار و محور t برابر با مسافت پیموده‌شده توسط متحرک (ℓ) است.

برای مثال برای نمودار روبه‌رو داریم: $\ell = S$



گام ۱ در شکل روبه‌رو در مدت Δt (یعنی t' تا ۲۰ s) متحرک در خلاف جهت محور x حرکت کرده است. پس برای محاسبهٔ مسافتی که متحرک در این مدت پیموده، مساحت S را برحسب Δt به دست می‌آوریم:



$$\ell = S = \text{مساحت مثلث رنگی} = \frac{\Delta t \times ۱۲}{۲} = ۶\Delta t$$

گام ۲ اطلاعاتمان را در رابطهٔ تندی متوسط قرار می‌دهیم و به جواب می‌رسیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۶\Delta t}{\Delta t} = ۶ \text{ m/s}$$

حتماً متوجه شدید که زرنگ‌بازی درآوردیم و اصلاً لحظهٔ t' رو حساب نکردیم؛ چون توگام دوم ساده می‌شد.

با دانستن نکتهٔ پرتکرار زیر، این تست را در کم‌تر از ۲۰ s جواب می‌دهیم.

نکته اگر نمودار در بازهٔ زمانی‌ای که می‌خواهیم تندی متوسط یا اندازهٔ سرعت متوسط را حساب کنیم، به شکل مثلث باشد، کافی است بدون در نظر گرفتن Δt، مقدار $\frac{|v_{max}|}{۲}$ را به دست بیاوریم. (v_{max} همان سرعت متحرک در رأس مثلث است.)

تیزبازی در این تست سرعت متحرک در رأس مثلث رنگی -۱۲ m/s است؛ پس تندی متوسط در بازهٔ زمانی Δt برابر ۶ m/s است.

۳- گزینه ۴

شفاف‌سازی ۱ از آن‌جایی که تندی متوسط از اندازهٔ سرعت متوسط بیشتر است، می‌فهمیم که متحرک حتماً در طول مسیر حرکتش تغییر جهت داده است. ۲ هم‌چنین از این‌که متحرک در طول مسیرش تغییر جهت داده، می‌فهمیم که نوع حرکت در ابتدا کندشونده است و پس از تغییر جهت، تندشونده می‌شود. ۳ از مثبت‌بودن علامت سرعت متوسط درمی‌یابیم که متحرک مسافت بیشتری را در جهت مثبت محور x رفته و مسافت کم‌تری را در خلاف جهت برگشته است.

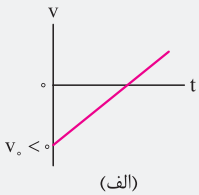
استراتژی بهترین روش حل این تست، رسم نمودار سرعت ـ زمان است. بعد از رسم نمودار و مشخص‌کردن مساحت‌های مورد نظر، با نوشتن چند تناسبِ مساحت‌ها و مربع اضلاع متناظر در مثلث‌های متشابه، به جواب تست می‌رسیم.

درس‌نامه ۱ رسم نمودار سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت:

برای این‌که بتوانیم برای یک حرکت با شتاب ثابت نمودار سرعت ـ زمان رسم کنیم، باید حداقل دو چیز را از این حرکت بدانیم:

اول: جهت سرعت اولیه (علامت v_0) که با آن می‌فهمیم نمودارمان را از کجای محور v شروع کنیم.

دوم: جهت شتاب (علامت a) یا نوع حرکت (از نظر تند یا کند شونده بودن) که براساس آن جهت، شیب نمودار معلوم می‌شود و ما می‌فهمیم که باید نمودار را به سمت محور t بکشیم یا از آن دور کنیم. مثلاً اگر در حرکتی سرعت اولیه در خلاف جهت محور x باشد، نمودار سرعت ـ زمان از زیر محور t شروع می‌شود و اگر این حرکت در ابتدا کندشونده باشد، باید نمودار به محور t نزدیک شود.

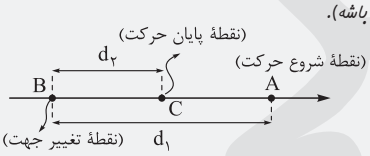


(الف)

پس نمودار سرعت ـ زمان این حرکت، شبیه شکل (الف) است.

۲ محاسبهٔ مسافت و جابه‌جایی در حرکتی که تغییر جهت دارد:

فرض کنید در یک حرکت شتاب ثابت، مثل شکل (ب)، متحرک ابتدا طول d_1 را در خلاف جهت محور x می‌پیماید و سپس تغییر جهت داده و طول d_2 را در جهت محور x برمی‌گردد. *(البته d_2 می‌تونه مساوی یا بزرگ‌تر از d_1 هم باشه).*

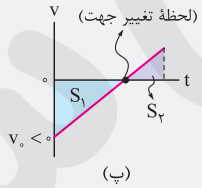


(ب)

در این صورت اندازهٔ جابه‌جایی ($|\Delta x|$) و مسافت طی‌شده (ℓ) برابر می‌شوند با:

$$|\Delta x| = |d_2 - d_1|$$
$$\ell = d_2 + d_1$$

با توجه به مورد (۱) درس‌نامه، نمودار این حرکت به صورت شکل (پ) است. در این شکل، مساحت S_1 برابر d_1 و مساحت S_2 برابر d_2 است؛ پس جابه‌جایی و مسافت برحسب S_1 و S_2 به این صورت است:



(پ)

$$|\Delta x| = |S_2 - S_1|$$
$$\ell = S_2 + S_1$$

نکته اگر جابه‌جایی (Δx) و مسافت (ℓ) را بدهند و شما بخواهید d_1 و d_2 (یا همان S_1 و S_2 در نمودار سرعت ـ زمان) را حساب کنید، فقط باید رابطه‌های بالا را به صورت یک دستگاه دو معادله دو مجهول بنویسید.

۳ تندی متوسط (s_{av}) و سرعت متوسط (v_{av}) از روابط زیر به دست می‌آیند:

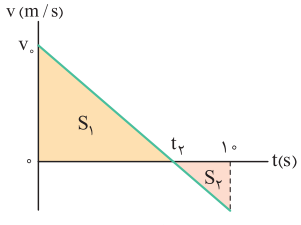
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \text{جابه‌جایی} \qquad s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \rightarrow \text{مسافت پیموده‌شده}$$

گام رسم نمودار t ـ v

۱) سرعت اولیهٔ متحرک در جهت مثبت محور x ($v_0 > 0$) و از آن‌جا که متحرک تغییر جهت داده، در ابتدا حرکت کندشونده است؛ یعنی نمودار سرعت ـ زمان از v_0 به محور t نزدیک می‌شود.

۲) هم‌چنین از آن‌جایی که متحرک تغییر جهت داده، نمودار، محور t را در لحظهٔ t_2 قطع می‌کند.

۳) موضوع دیگری که در رسم نمودار باید به آن توجه کنیم، این است که با توجه به مثبت‌بودن علامت سرعت متوسط، مساحت بالای محور t (S_1) از مساحت زیر محور t (S_2) بزرگ‌تر است. با این توضیحات، نمودار v ـ t این حرکت مطابق شکل (الف) است.



(الف)

گام محاسبهٔ S_1 و S_2:

تندی متوسط و سرعت متوسط این حرکت را داریم؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\ell = S_1 + S_2} ۸/۵ = \frac{S_1 + S_2}{۱۰} \Rightarrow S_1 + S_2 = ۸۵$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = S_1 - S_2} ۷/۵ = \frac{S_1 - S_2}{۱۰} \Rightarrow S_1 - S_2 = ۷۵$$

$$\begin{cases} S_1 + S_2 = ۸۵ \\ S_1 - S_2 = ۷۵ \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} S_1 = ۸۰\,m, S_2 = ۵\,m$$

گام محاسبهٔ لحظهٔ t_2 در نمودار:

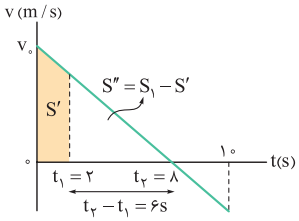
یادآوری در مثلث‌های متشابه، نسبت مساحت‌های دو مثلث، برابر با مجذور نسبت اضلاع متناظر است.

حالا به کمک یادآوری بالا و با توجه به مثلث‌های متشابه S_1 و S_2 در شکل (الف)، لحظهٔ t_2 را حساب می‌کنیم:

$$\left(\frac{t_2}{۱۰-t_2}\right)^2 = \frac{S_1}{S_2} \Rightarrow \left(\frac{t_2}{۱۰-t_2}\right)^2 = \frac{۸۰}{۵} \Rightarrow \frac{t_2}{۱۰-t_2} = ۴$$

$$\Rightarrow t_2 = ۴۰ - ۴t_2 \Rightarrow ۵t_2 = ۴۰ \Rightarrow t_2 = ۸\,s$$

گام محاسبه مسافت طی‌شده در ۲ ثانیهٔ اول:



(ب)

مسافت طی‌شده در ۲ ثانیهٔ اول برابر مساحت S' در شکل (ب) است. این بار تناسبِ مساحت‌ها و مجذور اضلاع متناظر را برای مثلث‌های متشابه S_1 و S'' در شکل (ب) می‌نویسیم و به پاسخ تست می‌رسیم:

$$\frac{S''}{S_1} = \left(\frac{t_2 - t_1}{t_2}\right)^2 \xrightarrow[S_1 = ۸۰]{S'' = S_1 - S'} \frac{۸۰ - S'}{۸۰} = \left(\frac{۶}{۸}\right)^2 \Rightarrow \frac{۸۰ - S'}{\cancel{۸۰}^{۵}} = \frac{۹}{\cancel{۱۶}_{۱}}$$

$$\Rightarrow ۸۰ - S' = ۴۵ \Rightarrow S' = ۳۵ \xrightarrow{\ell_{(۰s,۲s)} = S'} \ell_{(۰s,۲s)} = ۳۵\,m$$

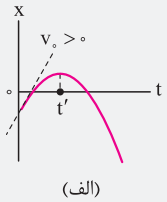
۴- گزینه ۳

استراتژی از روی نمودار مکان ـ زمان، نمودار سرعت ـ زمان را رسم می‌کنیم و با یک تناسبِ مساحت‌ها و مربع اضلاع متناظر در مثلث‌های متشابه، به جواب می‌رسیم.

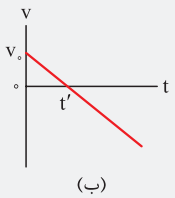
درس‌نامه رسم نمودار سرعت ـ زمان از روی نمودار مکان ـ زمان در حرکت شتاب ثابت:

دانستن دو چیز از نمودار مکان ـ زمان کافی است تا ما بتوانیم نمودار سرعت ـ زمان یک حرکت شتاب ثابت را رسم کنیم:

۱ شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان در لحظهٔ $t_0 = ۰$ که همان سرعت اولیه است. مثلاً در نمودار x ـ t شکل (الف) این شیب مثبت است؛ یعنی $v_0 > ۰$ است.



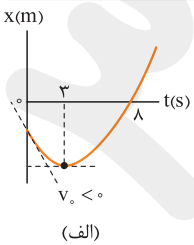
(الف)



(ب)

۲ لحظهٔ اکسترمم در نمودار مکان ـ زمان، همان لحظه‌ای است که سرعت صفر می‌شود و متحرک تغییر جهت می‌دهد؛ پس در این لحظه نمودار سرعت ـ زمان محور t را قطع می‌کند. مثلاً در نمودار x ـ t شکل (الف) لحظهٔ t' لحظهٔ صفرشدن سرعت است. حالا اگر مانند شکل (ب) یک خط راست از نقطهٔ v_0 روی محور v به نقطهٔ t' روی محور t بکشیم، نمودار سرعت ـ زمان را رسم کرده‌ایم.

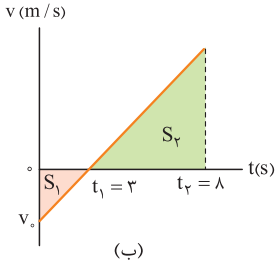
گام رسم نمودار سرعت ـ زمان:



(الف)

در نمودار مکان ـ زمان داده‌شده در تست (شکل الف) می‌بینیم که شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ صفر، منفی بوده و متحرک در لحظهٔ $t = ۳\,s$ تغییر جهت داده است؛ پس مطابق شکل (ب) نمودار سرعت ـ زمان از پایین محور t شروع شده ($v_0 < ۰$) و در لحظهٔ $t = ۳\,s$ محور t را قطع می‌کند.

گام محاسبهٔ نسبت مساحت‌های S_1 و S_2:



(ب)

با توجه به تشابه مثلث‌ها در شکل (ب)، به کمک تناسب مساحت‌ها و مربع اضلاع متناظر، نسبت $\frac{S_1}{S_2}$ را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{t_1}{t_2 - t_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{۳}{۸-۳}\right)^2 = \frac{۹}{۲۵}$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{۹}{۲۵} S_2$$

گام **محاسبهٔ نسبت اندازهٔ جابه‌جایی به مسافت طی‌شده در بازهٔ صفر تا ۸ s:**

با توجه به نمودار سرعت ـ زمان شکل (ب)، جابه‌جایی برابر $\Delta x = S_۲ - S_۱$ و مسافت طی‌شده برابر $\ell = S_۲ + S_۱$ است؛ پس داریم:

$$\frac{\Delta x}{\ell} = \frac{S_۲ - S_۱}{S_۲ + S_۱} = \frac{S_۲ - \frac{۹}{۲۵}S_۲}{S_۲ + \frac{۹}{۲۵}S_۲} = \frac{۱ - \frac{۹}{۲۵}}{۱ + \frac{۹}{۲۵}} = \frac{\frac{۱۶}{۲۵}}{\frac{۳۴}{۲۵}} = \frac{۸}{۱۷}$$

می‌توانستیم به جای $S_۱$ و $S_۲$ اعداد متناظرشان یعنی ۹ و ۲۵ را قرار دهیم و سریع‌تر به پاسخ برسیم، این‌طوری:

$$\frac{\Delta x}{\ell} = \frac{۲۵ - ۹}{۲۵ + ۹} = \frac{۸}{۱۷}$$

تیزبازی اگر حرکت را در بازهٔ صفر تا $t_۱ = ۳\ s$ برعکس کنیم، سرعت اولیه در حرکتِ برعکس، صفر می‌شود و می‌توانیم رابطهٔ $\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$ را به صورت $\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲$ بنویسیم.

حالا کافی است رابطهٔ $\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲$ را برای بازه‌های $t_۰ = ۰$ تا $t_۱ = ۳\ s$ و $t_۱ = ۳\ s$ تا $t_۲ = ۸\ s$، به صورت نسبتی بنویسیم:

$$\frac{|\Delta x_{(۰,۳\,s)}|}{|\Delta x_{(۳\,s,۸\,s)}|} = \left(\frac{|\Delta t_{(۰,۳\,s)}|}{|\Delta t_{(۳\,s,۸\,s)}|}\right)^۲ \Rightarrow \frac{|\Delta x_{(۰,۳\,s)}|}{|\Delta x_{(۳\,s,۸\,s)}|} = \left(\frac{۳}{۵}\right)^۲ = \frac{۹}{۲۵}$$

به جای $|\Delta x_{(۰,۳\,s)}|$ و $|\Delta x_{(۳\,s,۸\,s)}|$ از اعداد متناظرشان یعنی ۹ و ۲۵ استفاده می‌کنیم و نسبت خواسته‌شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta x_{(۰,۸\,s)}}{\ell_{(۰,۸\,s)}} = \frac{-|\Delta x_{(۰,۳\,s)}| + |\Delta x_{(۳\,s,۸\,s)}|}{|\Delta x_{(۰,۳\,s)}| + |\Delta x_{(۳\,s,۸\,s)}|} = \frac{-۹ + ۲۵}{۹ + ۲۵} = \frac{۱۶}{۳۴} = \frac{۸}{۱۷}$$

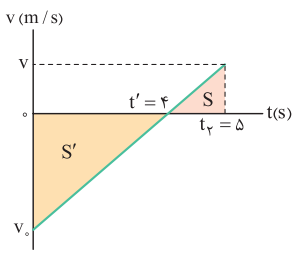
۵- گزینه ۳

شفاف‌سازی ۱ لحظه‌های $t_۱ = ۳\ s$ و $t_۲ = ۵\ s$ نسبت به لحظهٔ تغییر جهت متقارن‌اند؛ یعنی متحرک در لحظهٔ $t' = \frac{۳+۵}{۲} = ۴\ s$ تغییر جهت می‌دهد.

۲ متحرک در لحظه‌های $t_۱ = ۳\ s$ و $t_۲ = ۵\ s$ در مبدأ $(x = ۰)$ بوده و در مکان $x = -۱\ m$ تغییر جهت داده است؛ پس متحرک در بازهٔ $t_۱ = ۳\ s$ تا $t' = ۴\ s$ به اندازهٔ $۱\ m$ رفته و در بازهٔ $t' = ۴\ s$ تا $t_۲ = ۵\ s$ به اندازهٔ $۱\ m$ برگشته است.

روش **گام** **رسم نمودار سرعت ـ زمان:**

متحرک در لحظهٔ وسط $t_۱ = ۳\ s$ و $t_۲ = ۵\ s$ (یعنی $t' = ۴\ s$) تغییر جهت داده است.



هم‌چنین از این‌که متحرک در لحظهٔ $t_۱ = ۳\ s$ در مبدأ و در لحظهٔ $t' = ۴\ s$ در مکان $x = -۱\ m$ قرار دارد، می‌فهمیم که جهت حرکت متحرک قبل از تغییر جهت در خلاف جهت محور x بوده و سرعت اولیه‌اش منفی است $(v_۰ < ۰)$؛ بنابراین نمودار سرعت ـ زمان این حرکت مطابق شکل روبه‌رو است:

گام **محاسبهٔ مسافت طی‌شده در بازهٔ صفر تا ۴ s (مساحت S′) در نمودار سرعت ـ زمان:**

مسافتی که متحرک در بازهٔ $t' = ۴\ s$ تا $t_۲ = ۵\ s$ پیموده $۱\ m$ است؛ پس در نمودار سرعت ـ زمان بالا مساحت S هم برابر ۱ واحد است. حالا با توجه به تشابه مثلث‌ها در این نمودار، می‌توانیم مساحت S′ را حساب کنیم. تناسب مساحت‌ها و مربع اضلاع متناظر را برای مثلث‌های S و S′ می‌نویسیم:

$$\frac{S'}{S} = \left(\frac{t'}{t_۲ - t'}\right)^۲ \Rightarrow \frac{S'}{۱} = \left(\frac{۴}{۵-۴}\right)^۲ \Rightarrow S' = ۱۶\ m$$

گام **محاسبهٔ تندی متوسط در بازهٔ صفر تا ۵ s:**

مسافت طی‌شده برابر با مجموع مساحت‌های محصور بین نمودار و محور t است؛ یعنی $\ell = S' + S$، پس داریم:

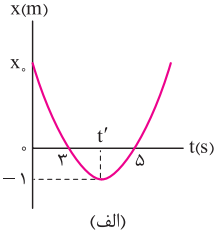
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{S' + S}{\Delta t} = \frac{۱۶+۱}{۵} = \frac{۱۷}{۵}\ m/s$$

روش **گام** **رسم نمودار مکان ـ زمان:**

با توجه به داده‌های تست، نمودار مکان ـ زمان متحرک مطابق شکل (الف) یک سهمی است که محور t را در لحظه‌های $t_۱ = ۳\ s$ و $t_۲ = ۵\ s$ قطع می‌کند.

با توجه به تقارن سهمی حول رأس آن داریم:

$$t' = \frac{۳+۵}{۲} = ۴\ s$$



(الف)

گام $t_۱ = ۳\ s$ و $t_۲ = ۵\ s$ ریشه‌های این سهمی هستند؛ پس معادلهٔ آن باید به این صورت باشد:

$$x = k(t-۳)(t-۵)$$

که k یک عدد ثابت و فعلاً نامعلوم است. برای تعیین k داریم:

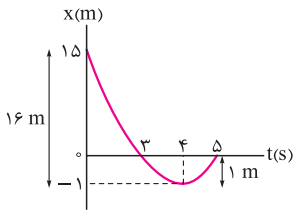
$$\left.\begin{matrix} t' = ۴\ s \\ x' = -۱\ m \end{matrix}\right\} \Rightarrow -۱ = k(۴-۳)(۴-۵) \Rightarrow k = ۱$$

پس داریم:

$$x = (t-۳)(t-۵) = t^۲ - ۸t + ۱۵$$

یعنی مکان اولیهٔ متحرک $(x_۰)$ برابر $۱۵\ m$ است.

گام با توجه به شکل (ب)، مسافت طی‌شده توسط متحرک و تندی متوسط آن در بازهٔ زمانی صفر تا ۵ s برابر است با:



(ب)

$$\ell = ۱۶ + ۱ = ۱۷\ m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۱۷}{۵}\ m/s$$

تیزبازی اگر حرکت را در بازهٔ صفر تا $t' = ۴\ s$ برعکس کنیم، سرعت اولیه در حرکتِ برعکس، صفر می‌شود و می‌توانیم رابطهٔ $\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$ را به صورت $\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲$ بنویسیم.

حالا کافی است رابطهٔ $\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲$ را برای بازه‌های $t_۰ = ۰$ تا $t' = ۴\ s$ و $t' = ۴\ s$ تا $t_۲ = ۵\ s$، به صورت نسبتی بنویسیم:

$$\frac{|\Delta x_{(۰,۴\,s)}|}{|\Delta x_{(۴\,s,۵\,s)}|} = \left(\frac{|\Delta t_{(۰,۴\,s)}|}{|\Delta t_{(۴\,s,۵\,s)}|}\right)^۲$$

$$\xrightarrow{|\Delta x_{(۴\,s,۵\,s)}| = ۱\ m} \frac{\ell_{(۰,۴\,s)}}{۱} = \left(\frac{۴}{۱}\right)^۲ \Rightarrow \ell_{(۰,۴\,s)} = ۱۶\ m$$

$$s_{av(۰,۵\,s)} = \frac{\ell_{(۰,۴\,s)} + \ell_{(۴\,s,۵\,s)}}{\Delta t} = \frac{۱۶+۱}{۵} = \frac{۱۷}{۵}\ m/s$$

۶- گزینه ۴

استراتژی با یک تست سراسر نسبتی سروکار داریم. داده‌ها و خواسته‌های مسئله چه چیزهایی است؟

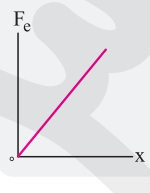
داده‌ٔ اول: نمودار نیروی کشسانی برحسب تغییر طول فنر برای سه فنر

داده‌ٔ دوم: میزان افزایش طول فنر $S_۲$ به ازای یک نیروی مشخص

خواستهٔ تست: میزان افزایش طول فنرهای $S_۱$ و $S_۳$ به ازای همان نیرو

خب حالا چکار کنیم؟ ابتدا با توجه به دادهٔ اول، ثابت فنر هر یک از فنرها را به دست می‌آوریم؛ سپس به سراغ دادهٔ دوم می‌رویم و از رابطهٔ $F_e = kx$ به طور نسبتی استفاده می‌کنیم. یک بار برای دو فنر $S_۱$ و $S_۲$ و یک بار هم برای دو فنر $S_۲$ و $S_۳$.

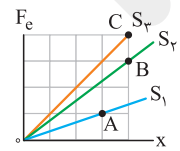
درس‌نامه مطابق شکل زیر، نمودار اندازهٔ نیروی کشسانی فنر برحسب تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی آن، به صورت خط راست مبدأگذر است.



شیب نمودار $\uparrow$ $F_e = kx$

- شیب این نمودار برابر با ثابت فنر است.
- هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، ثابت فنر بزرگ‌تر است.

گام در درس‌نامه دیدیم که شیب نمودار $(F_e - x)$ نشان‌دهندهٔ ثابت فنر است؛ بنابراین با توجه به نقاط A، B و C که روی نمودارهای روبه‌رو مشخص شده‌اند، شیب هر یک را تعیین می‌کنیم.



$$\text{شیب} = \frac{\text{تغییرات عمودی}}{\text{تغییرات افقی}} \Rightarrow \begin{cases} \text{A نقطهٔ: } S_۱ \text{ شیب} = \frac{۱}{۳}\ \text{واحد} \\ \text{B نقطهٔ: } S_۲ \text{ شیب} = \frac{۳}{۴}\ \text{واحد} \\ \text{C نقطهٔ: } S_۳ \text{ شیب} = \frac{۴}{۴} = ۱\ \text{واحد} \end{cases}$$

گام از آن‌جایی که به هر سه فنر نیروی یکسانی وارد شده است، طبق رابطهٔ $F_e = kx \Rightarrow x = \frac{F_e}{k}$ افزایش طول هر فنر، با ثابت آن نسبت وارون دارد؛ پس:

مقایسهٔ فنرهای S_1 و S_2: $\frac{x_2}{x_1} = \frac{k_1}{k_2} = \frac{S_1\text{ شیب}}{S_2\text{ شیب}} \Rightarrow \frac{4}{x_1} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{4}}$

$\Rightarrow \frac{4}{x_1} = \frac{4}{9} \Rightarrow x_1 = 9\,cm$ *(همین‌جا گزینهٔ درست لو رفت.)*

مقایسهٔ فنرهای S_2 و S_3: $\frac{x_3}{x_2} = \frac{k_2}{k_3} = \frac{S_2\text{ شیب}}{S_3\text{ شیب}} \Rightarrow \frac{x_3}{4} = \frac{\frac{3}{4}}{1} \Rightarrow x_3 = 3\,cm$

مشاوره فوتبالی‌ها یه اصطلاحی دارن که میگن فلان بازیکن سربالا بازی می‌کنه؛ یعنی وقتی صاحب توپه، فقط به توپ زیر پاش نگاه نمی‌کنه و حواسش به اطراف خودش و هم‌تیمی‌هاش هست. شما هم موقع تست‌زدن باید سربالا باشید! یعنی غرق خواستهٔ تست و محاسباتتون نشید و حواستون به گزینه‌ها هم باشه! مثلاً در این تست هر گزینه شامل دو عدد است که عدد اول تمام گزینه‌ها با هم فرق دارد؛ پس اصلاً نیازی به محاسبهٔ عدد دوم هر گزینه نیست، پس یادتان باشد که همیشه نیم‌نگاهی به گزینه‌ها داشته باشید، شاید گزینهٔ درست را سریع‌تر و آسان‌تر و کم‌دردسرتر پیدا کنید.

۷- گزینه ۴

شفاف‌سازی نخ پاره می‌شود: نیروی $F = 15\,N$ قطع می‌شود.

استراتژی حرکت جسم از دو مرحله تشکیل شده است؛ قبل از پاره‌شدن و بعد از پاره‌شدن نخ. ۱ در هر مرحله با اعمال قانون دوم نیوتون شتاب جسم را به دست می‌آوریم. ۲ به کمک فرمول‌های حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی جسم را در هر مرحله حساب می‌کنیم.

درس‌نامه ۱ قانون دوم نیوتون: $F_{net} = ma$

۲ اندازهٔ نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسم: $f_k = F_N \mu_k$ (ضریب اصطکاک جنبشی؛ اندازهٔ نیروی عمودی سطح)

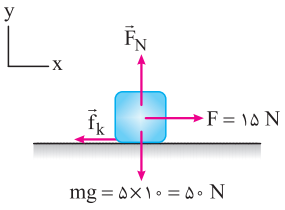
۳ در حرکت با شتاب ثابت:

◇ شتاب: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ (سرعت اولیه، سرعت ثانویه)

◇ رابطهٔ مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت: $\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2}\Delta t \rightarrow$ بازهٔ زمانی (سرعت در ابتدای بازهٔ زمانی، سرعت در انتهای بازهٔ زمانی) ← جابه‌جایی

هنگام استفاده از روابط بالا، حواستان به علامت‌های v_1 و v_2 باشد.

گام ابتدا نیروهای وارد بر جسم و شتاب آن را در مرحلهٔ اول حرکتش (قبل از پاره‌شدن نخ) تعیین می‌کنیم:



تعادل در راستای محور y:

$F_N = mg \Rightarrow F_N = 50\,N$

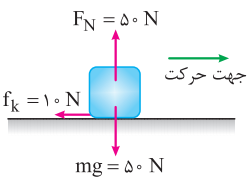
$f_k = F_N\mu_k = 50\times0/2 = 10\,N$

حرکت در راستای محور x:

$F_{net(1)} = ma_1 \Rightarrow F - f_k = ma_1$

$\Rightarrow 15 - 10 = 5\times a_1 \Rightarrow a_1 = 1\,m/s^2$

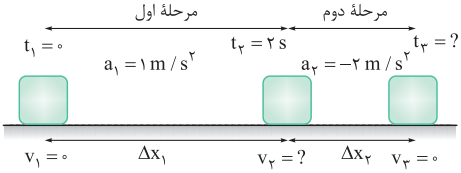
گام حالا همین کار را در مرحلهٔ دوم (بعد از پاره‌شدن نخ) انجام می‌دهیم. حواستان باشد که در این مرحله دیگر خبری از نیروی نخ $(F = 15\,N)$ نیست و تنها نیروی افقی وارد بر جسم، نیروی اصطکاک جنبشی است که در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود:



$F_{net(2)} = ma_2 \Rightarrow 0 - f_k = ma_2$

$\Rightarrow 0 - 10 = 5a_2 \Rightarrow a_2 = -2\,m/s^2$

گام در شکل زیر مسیر حرکت جسم را مشخص کرده‌ایم.



به کمک رابطهٔ $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$، v_2 و t_3 را حساب می‌کنیم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} \text{مرحلهٔ اول}: a_1 = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow 1 = \frac{v_2 - 0}{2 - 0} \Rightarrow v_2 = 2\,m/s \\ \text{مرحلهٔ دوم}: a_2 = \frac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2} \Rightarrow -2 = \frac{0 - 2}{t_3 - 2} \Rightarrow t_3 = 3\,s \end{cases}$$

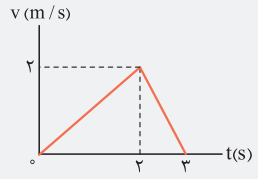
حالا به کمک رابطهٔ مستقل از شتاب، جابه‌جایی متحرک را در هر مرحله حساب می‌کنیم:

مرحلهٔ اول: $\Delta x_1 = \frac{v_1 + v_2}{2}\Delta t_1 = \frac{0+2}{2}\times 2 = 2\,m$

مرحلهٔ دوم: $\Delta x_2 = \frac{v_2 + v_3}{2}\Delta t_2 = \frac{2+0}{2}\times 1 = 1\,m$

در نتیجه: $\Delta x_{کل} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 2 + 1 = 3\,m$

تیزبازی می‌توانستیم گام سوم را سریع‌تر برداریم. در مرحلهٔ اول شتاب جسم $a_1 = 1\,m/s^2$ است؛ بنابراین سرعت جسم ۱ واحد ۱ واحد افزایش می‌یابد و بعد از $2\,s$ به $2\,m/s$ می‌رسد. در مرحلهٔ دوم شتاب جسم $a_2 = -2\,m/s^2$ است، یعنی سرعت جسم ۲ واحد ۲ واحد کم می‌شود؛ بنابراین یک ثانیه زمان لازم است تا تندی جسم از $2\,m/s$ به صفر برسد. در نتیجه نمودار سرعت ـ زمان متحرک از لحظهٔ شروع حرکت تا توقف به شکل مقابل است.



محاسبهٔ جابه‌جایی کل متحرک به کمک این نمودار کار ساده‌ای است:

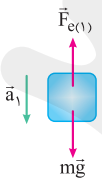
$\Delta x_{کل} =$ مساحت زیر نمودار $= \frac{2\times 3}{2} = 3\,m$

مشاوره مشابه این تست را سال‌های قبل هم در کنکور داشتیم (همین تست، فقط با عددهای متفاوت)، کنکورهای سال ۹۹ و ۸۷! در درس فیزیک این اتفاق زیاد می‌افتد؛ پس تسلط بر تست‌های کنکور سال‌های قبل را جدی بگیرید.

۸- گزینه ۲

درس‌نامه اگر طول فنر کشیده‌ای تغییر کند، اندازهٔ نیروی کشسانی فنر هم تغییر می‌کند. بین تغییر طول فنر (Δx) و تغییر نیروی کشسانی فنر (ΔF_e) رابطهٔ زیر برقرار است: $\Delta F_e = k\Delta x$

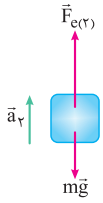
روش **گام** در حالت اول شتاب آسانسور رو به پایین است (با جهت حرکت آسانسور کاری نداریم و فقط جهت شتاب برایمان مهم است.)؛ پس:



$F_{net(1)} = ma_1 \Rightarrow mg - F_{e(1)} = ma_1$

$\Rightarrow F_{e(1)} = mg - ma_1$

گام در حالت دوم آسانسور به صورت کندشونده در حال حرکت به سمت پایین است، پس در این حالت شتاب جسم به سمت بالاست؛ بنابراین:



$F_{net(2)} = ma_2 \Rightarrow F_{e(2)} - mg = ma_2$

$\Rightarrow F_{e(2)} = mg + ma_2$

گام با توجه به نتایج دو گام قبلی، $F_{e(2)} - F_{e(1)}$ را حساب می‌کنیم:

$F_{e(2)} - F_{e(1)} = (mg + ma_2) - (mg - ma_1)$

$= ma_2 + ma_1 = (5\times 1) + (5\times 2) = 15\,N$

گام در درس‌نامه رابطهٔ $\Delta F_e = k\Delta x$ را دیدیم. با توجه به این رابطه:

$$\Delta F_e = k\Delta x \Rightarrow ۱۵ = ۲۰۰ \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{۱۵}{۲۰۰}m \xrightarrow{\frac{۱}{۱۰۰}m = ۱cm} \Delta x = \frac{۱۵}{۲} = ۷/۵ cm$$

روش

نکته **الف)** اگر تغییر نیروی خالص وارد بر جسم برابر ΔF_{net} و تغییر شتاب ناشی از آن برابر Δa باشد، از قانون دوم نیوتون می‌توانیم نتیجه بگیریم: $\Delta F_{net} = m\Delta a$

ب) اگر تغییر نیروی کشسانی فنری به ثابت k برابر ΔF_e و تغییر طول فنر حاصل از آن برابر Δx باشد، داریم: $\Delta F_e = k\Delta x$

در نتیجه اگر با تغییر نیروی کشسانی فنر، نیروی خالص وارد بر جسم و در نتیجه شتاب آن تغییر کند، داریم: $k\Delta x = m\Delta a$

در حالت اول شتاب جسم $۲ m/s^۲$ رو به بالا و در حالت دوم شتاب جسم $۱ m/s^۲$ و رو به پایین است؛ بنابراین اندازهٔ تغییرات شتاب جسم $۳ m/s^۲$ است. در نتیجه داریم:

$$k\Delta x = m\Delta a \Rightarrow ۲۰۰ \times \Delta x = ۵ \times ۳ \Rightarrow \Delta x = \frac{۱۵}{۲۰۰}m = ۷/۵ cm$$

۹- گزینه ۱

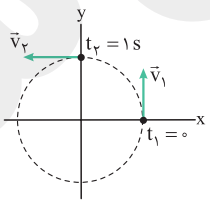
درس‌نامه اگر متحرکی با تندی ثابت v روی محیط دایره‌ای به شعاع r در حرکت باشد، دورهٔ تناوب و اندازهٔ شتاب مرکزگرای جسم از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$T = \frac{۲\pi r}{v}, a_c = \frac{v^۲}{r}$$

گام ابتدا دورهٔ حرکت را حساب می‌کنیم:

$$T = \frac{۲\pi r}{v} = \frac{۲ \times \pi \times ۲۰}{۱۰\pi} = ۴ s$$

گام از آن‌جایی که دورهٔ حرکت $T = ۴ s$ است، در هر ثانیه $(\Delta t = ۱ s = \frac{T}{۴})$ متحرک یک ربع دایره را طی می‌کند؛ یعنی مسیری به شکل مقابل:



از آن‌جایی که تندی متحرک ثابت و برابر $۱۰\pi m/s$ است، داریم: $\vec{v}_۱ = ۱۰\pi\vec{j}, \vec{v}_۲ = -۱۰\pi\vec{i}$

در نتیجه شتاب متوسط متحرک برابر است با:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_۲ - \vec{v}_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{(-۱۰\pi)\vec{i} - ۱۰\pi\vec{j}}{۱ - ۰} = -۱۰\pi\vec{i} - ۱۰\pi\vec{j} (m/s^۲)$$

که اندازهٔ آن برابر است با:

$$a_{av} = \sqrt{(-۱۰\pi)^۲ + (-۱۰\pi)^۲} = ۱۰\pi\sqrt{۲}\ m/s^۲$$

گام حالا اندازهٔ شتاب مرکزگرای متحرک را حساب می‌کنیم:

$$a_c = \frac{v^۲}{r} = \frac{۱۰\pi \times ۱۰\pi}{۲۰} = ۵\pi^۲\ m/s^۲$$

گام خواستهٔ مسئله برابر است با:

$$\frac{a_{av}}{a_c} = \frac{۱۰\pi\sqrt{۲}}{۵\pi^۲} = \frac{۲\sqrt{۲}}{\pi}$$

۱۰- گزینه ۲

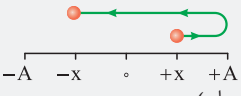
درس‌نامه ۱ در حرکت هماهنگ ساده:

◇ معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر:

$$x = A\cos(\omega t) \quad \omega = \frac{۲\pi}{T} \rightarrow \text{دورهٔ نوسان}$$

(بسامد زاویه‌ای، دامنهٔ نوسان)

◇ نوسانگر در مدت $\frac{T}{۲}$ (T: دوره) مسیری به شکل زیر طی می‌کند. در این مسیر:



اولاً: مکان نوسانگر قرینه می‌شود؛ یعنی از مکان x به مکان $-x$ می‌رسد.

ثانیاً: نوسانگر مسافتی برابر با $۲A$ طی می‌کند. (A: دامنهٔ نوسان)

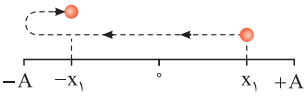
۲ تندی متوسط:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

گام ابتدا با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان داده‌شده، دورهٔ تناوب نوسانگر را حساب می‌کنیم:

$$x = ۰/۰۲\cos(\frac{\pi}{۲}t) : \omega = \frac{\pi}{۲} rad/s \Rightarrow \frac{۲\pi}{T} = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow T = ۴ s$$

گام روش مدت بازهٔ زمانی داده‌شده یعنی $t_۱ = \frac{۱}{۱۲} s$ تا $t_۲ = \frac{۲۵}{۱۲} s$، برابر $\frac{۲۵}{۱۲} - \frac{۱}{۱۲} = \frac{۲۴}{۱۲} = ۲ s$، یعنی نصف دوره است.



می‌دانیم در هر بازهٔ زمانی به اندازهٔ نصف دوره، نوسانگر مسافتی به اندازهٔ دو برابر دامنه را طی می‌کند (با طی مسیری به شکل بالا):

بنابراین داریم: $\ell = ۲A = ۲ \times ۰/۰۲ = ۰/۰۴ m = ۴ cm$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۴}{۲} = ۲ cm/s$$

روش

نکته اگر در حرکت هماهنگ ساده، دورهٔ نوسانگر برابر T و دامنهٔ نوسان آن برابر A باشد، تندی متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی $\Delta t = n(\frac{T}{۲})$ از رابطهٔ $s_{av} = ۴\frac{A}{T}$ به دست می‌آید. (n: یک عدد صحیح)

از نکتهٔ بالا استفاده می‌کنیم. بازهٔ زمانی داده‌شده نصف دوره است؛ بنابراین در این بازهٔ زمانی:

$$s_{av} = ۴\frac{A}{T} = ۴ \times \frac{۲}{۴} = ۲ cm/s$$

مشاوره بررسی تست‌های کنکورهای اخیر نشان می‌دهد که بازهٔ زمانی نیم‌دوره $(\Delta t = \frac{T}{۲})$ از تیپ‌های پرتکرار این موضوع است؛ بنابراین نکته‌های گفته‌شده دربارهٔ این موضوع در درس‌نامهٔ بالا را کاملاً جدی بگیرید.

۱۱- گزینه ۳

استراتژی یکی از رایج‌ترین تیپ‌های تست در فصل ۳ فیزیک دوازدهم، مربوط به تصویر لحظه‌ای از یک موج عرضی است که در آن‌ها، دربارهٔ چگونگی حرکت یکی از ذرات محیط پرسشی مطرح می‌کنند. برای این تست‌ها به ترتیب گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام با توجه به تصویر لحظه‌ای داده‌شده از موج عرضی، طول موج را حساب می‌کنیم.

گام به کمک رابطهٔ $\lambda = vT$، دورهٔ موج را به دست می‌آوریم.

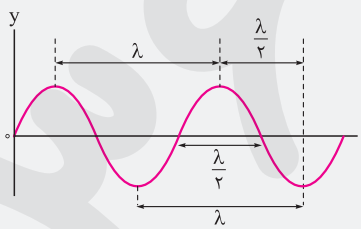
گام از این‌جا به بعد با داشتن دوره، با حرکت هماهنگ ساده ذرهٔ مورد نظر از محیط سروکار داریم. اغلب لازم است بازهٔ زمانی داده‌شده را با دوره (T) مقایسه کرده و با توجه به نتیجهٔ این مقایسه، مسیر حرکت ذره را تجسم کنیم.

گام با دانستن مسیر حرکت ذرهٔ مورد نظر، خواستهٔ تست را حساب می‌کنیم. مسافت طی‌شده توسط ذره، جابه‌جایی ذره، تندی یا سرعت متوسط آن و نوع حرکت ذره از سوژه‌های پرتکرار در این تست‌ها هستند.

در پاسخ این تست نمونه‌ای از این چهار گام را قرار است ببینید.

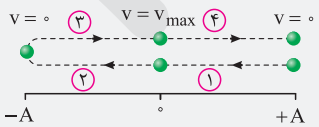
درس‌نامه ۱ بین تندی انتشار موج، بسامد موج، دورهٔ موج و طول موج، رابطه‌های زیر برقرار است:

$$\lambda = \frac{v}{f}, \lambda = vT$$



۲ شکل مقابل را دربارهٔ رابطهٔ فاصلهٔ نقاط با طول موج، به خاطر بسپارید:

۳ توصیف نوع حرکت نوسانگر در یک نوسان کامل:



① و ③ نوسانگر در حال نزدیک‌شدن به مبدأ ← حرکت تندشونده

② و ④ نوسانگر در حال دورشدن از مبدأ ← حرکت کندشونده

گام با توجه به تصویر داده‌شده از موج داریم:

$$\lambda + \frac{\lambda}{۲} = ۳۰ \Rightarrow \lambda = ۲۰ cm = ۰/۲ m$$

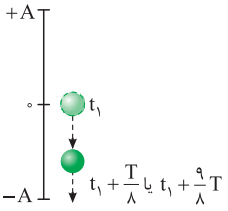
گام دورهٔ تناوب نوسان ذرات طناب برابر است با:

$$\lambda = vT \Rightarrow ۰/۲ = ۱۰ \times T \Rightarrow T = \frac{۲}{۱۰۰} s$$

گام می‌خواهیم دربارهٔ وضعیت نوسانی نقاط A و B، $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{9}{400}\,s$ بعد از لحظهٔ t_1 اطلاعاتی به دست بیاوریم. برای این کار ابتدا رابطهٔ Δt با T را پیدا می‌کنیم:

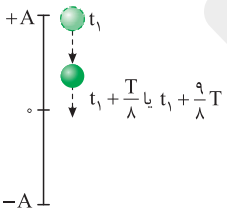
$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{9}{400}}{\frac{2}{100}} = \frac{9}{8} \Rightarrow \Delta t = \frac{9}{8}T$$

گام حالا موقعیت هر ذره را بعد از مدت $\frac{9}{8}T$ روی پاره‌خط نوسانی خودش مشخص می‌کنیم. از آن‌جایی که هر ذره بعد از سپری‌شدن مدت T به همان مکان بازمی‌گردد، کافی است بازهٔ زمانی $\frac{1}{8}T$ را $\frac{9}{8}T - T = \frac{1}{8}T$ در نظر بگیریم. در این مدت:



الف) ذرهٔ B کمی پایین‌تر از مکان فعلی و در حال حرکت به سمت پایین خواهد بود:

در این لحظه ذرهٔ B در حال دورشدن از مبدأ و حرکت آن کندشونده است. (نادرستی ۱ و ۴)



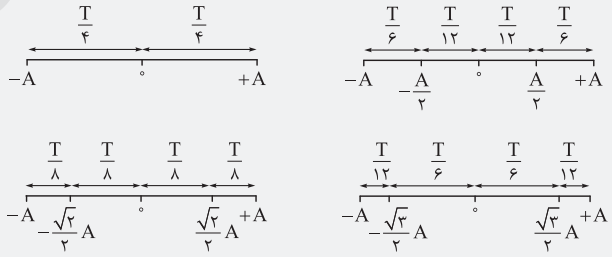
ب) موقعیت ذرهٔ A هم به شکل روبه‌رو خواهد بود.

در این شکل تندی ذرهٔ A بیشینه نیست (نادرستی ۲) و حرکت ذرهٔ A چون در حال نزدیک‌شدن به مبدأ است، تندشونده است. (درستی ۳)

۱۲- گزینه ۲

استراتژی ۱ به کمک نمودار داده‌شده و تحلیل مسیر حرکت نوسانگر، دورهٔ تناوب آن را به دست می‌آوریم. ۲ به سراغ محاسبهٔ انرژی مکانیکی نوسانگر می‌رویم.

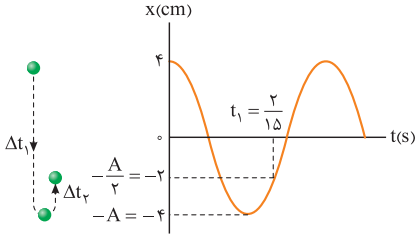
درس‌نامه ۱ در تست‌های حرکت هماهنگ ساده، مکان‌ها و جابه‌جایی‌های مشخص‌شده در شکل‌های زیر بسیار پرتکرارند. زمان لازم برای طی این جابه‌جایی‌ها را (برحسب دوره) به خاطر بسپارید:



۲ برای محاسبهٔ انرژی مکانیکی نوسانگر، روابط زیر را بلد باشید:

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = 2\pi^2mA^2f^2$$

گام همان‌طور که در شکل می‌بینید، نوسانگر در مدت t_1 ابتدا از $x = A$ به $x = -A$ رفته (Δt_1) و سپس بعد از تغییر جهت در نقطهٔ $x = -A$ از این نقطه به نقطهٔ $x = -\frac{A}{2}$ حرکت کرده‌است (Δt_2). باتوجه‌به‌زمان جابه‌جایی‌های معروف می‌دانید که $\Delta t_1 = \frac{T}{2}$ و $\Delta t_2 = \frac{T}{6}$ است؛ بنابراین داریم:



$$t_1 = \Delta t_1 + \Delta t_2 \Rightarrow \frac{2}{15} = \frac{T}{2} + \frac{T}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{15} = \frac{3T}{6} + \frac{T}{6} \Rightarrow \frac{2}{15} = \frac{4T}{6} \Rightarrow T = \frac{1}{5}\,s$$

گام حالا انرژی مکانیکی نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$E = 2\pi^2mA^2f^2 \xrightarrow[\pi^2=10,\,m=50\,g=5\times10^{-2}\,kg]{f=\frac{1}{T}=5\,Hz,\,A=4\,cm=4\times10^{-2}\,m} E = 2\times10\times(5\times10^{-2})\times(4\times10^{-2})^2\times(5)^2 = 4\times10^{-2} = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}\,J$$

۱۳- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ بسامد هماهنگ nاُم موج ایستادهٔ تشکیل‌شده در یک تار دو انتها بسته به طول L، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$

در این رابطه v تندی انتشار موج عرضی در تار است که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$$ (F: نیروی کشش تار، m: جرم تار)

۲ به بسامد هماهنگ اول $(n = 1)$، بسامد اصلی می‌گوییم. با توجه به رابطهٔ $f_n = \frac{nv}{2L}$ واضح است که بسامد هماهنگ nاُم، n برابر بسامد اصلی است؛ یعنی:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \xrightarrow{n=1} f_1 = \frac{v}{2L}$$

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_n = nf_1$$

گام همان‌طور که در درس‌نامه دیدید، بسامد هماهنگ nاُم یک تار دو انتها بسته، n برابر بسامد هماهنگ اول آن است $(f_n = nf_1)$؛ بنابراین داریم:

$$375\,Hz = f_1 + f_2 = f_1 + 2f_1 = 3f_1 \Rightarrow f_1 = \frac{375}{3} = 125\,Hz$$

گام حالا تندی موج در این تار را حساب می‌کنیم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \xrightarrow[L=40\,cm=0/4\,m]{n=1,\,f_1=125\,Hz} 125 = \frac{1\times v}{2\times0/4} \Rightarrow v = 100\,m/s$$

گام در نهایت، نیروی کشش تار را به دست می‌آوریم:

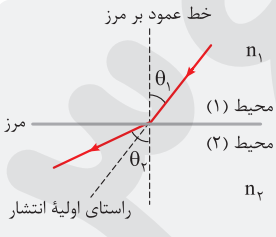
$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \xrightarrow{m=10\,g=10^{-2}\,kg} 100 = \sqrt{\frac{F\times0/4}{10^{-2}}}$$

$$\Rightarrow 10^4 = \frac{F\times0/4}{10^{-2}} \Rightarrow F = \frac{10^4\times10^{-2}}{0/4} = 250\,N$$

مشاوره در سال‌های اخیر یکی از تست‌های کنکور، سهم مبحث موج ایستادهٔ تشکیل‌شده در تار است. این مبحث اصلاً دشوار نیست و دانستن فرمول‌های آن برای حل تست کافی است. یادتان باشد که در کنکورتان نباید این تست را از دست دهید.

۱۴- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ در شکل روبه‌رو پرتوی نوری به طور مایل از محیط (۱) به ضریب شکست n_1، وارد محیط (۲) به ضریب شکست n_2 شده است. در این شکل روابط مهم زیر برقرار است:



$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

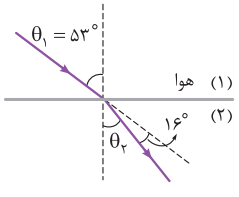
در رابطهٔ بالا، λ طول موج نور و v تندی انتشار نور است. حواستان باشد که θ_1 و θ_2 نسبت به خط عمود بر مرز سنجیده می‌شوند.

۲ با ورود مایل پرتوی نور از هوا به یک محیط شفاف:

◇ تندی انتشار و طول موج نور کاهش می‌یابد. ◇ بسامد نور تغییر نمی‌کند.

◇ پرتوی نور به خط عمود نزدیک می‌شود.

گام نور از هوا وارد یک محیط شفاف شده؛ پس به خط عمود نزدیک می‌شود. از آن‌جا که در تست گفته شده که نور در هنگام ورود به محیط (۲)، ۱۶° از راستای اولیه منحرف می‌شود، مطابق شکل روبه‌رو داریم:



$$\theta_2 = \theta_1 - 16^\circ = 53^\circ - 16^\circ = 37^\circ$$

گام می‌دانیم $\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ است؛ پس λ_1 به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\sin 37^\circ}{\sin 53^\circ}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \xrightarrow{\lambda_2=\lambda_1-\frac{1}{8}\times10^{-6}\ m} \frac{0/6}{0/8}=\frac{\lambda_1-\frac{1}{8}\times10^{-6}}{\lambda_1}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}=\frac{\lambda_1-\frac{1}{8}\times10^{-6}}{\lambda_1} \Rightarrow 3\lambda_1=4\lambda_1-\frac{1}{2}\times10^{-6} \Rightarrow \lambda_1=\frac{1}{2}\times10^{-6}\ m$$

گام حالا به کمک رابطهٔ $v=\lambda f$ بسامد نور را حساب می‌کنیم:

$$v_1=\lambda_1 f \Rightarrow 3\times10^8=\frac{1}{2}\times10^{-6}\times f \Rightarrow f=6\times10^{14}\ Hz$$

۱۵- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ در اثر فوتوالکتریک، انرژی جنبشی سریع‌ترین فوتوالکترون‌های گسیل‌شده از سطح فلز، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$K_{max}=hf-hf_\circ$ (بسامد آستانهٔ فوتوالکترون، انرژی فوتون فرودی)

(h: ثابت پلانک $=6/6\times10^{-34}\ J.s\simeq4\times10^{-15}\ eV.s$)

◇ الکترون‌ولت (eV) یکای متداول انرژی در فیزیک اتمی و هسته‌ای است. تبدیل eV به J و برعکس به این صورت انجام می‌شود:

eV $\xrightarrow{\times1/6\times10^{-19}}$ J

J $\xrightarrow{\div1/6\times10^{-19}}$ eV

۲ انرژی جنبشی ذره‌ای به جرم m که با تندی ثابت v در حال حرکت است، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K=\frac{1}{2}mv^2$$

گام بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل‌شده را به دست می‌آوریم.

$$K_{max}=\overbrace{hf}^{E_{فوتون}}-hf_\circ=4/125\times10^{-19}-4\times10^{-19}=0/125\times10^{-19}=\frac{1}{8}\times10^{-19}\ J$$

($\times\frac{5}{8}\times10^{-15}\times\underbrace{1/6\times10^{-19}}_{\text{تبدیل eV به J}}$)

گام به کمک رابطهٔ انرژی جنبشی، بیشینهٔ تندی فوتوالکترون‌ها (v_{max}) را محاسبه می‌کنیم:

$$K_{max}=\frac{1}{2}m_e v_{max}^2 \Rightarrow \frac{1}{8}\times10^{-19}=\frac{1}{2}\times9\times10^{-31}\times v_{max}^2$$

$$\Rightarrow v_{max}^2=\frac{1}{36}\times10^{12} \Rightarrow v_{max}=\frac{1}{6}\times10^6\ m/s$$

مشاوره مبحث بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها، پای ثابت تست‌های کنکور است و تقریباً هر سال یک تست از آن می‌آید. برای حل تست‌های این مبحث کافیست ۲ رابطه‌ای که در درس‌نامه گفتیم و رابطهٔ $f=\frac{c}{\lambda}$ را بلد باشید.

۱۶- گزینه ۴

درس‌نامه دربارهٔ مدل اتمی بور، جدول زیر را باید بلد باشید.

موارد که مدل اتمی بور در آن‌ها موفق است.	موارد که مدل اتمی بور در آن‌ها ناموفق است.
۱) ارائه تصویری از چگونگی حرکت الکترون به دور هسته ۲) تبیین پایداری اتم ۳) توجیه طیف گسیلی و جذبی اتم‌های هیدروژن‌گونه ۴) محاسبهٔ انرژی یونش و طول موج‌های طیف خطی اتم‌های هیدروژن‌گونه ۵) تبیین پدیدهٔ فلوئورسانی ۶) نتیجه‌گیری معادلهٔ ریدبرگ برای طیف خطی گاز هیدروژن اتمی	۱) علت تفاوت شدت خط‌های طیف گسیلی اتم‌های هیدروژن‌گونه ۲) برای اتم‌های دارای دو الکترون و بیشتر از آن به کار نمی‌آید.

با توجه به جدولی که در درس‌نامه آوردیم، مدل بور نمی‌تواند متفاوت‌بودن شدت خط‌های طیف گسیلی را توضیح دهد. مثلاً نمی‌تواند توضیح دهد که در طیف گسیلی گاز هیدروژن اتمی چرا شدت خط قرمز با شدت خط آبی متفاوت است.

مشاوره در فصل فیزیک اتمی، خط به خط متن کتاب درسی مهم است. اگر به این موضوع توجه نکنید، در کنکورتان تست‌های ساده‌ای مانند این تست را از دست می‌دهید.

۱۷- گزینه ۳

درس‌نامه اگر تعداد هسته‌های مادر اولیه در یک نمونهٔ پرتوزا $N_\circ$ باشد، پس از گذشت زمان t، تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$N=\frac{N_\circ}{2^n}\ (\text{تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده}) \quad ,n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}\ (\text{نیمه‌عمر})$$

گام ابتدا تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده را به دست می‌آوریم:

$$n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}=\frac{22920}{5730}=4$$

گام حالا ببینیم مقدار کربن ۱۴ این زغال چند درصد مقدار اولیهٔ کربن ۱۴ آن است:

$$N=\frac{N_\circ}{2^n} \xrightarrow{n=4} N=\frac{N_\circ}{2^4}=\frac{N_\circ}{16}$$

$$\xrightarrow{\text{برحسب درصد}} \frac{N}{N_\circ}=\frac{1}{16}\times\%100=\%6/25$$

مشاوره در فصل فیزیک هسته‌ای مانند فصل فیزیک اتمی، متن، مثال‌ها، تمرین‌ها و ... کتاب درسی بسیار مهم است و به صورت مستقیم از آن‌ها در کنکور تست می‌آید. همین تست از تمرین‌های آخر فصل گرفته شده است. باور کنید جواب‌دادن به تست‌های این فصل راحت‌تر از جواب‌ندادن به آن‌هاست.

۱۸- گزینه ۲

استراتژی برای این‌که میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A برابر صفر شود، لازم است که: ۱ برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_2 در نقطهٔ A ($\vec{E}_{1,2}$) در خلاف جهت میدان الکتریکی حاصل از بار q_3 در این نقطه ($\vec{E}_3$) باشد. برای این منظور، اولاً بارهای q_1 و q_2 را یکسان در نظر بگیرید، تا $\vec{E}_{1,2}$ در امتداد $\vec{E}_3$ قرار بگیرد و ثانیاً این بارها با بار q_3 ناهمنام باشند تا $\vec{E}_{1,2}$ در خلاف جهت $\vec{E}_3$ باشد.

۲ اندازهٔ $\vec{E}_{1,2}$ و $\vec{E}_3$ را برابر قرار دهید.

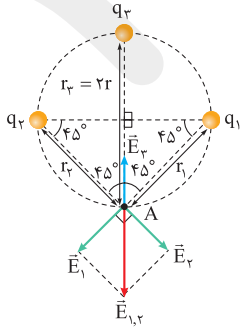
درس‌نامه اندازهٔ میدان الکتریکی در فاصلهٔ r از بار نقطه‌ای q از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$E=k\frac{|q|}{r^2}\ (\text{ثابت کولن: } k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$$

گام در شکل زیر، با فرض $q_3<0$ و $q_1=q_2>0$، بردارهای میدان حاصل از بارها در نقطهٔ A را رسم کردیم. اندازهٔ $\vec{E}_{1,2}$ را به دست می‌آوریم:

$$r_1=r_2=\sqrt{r^2+r^2}=\sqrt{2}r$$

$$\begin{cases}q_1=q_2\\ r_1=r_2\end{cases} \Rightarrow E_1=E_2=k\frac{|q_1|}{r_1^2}=k\frac{|q_1|}{(\sqrt{2}r)^2}=\frac{1}{2}k\frac{|q_1|}{r^2}$$



$\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ بر هم عمودند؛ بنابراین:

$$E_{1,2}=\sqrt{E_1^2+E_2^2} \xrightarrow{E_1=E_2} E_{1,2}=\sqrt{2}E_1$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}k\frac{|q_1|}{r^2}$$

اندازهٔ $\vec{E}_3$ هم برابر است با:

$$E_3=k\frac{|q_3|}{r_3^2}=k\frac{|q_3|}{(2r)^2}=\frac{1}{4}k\frac{|q_3|}{r^2}$$

گام $E_{1,2}$ و E_3 را برابر قرار می‌دهیم:

$$E_{1,2}=E_3 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}k\frac{|q_1|}{r^2}=\frac{1}{4}k\frac{|q_3|}{r^2} \Rightarrow \frac{|q_3|}{|q_1|}=2\sqrt{2}$$

۱۹- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ اگر روی سطحی به مساحت A، بار الکتریکی Q توزیع شده باشد، چگالی سطحی بار از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

۲ اصل پایستگی بار الکتریکی: اگر دو جسم رسانا را با هم تماس دهیم (به شرط آن‌که تبادل بار فقط بین دو جسم انجام شود)، جمع جبری بارهای دو جسم قبل از تماس، برابر با جمع جبری بارهای دو جسم بعد از تماس است.

گام دو کرهٔ فلزی یکسان‌اند؛ بنابراین پس از تماس با یکدیگر، بار الکتریکی آن‌ها برابر می‌شود. طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، بار کره‌ها پس از تماس برابر است با:

$$q'_A + q'_B = q_A + q_B \xrightarrow{q'_A = q'_B} 2q'_A = q_A + q_B$$

$$\Rightarrow q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{20 + (-4)}{2} = 8\,\mu C$$

گام تغییر چگالی سطحی بار کرهٔ A به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta\sigma_A = \frac{\Delta q_A}{A} = \frac{q'_A - q_A}{4\pi r^2} = \frac{8-20}{4\times 3\times (0/05)^2} = \frac{-12}{12\times 25\times 10^{-4}} = -400\,\frac{\mu C}{m^2}$$

۲۰- گزینه ۱

درس‌نامه دقت اندازه‌گیری ابزارهای رقمی (دیجیتال) برابر با ارزش مکانی آخرین رقمی است که ابزار می‌خواند. برای مثال: $5/107\,s \Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری $= 0/001\,s$

(آخرین رقمی که ابزار می‌خواند)

نام ابزار نشان داده شده، ریزسنج است. دقت اندازه‌گیری این وسیلهٔ رقمی (دیجیتال) برابر است با: $20/083\,mm \Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری $= 0/001\,mm$

(آخرین رقمی که ابزار می‌خواند)

تله توجه داشته باشید که در ابزارهای رقمی، دقت اندازه‌گیری برابر با **ارزش مکانی** آخرین رقم خوانده‌شده توسط دستگاه است، نه آخرین رقم خوانده‌شده توسط دستگاه!

در این تست با این اشتباه، راهتان به ③ ختم می‌شود.

مشاوره باز هم تستی از تمرین‌های آخر فصل در کتاب درسی! نکته جالب در این تست، خواستنِ نام وسیلهٔ اندازه‌گیری بود که تا آن زمان کم‌تر کسی این پیش‌بینی را می‌کرد. همین تست نشان می‌دهد که باید کلمه به کلمهٔ کتاب درسی را خوب یاد بگیرید.

۲۱- گزینه ۲

استراتژی در نوع متداولی از تست‌ها، مقداری بار از یکی از صفحات خازن جدا کرده و به صفحهٔ دیگر منتقل می‌کنیم و به واسطهٔ این کار، انرژی ذخیره‌شده در خازن تغییر می‌کند. حل این تست‌ها دو مرحله دارد:

مرحلهٔ (۱): تعیین بار ثانویهٔ خازن (Q_2) برحسب بار اولیهٔ آن (Q_1) (*در درس‌نامهٔ زیر چگونگی محاسبهٔ Q_2 رو توضیح دادیم.*)

مرحلهٔ (۲): با داشتن ΔU، C و Q_2 و به کمک رابطهٔ $\Delta U = \frac{1}{2C}(Q_2^2 - Q_1^2)$، Q_1 به دست می‌آید.

اگر خواستهٔ تست V_1 و U_1 باشد، از Q_1 برای محاسبهٔ آن‌ها کمک می‌گیریم.

درس‌نامه ۱ اگر از یکی از صفحات خازنی که بار اولیهٔ آن Q_1 است، بار q جدا شود و به صفحهٔ دیگر منتقل شود، بار ثانویهٔ خازن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$Q_2 = Q \pm q$$

(جداشدن بار از صفحهٔ منفی ↑ / جداشدن بار از صفحهٔ مثبت ↓)

توجه داشته باشید که در رابطهٔ بالا، q باید با علامتش قرار داده شود.

۲ انرژی ذخیره‌شده در خازنی به ظرفیت C که بار الکتریکی آن Q است، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

گام با جداکردن $3\,mC$ بار الکتریکی از صفحهٔ منفی و انتقال آن به صفحهٔ مثبت، بار صفحهٔ مثبت و در نتیجه بار ثانویهٔ خازن برابر می‌شود با: $Q_2 = Q_1 + 3 = q + 3\,(mC)$

گام به کمک رابطهٔ انرژی ذخیره‌شده در خازن می‌توان نوشت:

$$U = \frac{Q^2}{2C} \Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{1}{2C}(Q_2^2 - Q_1^2)$$

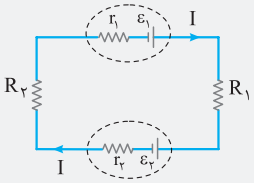
$$\xrightarrow[Q_2 = q+3\,(mC)]{U_2 = U_1 + 4/5\,(J)} 4/5 = \frac{1}{2\times 5\times 10^{-6}}[(q+3)^2 - q^2]\times(10^{-3})^2$$

$$\Rightarrow 4/5 = \frac{1}{10}(q^2 + 6q + 9 - q^2) \Rightarrow 4/5 = \frac{1}{10}(6q+9) \Rightarrow 6q + 9 = 45$$

$$\Rightarrow 6q = 36 \Rightarrow q = 6\,mC$$

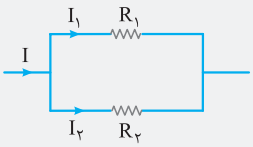
۲۲- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ مدار شکل روبه‌رو شامل باتری‌های ε_1 و ε_2 $(\varepsilon_1 > \varepsilon_2)$ است که در جهت‌های مخالف بسته شده‌اند. در مورد این مدار باید موارد زیر را بدانید:



- تعیین جهت جریان عبوری از مدار به عهدهٔ باتری ε_1 (که نیروی محرکهٔ الکتریکی بزرگ‌تری دارد.) است.
- مقدار جریان عبوری از مدار برابر است با: $I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_{eq} + r_1 + r_2}$
- باتری ε_1 تولیدکنندهٔ انرژی است: اختلاف پتانسیل دو سر باتری ε_1: $V_1 = \varepsilon_1 - r_1 I$
  توان تولیدی باتری ε_1: $P_{\varepsilon_1} = V_1 I = \varepsilon_1 I - r_1 I^2$
- باتری ε_2 مصرف‌کنندهٔ انرژی است: اختلاف پتانسیل دو سر باتری ε_2: $V_2 = \varepsilon_2 + r_2 I$
  توان مصرفی باتری ε_2: $P_{\varepsilon_2} = V_2 I = \varepsilon_2 I + r_2 I^2$
- توان مصرفی هر یک از مقاومت‌های خارجی: $P_1 = R_1 I^2, P_2 = R_2 I^2$
- اصل پایستگی انرژی برای توان‌های تولیدی و مصرفی در یک مدار: $P_{\varepsilon_1} = P_{\varepsilon_2} + P_1 + P_2$

۲ اگر مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت موازی به هم متصل باشند:



- مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
- اگر مقاومت بزرگ‌تر، n برابر مقاومت کوچک‌تر باشد: $R_{eq} = \frac{\text{مقاومت بزرگ‌تر}}{n+1}$
- نسبت جریان عبوری از مقاومت‌ها برابر با وارون نسبت مقاومت‌ها است: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$
- قاعدهٔ انشعاب (اصل پایستگی بار الکتریکی): $I = I_1 + I_2$
- نسبت توان مصرفی مقاومت‌ها برابر با وارون نسبت مقاومت‌ها است: $\frac{P_1}{P_2} = \frac{R_2}{R_1}$

روش گام با توجه به این‌که $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ است، باتری ε_2 مصرف‌کنندهٔ انرژی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن از رابطهٔ $V_2 = \varepsilon_2 + r_2 I$ به دست می‌آید؛ بنابراین جریان کل عبوری از مدار برابر است با:

$$V_2 = \varepsilon_2 + r_2 I \xrightarrow[\varepsilon_2 = 3\,V, r_2 = 1\,\Omega]{V_2 = 3/5\,V} 3/5 = 3 + (1\times I) \Rightarrow I = 0/5\,A$$

گام مقاومت معادل مدار به صورت زیر به دست می‌آید:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_{eq} + r_1 + r_2} \Rightarrow 0/5 = \frac{8-3}{R_{eq} + 1 + 1} \Rightarrow R_{eq} + 2 = 10 \Rightarrow R_{eq} = 8\,\Omega$$

دو مقاومت R و $4R$ موازی‌اند؛ بنابراین:

$$R_{eq} = \frac{R\times 4R}{R + 4R} \Rightarrow 8 = \frac{4R^2}{5R} \Rightarrow 40R = 4R^2 \Rightarrow R = 10\,\Omega$$

یا $R = 4^{n}\times R_{eq} \Rightarrow 4R = 4^{n}\times 8$؛ بنابراین: $R_{eq} = \frac{\text{مقاومت بزرگ‌تر}}{n+1} \Rightarrow 8 = \frac{4R}{4+1} \Rightarrow R = 10\,\Omega$

گام مقاومت‌های R و $4R$ موازی‌اند؛ بنابراین نسبت جریان عبوری از آن‌ها برابر وارون نسبت مقاومت‌ها است و می‌توان نوشت:

$$\frac{I_R}{I_{4R}} = \frac{4R}{R} = 4 \xrightarrow[I = 0/5A]{I = I_R + I_{4R}} 0/5 = I_R + \frac{1}{4}I_R = \frac{5}{4}I_R \Rightarrow I_R = 0/4\,A$$

گام توان مصرفی مقاومت R برابر است با: $P_R = RI_R^2 = 10\times(0/4)^2 = 1/6\ W$

روش گام مانند گام اول روش اول.

گام توان مصرفی باتری ε_2 برابر است با: $P_2 = V_2 I = 3/5\times 0/5 = 1/75\ W$

توان تولیدی باتری ε_1 برابر است با:

$P_1 = \varepsilon_1 I - r_1 I^2 = 8\times 0/5 - 1\times(0/5)^2 = 4 - 0/25 = 3/75\ W$

گام توان مصرفی در مجموعهٔ مقاومت‌های R و 4R به صورت زیر به دست می‌آید:

$P = P_1 - P_2 = 3/75 - 1/75 = 2\ W$

گام دو مقاومت R و 4R موازی‌اند؛ بنابراین:

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow{V_R = V_{4R}} \frac{P_R}{P_{4R}} = \frac{4R}{R} = 4$$

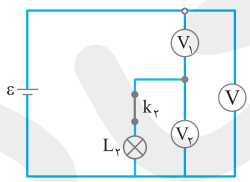
توان مصرفی در مجموعهٔ دو مقاومت، برابر مجموع توان مصرفی هر یک از آن‌ها است:

$$P = P_R + P_{4R} \Rightarrow 2 = P_R + \frac{P_R}{4} = \frac{5}{4}P_R \Rightarrow P_R = \frac{8}{5} = 1/6\ W$$

۲۳- گزینه ۲

شفاف‌سازی ولت‌سنج‌ها آرمانی هستند: جریانی از آن‌ها عبور نمی‌کند.

گام با قطع کلید k_1 جریان عبوری از مدار صفر می‌شود، چون شاخهٔ شامل k_1 قطع و به دلیل آرمانی‌بودن ولت‌سنج‌ها، اجازهٔ عبور جریان داده نمی‌شود.



در این حالت ولت‌سنج V_2 عدد صفر و ولت‌سنج V_1 اختلاف پتانسیل دو سر مولد را نشان می‌دهد، زیرا:

$$V_2 = V_{L_2} \Rightarrow V_2 = R_{L_2} I \xrightarrow{I=0} V_2 = 0$$

$$V_1 = V_{L_2} + \varepsilon \xrightarrow{V_{L_2}=0} V_1 = \varepsilon$$

گام ولت‌سنج V به صورت مستقیم به دو سر مولد متصل است؛ بنابراین نیروی محرکهٔ مولد را نشان می‌دهد: $V = \varepsilon$

تیزبازی با قطع کلید k_1، جریان عبوری از مدار قطع می‌شود و ولت‌سنج V_2، صفر را نشان می‌دهد، چون:

$$V_2 = V_{L_2} = R_{L_2} I \xrightarrow{I=0} V_2 = 0$$ (رد ① و ③)

ولت‌سنج V به دو سر مجموعهٔ ولت‌سنج‌های V_1 و V_2 متصل است؛ پس:

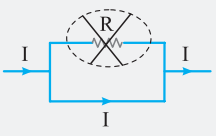
$$V = V_1 + V_2 \xrightarrow{V_2=0} V = V_1$$

طبق رابطهٔ بالا اگر ولت‌سنج V بخواهد صفر را نشان دهد، ولت‌سنج V_1 هم صفر را نشان می‌دهد و ① و ③ جواب تست می‌شود؛ پس ولت‌سنج V عدد صفر را نشان نمی‌دهد (رد ④)

۲۴- گزینه ۴

گام

نکته مطابق شکل زیر، اگر دو سر یک مقاومت با سیم (بدون مقاومت) به یکدیگر متصل شود، از این مقاومت جریانی عبور نمی‌کند و این مقاومت اصطلاحاً اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. در این حالت همهٔ جریان ورودی به گره، از سیم عبور خواهد کرد.



در حالت اول مقاومتِ مقاومت متغیر برابر صفر است؛ بنابراین کل جریان عبوری از مدار از شاخهٔ مقاومت متغیر عبور کرده و مقاومت ۶ Ω اتصال کوتاه می‌شود. از طرفی دو سر باتری با سیم بدون مقاومت به یکدیگر متصل هستند و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری در این حالت برابر صفر خواهد بود: $V_1 = 0$

گام در حالت دوم، مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{6\times 18}{\underbrace{6+18}_{24}} = 4/5\ \Omega$$

یا $6\times(\frac{1}{3})^n = 18$؛ بنابراین:

$$R_{eq} = \frac{\text{مقاومت بزرگ‌تر}}{n+1} = \frac{18}{3+1} = 4/5\ \Omega$$

و جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} = \frac{12}{4/5+1/5} = 2\ A$$

گام اختلاف پتانسیل دو سر باتری در حالت دوم به صورت زیر به دست می‌آید:

$V_2 = \varepsilon - rI = 12 - (1/5\times 2) = 9\ V$

بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر باتری از صفر به ۹ V می‌رسد.

۲۵- گزینه ۱

درس‌نامه ① قانون دوم نیوتون: $F_{net} = ma$

② اگر ذرهٔ باردار q با سرعت $\vec{v}$ در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ حرکت کند (به شرط آن‌که جهت حرکت آن با میدان مغناطیسی موازی نباشد)، بر آن نیروی مغناطیسی وارد خواهد شد که اندازهٔ آن از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید: $F = |q|vB\sin\theta$

در رابطهٔ بالا θ زاویهٔ بین جهت حرکت بار الکتریکی (بردار $\vec{v}$) و جهت میدان مغناطیسی (بردار $\vec{B}$) است.

گام به کمک قانون دوم نیوتون، اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ α را به دست می‌آوریم:

$F = ma = 6/68\times 10^{-27}\times 4\times 10^5 = 26/72\times 10^{-22}\ N$

گام

نکته پرتوهای α، ذرات باردار مثبت از جنس هستهٔ اتم هلیم $({}^4_2He)$ است که شامل ۲ پروتون و ۲ نوترون است: $q_\alpha = +2e$

بزرگی میدان مغناطیسی به صورت مقابل محاسبه می‌شود: $F = |q|vB\sin\theta$

$$\Rightarrow 26/72\times 10^{-22} = 2\times 1/6\times 10^{-19}\times 50\times B\times\sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow B = \frac{26/72\times 10^{-22}}{3/2\times 50\times 10^{-19}\times 1} = 1/67\times 10^{-4}\ T \xrightarrow{10^{-4}\,T=1\,G} B = 1/67\,G$$

۲۶- گزینه ۱

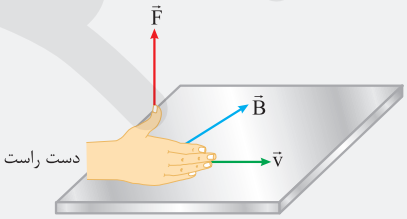
شفاف‌سازی بزرگی نیروی خالص وارد بر آن بیشینه شود: نیروهای الکتریکی و مغناطیسی هم‌جهت باشند.

درس‌نامه ① تعیین جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار در میدان الکتریکی:

علامت بار ذره	جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره
مثبت	هم‌جهت با میدان الکتریکی
منفی	در خلاف جهت میدان الکتریکی

② قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک در میدان مغناطیسی:

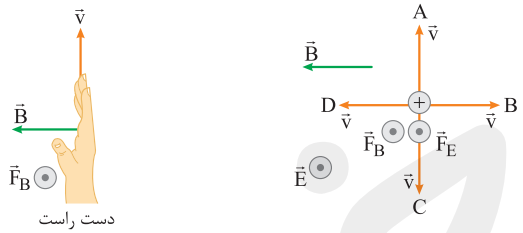
طبق این قاعده، اگر چهار انگشت دست راست را طوری در جهت بردار سرعت ذره $(\vec{v})$ قرار دهیم که بردار میدان مغناطیسی $(\vec{B})$ از کف دست خارج شود، شست دست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره با بار مثبت را نشان می‌دهد. (شکل مقابل را ببینید.)



نکته اگر بار ذره منفی باشد، این قاعده را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

علامت بار ذره	جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره
مثبت	قاعدهٔ دست راست
منفی	قاعدهٔ دست راست را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

بار ذره مثبت است؛ بنابراین نیروی الکتریکی وارد بر آن هم‌جهت با میدان الکتریکی یعنی برون‌سو است. برای این‌که نیروی خالص وارد بر ذره بیشینه شود، باید نیروی مغناطیسی وارد بر ذره، هم‌جهت با نیروی الکتریکی وارد بر آن یعنی برون‌سو باشد. حالا مطابق شکل زیر و به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت بردار سرعت ذره، در جهت A تعیین می‌شود.



تله ۳ چشم‌انتظار شماست؛ اگر به جای استفاده از دست راستتان از دست چپتان استفاده کنید.

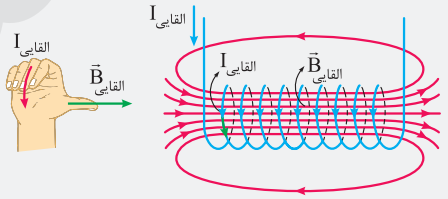
۲۷- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ قانون لنز: با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک سیم‌لوله (یا حلقه یا پیچه)، میدان مغناطیسی القایی در داخل سیم‌لوله به وجود می‌آید که جهت آن طبق جدول زیر تعیین می‌شود:

چگونگی تغییر شار مغناطیسی	جهت میدان مغناطیسی القایی
افزایش	در خلاف جهت میدان مغناطیسی اصلی
کاهش	هم‌جهت با میدان مغناطیسی اصلی

۲ قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت جریان القایی:

اگر شست دست راست را در جهت میدان مغناطیسی القایی در داخل سیم‌لوله قرار دهیم، جهت خم‌شدن چهار انگشت، جهت جریان القایی در حلقه‌های سیم‌لوله را نشان می‌دهد (شکل مقابل)

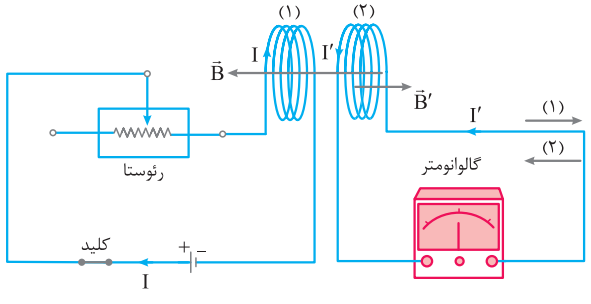


گام مطابق شکل زیر و به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی سیم‌لولهٔ (۱) در داخل سیم‌لوله‌های (۱) و (۲) $(\vec{B})$، به طرف چپ تعیین می‌شود.

گام هم هنگام وصل کلید و هم هنگام کاهش مقاومت رئوستا، جریان عبوری از سیم‌لولهٔ (۱) افزایش می‌یابد.

با افزایش جریان عبوری از سیم‌لولهٔ (۱)، اندازهٔ میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌لولهٔ (۱) و در نتیجه شار مغناطیسی عبوری از سیم‌لوله‌های (۱) و (۲) افزایش می‌یابد؛ بنابراین طبق قانون لنز، جهت میدان مغناطیسی القایی در داخل سیم‌لولهٔ (۲) $(\vec{B}')$ باید در خلاف جهت یعنی به طرف راست باشد.

گام به کمک قاعدهٔ دست راست، جریان القایی (I') در هر دو حالت در جهت (۲) خواهد بود.

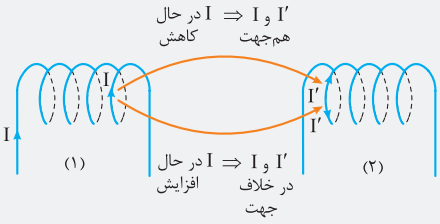


برای فهمیدن تیزبازی این تست، ابتدا نکتهٔ زیر رو بخوانید.

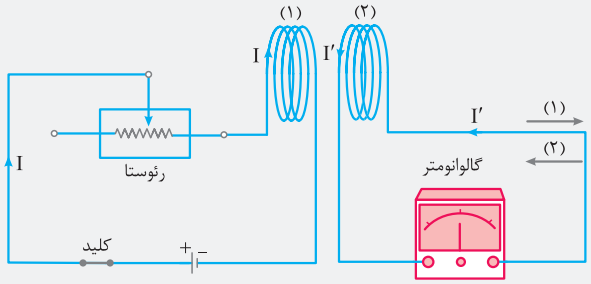
نکته با تغییر جریان عبوری از سیم‌لولهٔ (۱) (I)، جهت جریان القایی در سیم‌لولهٔ (۲) (I') به صورت زیر تعیین می‌شود:

الف) اگر I در حال افزایش باشد، I' و I روی حلقه‌های دو سیم‌لوله، در خلاف جهت یکدیگرند.

ب) اگر I در حال کاهش باشد، I' و I روی حلقه‌های دو سیم‌لوله، هم‌جهت‌اند.



تیزبازی در هر دو حالت یعنی هنگام وصل کلید و هنگام کاهش مقاومت رئوستا، جریان عبوری از سیم‌لولهٔ (۱) (I) در حال افزایش است؛ بنابراین در هر دو حالت، جهت جریان القایی روی حلقه‌های سیم‌لولهٔ (۲) (I') در خلاف جهت جریان روی حلقه‌های سیم‌لولهٔ (۱) است. مطابق شکل زیر، جهت I' در هر دو حالت در جهت (۲) است.



تله ۴ در تست‌هایی که با تعیین جهت جریان القایی سروکار دارید، هرگونه اشتباه در تشخیص چگونگی تغییر شار مغناطیسی و هم‌چنین استفاده از دست اشتباهی برای تعیین جهت جریان القایی، به راحتی شما را در تلهٔ گزینه‌های نادرست می‌اندازد.

۲۸- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ اندازهٔ میدان مغناطیسی در داخل سیم‌لوله:

($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$:تراوایی مغناطیسی خلأ)

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$$

N: تعداد حلقه‌های سیم‌لوله، I: جریان عبوری از سیم‌لوله، ℓ: طول سیم‌لوله

۲ ضریب القاوری سیم‌لولهٔ آرمانی و بدون هسته:

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell}$$

N: تعداد حلقه‌های سیم‌لوله، A: سطح مقطع سیم‌لوله، ℓ: طول سیم‌لوله

$$A = \pi r^2$$

r: شعاع مقطع سیم‌لوله

۳ انرژی ذخیره‌شده در سیم‌لوله:

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

L: ضریب القاوری سیم‌لوله، I: جریان عبوری از سیم‌لوله

گام نسبت ضریب القاوری دو سیم‌لوله را به دست می‌آوریم:

$$L \propto \frac{N^2 A}{\ell} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2 \left(\frac{A_A}{A_B}\right)\left(\frac{\ell_B}{\ell_A}\right) = \left(\frac{2}{1}\right)^2 \times (1)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right) = 2$$

گام نسبت انرژی ذخیره‌شده در سیم‌لولهٔ A به انرژی ذخیره‌شده در سیم‌لولهٔ B برابر است با:

$$U \propto LI^2 \Rightarrow \frac{U_A}{U_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{I_A}{I_B}\right)^2 = 2 \times 1^2 = 2$$

گام نسبت اندازهٔ میدان مغناطیسی در داخل سیم‌لولهٔ A به اندازهٔ میدان مغناطیسی در داخل سیم‌لولهٔ B به صورت زیر به دست می‌آید:

$$B \propto \frac{NI}{\ell} \Rightarrow \frac{B_A}{B_B} = \frac{N_A}{N_B} \times \frac{I_A}{I_B} \times \frac{\ell_B}{\ell_A} = 2 \times 1 \times \frac{1}{2} = 1$$

۲۹- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی v، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K=\frac{1}{2}mv^2$$

۲ کار نیروی وزن جسم برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است:

$$W_{mg}=-\Delta U=-mg\Delta h$$

در رابطهٔ بالا اگر جسم از سطح زمین دور شود، $\Delta h>0$ و اگر جسم به سطح زمین نزدیک شود، $\Delta h<0$ است.

۳ انرژی مکانیکی جسم برابر با مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم است:

$$E=K+U \Rightarrow \Delta E=\Delta K+\Delta U$$

گام ۱ کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_{mg}=-mg\Delta h=-60\times10^{-3}\times10\times600=-3/6\times10^{8}\ J$$

گام ۲ تغییرات انرژی مکانیکی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta E=\Delta K+\Delta U=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)+\Delta U \xrightarrow{\Delta U=-W_{mg}=3/6\times10^{8}\ J}$$

$$\Delta E=\frac{1}{2}\times60\times10^{-3}\times((2\times80)^2-80^2)+3/6\times10^{8}$$

$$=3\times10^{4}\times3\times80^2+3/6\times10^{8}=9/36\times10^{8}\ J$$

تیزبازی چون ارتفاع هواپیما از سطح زمین زیاد شده است، کار نیروی وزن منفی است (رد ۱ و ۳). با نگاهی به ۲ و ۴ می‌فهمیم که $W_{mg}=-3/6\times10^{8}\ J$ و در نتیجه $\Delta U=3/6\times10^{8}\ J$ است.

از طرفی انرژی جنبشی هواپیما نیز افزایش یافته است $(\Delta K>0)$؛ بنابراین تغییر انرژی مکانیکی حتماً از ΔU بیشتر است، چون:

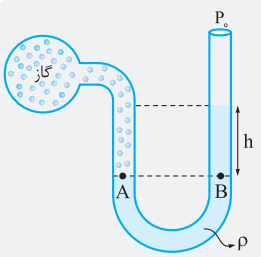
$$\Delta E=\Delta K+\Delta U \xrightarrow[\Delta K>0]{\Delta U=3/6\times10^{8}\ J} \Delta E>3/6\times10^{8}\ J$$

(رد ۲)

۳۰- گزینه ۱

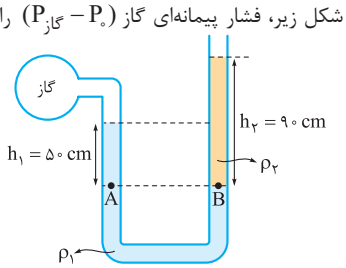
درس‌نامه به اختلاف فشار مطلق گاز درون مخزن و فشار هوای محیط، فشار پیمانه‌ای گفته می‌شود.

در شکل مقابل برای به دست آوردن فشار پیمانه‌ای گاز موجود در مانومتر، از هم‌فشاری نقاط هم‌تراز A و B کمک می‌گیریم:



$$P_A=P_B \Rightarrow P=P_0+\rho gh \Rightarrow \underbrace{P-P_0}_{P_g\text{(فشار پیمانه‌ای)}}=\rho gh$$

به کمک هم‌فشاری نقاط هم‌تراز A و B در شکل زیر، فشار پیمانه‌ای گاز $(P_{گاز}-P_0)$ را حساب می‌کنیم:



$$P_A=P_B$$
$$\Rightarrow P_{گاز}+\rho_1gh_1=\rho_2gh_2+P_0$$
$$\Rightarrow P_{گاز}-P_0=\rho_2gh_2-\rho_1gh_1$$
$$\Rightarrow P_{گاز}-P_0=1000\times10\times0/9-1200\times10\times0/5$$
$$=3000\ Pa$$

۳۱- گزینه ۳

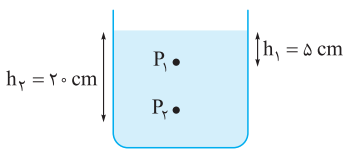
درس‌نامه فشار در عمق h از سطح آزاد یک مایع:

چگالی مایع، فشار هوا

$$P=P_0+\rho gh$$

توجه داشته باشید که در تست‌ها، واژه‌های فشار، فشار کل و فشار مطلق معادل یکدیگرند.

روش فشار در عمق ۵سانتی‌متری و ۲۰سانتی‌متری را می‌دانیم؛ پس با توجه به شکل، دو بار رابطهٔ فشار را برای این دو نقطه می‌نویسیم تا با حل دو معادله ـ دو مجهول، فشار هوا (P_0) را حساب کنیم:

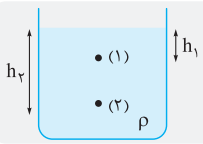


$$\begin{cases} P_1=P_0+\rho gh_1 \Rightarrow 100\times10^{3}=P_0+\underbrace{\rho\times10\times\frac{5}{100}}_{0/5\rho} \\ \xrightarrow{\times4} 400\times10^{3}=4P_0+2\rho \quad (I) \\ P_2=P_0+\rho gh_2 \Rightarrow 106\times10^{3}=P_0+\underbrace{\rho\times10\times\frac{20}{100}}_{2\rho} \\ \Rightarrow 106\times10^{3}=P_0+2\rho \quad (II) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(II)-(I)} \underbrace{(400-106)}_{294}\times10^{3}=3P_0 \Rightarrow P_0=98\times10^{3}\ Pa \xrightarrow{10^{3}\ Pa=1\ kPa} P_0=98\ kPa$$

روش

نکته در شکل روبه‌رو، اختلاف فشار بین دو نقطهٔ (۱) و (۲)، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$P_2-P_1=\rho g(h_2-h_1) \Rightarrow \Delta P=\rho g\Delta h$$

گام ۱ به کمک اختلاف فشار بین دو نقطهٔ (۱) و (۲)، چگالی مایع (ρ) را حساب می‌کنیم:

$$P_2-P_1=\rho g(h_2-h_1) \Rightarrow 106\times10^{3}-100\times10^{3}=\rho\times10\times(20-5)\times10^{-2}$$

$$\Rightarrow \rho=\frac{6\times10^{3}}{1/5}=4\times10^{3}\ kg/m^3$$

گام ۲ حالا با جای‌گذاری مقدار چگالی در رابطهٔ فشار برای یکی از نقاط، فشار هوا را حساب می‌کنیم:

$$P_1=P_0+\rho gh_1 \Rightarrow 100\times10^{3}=P_0+4\times10^{3}\times10\times\frac{5}{100}$$

$$P_0=100\times10^{3}-2\times10^{3}=98\times10^{3}\ Pa \xrightarrow{10^{3}\ Pa=1\ kPa} P_0=98\ kPa$$

تیزبازی در عمق ۵ cm، فشار ۱۰۰ kPa و در عمق ۲۰ cm، فشار ۱۰۶ kPa است؛ بنابراین به ازای هر ۵ cm افزایش عمق، فشار ۲ kPa زیاد شده است. حالا اگر از عمق ۵ cm به سطح مایع *(که فشار توی اون‌جا برابر فشار هواست.)* برویم، عمق ۵ cm کاهش و در نتیجه فشار باید ۲ kPa کم شود؛ یعنی فشار هوا برابر با $100-2=98\ kPa$ است.

۳۲- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ رابطهٔ بین مقیاس‌های دمایی فارنهایت و سلسیوس:

$$F=\frac{9}{5}\theta+32$$

۲ گرمای لازم برای تغییر دما:

دمای ثانویه، جرم جسم

$$Q=mc(\theta_2-\theta_1)$$

دمای اولیه، گرمای ویژهٔ جسم

۳ گرمای لازم برای تغییر حالت از جامد به مایع:

گرمای نهان ذوب جسم

$$Q=mL_F$$

جرم جسم

گام ۱ باید ببینیم ۵۰ درجهٔ فارنهایت، چند درجهٔ سلسیوس است:

$$F=\frac{9}{5}\theta+32 \Rightarrow 50=\frac{9}{5}\theta+32 \Rightarrow \frac{9}{5}\theta=18 \Rightarrow \theta=\frac{5}{9}\times18=10\ ^\circ C$$

گام ۲ طرح‌وارهٔ گرمایی تبدیل یخ $0\ ^\circ C$ به آب $10\ ^\circ C$ را مطابق شکل رسم می‌کنیم و با توجه به آن، گرمای لازم برای این فرایند را حساب می‌کنیم:

۲۰ گرم یخ $0\ ^\circ C$ ← $Q_1=mL_F$ ← ۲۰ گرم آب $0\ ^\circ C$ ← $Q_2=mc\Delta\theta$ ← ۲۰ گرم آب $10\ ^\circ C$

$$Q=Q_1+Q_2=mL_F+mc\Delta\theta=m(L_F+c\Delta\theta)$$
$$=20(336+4/2\times10) \Rightarrow Q=7560\ J$$

دقت کنید که در این تست چون جرم برحسب گرم و $c_{آب}$ و L_F برحسب J/g و $\frac{J}{g.^\circ C}$ بودند، نیازی به تبدیل واحد نداشتیم.

تله همیشه دقت کنید که داده‌ها و خواستهٔ تست برحسب چه یکایی است. در این تست اگر دمای نهایی آب را به جای $^\circ F$ ،۵۰ $^\circ C$ ،۵۰ در نظر بگیرید، به ① می‌رسید که نادرست است.

۳۳- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ قانون گازهای کامل:

$$PV = nRT$$

(تعداد مول گاز، فشار گاز برحسب پاسکال (Pa)، حجم گاز برحسب مترمکعب (m^3)، دمای گاز برحسب کلوین (K))

$$R \simeq 8 \frac{J}{mol.K}$$: ثابت عمومی گازها

- در این رابطه، P فشار مطلق گاز است. (نه فشار پیمانه‌ای)
- در این رابطه، T حتماً باید برحسب کلوین باشد. (نه سلسیوس و نه فارنهایت)
- شکل نسبتی این رابطه برای دو گاز به صورت روبه‌رو است: $\frac{P_1V_1}{n_1T_1} = \frac{P_2V_2}{n_2T_2}$

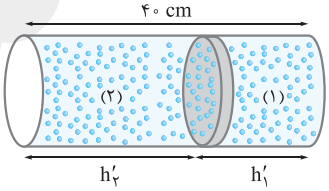
۲ رابطهٔ بین مقیاس‌های دمایی کلوین و سلسیوس: $T = 273 + \theta$

گام ۱ در حالت اول، حجم دو گاز برابر است. به کمک شکل نسبتی قانون گازهای کامل، نسبت تعداد مول‌های دو گاز را به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_1V_1}{n_1T_1} = \frac{P_2V_2}{n_2T_2} \xrightarrow{V_1=V_2} \frac{2}{n_1 \times (273+27)} = \frac{5}{n_2 \times (273+227)}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{n_1 \times 300} = \frac{5}{n_2 \times 500} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{2}{3}$$

گام ۲ در حالت دوم، پس از رسیدن به حالت تعادل، دو گاز، هم‌دما و هم‌فشار می‌شوند؛ بنابراین با توجه به شکل زیر:



$$\frac{P'_1V'_1}{n_1T'_1} = \frac{P'_2V'_2}{n_2T'_2} \xrightarrow{\substack{P'_1=P'_2 \\ T'_1=T'_2}} \frac{V'_1}{n_1} = \frac{V'_2}{n_2}$$

$$\xrightarrow{V=Ah} \frac{Ah'_1}{n_1} = \frac{Ah'_2}{n_2}$$

$$\Rightarrow \frac{h'_1}{h'_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{2}{3}$$

$$h'_2 + h'_1 = 40\,cm \Rightarrow h'_2 + \frac{2}{3}h'_2 = 40 \Rightarrow h'_2 = \frac{40}{\frac{5}{3}} = 24\,cm$$

پیستون $24 - 20 = 4\,cm$ جابه‌جا می‌شود.

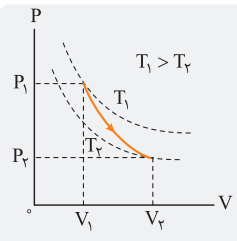
۳۴- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ در فرایند بی‌دررو:

الف) گرمای مبادله‌شده برابر صفر است: $Q = 0$

ب) تغییر انرژی درونی گاز برابر با کاری است که محیط روی گاز انجام می‌دهد: $\Delta U = W$

پ) مطابق شکل روبه‌رو نمودار P_V این فرایند بین دو نمودار هم‌دما قرار دارد.

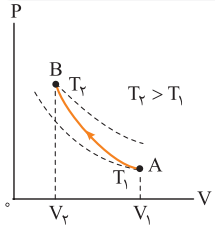


۲ انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل متناسب با دمای مطلق گاز است: $U \propto T$

عبارت‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

(الف)، (ب) و (پ):

روش مطابق شکل روبه‌رو، نمودار فرایند بی‌دررو AB بین دو نمودار هم‌دمای T_1 و T_2 قرار دارد. از روی نمودار مشخص است که $T_2 > T_1$ و بنابراین در فرایند AB، دما و در نتیجه انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد.



روش

نکته در فرایند بی‌دررو، با توجه به مختلف‌العلامت بودن ΔV و W، رابطهٔ $\Delta U = W$ و تناسب $\Delta U \propto \Delta T$، می‌توانیم جدول مقابل را بنویسیم:

ΔV	W	ΔU	ΔT
+	−	−	−
−	+	+	+

در فرایند AB حجم گاز کاهش یافته است؛ یعنی $\Delta V < 0$ است، بنابراین با توجه به جدولی که در نکتهٔ بالا گفتیم: (دما و انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد.) $\Delta T > 0$ و $\Delta V < 0 \Rightarrow \Delta U > 0$

پس (الف) درست و (ب) و (پ) نادرست است.

(ت) و (ث): در فرایند بی‌دررو مبادلهٔ گرما نداریم ($Q = 0$)؛ بنابراین کار انجام‌شده روی گاز، برابر با تغییر انرژی درونی گاز است: $W = \Delta U$

پس (ت) نادرست و (ث) درست است.

۳۵- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ انرژی درونی مقدار معینی گاز کامل متناسب با حاصل‌ضرب فشار در حجم گاز است: $U \propto T \xrightarrow{T \propto PV} U \propto PV$

۲ فشار پیمانه‌ای گاز: اختلاف فشار (مطلق) گاز و فشار هوا. به زبان ریاضی: $P_g = P - P_0$

گام ۱ ابتدا باید دید که اگر فشار پیمانه‌ای گاز، ۲ برابر شود؛ فشار (مطلق) گاز چند پاسکال می‌شود:

$$P'_g = 2P_g = 2 \times 5 \times 10^4 = 10^5\ Pa$$

$$\begin{cases} P'_g = P' - P_0 \Rightarrow P' = P'_g + P_0 = 10^5 + 10^5 = 2 \times 10^5\ Pa \\ P_g = P - P_0 \Rightarrow P = P_g + P_0 = 5 \times 10^4 + 10^5 = 1/5 \times 10^5\ Pa \end{cases}$$

گام ۲ انرژی درونی گاز متناسب با PV است؛ یعنی:

$$\frac{U'}{U} = \frac{P'V'}{PV} \Rightarrow \frac{U'}{600} = \frac{2 \times 10^5 \times 2V}{1/5 \times 10^5 \times V} \Rightarrow \frac{U'}{600} = \frac{8}{3} \Rightarrow U' = \frac{8}{3} \times 600 = 1600\,J$$

تیزبازی طبق رابطهٔ $P = P_g + P_0$، با ۲ برابر شدن فشار پیمانه‌ای گاز، فشار گاز افزایش می‌یابد، ولی به ۲ برابر مقدار اولیه نمی‌رسد. *(اگه P_0 هم ۲ برابر می‌شد، فشار گاز ۲ برابر می‌شد، حالا که P_0 تغییر نکرده، فشار گاز زیاد می‌شه ولی ۲ برابر نمی‌شه!)*

از طرفی حجم گاز ۲ برابر می‌شود؛ بنابراین طبق تناسب $U \propto PV$، انرژی درونی بیشتر از ۲ برابر و کم‌تر از ۴ برابر می‌شود؛ یعنی:

$$2U < U' < 4U \xrightarrow{U=600\,J} 1200\,J < U' < 2400\,J$$

فقط ③ این شرایط را دارد.

تله اگر فشار پیمانه‌ای گاز را با فشار گاز اشتباه بگیرید، به این نتیجه می‌رسید که انرژی درونی ۴ برابر می‌شود و گزینهٔ نادرست ④ را انتخاب می‌کنید.

شیمی

۳۶- گزینه ۲

شفاف‌سازی $_8A$، $_{15}M$، $_{21}E$ و $_{35}X$ به ترتیب همان عنصرهای $_8O$، $_{15}P$، $_{21}Sc$ و $_{35}Br$ هستند.

استراتژی اول باید خیلی سریع عنصرهای A، M، E و X رو از روی عدد اتمی اون‌ها شناسایی کنی و فرمول شیمیایی ترکیب‌های داده‌شده در گزینه‌ها رو با نماد شیمیایی اصلی اتم‌های آن‌ها بنویسی. حالا از اون‌جا که سؤال از ما گزینه‌ای رو خواسته که فرمول دو ترکیب داده‌شده در اون **نادرست** باشه، خیلی راحت و بدون این‌که ذهنت رو درگیر فرمول‌های ناشناخته کنی، با پیداکردن یک فرمول صحیح آشنا در هر گزینه، اون رو رد کن و جواب تست رو پیدا کن.

یه پیه کلکوری زرنگ! با یه نگاه به عددهای اتمی، متوجه می‌شه که عنصرهای $_8A$، $_{15}M$ و $_{21}E$ به ترتیب همان عنصرهای $_8O$، $_{15}P$، $_{21}Sc$ و $_{35}Br$ هستند.

اما *خب!* با آرایش الکترونی هم می‌شد جایگاه عنصرها رو فهمید.

$_8A : [_2He]\,2s^2 2p^4 \Rightarrow$ گروه ۱۶ $\Rightarrow$ یون پایدار: A^{2-}

$_{15}M : [_{10}Ne]\,3s^2 3p^3 \Rightarrow$ گروه ۱۵ $\Rightarrow$ یون پایدار: M^{3-}

$_{21}E : [_{18}Ar]\,3d^1 4s^2 \Rightarrow$ گروه ۳ $\Rightarrow$ یون پایدار: E^{3+}

$_{35}X : [_{18}Ar]\,3d^{10} 4s^2 4p^5 \Rightarrow$ گروه ۱۷ $\Rightarrow$ یون پایدار: X^-

حالا بریم سراغ بررسی گزینه‌ها:

Sc_2O_3 ✓ ، PBr_5 ① ، PBr_2 ② ✗ ، ScO ③ ✗ ، $ScBr_3$ ④ ✓ ، ScP ✓ ، P_2O_5 ، Br_2O_3

در ① ، ③ و ④ یکی از ترکیب‌های یونی فلز اسکاندیم (دارای کاتیون پایدار Sc^{3+}) داده شده است که همگی درست‌اند، پس خیلی راحت می‌شه *فهمید* جواب ② است.

نکته در شیمی دوازدهم می‌خوانیم که برخی از نافلزها عددهای اکسایش متفاوتی دارند، به همین دلیل می‌توانند ترکیب‌های متنوعی با یکدیگر تشکیل دهند؛ بنابراین بهتر است فرم کلی ترکیب‌های مختلفی که در کتاب درسی می‌بینیم را به خاطر داشته باشیم. مثلاً نافلزهای گروه ۱۷ (به‌جز فلوئور) می‌توانند با اکسیژن ترکیب‌هایی به فرم X_2O ، X_2O_3 و X_2O_5 (مانند Cl_2O ، Cl_2O_3 و Cl_2O_5) تشکیل دهند. همچنین نافلزهای گروه ۱۵ (نیتروژن و فسفر) Y و ۱۷ (کلر، برم و ید) X می‌توانند با هم ترکیب‌هایی به فرم YX_3 و YX_5 (مانند PCl_3 و PCl_5) تشکیل دهند.

مشاوره اگر می‌خوای در این مدل سؤال‌ها، سرعت تست‌زنیت رو ببری بالا، باید عناصر ۱ تا ۳۶ جدول تناوبی رو *مثل کف دستت بلد باشی*، پس اگر هنوز تسلط کافی روشون نداری، حتماً براش وقت بذار که ضروریه!

۳۷- گزینه ۴

گام ۱ ابتدا باید عنصرها را مشخص کنیم. عنصر A نسبت به یون A^{2-} ، ۲ الکترون کم‌تر و عنصرهای D و E به ترتیب نسبت به یون‌های D^{3+} و E^{3+} ، ۳ الکترون بیشتر دارند؛ بنابراین:

$A^{2-}:\dots 4p^6 \Rightarrow {}_{34}A:[{}_{18}Ar]\,3d^{10}4s^2 4p^4$

⇐ دورهٔ ۴، گروه ۱۶ (عنصر سلنیم ($_{34}Se$))

$D^{3+}:\dots 3p^6 \Rightarrow {}_{21}D:[{}_{18}Ar]\,3d^1 4s^2$

⇐ دورهٔ ۴، گروه ۳ (عنصر اسکاندیم ($_{21}Sc$))

$E^{3+}:\dots 3d^5 \Rightarrow {}_{26}E:[{}_{18}Ar]\,3d^6 4s^2$

⇐ دورهٔ ۴، گروه ۸ (عنصر آهن ($_{26}Fe$))

گام ۲ **بررسی گزینه‌ها:** ① عنصر $_{26}E$ در گروه ۸ و عنصر $_{21}D$ در گروه ۳ قرار دارد. ✗

② آرایش الکترونی عنصرهای $_{21}D$ و $_{26}E$ به زیرلایهٔ d ختم می‌شود؛ بنابراین هر دو جزء فلزهای دستهٔ d هستند. واکنش‌پذیری عنصرهای دستهٔ d (فلزهای واسطه)، از واکنش‌پذیری فلزهای قلیایی هم‌دورهٔ آن‌ها کم‌تر است نه بیشتر! ✗ ③ عنصر $_{34}A$، نافلز و دارای آنیون پایدار است. در حالی که عنصرهای گروه ۱۸ (گازهای نجیب) قادر به تشکیل یون پایدار نیستند و واکنش‌پذیری ناچیزی دارند. ✗ ④ عنصر $_{34}A$ در گروه ۱۶ قرار دارد. عدد اتمی یکی از عنصرهای این گروه هم برابر با ۱۶ (گوگرد ($_{16}S$)) است. ✓

۳۸- گزینه ۴

عبارت‌های (پ)، (ت) و (ث) درست‌اند.

عنصر قبل از کریپتون ($_{36}Kr$) در دورهٔ چهارم جدول تناوبی، یعنی هالوژن تناوب چهارم، که همان عنصر برم ($_{35}Br$) است و در گروه ۱۷ قرار دارد.

بررسی عبارت‌ها: (آ) عدد اتمی عنصرهای گروه ۱۷، به ترتیب ۹، ۱۷، ۳۵، ۵۳، ۸۵ و ۱۱۷ است (یعنی یکی کم‌تر از عدد اتمی گازهای نجیب!). عنصر $_{52}A$ در گروه ۱۶ قرار دارد. (عدد اتمی عنصر $_{52}A$ از گاز نجیب $_{54}Xe$ ، دو واحد کم‌تره، نه یک واحد!) ✗ (ب) عناصر با عددهای اتمی ۱۹ تا ۳۶ در دورهٔ چهارم جدول قرار دارند. در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد؛ بنابراین در دورهٔ چهارم، شعاع اتمی $_{35}Br$ کم‌تر از $_{19}X$ است. ✗ (پ) عنصر $_{17}M$، هالوژن تناوب سوم جدول است. در گروه‌های جدول، از بالا به پایین، خصلت نافلزی کاهش می‌یابد. ✓

نکته

تنها عناصر مایع جدول تناوبی در دما و فشار اتاق

- نافلز برم ($_{35}Br$)
  - موقعیت در جدول تناوبی: گروه ۱۷ (هالوژن)، دورهٔ ۴
- فلز جیوه ($_{80}Hg$)
  - موقعیت در جدول تناوبی: گروه ۱۲ (فلز واسطهٔ دستهٔ d)، دورهٔ ۶

(ت) برم در دمای اتاق به حالت مایع است، در حالی که همهٔ عنصرهای واسطهٔ دورهٔ چهارم، به حالت جامدند. ✓ (ث) $l=1$ ، عدد کوانتومی فرعی زیرلایهٔ p است. در آرایش الکترونی $_{35}Br$ ، ۱۷ الکترون با $l=1$ ($2p^6$ ، $3p^6$ ، $4p^5$) وجود دارد. ✓ $_{35}Br:[{}_{18}Ar]\,3d^{10}4s^2 4p^5$

تیزبازی با مشخص‌شدن نادرستی عبارت (آ)، ① و ③ حذف می‌شن. حالا با بررسی عبارت (ب) *می‌تونی* بین ② و ④ ، گزینهٔ صحیح *رو پیدا کنی*، بدون این‌که نیاز *باشه* موارد (پ) تا (ث) *رو بررسی کنی*. عبارت (ب) نادرسته و جواب می‌شه ④ *و تمام!*

۳۹- گزینه ۲

استراتژی سؤال نسبت جرم اتمی X به جرم اتمی A رو خواسته! با توجه به داده‌های مسئله در مورد هر یک از سه مادهٔ شرکت‌کننده در واکنش، می‌تونی به دلخواه، با انتخاب دو ماده و نوشتن رابطهٔ استوکیومتری بین آن‌ها، **به یک معادلهٔ دومجهولی X و A برسی** و به راحتی با به دست‌آوردن رابطهٔ بین X و A، به خواستهٔ مسئله ($\frac{\text{جرم اتمی X}}{\text{جرم اتمی A}}$) دست پیدا کنی و تمام.

با توجه به قانون پایستگی جرم، جرم X_2 تولیدشده در واکنش برابر با $1/12-0/72=0/4$ گرم است:

$2AX_2 \rightarrow 2AX + X_2$

$1/12\,g \quad 0/72\,g \quad 0/4\,g$

اگر جرم مولی A و X را به ترتیب a و x گرم بر مول در نظر بگیریم، با نوشتن رابطهٔ استوکیومتری بین دو مادهٔ شرکت‌کننده در واکنش (ما X_2 و AX رو انتخاب کردیم)، می‌توانیم رابطهٔ بین جرم مولی A و X را تعیین کنیم:

روش استفاده از کسر تناسب:

انتخاب ما

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{AX_2}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{AX}}$$

$$= \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{X_2}} = \frac{\text{حجم}}{\text{حجم مولی}\times\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{\overset{1/8}{\cancel{0/72}}}{\underbrace{\cancel{2}\times(a+x)}_{AX}} = \frac{\overset{1}{\cancel{0/4}}}{\underbrace{\cancel{1}\times\cancel{2}\times x}_{X_2}}$$

$$\Rightarrow 1/8x = a+x \Rightarrow 0/8x = a \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{1}{0/8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1/25$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$0/72\,g\,AX \times \frac{1\,mol\,AX}{(a+x)\,g\,AX} \times \frac{1\,mol\,X_2}{2\,mol\,AX} \times \frac{2x\,g\,X_2}{1\,mol\,X_2} = 0/4\,g$$

$$\Rightarrow \overset{1/8}{\cancel{0/72}} \times \cancel{2}x = \cancel{0/4} \times \cancel{2} \times (a+x) \Rightarrow 1/8x = a+x \Rightarrow 0/8x = a$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{1}{0/8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1/25$$

۴۰- گزینه ۲

گام ۱ هر اتم منگنز، دارای ۷ الکترون ظرفیتی است: $_{25}Mn:[{}_{18}Ar]\,\underbrace{3d^5 4s^2}_{\text{الکترون‌های ظرفیت}}$

بنابراین هر مول Mn، دارای ۷ مول الکترون ظرفیتی است.

گام ۲ ابتدا حجم مکعب از جنس منگنز را (به کمک چگالی) به جرم و سپس مول آن تبدیل می‌کنیم و در آخر هم، از مول منگنز به مجموع مول الکترون‌های ظرفیتی می‌رسیم:

حجم مکعب $= a^3 = 4^3 = 64\,cm^3$

$$64\,cm^3 \times \underbrace{\frac{7/5\,g\,Mn}{1\,cm^3}}_{\text{چگالی}} \times \underbrace{\frac{1\,mol\,Mn}{55\,g\,Mn}}_{\text{جرم مولی}} \times \frac{7\,mol\,\text{الکترون ظرفیتی}}{1\,mol\,Mn} = \frac{64\times7/5\times7}{55}$$

$$\xrightarrow{7/5=\frac{15}{2}} \frac{\overset{32}{\cancel{64}}\times\overset{3}{\cancel{15}}\times7}{\underset{1}{\cancel{2}}\times\underset{11}{\cancel{55}}} = \frac{32\times21}{11} \simeq 61/1\,mol \text{ الکترون ظرفیتی}$$

مشاوره تفاوت مقادیر داده‌شده در گزینه‌ها کم بوده و اعداد به هم نزدیک‌اند؛ بنابراین در این مورد و موارد مشابه اصلاً ریسک نکنید و محاسباتتون رو با خیال راحت و بدون رندکردن اعداد و اعمال تقریب، انجام بدید. مثلاً این‌جا اگر عدد ۱۱ رو به تقریب ۱۰ در نظر بگیرید، باید گزینهٔ کم‌تر از ۶۷/۲ رو انتخاب کنید، که ① ، ② و ③ رو شامل می‌شه و نمی‌شه بینشون قطعی انتخاب کرد.

② یا ③ $\Rightarrow$ کمی کم‌تر از ۶۷/۲ $\Rightarrow \frac{672}{10} = \frac{640+32}{10} = \frac{(32\times20)+(32\times1)}{10} \simeq \frac{32\times21}{11}$

۴۱- گزینه ۱

استراتژی جرم نمونهٔ ناخالص اولیه رو ۱۰۰ گرم فرض کن و حساب کن که با اضافه‌شدن چند گرم آب به ۱۰ گرم آب اولیه، درصد جرمی اون به ۲۰ درصد می‌رسه. دقت کن که با جذب رطوبت، هم جرم آب موجود در نمک افزایش پیدا می‌کنه و هم جرم کل نمونه. حالا با داشتن جرم آب اضافه‌شده، می‌تونی جرم کل نمونهٔ جدید و در نتیجه درصد جرمی نهایی Na_2SO_4 رو به راحتی حساب کنی. قسمت دوم سؤال هم که مسئلهٔ استوکیومتری درصد خلوصه! باید حساب کنی با مصرف ۳۵/۵ گرم Na_2SO_4 با خلوص ۸۸٪ در واکنش، چند گرم $BaSO_4(s)$ تشکیل می‌شه.

برای قسمت اول سؤال، جرم نمونهٔ ناخالص را ۱۰۰ گرم در نظر می‌گیریم؛ در نتیجه این نمونه شامل ۱۰ گرم آب خواهد بود. اگر جرم رطوبت یا آب جذب‌شده را x گرم در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\text{درصد نهایی آب} = \frac{\text{جرم آب}}{\text{جرم کل نمونه}} \times 100 \Rightarrow \frac{20}{100} = \frac{10+x}{100+x} \times \frac{100}{100}$$

$$\Rightarrow 100+x = 50+5x \Rightarrow 50 = 4x \Rightarrow x = 12/5\ g$$

نکته! در نمونهٔ نهایی، ۸۸ گرم نمک Na_2SO_4 در ۱۱۲/۵ گرم مخلوط وجود دارد:

$$\text{درصد نهایی } Na_2SO_4 = \frac{88}{112/5} \times \frac{100}{100} = \frac{704}{9}$$

$$\xrightarrow{\text{با توجه به گزینه‌ها}} \frac{704}{9} \text{ کمی بزرگ‌تر از } 78 \text{ است.} \Rightarrow \text{① یا ③}$$

$78 \times 9 = 702$

تذکر: با توجه به نزدیکی اعداد در گزینه‌ها، این‌جا مجاز به رندکردن اعداد و استفاده از تقریب نیستیم و باید محاسبات رو کامل انجام بدیم!

بریم سراغ قسمت دوم؛ با توجه به معادلهٔ واکنش داریم:

$$Na_2SO_4 + BaCl_2 \rightarrow 2NaCl + BaSO_4$$

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{درصد خلوص}}{100} \times \text{جرم ناخالص} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{35/5 \times \frac{88}{100}}{1 \times 142} = \frac{x}{1 \times 233}$$

$$\xrightarrow{35/5 = \frac{71}{2}} x = \frac{71}{2} \times \frac{88}{100} \times \frac{233}{142}$$

$$\Rightarrow x = \frac{(20 \times 233) + (2 \times 233)}{100} = \frac{4660 + 466}{100} = 51/26\ g\ BaSO_4$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

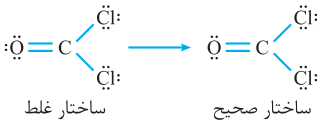
$$35/5\ g\ Na_2SO_4 \text{ ناخالص} \times \frac{88}{100} \times \frac{1\ mol\ Na_2SO_4}{142\ g\ Na_2SO_4} \times \frac{1\ mol\ BaSO_4}{1\ mol\ Na_2SO_4}$$

$$\times \frac{233\ g\ BaSO_4}{1\ mol\ BaSO_4} = 51/26\ g\ BaSO_4$$

۴۲- گزینه ۳

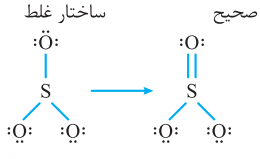
ساختارهای (آ) و (ت) درست‌اند.

بررسی موارد نادرست: (ب) اتم اکسیژن در ساختار رسم‌شده، ۱۰تایی شده است!



ساختار غلط ساختار صحیح

(پ) اتم گوگرد در ساختار رسم‌شده، ۸تایی نشده است!

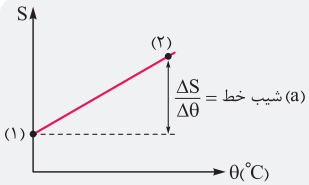


ساختار غلط ساختار صحیح

۴۳- گزینه ۲

شفاف‌سازی وقتی سؤال می‌گه نسبت انحلال‌پذیری نمک A به نمک B در دمای $0\ ^\circ C$ برابر ۱ است، یعنی انحلال‌پذیری دو نمک در این دما، با هم برابر است.

درس‌نامه برای موادی که نمودار انحلال‌پذیری آن‌ها برحسب دما به صورت یک خط راست با شیب ثابت است، می‌توان با داشتن انحلال‌پذیری نمک در دو دما (داشتن مختصات دو نقطه روی خط راست)، معادلهٔ انحلال‌پذیری نمک (معادلهٔ خط راست) را به صورت زیر به دست آورد:



نقطهٔ اول: (θ_1, S_1) نقطهٔ دوم، (θ_2, S_2)

$$\text{معادلهٔ انحلال‌پذیری} \Rightarrow S - S_1 = \underbrace{\frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1}}_{\text{شیب خط (a)}} (\theta - \theta_1)$$

گام ابتدا انحلال‌پذیری نمک A در دماهای $0\ ^\circ C$ و $40\ ^\circ C$ را حساب می‌کنیم:

$$S_A = 0/97\theta + 35 \Rightarrow \begin{cases} \theta = 0\ ^\circ C \Rightarrow S = 35 \\ \theta = 40\ ^\circ C \Rightarrow S = (0/97 \times 40) + 35 = 73/8 \end{cases}$$

گام حالا با توجه به نسبت انحلال‌پذیری نمک A به B که در سؤال داده شده، انحلال‌پذیری نمک B را در دو دمای گفته‌شده به دست آورده و معادلهٔ انحلال‌پذیری نمک B رو می‌نویسیم:

انحلال‌پذیری نمک B در دماهای $0\ ^\circ C$ و $40\ ^\circ C$ به ترتیب برابر با ۳۵ و ۳۰ $\left(\frac{73/8}{2/46} = 30\right)$ است؛ بنابراین معادلهٔ انحلال‌پذیری نمک B *این‌چوریاست:*

$$S - S_1 = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1}(\theta - \theta_1) \Rightarrow S - 35 = \frac{30 - 35}{40 - 0}(\theta - 0) \Rightarrow S_B = \frac{-1}{8}\theta + 35$$

گام با توجه به برابربودن حجم محلول هر دو نمک، نسبت غلظت مولار محلول سیرشدهٔ آن‌ها در دمای $50\ ^\circ C$، برابر با نسبت تعداد مول آن‌ها است:

$$S_A(\theta = 50\ ^\circ C) = (0/97 \times 50) + 35 = 83/5\ g$$

$$\Rightarrow \text{تعداد مول A} = \frac{\text{جرم نمک A}}{\text{جرم مولی نمک A}} = \frac{83/5}{330}$$

$$S_B(\theta = 50\ ^\circ C) = (\frac{-1}{8} \times 50) + 35 = 28/75$$

$$\Rightarrow \text{تعداد مول B} = \frac{\text{جرم نمک B}}{\text{جرم مولی نمک B}} = \frac{28/75}{110}$$

$$\frac{\text{غلظت مولار محلول سیرشدهٔ B}}{\text{غلظت مولار محلول سیرشدهٔ A}} = \frac{\text{تعداد مول B}}{\text{تعداد مول A}} = \frac{\frac{28/75}{110}}{\frac{83/5}{330}} = \frac{3 \times 28/75}{83/5}$$

تکنیک محاسباتی: برای از بین بردن اعشار در مخرج، کسر را در $\frac{2}{2}$ ضرب می‌کنیم:

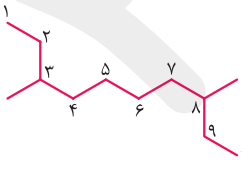
$$\frac{3 \times 28/75}{83/5} \times \frac{2}{2} = \frac{3 \times 57/5}{167} = \frac{172/5}{167} \xrightarrow{\text{با توجه به گزینه‌ها}} 1/5 > \frac{172/5}{167} > 1 \Rightarrow \text{②}$$

۴۴- گزینه ۲

عبارت‌های (پ) و (ت) درست‌اند.

نکته در نام‌گذاری آلکان‌های شاخه‌دار، زنجیری که بیشترین تعداد اتم‌های کربن را دارد، به عنوان زنجیر اصلی انتخاب می‌کنیم.

(آ) نام ترکیب داده‌شده، ۳، ۸ ـ دی‌متیل دکان است.



(ب)

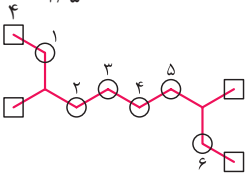
نکته فرمول عمومی آلکان‌ها، C_nH_{2n+2} و فرمول عمومی آلکین‌ها، C_nH_{2n-2} است. آلکان داده‌شده، یک آلکان ۱۲کربنی است؛ در نتیجه فرمول آن $C_{12}H_{26}$ می‌باشد. فرمول مولکولی پروپین (آلکین ۳کربنی) C_3H_4 است:

$$\frac{\text{جرم مولی } C_{12}H_{26}}{\text{جرم مولی } C_3H_4} = \frac{(12 \times 12) + (26 \times 1)}{(3 \times 12) + (4 \times 1)} = \frac{170}{40} = 4/25$$

(پ) ۳ ـ اتیل (۲کربن) دکان (۱۰کربن) هم مانند ترکیب داده‌شده، یک آلکان ۱۲کربنی است.

(ت) گروه‌های CH_3- سر زنجیر اصلی و سر شاخه‌های فرعی هیدروکربنی هستند، ولی گروه‌های $-CH_2-$ در میانهٔ زنجیر اصلی قرار دارند. در ترکیب داده‌شده، ۶ گروه CH_2 و ۴ گروه CH_3 وجود دارد:

$\frac{6}{4}=1/5$



۶ گروه CH_2
۴ گروه CH_3

تیزبازی خیلی سریع می‌تونی عبارت (آ) رو رد کنی چون در نام‌گذاری آلکان‌ها، شاخهٔ ۲ـاتیل نداریم. با مشخص‌شدن نادرستی عبارت (آ)، ۱ و ۳ پَر. بین ۲ و ۴، فقط با بررسی عبارت (ب) می‌تونی گزینهٔ صحیح رو پیدا کنی، بدون این‌که بخوای عبارت‌های (پ) و (ت) رو بررسی کنی.

۴۵- گزینه ۱

استراتژی قسمت اول سؤال، جرم H_2SO_4 را در ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول آن و قسمت دوم، غلظت مولار اسید را می‌خواهد. خب برای قسمت اول، باید غلظت مولار اسید رو داشته باشی تا مول و بعدش جرم اسید رو بتونی به دست بیاری؛ پس ابتدا به کمک استوکیومتری واکنش، از جرم $MgCO_3$ استفاده کن و مول H_2SO_4 مصرفی و غلظت مولی محلول اون رو حساب کن، سپس برای قسمت اول سؤال، خیلی راحت با داشتن غلظت مولی و حجم محلول، خواستهٔ سؤال رو به دست بیار.

خوشبختانه معادله موازنه است و مستقیم می‌ریم سراغ حل سؤال:

$$MgCO_3 + H_2SO_4 \rightarrow MgSO_4 + CO_2 + H_2O$$

ابتدا قسمت دوم سؤال:

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{MgCO_3}} = \frac{\text{حجم(L)}\times\text{غلظت مولی}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{H_2SO_4}} \Rightarrow \frac{21\times10^{-3}}{1\times84} = \frac{x\times1\times10^{-3}}{1}$$

$$\Rightarrow x=\frac{21}{84}=0/25\ mol.L^{-1}$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$21\times10^{-3}\ g\ MgCO_3\times\frac{1\ mol\ MgCO_3}{84\ g\ MgCO_3}\times\frac{1\ mol\ H_2SO_4}{1\ mol\ MgCO_3}$$
$$=2/5\times10^{-3}\ mol\ H_2SO_4$$

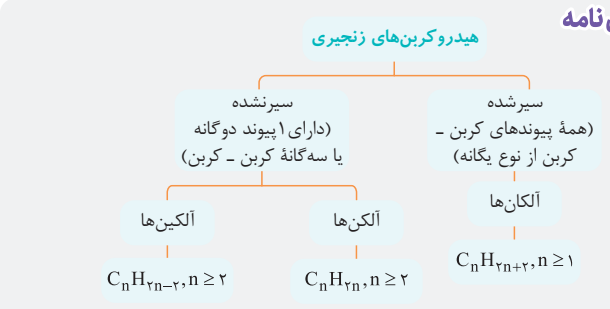
$$\text{غلظت مولی}=\frac{2/5\times10^{-3}\ mol}{\frac{10}{1000}\ L}=0/25\ mol.L^{-1}$$

و اما قسمت اول سؤال:

$$\frac{100}{1000}\ L\ \text{محلول}\times\frac{0/25\ mol\ H_2SO_4}{1\ L\ \text{محلول}}\times\frac{98\ g\ H_2SO_4}{1\ mol\ H_2SO_4}=2/45\ g\ H_2SO_4$$

۴۶- گزینه ۳

درس‌نامه



◆ هیدروکربن‌های سیرنشده به دلیل داشتن پیوندهای دوگانه یا سه‌گانهٔ کربن ـ کربن واکنش‌پذیری بیشتری از آلکان‌ها دارند و در واکنش‌های شیمیایی گوناگون شرکت می‌کنند.

مثال: واکنش‌های افزایش آلکن‌ها

فرم کلی واکنش‌های افزایشی آلکن‌ها: $C=C + XY \rightarrow -\overset{Y}{C}-\overset{X}{C}-$

در این واکنش‌ها، مادهٔ XY به اتم‌های کربن پیوند دوگانه اضافه شده و فراوردهٔ سیرشده‌ای تولید می‌کند (پیوند دوگانهٔ « $C=C$ » به پیوند یگانهٔ « $C-C$ » تبدیل می‌شود.).

عبارت‌های دوم، سوم و چهارم درست‌اند.

◆ گاز متان که واکنش‌پذیری ناچیزی دارد! گاز اتن سنگ بنای صنایع پتروشیمی است.

◆ هر مول آلکن با ۱ مول برم (Br_2) به طور کامل واکنش می‌دهد:

$$C_nH_{2n} + Br_2 \rightarrow C_nH_{2n}Br_2$$

$$0/25\ mol\ \text{آلکن}\times\frac{1\ mol\ Br_2}{1\ mol\ \text{آلکن}}\times\frac{160\ g\ Br_2}{1\ mol\ Br_2}=40\ g\ Br_2$$

◆ در آلکن‌ها ($C=C$) دو اتم کربنی که در پیوند دوگانه شرکت دارند، هر کدام به سه اتم دیگر متصل‌اند.

◆ دومین عضو خانوادهٔ آلکان‌ها، C_2H_6 و دومین عضو خانوادهٔ آلکین‌ها، C_2H_2 است.

$$\frac{\text{جرم‌مولی } C_2H_6}{\text{جرم‌مولی } C_2H_2}=\frac{30}{40}=0/75$$

بچه‌ها حواستون باشه که nاُمین عضو خانوادهٔ آلکین‌ها، $n+1$ اتم کربن دارد (مثلاً دومین عضو این خانواده، ۳ اتم کربن دارد).

۴۷- گزینه ۴

گام ابتدا باید معادلهٔ واکنش کلی را از جمع واکنش‌های (۱) تا (۵) به دست آوریم:

۱) $2NO \rightarrow N_2O_2$

۲) $2H_2 \rightarrow 4H$

۳) $N_2O_2 + H \rightarrow N_2O + HO$

۴) $2OH + 2H \rightarrow 2H_2O$

۵) $H + N_2O \rightarrow HO + N_2$

$$2NO + 2H_2 \rightarrow N_2 + 2H_2O$$

گام حالا با استفاده از آنتالپی‌های پیوند، آنتالپی واکنش کلی را به دست می‌آوریم:

نکته برای تعیین آنتالپی **واکنش‌های گازی** با استفاده از آنتالپی پیوندها، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\Delta H_{\text{واکنش}}=\left[\begin{matrix}\text{مجموع آنتالپی پیوندها}\\ \text{در مواد واکنش‌دهنده}\end{matrix}\right]-\left[\begin{matrix}\text{مجموع آنتالپی پیوندها}\\ \text{در مواد فراورده}\end{matrix}\right]$$

$$2N=O + 2H-\overset{H}{\overset{|}{}}\rightarrow N\equiv N + 2\ O-H$$

$$\Delta H=[2\Delta H(N=O)+2\Delta H(H-H)]-[4\Delta H(O-H)+\Delta H(N\equiv N)]$$
$$=[(2\times607)+(2\times436)]-[(4\times463)+944]=2086-2796=-710\ kJ$$

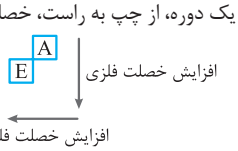
۴۸- گزینه ۲

درس‌نامه

در یک دوره از چپ به راست	در یک گروه از بالا به پایین
شعاع اتمی عنصرها کاهش می‌یابد.	شعاع اتمی عنصرها افزایش می‌یابد.
خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها کاهش می‌یابد.	خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها افزایش می‌یابد.
خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها افزایش می‌یابد.	خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها کاهش می‌یابد.

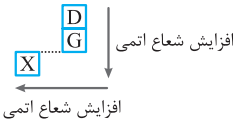
عبارت‌های اول و سوم درست‌اند. بیایید همهٔ عبارت‌ها را بررسی کنیم:

◆ در یک گروه از بالا به پایین، خصلت فلزی افزایش و در یک دوره، از چپ به راست، خصلت فلزی کاهش می‌یابد.



◆ D و G هر دو نافلزند. در نافلزها با افزایش شعاع اتمی، خصلت نافلزی و تمایل به گرفتن الکترون کاهش می‌یابد.

◆ با توجه به روند تغییر شعاع اتمی در جدول دوره‌ای، شعاع اتمی X از شعاع اتمی هر دو عنصر D و G بزرگ‌تر است.



◆ در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد؛ یعنی شعاع اتمی Z از شعاع اتمی X کوچک‌تر است و *همین بس برای نادرستی این عبارت!*

۴۹- گزینه ۱

گام ۱: $Q = mc\Delta\theta \Rightarrow ۲۴/۶ \times ۱۰۰۰ = ۰/۵ \times ۱۰۰۰ \times c \times (۳۹ - ۱۹)$

$$\Rightarrow c = \frac{۲۴/۶}{۰/۵ \times ۲۰} = \frac{۲۴/۶}{۱۰} = ۲/۴۶ \, J.g^{-۱}.{}^{\circ}C^{-۱}$$

گام ۲: معادلهٔ موازنه‌شدهٔ تبدیل $O_۲$ به $O_۳$ به صورت زیر است:

$$۳O_۲(g) \rightarrow ۲O_۳(g) \qquad \Delta H = +۲۹۵ \, kJ$$

روش ۱: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{O_۲} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{x}{۳ \times ۳۲} = \frac{۲۴/۶}{۲۹۵} \Rightarrow x = \frac{۳ \times ۳۲ \times ۲۴/۵}{۲۹۵}$$

$$\xrightarrow{۲۴/۵ \simeq ۲۵ = \frac{۱۰۰}{۴}} \simeq \frac{۳ \times ۳۲ \times \frac{۱۰۰}{۴}}{۲۹۵} = \frac{۳۰۰ \times ۸}{۲۹۵} \xrightarrow{\frac{۳۰۰}{۲۹۵} \simeq ۱} \simeq ۸ \, g O_۲$$

تکنیک محاسباتی: در ابتدای محاسبات عدد ۲۴/۵ را ۲۵ در نظر گرفتیم و با این تقریب، کسر را کمی بزرگ‌تر کردیم. می‌دانیم که کسر $\frac{۳۰۰}{۲۹۵}$ کمی بزرگ‌تر از ۱ است. حالا اگر با تقریب این کسر را ۱ در نظر بگیریم، به جبران تقریب اولیه، کسر را کمی کوچک‌تر کرده‌ایم؛ بنابراین عدد مورد نظر نزدیک ۸ است.

روش ۲: استفاده از کسر تبدیل:

$$۲۴/۶ \, kJ \times \frac{۳ \, mol O_۲}{۲۹۵ \, kJ} \times \frac{۳۲ \, g O_۲}{۱ \, mol O_۲} = \frac{۲۴/۶ \times ۳ \times ۳۲}{۲۹۵} = \frac{۳۰۰ \times ۸}{۲۹۵} \simeq ۸ \, g O_۲$$

($۲۴/۶ \simeq ۲۵ = \frac{۱۰۰}{۴}$، $\frac{۳۲}{۴} = ۸$، $\frac{۳۰۰}{۲۹۵} \simeq ۱$)

تیزبازی برای قسمت اول سؤال، بدون محاسبه هم می‌شد فهمید که مقدار عددی گرمای ویژهٔ اتانول ۲/۴۶ است، نه ۲۴/۶! اگه یادتون باشه در جدول ابتدای فصل ۲ کتاب درسی شیمی ۲، گرمای ویژهٔ برخی مواد خالص آورده شده بود. با توجه به جدول، گرمای ویژهٔ آب ($۴/۲ \, J.g^{-۱}.{}^{\circ}C^{-۱}$) بیشتر از سایر مواد از جمله اتانول بود؛ بنابراین گرمای ویژهٔ اتانول باید کم‌تر از عدد ۴/۲ باشد که می‌شه ۲/۴۶.

گرمای ویژهٔ برخی مواد خالص در ۲۵ °C و ۱ atm

ماده	گرمای ویژه ($J.g^{-۱}.{}^{\circ}C^{-۱}$)	ماده	گرمای ویژه ($J.g^{-۱}.{}^{\circ}C^{-۱}$)
آب	۴/۱۸۴	آلومینیم	۰/۹۰۰
سدیم کلرید	۰/۸۵۰	نقره	۰/۲۳۶
اتانول	۲/۴۳۰	طلا	۰/۱۲۸
کربن دی‌اکسید	۰/۸۴۰	اکسیژن	۰/۹۲۰

۵۰- گزینه ۴

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش‌ها به صورت زیر است:

I) $C_۲H_۵OH(l) + ۳O_۲(g) \rightarrow ۲CO_۲(g) + ۳H_۲O(l)$

II) $Na_۲CO_۳(s) + ۲HCl(aq) \rightarrow ۲NaCl(aq) + CO_۲(g) + H_۲O(l)$

◆ از سوختن یک مول اتانول، ۲ مول گاز $CO_۲$ تولید می‌شود: $۲ \times ۲۲/۴ = ۴۴/۸ \, L$

نکته در حل مسائل بازده درصدی به کمک کسر تناسب، باید این کمیت را به شکل «$\frac{\text{بازده درصدی}}{۱۰۰}$»، حتماً در صورت کسر مربوط به واکنش‌دهنده، ضرب کنیم:

◆ برای واکنش دوم داریم: $۲HCl \sim H_۲O$

$$\frac{\text{بازده درصدی}}{۱۰۰} \times \text{مول} \over \text{ضریب} \times ۱ \Big)_{HCl} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{H_۲O} \Rightarrow \frac{۷/۵ \times \frac{x}{۱۰۰}}{۲ \times ۱} = \frac{۶۰/۷۵}{۱ \times ۱۸}$$

$$x = \frac{۱۰۰ \times ۶۰/۷۵}{۷/۵ \times ۹} = \frac{۶۰/۷۵}{۷/۵ \times ۹} = ۹۰$$

◆ جرم $C_۲H_۵OH$ و $Na_۲CO_۳$ (واکنش‌دهنده‌های کربن‌دار) در دو واکنش را m گرم در نظر می‌گیریم:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{Na_۲CO_۳ \text{ و } C_۲H_۵OH \text{ در واکنش (I) و (II)}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}_{CO_۲} \Rightarrow \begin{cases} \text{I)} \ \frac{m}{۱ \times ۴۶}_{C_۲H_۵OH} = \frac{x}{۲}_{CO_۲} \\ \text{II)} \ \frac{m}{۱ \times ۱۰۶}_{Na_۲CO_۳} = \frac{y}{۱}_{CO_۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{\frac{m}{۲۳}}{\frac{m}{۱۰۶}} = \frac{۱۰۶}{۲۳} \simeq ۴/۶$$

نکته در حل مسائل درصد خلوص به کمک کسر تناسب، باید این کمیت را به شکل «$\frac{\text{درصد خلوص}}{۱۰۰}$» در کسر مربوط به مادهٔ مورد نظر ضرب کنیم.

◆ برای واکنش دوم داریم:

$$\frac{\text{درصد خلوص}}{۱۰۰} \times \text{جرم ناخالص} \over \text{جرم مولی} \times \text{ضریب}_{Na_۲CO_۳} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}_{NaCl} \Rightarrow \frac{۱۰۰ \times \frac{x}{۱۰۰}}{۱ \times ۱۰۶} = \frac{۱/۵}{۲ \times ۱}$$

$$\Rightarrow x = \frac{۱۰۶ \times ۱/۵}{۲} = ۵۳(۱ + ۰/۵) = ۵۳ + ۲۶/۵ = ۷۹/۵$$

مشاوره این سؤال چندموردی که همهٔ موارد آن نیاز به محاسبات استوکیومتری دارد، بسیار وقت‌گیر است. حتماً سر جلسهٔ کنکور، این سؤال و سؤال‌های مشابه وقت‌گیر رو توی دور اول، حل نکن و بذارش برای دور آخر، اگه زمان داشتی.

۵۱- گزینه ۱

استراتژی اول به کمک سرعت مصرف $KClO_۳$ و مقدار مول مصرفی اون، زمان لازم برای مصرف کامل این ماده رو به دست بیار. بعد به کمک معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش ببین به ازای مصرف ۱ مول $KClO_۳$ چند مول $O_۲$ تولید می‌شه. با داشتن مول $O_۲$ تولیدی و حجم ظرف، غلظت نهایی $O_۲$ رو به دست بیار و ببین تو کدوم نمودار، غلظت پایانی $O_۲$ برابر این مقدار شده.

برای قسمت اول سؤال، باید ببینیم چند ثانیه طول می‌کشد تا ۱ مول $KClO_۳$ به طور کامل تجزیه شود:

$$۱ \, mol KClO_۳ \times \underbrace{\frac{۱ \, s}{۰/۱ \, mol KClO_۳}}_{\bar{R}_{KClO_۳}} = ۱۰ \, s$$

تا این‌جا ۳ و ۴ پَر!

برای قسمت دوم سؤال، با توجه به معادلهٔ واکنش، به ازای مصرف ۱ مول $KClO_۳$، ۱/۵ مول $O_۲$ تولید می‌شود:

$$۲KClO_۳ \rightarrow ۲KCl + ۳O_۲$$

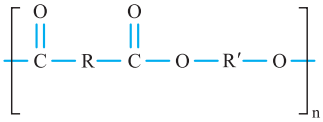
$$۱ \, mol KClO_۳ \times \frac{۳ \, mol O_۲}{۲ \, mol KClO_۳} = ۱/۵ \, mol O_۲$$

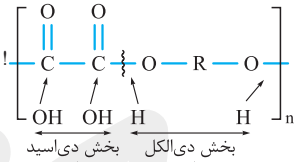
با توجه به این‌که حجم ظرف ۵ لیتر است، غلظت $O_۲$ پس از ۱۰ ثانیه برابر با $\frac{۱/۵}{۵} = ۰/۳$ مول بر لیتر خواهد بود؛ یعنی ۱ و تمام!

۵۲- گزینه ۳

عبارت‌های (ب) و (پ) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) فرمول عمومی پلی‌استرها به صورت  است، نه



دقت کنید که بخش مربوط به دی‌اسید سازندهٔ پلی‌استر در ساختار داده‌شده در سؤال، یک اسید ویژه (اگزالیک اسید $(HO-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH)$) است؛ بنابراین فرمول عمومی برای این بخش نوشته نشده است.

(ب) مونومر سازندهٔ تفلون، C_2F_4 است.



$$\Rightarrow \frac{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی}} = \frac{12}{6} = 2$$

(پ) ناخن و پوست بدن، جزء پلی‌آمیدها با گروه عاملی  هستند.

(ت) با توجه به تمرین‌های دوره‌ای فصل ۳ شیمی یازدهم، میانگین جرم مولی پلی‌اتن به مقدار کاتالیزگرهای مورد استفاده در واکنش پلیمری‌شدن اتن، بستگی دارد.

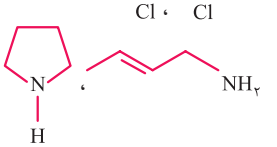
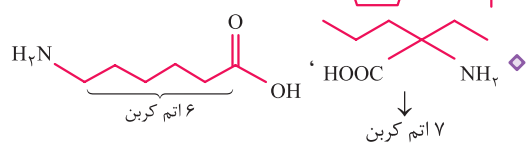
تیزبازی با مشخص‌شدن نادرستی عبارت (آ)، ① و ② پَر! حالا با بررسی عبارت (ب) می‌تونی بین ③ و ④، گزینهٔ صحیح رو پیدا کنی، بدون این‌که نیاز باشد موارد (پ) و (ت) رو بررسی کنی.

۵۳- گزینه ۳

نکته به موادی که فرمول مولکولی یکسان، اما ساختار متفاوتی دارند، **هم‌پار (ایزومر)** می‌گویند.

در همهٔ موارد به‌جز مورد آخر، فرمول مولکولی دو ترکیب داده‌شده، یکسان است و دو ترکیب، ایزومر یا هم‌پار به حساب می‌آیند.

بررسی همه موارد:

-  ⇐ فرمول مولکولی دو ترکیب: C_4H_9Cl
-  ⇐ فرمول مولکولی دو ترکیب: C_4H_9N
-  ⇐ فرمول مولکولی دو ترکیب: C_5H_{10}
-  ⇐ فرمول مولکولی

نکته آلکن‌ها و سیکلوآلکان‌ها فرمول عمومی یکسانی (C_nH_{2n}) دارند؛ بنابراین در شمار اتم‌های کربن یکسان، ایزومر یکدیگرند.

یکسانی نداشته و هم‌پار یکدیگر نیستند.

۵۴- گزینه ۴

استراتژی نمودار داده‌شده، همان نمودار غلظت ـ زمان است که به جای غلظت در اون، از $\log[\text{غلظت}]$ استفاده شده و فقط کافیه بلد باشی با استفاده از قوانین لگاریتم و بعضی لگاریتم‌های خاص، $\log[A]$ رو به $[A]$ تبدیل کنی. اول باید سرعت متوسط مصرف مادهٔ A رو در دو بازهٔ زمانی خواسته‌شده به دست بیاری. بعد با توجه به ضریب استوکیومتری A در معادلهٔ واکنش و سرعت مصرف A در بازهٔ $0-20\,s$، سرعت واکنش رو در این بازه حساب کنی و نهایتاً نسبت سرعت‌های خواسته‌شده رو به دست بیاری و تمام!

درس‌نامه از نوع ریاضی: تابع لگاریتم و تابع نمایی به صورت زیر با یکدیگر در ارتباط‌اند.

$$\log_a x = b \Leftrightarrow a^b = x$$

(تابع لگاریتم) (تابع نمایی)

می‌دانید که اگر لگاریتم در مبنا یا پایهٔ ۱۰ $(a=10)$ باشد، پایهٔ لگاریتم نوشته نمی‌شود:

مثال: $\log 100 = \log_{10} 100 = 2 \Leftrightarrow$ تابع نمایی: $10^2 = 100$

توصیهٔ ایمنی: با توجه به فصل ۱ شیمی ۳ دانستن لگاریتم ۲، ۳، ۵ و ۷ برای شما لازم و ضروری است:

- $\log 2 = 0/3 \Leftrightarrow 10^{0/3} = 2$
- $\log 3 \simeq 0/48 \Leftrightarrow 10^{0/48} = 3$
- $\log 5 \simeq 0/7 \Leftrightarrow 10^{0/7} = 5$
- $\log 7 \simeq 0/85 \Leftrightarrow 10^{0/85} = 7$

در ۲۰ ثانیهٔ آغازی، لگاریتم غلظت A، از ۰/۸۵ به ۰/۳ تغییر کرده است.

$$\log[A] = 0/85 \Rightarrow [A] = 10^{0/85} \xrightarrow[10^{0/85}=7]{\log 7 = 0/85} = 7$$

$$\log[A] = 0/3 \Rightarrow [A] = 10^{0/3} \xrightarrow[10^{0/3}=2]{\log 2 = 0/3} = 2$$

$$\bar{R}(A)\Big|_{t=0}^{t=20\,s} = -\frac{(2-7)\,mol.L^{-1}}{20\,s} = 0/25\ mol.L^{-1}.s^{-1}$$

نکته سرعت متوسط واکنش از تقسیم سرعت متوسط تولید یا مصرف یک مادهٔ شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن در معادلهٔ موازنه‌شده، به دست می‌آید.

$$aA + bB \rightarrow cC + dD$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d}$$

$$= \frac{-\Delta n_A}{a\Delta t} = \frac{-\Delta n_B}{b\Delta t} = \frac{\Delta n_C}{c\Delta t} = = \frac{\Delta n_D}{d\Delta t}$$

با توجه به نکتهٔ گفته‌شده داریم:

$$\Rightarrow \bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(A)}{2} = \frac{0/25}{2}\ mol.L^{-1}.s^{-1}$$

در بازهٔ ۱۳ تا ۲۰ ثانیه، لگاریتم غلظت A از ۰/۴۸ به ۰/۳ رسیده است:

$$\log[A] = 0/48 \Rightarrow [A] = 10^{0/48} \xrightarrow[10^{0/48}=3]{\log 3 = 0/48} = 3$$

$$\log[A] = 0/3 \Rightarrow [A] = 10^{0/3} \xrightarrow[10^{0/3}=2]{\log 2 = 0/3} = 2$$

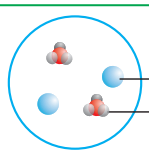
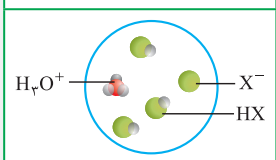
$$\bar{R}(A)\Big|_{t=13\,s}^{t=20\,s} = -\frac{2-3}{7\,s} = \frac{1}{7}\ mol.L^{-1}.s^{-1}$$

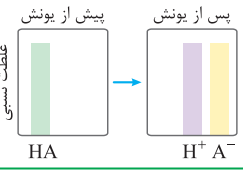
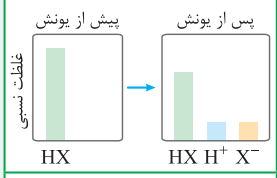
و در آخر، خواستهٔ سؤال:

$$\frac{\bar{R}(\text{واکنش})\Big|_{t=0}^{t=20\,s}}{\bar{R}(A)\Big|_{t=13\,s}^{t=20\,s}} = \frac{\frac{0/25}{2}}{\frac{1}{7}} = \frac{7\times 0/25}{2} = 0/875$$

۵۵- گزینه ۴

درس‌نامه مقایسهٔ اسید قوی و ضعیف:

اسید	قوی (HA)	ضعیف (HX)
میزان یونش در آب	تقریباً به طور کامل یونش می‌یابد $(\alpha \simeq 1)$.	به طور جزئی یونش می‌یابد $(\alpha < 1)$.
گونه‌های موجود در محلول آبی	فقط یون‌های آبپوشیده	یون‌های آبپوشیده و مولکول‌های اسید یونیده‌نشده
نمای ذره‌ای محلول آبی		

اسید	قوی (HA)	ضعیف (HX)
نمودار یونش		
رسانایی الکتریکی محلول آبی	رسانای قوی (لامپ کاملاً روشن در مدار الکتریکی)	رسانای ضعیف (لامپ نیمه‌روشن در مدار الکتریکی)
ثابت یونش	بسیار بزرگ[1] H_2SO_4 ، HCl ، HI ، HBr ، HNO_3	یک عدد مشخص $HF > HNO_2 > HCOOH > CH_3COOH > H_2CO_3$[2] $> HCN$
سرعت واکنش با یک فلز در شرایط یکسان	سریع‌تر	آهسته‌تر
خاصیت اسیدی محلول و غلظت یون هیدرونیوم در محلول در غلظت اولیهٔ یکسان	بیشتر	کم‌تر
pH در غلظت اولیهٔ یکسان	کم‌تر	بیشتر
غلظت اولیهٔ اسید در pH و دمای یکسان	کم‌تر	بیشتر

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: ◇ می‌دانیم که HCl یک اسید قوی و HF یک اسید ضعیف است؛ بنابراین برای این‌که pH دو محلول با هم برابر باشد، باید غلظت مولی محلول HCl کم‌تر از محلول HF باشد. با توجه به یکسان‌بودن حجم محلول‌ها نتیجه می‌گیریم که شمار مول‌های HCl اولیه باید کم‌تر از شمار مول‌های HF اولیه باشد.

◇ HCl برخلاف HF به طور کامل در آب یونیده می‌شود و در محلول آن، خبری از مولکول نیست.

◇ با توجه به برابربودن pH محلول‌ها، غلظت H^+ و در نتیجه غلظت آنیون حاصل از یونش اسیدها با هم برابر است. به دلیل برابربودن غلظت یون‌ها در دو محلول، رسانایی الکتریکی آن‌ها نیز با هم برابر است.

◇ گفتیم که غلظت یون‌ها در دو محلول با هم برابر است. از طرفی در محلول HCl (I)، برخلاف محلول HF (II)، مولکول اسید اولیه وجود ندارد؛ بنابراین مجموع شمار گونه‌ها در محلول (I) کم‌تر است.

۵۶- گزینه ۲

درس‌نامه a) می‌توانید برای تعیین تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در یک ترکیب آلی و تعداد پیوندهای اشتراکی در آن، از فرمول‌های زیر نیز استفاده کنید:

۱ تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیب آلی با n اتم کربن

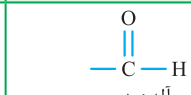
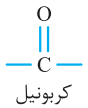
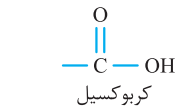
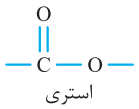
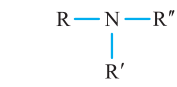
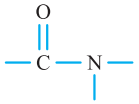
$$\text{تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیبی با } n \text{ کربن} = (\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه} \times 4) - (\text{تعداد پیوندهای دوگانه و حلقه‌ها} \times 2) - (2n+2)$$

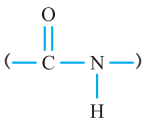
۲ تعداد پیوندهای اشتراکی در یک ترکیب آلی

$$\text{تعداد پیوند اشتراکی} = \frac{(\text{تعداد اتم‌های N} \times 3) + (\text{تعداد اتم‌های O} \times 2) + (\text{تعداد اتم‌های H} \times 1) + (\text{تعداد اتم‌های C} \times 4)}{2} - (\text{تعداد اتم‌های هالوژن} \times 1) + (\text{تعداد اتم‌های نیتروژن})$$

۱- و ۲- البته H_2SO_4 و H_2CO_3 جزء اسیدهای دوپروتون‌دار هستند و فقط مرحلهٔ اول یونش H_2SO_4، ثابت یونش بزرگی دارد.

b) همهٔ گروه‌های عاملی که در کتاب درسی شیمی ۲ می‌خونین! رو در جدول زیر براتون آوردیم:

نام خانواده	فرمول ساختاری و نام گروه عاملی	نام خانواده	فرمول ساختاری و نام گروه عاملی
۱) آلدهیدها	 آلدهیدی	۲) کتون‌ها	 کربونیل
۳) الکل‌ها	 هیدروکسیل	۴) اترها	 اتری
۵) کربوکسیلیک اسیدها	 کربوکسیل	۶) استرها	 استری
۷) آمین‌ها	 آمینی، حداقل یکی از گروه‌های R، R′ و R″ گروه هیدروکربنی‌اند.	۸) آمیدها	 آمیدی

ترکیب داده‌شده دارای گروه عاملی هیدروکسیل (OH) و گروه عاملی آمیدی () است. البته در این ترکیب، گروه عاملی آمینی () هم وجود دارد. در واحد تکرارشوندهٔ پلی‌آمیدها، گروه عاملی آمیدی وجود دارد؛ بنابراین درست‌ترین گزینه، ۲ است.

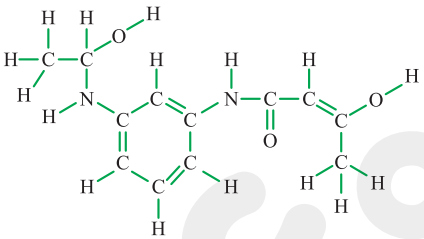
بررسی سایر گزینه‌ها: ۱ ترکیب داده‌شده، دارای ۱۲ اتم کربن و ۳ اتم اکسیژن است:

$$\frac{\text{شمار اتم‌های کربن}}{\text{شمار اتم‌های اکسیژن}} = \frac{12}{3} = 4$$

۳ **روش** شمارش تعداد پیوندها از روی ساختار:

در ترکیب داده‌شده، ۲۸ پیوند یگانه و ۵ پیوند دوگانه وجود دارد:

$$\frac{28}{5} = 5/6$$



روش استفاده از فرمول: ابتدا باید فرمول مولکولی ترکیب را به دست آوریم:

$$\text{شمار اتم‌های هیدروژن ترکیب} = (2n+2) - (\text{مجموع تعداد پیوند دوگانه و حلقه‌ها} \times 2) + (\text{تعداد اتم‌های نیتروژن} \times 1)$$

$$n = 12 \text{ (شمار اتم‌های کربن ترکیب)} \Rightarrow [2(12)+2] - (2\times6) + (2\times1) = 16$$

البته از روی شکل هم می‌تونید شمار اتم‌های H رو بشمارید؛ بنابراین فرمول ترکیب داده‌شده، $C_{12}H_{16}O_2N_2$ است.

$$\text{شمار کل پیوندهای کووالانسی در ترکیب} = \frac{\overbrace{(12\times4)}^{C} + \overbrace{(16\times1)}^{H} + \overbrace{(3\times2)}^{O} + \overbrace{(2\times3)}^{N}}{2} = \frac{76}{2} = 38$$

از ۳۸ پیوند کووالانسی، ۱۰تای آن‌ها به صورت ۵ پیوند دوگانه و بقیه $28 = 10 - 38$، به صورت پیوند یگانه هستند.

$$\frac{\text{شمار پیوندهای یگانه}}{\text{شمار پیوندهای دوگانه}} = \frac{28}{5} = 5/6$$

۴ هر اتم نیتروژن دارای یک جفت‌الکترون ناپیوندی و هر اتم اکسیژن دارای ۲ جفت‌الکترون ناپیوندی است:

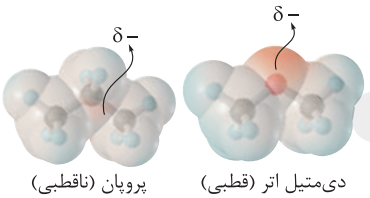
$$\text{شمار کل جفت‌الکترون‌های ناپیوندی} = \underbrace{(3\times2)}_{O} + \underbrace{(2\times1)}_{N} = 8$$

$$\frac{\text{شمار اتم‌های هیدروژن}}{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{16}{8} = 2$$

۵۷- گزینه ۱

پروپان (C_3H_8) ناقطبی و دی‌متیل اتر (CH_3OCH_3) قطبی است. با توجه به این‌که جرم مولی این دو مولکول به هم نزدیک است، مادهٔ قطبی یعنی دی‌متیل اتر نقطهٔ جوش بالاتری دارد. هرچه نقطهٔ جوش ماده‌ای بالاتر باشد، در شرایط یکسان، آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود؛ بنابراین دی‌متیل اتر، آسان‌تر و پروپان، دشوارتر به مایع تبدیل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها: (۲) از آن‌جا که خاصیت نافلزی O از C و خصلت نافلزی C از H بیشتر است، در دی‌متیل اتر، اتم مرکزی (O) بار جزئی منفی و در پروپان هم، اتم مرکزی (کربن وسطی) نسبت به H های متصل به آن، بار جزئی منفی دارد.



دی‌متیل اتر (قطبی) پروپان (ناقطبی)

(۳) نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی، تراکم بار الکتریکی روی اتم‌های سازندهٔ یک گونه را نشان می‌دهد. دی‌متیل اتر، قطبی و پروپان، ناقطبی است؛ یعنی توزیع بار الکتریکی در مولکول دی‌متیل اتر متقارن نبوده، ولی در پروپان متقارن است؛ بنابراین نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی آن‌ها متفاوت است. (۴) پروپان، ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

۵۸- گزینه ۴

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

ابتدا باید غلظت مولی محلول حاصل را حساب کنیم و بعد *بریم سراغ عبارت‌ها:*

$$\text{مول KOH} = ۰/۷\,g \times \frac{۱\,mol}{۵۶\,g} = \frac{۱}{۸۰}\,mol = ۱/۲۵ \times ۱۰^{-۲}\,mol$$

$$[KOH] = \frac{۱/۲۵ \times ۱۰^{-۲}\,mol}{۱۲۵ \times ۱۰^{-۳}\,L} = ۰/۱\,mol.L^{-۱}$$

◇ در ۲۵۰ میلی‌لیتر از محلول مورد نظر، $۰/۲۵ \times ۰/۱ = ۲/۵ \times ۱۰^{-۲}$ مول KOH وجود دارد. از طرفی هر مول KOH با ۱ مول HCl به طور کامل خنثی می‌شود؛ پس این عبارت *درسته!*

◇ در محلول باز قوی KOH، غلظت OH^- با غلظت محلول برابر است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$[OH^-] = M.n.\alpha \xrightarrow[n=۱ \text{ و } \alpha=۱]{\text{KOH در}} [OH^-] = M = ۱۰^{-۱}$$

$$\frac{[OH^-]}{[H^+]} = \frac{۱۰^{-۱}}{\frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۰^{-۱}}} = \frac{۱۰^{-۲}}{۱۰^{-۱۴}} = ۱۰^{۱۲}$$

◇ به ازای هر مول KOH، ۲ مول یون (۱ مول K^+ و ۱ مول OH^-) در آب ایجاد می‌شود:

$$KOH \rightarrow K^+(aq) + OH^-(aq)$$

$$\frac{۵۰}{۱۰۰۰}\,L_{\text{محلول}} \times \frac{۰/۱\,mol\,KOH}{۱\,L_{\text{محلول}}} \times \frac{۲\,mol_{\text{یون}}}{۱\,mol\,KOH} = ۰/۰۱\,mol_{\text{یون}}$$

◇ با اضافه‌کردن ۱/۴ گرم پتاسیم هیدروکسید به محلول، مول KOH سه برابر می‌شود (زیرا جرم آن از ۰/۷ به ۲/۱ گرم می‌رسد). با توجه به این‌که هر مول KOH، ۱ مول OH^- ایجاد می‌کند، می‌توان گفت مول OH^- و در نتیجه غلظت مولی آن سه برابر خواهد شد (حجم ثابت بوده!).

مشاوره این سؤال چندموردی که همهٔ موارد آن نیاز به محاسبه دارد، کمی وقت‌گیر است؛ بنابراین توصیه می‌کنیم که سر جلسهٔ کنکور، این سؤال *رو توی دور اول هل نکنی و بذاریش برای دور بعد.*

۵۹- گزینه ۱

نکته در اسیدهای ضعیف (HA)، یونش اسید به صورت کامل انجام نمی‌شود و غلظت یون‌های حاصل از یونش اسید (A^- و H^+) از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + A^-(aq)$$

$$[A^-] = [H^+] = \underbrace{M.\alpha}_{\text{غلظت اولیهٔ اسید (پیش از یونش)}} \rightarrow \text{درجهٔ یونش} = \frac{\text{درصد یونش}}{۱۰۰}$$

قسمت اول:

$$pH(HA) = pH(HD) \Rightarrow [H^+](HA) = [H^+](HD)$$

$$\xrightarrow{[H^+]=M\alpha} [HA]_{\text{اولیه}} \times \frac{۱۲}{۱۰۰} = [HD]_{\text{اولیه}} \times \frac{۲/۵}{۱۰۰} \Rightarrow \frac{[HD]_{\text{اولیه}}}{[HA]_{\text{اولیه}}} = \frac{۱۲}{۲/۵}$$

$$\xrightarrow{\times \frac{۴}{۴}} = \frac{۴۸}{۱۰} = ۴/۸$$

$$[HA]_{\text{اولیه}} = M = ۰/۰۰۵$$

قسمت دوم:

$$\xrightarrow{[H^+]=M\alpha} [H^+] = ۰/۰۰۵ \times \frac{۱۲}{۱۰۰} = ۶ \times ۱۰^{-۴}\ mol.L^{-۱}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log(۶ \times ۱۰^{-۴}) = ۴ - \log ۶ = ۴ - (\log ۲ + \log ۳)$$

$$= ۴ - (۰/۳ + ۰/۴۸) = ۴ - ۰/۷۸ = ۳/۲۲$$

۶۰- گزینه ۴

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: ◇ در فرایند هال (فرایند برقکافت Al_2O_3 مذاب در سلول الکترولیتی برای تولید فلز آلومینیم) گاز گلخانه‌ای CO_2 نیز تولید می‌شود:

واکنش کلی فرایند هال: $2Al_2O_3 + 3C \rightarrow 4Al + 3CO_2$

◇ *مگه شک دارین؟!*

◇ بله! مثلاً در سلول هال، کاتد و آند، هر دو از جنس گرافیت هستند.

◇ قوی‌ترین عنصرهای اکسنده (عنصرهایی که تمایل به گرفتن الکترون و کاهش‌یافتن دارند)، نافلزهایی مانند فلوئور و اکسیژن هستند که در سمت راست جدول تناوبی، *یا فوش کرده‌اند!*

◇ تولید فلز آلومینیم در سلول هال و تولید گاز هیدروژن در برقکافت آب، نمونه‌هایی از کاربردهای برقکافت است.

نکته فرایند هال (فرایند برقکافت Al_2O_3 مذاب به منظور تولید فلز Al) و فرایند برقکافت آب (به منظور تولید گازهای O_2 و H_2) به صورت زیر هستند:

واکنش کلی فرایند هال: $2Al_2O_3 + 3C \rightarrow 4Al + 3CO_2$

(برقکافت Al_2O_3 مذاب)

برقکافت آب:

نیم‌واکنش کاهش در کاتد (قطب منفی): $4H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 2H_2(g) + 4OH^-(aq)$

نیم‌واکنش اکسایش در آند (قطب مثبت): $2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^-$

واکنش کلی: $2H_2O(l) \rightarrow 2H_2(g) + O_2(g)$

۶۱- گزینه ۳

عبارت‌های اول تا سوم درست‌اند.

◇ سوزاندن گاز هیدروژن در موتور درون‌سوز، بازدهی نزدیک به ۲۰ درصد دارد، در حالی که اکسایش آن در سلول سوختی، بازده را تا سه برابر (یعنی حدود ۶۰ درصد) افزایش می‌دهد.

◇ در سلول‌های گالوانی، واکنش‌ها به طور خودبه‌خودی انجام می‌شوند و در آن‌ها، فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها پایدارترند.

◇

نکته

در سلول گالوانی

الکترود با E° کوچک‌تر	الکترود با E° بزرگ‌تر
آند (قطب منفی) سلول	کاتد (قطب مثبت) سلول
در آن، فرایند اکسایش انجام می‌شود.	در آن، فرایند کاهش انجام می‌شود.

با توجه به E°های داده‌شده، E° فلز منگنز کم‌تر از پلاتین است و نقش آند را دارد؛ بنابراین در آن اکسایش انجام می‌گیرد.

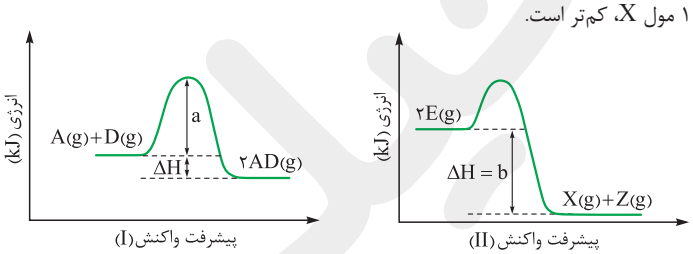
تله تو نگاه اول و خوانش سریع، عبارت چهارم این تست درسته ولی این عبارت رو باید تو ذهنت تحلیل کنی.

◆ اتم فلزهایی که در واکنش‌های اکسایش ـ کاهش شرکت می‌کنند، همواره اکسایش می‌یابند، اما یون‌های فلزی شرکت‌کننده در این‌گونه واکنش‌ها لزوماً کاهش نمی‌یابند؛ مثلاً در فرایند زنگ‌زدن آهن طی واکنش: $4Fe(OH)_2(s)+O_2(g)+2H_2O(l) \rightarrow 4Fe(OH)_3(s)$ یون‌های Fe^{2+} به Fe^{3+} اکسایش می‌یابند.

مشاوره ساده‌ترین راه برای بررسی درستی یا نادرستی عبارت‌های دانشی و تحلیلی، مانند عبارت چهارم این سؤال، *اینه که تو ذهنتون چندتا مثال رو چک کنید و ببینید مورد نقضی براش پیدا می‌کنید، یا نه!*

۶۲- گزینه ۴

با توجه به نمودارهای داده‌شده، مقدار $|\Delta H|$ واکنش (I)، یعنی گرمای آزادشده به ازای تشکیل ۲ مول AD، از مقدار $|\Delta H|$ واکنش (II)، یعنی گرمای آزادشده به ازای تشکیل ۱ مول X، کم‌تر است.



بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) انرژی فعال‌سازی واکنش (I) برابر با a و انرژی فعال‌سازی واکنش (II) کم‌تر از a است؛ بنابراین با تأمین a kJ انرژی، هر دو واکنش انجام می‌شوند.

۲) به ازای مصرف ۲ مول E، b کیلوژول گرما آزاد می‌شود؛ بنابراین به ازای مصرف ۱ مول از آن، $\frac{b}{2}$ کیلوژول گرما آزاد می‌شود. ۳) *درسته!* زیرا اختلاف سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها در واکنش (II) بیشتر است.

۶۳- گزینه ۲

نکته مهم‌ترین کاتیون‌ها و آنیون‌هایی که باید بلد باشین، در جدول زیر آمده است:

نام کاتیون	فرمول کاتیون
لیتیم، سدیم، پتاسیم، روبیدیم، سزیم (کاتیون‌های گروه ۱)	Li^+، Na^+، K^+، Rb^+ و Cs^+
منیزم، کلسیم، استرانسیم، باریم (کاتیون‌های گروه ۲)	Mg^{2+}، Ca^{2+}، Sr^{2+}، Ba^{2+}
آلومینیم و گالیم (کاتیون‌های گروه ۱۳)	Al^{3+} و Ga^{3+}
روی، کادمیم، اسکاندیم و نقره (کاتیون فلزهای واسطهٔ تک‌ظرفیتی)	Zn^{2+}، Cd^{2+}، Sc^{3+}، Ag^+
آهن، کروم و وانادیم (II) و (III) و مس (I) و (II) (کاتیون فلزهای واسطهٔ چندظرفیتی)	Fe^{2+} و Fe^{3+} / Cr^{2+} و Cr^{3+} / V^{2+} و V^{3+} / Cu^+ و Cu^{2+}
آمونیوم	NH_4^+

نام آنیون	فرمول آنیون
فلوئورید، کلرید، برمید و یدید (هالیدها)	F^- و Cl^-، Br^-، I^-
اکسید، سولفید	O^{2-} و S^{2-}
نیترید، فسفید	N^{3-} و P^{3-}
نیترات، هیدروکسید، سیانید، پرمنگنات، استات (اتانوات)، هیدروژن کربنات (آنیون‌های چندتاتمی با بار ۱−)	NO_3^-، OH^-، CN^-، MnO_4^-، CH_3COO^- و HCO_3^-
کربنات، سولفات (آنیون‌های چندتاتمی با بار ۲−)	CO_3^{2-} و SO_4^{2-}
فسفات	PO_4^{3-}
سیلیکات	SiO_4^{4-}

نسبت شمار آنیون به کاتیون (همان نسبت بار کاتیون به بار آنیون) در کروم (III) سولفید (Cr_2S_3) برابر با $\frac{3}{2}$ است.

◆ کلسیم فسفات: $Ca_3(PO_4)_2$ ◆ اسکاندیم اکسید: Sc_2O_3 ✓

◆ آلومینیم سولفات: $Al_2(SO_4)_3$ ✓ ◆ گالیم کربنات: $Ga_2(CO_3)_3$ ✓

◆ روی سیلیکات: $Zn^{2+}SiO_4^{4-} \Rightarrow Zn_2SiO_4$ ◆ آهن (III) نیترات: $Fe(NO_3)_3$

۶۴- گزینه ۱

گام ابتدا به کمک شکل (آ)، ثابت تعادل واکنش را حساب می‌کنیم.

توجه: با توجه به این‌که شمار مول‌های گازی در دو سمت معادلهٔ واکنش برابر است، می‌توانیم حجم ظرف را در محاسبات وارد نکنیم: $X_2 + Y_2 \rightleftharpoons 2Z$

$$K = \frac{[Z]^2}{[X_2][Y_2]} = \frac{(4\times 0/1)^2}{(2\times 0/1)(2\times 0/1)} = \frac{4^2}{2\times 2} = 4$$

گام اگر بخواهیم سؤال را به صورت تشریحی حل کنیم، باید *این‌طوری* بنویسیم: در شکل (ب)، ۰/۳ مول X_2 و ۰/۶ مول Y_2 در ظرف واکنش وجود دارد:

	X_2	+	Y_2	$\rightleftharpoons$	$2Z$
	$0/3-x$		$0/6-x$		$2x$

$$K = \frac{(2x)^2}{(0/3-x)(0/6-x)} = 4 \Rightarrow \frac{4x^2}{0/18-0/9x+x^2} = 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 0/9x + 0/18 = x^2 \Rightarrow 0/9x = 0/18 \Rightarrow x = 0/2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X_2 \text{ مول تعادلی} = 0/3-0/2 = 0/1 \\ Y_2 \text{ مول تعادلی} = 0/6-0/2 = 0/4 \\ Z \text{ مول تعادلی} = 2(0/2) = 0/4 \end{cases}$$

تیزبازی می‌تونیم بعد از محاسبهٔ ثابت تعادل واکنش، عددهای داده‌شده در گزینه‌ها رو در رابطهٔ ثابت تعادل قرار بدیم و ببینیم با کدوم اعداد، به عدد ثابت تعادل (یعنی ۴) می‌رسیم:

۱) $K = \frac{(0/4)^2}{0/4\times 0/1} = 4$ ✓ ۲) $K = \frac{(0/1)^2}{0/4\times 0/1} = 0/25$

۳) $K = \frac{(0/3)^2}{0/3\times 0/2} = 1/5$ ۴) $K = \frac{(0/2)^2}{0/3\times 0/2} = \frac{2}{3}$

۶۵- گزینه ۱

ترفتالیک اسید (HOOC—C$_6$H$_4$—COOH)، دی‌اسید سازندهٔ PET است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) ترفتالیک اسید، برخلاف پارازایلن ($H_3C-C_6H_4-CH_3$)، قطبی است و انحلال‌پذیری بیشتری در آب دارد.

توجه: پارازایلن یک هیدروکربن آروماتیک است. هیدروکربن‌ها، مولکول‌های ناقطبی دارند.

۳) اتیلن گلیکول ($CH_2(OH)-CH_2(OH)$) در نفت خام وجود ندارد. *به همین دلیله* که از اکسایش اتن برای تولید آن استفاده می‌شود.

۴) زنجیرهٔ مولکولی پلی‌پروپن برخلاف پلی‌اتن بدون شاخه (پلی‌اتن سنگین)، شاخه‌دار است:

پلی‌اتن: $-(CH_2-CH_2)_n-$

پلی‌پروپن: $-(CH_2-CH(CH_3))_n-$

ریاضیات

۶۶- گزینه ۴

استراتژی ابتدا با تغییر متغیر $x^۲ = t$، جواب‌های معادله را به دست آورید. ریشه‌های این معادله قرینهٔ یکدیگرند، پس $S = ۰$ می‌شود و کافی است P را محاسبه کنید.

درس‌نامه برخی از معادلات را می‌توانیم با تغییر متغیر مناسب به معادلهٔ درجه۲ تبدیل کنیم، برای مثال:

$$x^۴ - ۵x^۲ + ۴ = ۰ \xrightarrow{x^۲=t} t^۲ - ۵t + ۴ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۱ \\ t = ۴ \end{cases}$$

حالا به جای t، $x^۲$ قرار می‌دهیم تا جواب‌های معادله به دست آیند:

$$\begin{cases} x^۲ = ۱ \Rightarrow x = \pm ۱ \\ x^۲ = ۴ \Rightarrow x = \pm ۲ \end{cases}$$

گام از تغییر متغیر $x^۲ = t$ استفاده می‌کنیم و ریشه‌های معادله را به دست می‌آوریم:

$$x^۴ - ۷x^۲ - ۵ = ۰ \xrightarrow{x^۲=t} t^۲ - ۷t - ۵ = ۰ \xrightarrow{\Delta = ۴۹ + ۲۰ = ۶۹} \begin{cases} t_۱ = \dfrac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲} \\ t_۲ = \dfrac{۷ - \sqrt{۶۹}}{۲} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{t=x^۲} \begin{cases} x^۲ = \dfrac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\dfrac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}} \\ x^۲ = \dfrac{۷ - \sqrt{۶۹}}{۲} \text{ غ ق ق؛ چون } x^۲ \text{ نمی‌تواند عددی منفی باشد.} \end{cases}$$

گام ریشه‌های این معادله قرینهٔ یکدیگرند، پس $S = ۰$ می‌شود؛ ببینید:

$$S = x_۱ + x_۲ = \sqrt{\frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}} + (-\sqrt{\frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}}) = ۰$$

حالا حاصل‌ضرب ریشه‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$P = x_۱ x_۲ = \sqrt{\frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}} \times (-\sqrt{\frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}}) = -\frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲}$$

گام در آخر، خواستهٔ سؤال را محاسبه می‌کنیم:

$$۲P^۲ - \underbrace{۳SP}_{۰} + \underbrace{۲S}_{۰} = ۲P^۲ = ۲ \times (-\frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲})^۲ = \not{۲} \times \frac{۴۹ + ۶۹ + ۱۴\sqrt{۶۹}}{\not{۴}_{۲}}$$

$$= \frac{۱۱۸ + ۱۴\sqrt{۶۹}}{۲} = ۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}$$

۶۷- گزینه ۴

استراتژی ابتدا اعداد ۱۴۷ و ۱۳۲۳ را برحسب ۳ و ۲۱ بنویسید، سپس با استفاده از قوانین لگاریتم و اتحاد مزدوج جواب به دست می‌آید.

درس‌نامه برخی قوانین لگاریتم را در زیر می‌بینید:

الف) $\log_c ab = \log_c a + \log_c b$

ب) $\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$

پ) $\log_{b^n} a^m = \frac{m}{n} \log_b a$

گام اعداد ۱۴۷ و ۱۳۲۳ را برحسب ۳ و ۲۱ می‌نویسیم:

$$۱۴۷ = ۳ \times ۷^۲ = \frac{۳^۲ \times ۷^۲}{۳} = \frac{۲۱^۲}{۳}$$

$$۱۳۲۳ = ۳^۳ \times ۷^۲ = ۳ \times ۳^۲ \times ۷^۲ = ۳ \times ۲۱^۲$$

گام حالا با جای‌گذاری در عبارت اصلی داریم:

$$(\log_{۲۱} ۳)^۲ + \log_{۲۱} \frac{۲۱^۲}{۳} \times \log_{۲۱} (۲۱^۲ \times ۳)$$

لگاریتم‌های دومی و سومی را به ترتیب با قواعد (ب) و (الف) درس‌نامه ساده می‌کنیم:

$$(\log_{۲۱} ۳)^۲ + (\log_{۲۱} ۲۱^۲ - \log_{۲۱} ۳)(\log_{۲۱} ۲۱^۲ + \log_{۲۱} ۳)$$

$$= (\log_{۲۱} ۳)^۲ + \underbrace{(۲ - \log_{۲۱} ۳)(۲ + \log_{۲۱} ۳)}_{\text{مزدوج}} = (\log_{۲۱} ۳)^۲ + ۲^۲ - (\log_{۲۱} ۳)^۲ = ۴$$

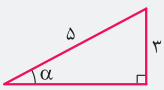
۶۸- گزینه ۲

استراتژی ابتدا با استفاده از $\tan(\frac{\alpha}{۲}) = \frac{۱}{۴}$، حاصل $\tan\alpha$ را محاسبه کنید و سپس با روش رسم مثلث قائم‌الزاویه برای به دست آوردن نسبت‌های مثلثاتی، حاصل $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ را هم به دست آورید.

درس‌نامه ۱

$$\tan ۲\alpha = \frac{۲\tan\alpha}{۱ - \tan^۲\alpha}$$

۲ وقتی یکی از نسبت‌های مثلثاتی (فرقی ندارد کدام) را داشته باشیم، می‌توانیم با رسم یک مثلث قائم‌الزاویه و استفاده از فیثاغورس، مابقی نسبت‌ها را هم به دست بیاوریم، برای مثال اگر $\sin\alpha = \frac{۳}{۵}$ باشد، ضلع مقابل به زاویهٔ α را برابر ۳ و وتر را برابر ۵ در نظر می‌گیریم. به کمک فیثاغورس، ضلع سوم را هم حساب می‌کنیم و نسبت‌ها را می‌نویسیم:



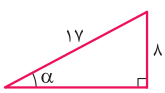
$$\Rightarrow \begin{cases} \cos\alpha = \dfrac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \dfrac{۴}{۵} \\ \tan\alpha = \dfrac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \dfrac{۳}{۴} \\ \cot\alpha = \dfrac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = \dfrac{۴}{۳} \end{cases}$$

البته این روش، علامت نسبت‌ها را به ما نمی‌دهد و علامت را با توجه به محدودهٔ کمان باید خودمان پیدا کنیم.

گام با استفاده از مورد (۱) درس‌نامه، $\tan\alpha$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\tan\alpha = \frac{۲\tan\frac{\alpha}{۲}}{۱ - \tan^۲\frac{\alpha}{۲}} = \frac{۲ \times \frac{۱}{۴}}{۱ - (\frac{۱}{۴})^۲} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱۵}{۱۶}} = \frac{۸}{۱۵}$$

گام حالا که مقدار $\tan\alpha$ را داریم، می‌توانیم با رسم مثلث قائم‌الزاویه (مورد (۲) درس‌نامه)، بقیهٔ نسبت‌های مثلثاتی را هم به دست بیاوریم. چون $\tan\alpha = \frac{۸}{۱۵}$ است، پس ضلع مقابل به زاویهٔ α را برابر ۸ و ضلع مجاور به α را ۱۵ در نظر می‌گیریم که با فیثاغورس، وتر برابر ۱۷ می‌شود.



$$\Rightarrow \begin{cases} \sin\alpha = \dfrac{۸}{۱۷} \\ \cos\alpha = \dfrac{۱۵}{۱۷} \end{cases}$$

در این‌جا یک حالت دیگر هم ممکن است پیش بیاید ($\sin\alpha = -\frac{۸}{۱۷}$ و $\cos\alpha = -\frac{۱۵}{۱۷}$). اگر با حالت اول به جواب نرسیدیم، سراغ این حالت می‌رویم.

گام در آخر سراغ خواستهٔ مسئله می‌رویم:

$$\frac{\tan\alpha - \sin\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha} = \frac{\frac{۸}{۱۵} - \frac{۸}{۱۷}}{\frac{۸}{۱۷} - \frac{۱۵}{۱۷}} = \frac{\frac{۱۶}{۱۵ \times \not{۱۷}}}{-\frac{۷}{\not{۱۷}}} = -\frac{۱۶}{۱۰۵}$$

مشاوره هر سال در کنکور سراسری حداقل ۲ سؤال مستقیم و تعدادی سؤال ترکیبی با حد، مشتق، کاربرد مشتق و ... از فصل مثلثات داریم، به عبارت دیگر مثلثات یکی از مباحث محوری در کنکور سراسری است و مسلط‌بودن به مفاهیم آن الزامی است.

۶۹- گزینه ۴

درس‌نامه

۱ $\sin\alpha.\cos\alpha = \frac{\sin ۲\alpha}{۲}$

۲ $۱ + \cos ۲\alpha = ۲\cos^۲\alpha$ (فرمول طلایی)

۳ برای ساده‌کردن تساوی‌های به فرم $\cos\alpha\cos ۲\alpha\cos ۴\alpha \cdots = \cdots$، طرفین تساوی را در $\sin\alpha$ ضرب می‌کنیم و چندین بار از مورد (۱) درس‌نامه استفاده می‌کنیم.

۴ جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin\alpha = \sin\beta$ به صورت زیرند:

$$\sin\alpha = \sin\beta \Rightarrow \begin{cases} \alpha = ۲k\pi + \beta \\ \alpha = ۲k\pi + (\pi - \beta) \end{cases}$$

گام اول از فرمول طلایی (مورد ۲ درس‌نامه) استفاده می‌کنیم:

$$\underbrace{(۱+\cos(۲\alpha))}_{۲\cos^۲\alpha}\underbrace{(۱+\cos۴\alpha)}_{۲\cos^۲۲\alpha}\underbrace{(۱+\cos۸\alpha)}_{۲\cos^۲۴\alpha}=\frac{۱}{۸} \Rightarrow ۸\cos^۲\alpha.\cos^۲۲\alpha.\cos^۲۴\alpha=\frac{۱}{۸}$$

$$\Rightarrow \cos^۲\alpha.\cos^۲۲\alpha.\cos^۲۴\alpha=\frac{۱}{۶۴} \quad (*)$$

گام طرفین معادلهٔ (*) را در $\sin^۲\alpha$ ضرب و با کمک عبارت مورد (۱) درس‌نامه، عبارت را ساده‌تر می‌کنیم: $\sin^۲\alpha.\cos^۲\alpha.\cos^۲۲\alpha.\cos^۲۴\alpha=\frac{۱}{۶۴}\sin^۲\alpha$

$$\Rightarrow (\underbrace{\sin\alpha.\cos\alpha}_{\frac{۱}{۲}\sin۲\alpha}.\cos۲\alpha.\cos۴\alpha)^۲=\frac{۱}{۶۴}\sin^۲\alpha$$

$$\underbrace{\qquad\qquad}_{\frac{۱}{۴}\sin۴\alpha}$$

$$\underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad}_{\frac{۱}{۸}\sin۸\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۶۴}\sin^۲۸\alpha=\frac{۱}{۶۴}\sin^۲\alpha \Rightarrow \sin^۲۸\alpha=\sin^۲\alpha \Rightarrow \sin۸\alpha=\pm\sin\alpha$$

$$\Rightarrow \begin{cases}\sin۸\alpha=\sin\alpha\\ \sin۸\alpha=-\sin\alpha\end{cases} \Rightarrow \sin۸\alpha=\sin(-\alpha)$$

گام حالا معادلهٔ مثلثاتی $\sin۸\alpha=\sin\alpha$ را حل می‌کنیم و بزرگ‌ترین جواب آن در بازهٔ $[۰,\pi]$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin۸\alpha=\sin\alpha \Rightarrow \begin{cases}۸\alpha=۲k\pi+\alpha \Rightarrow ۷\alpha=۲k\pi\\ ۸\alpha=۲k\pi+(\pi-\alpha) \Rightarrow ۹\alpha=۲k\pi+\pi\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}\alpha=\frac{۲k\pi}{۷} \xrightarrow[k=۳]{\text{بزرگ‌ترین جواب در }[۰,\pi]} \frac{۶\pi}{۷}\\ \alpha=\frac{۲k\pi+\pi}{۹} \xrightarrow[k=۴]{\text{بزرگ‌ترین جواب در }[۰,\pi]} \pi\end{cases}$$

گام همین کارها را برای معادلهٔ $\sin۸\alpha=\sin(-\alpha)$ هم انجام می‌دهیم:

$$\sin۸\alpha=\sin(-\alpha) \Rightarrow \begin{cases}۸\alpha=۲k\pi-\alpha \Rightarrow ۹\alpha=۲k\pi\\ ۸\alpha=۲k\pi+(\pi-(-\alpha)) \Rightarrow ۷\alpha=۲k\pi+\pi\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}\alpha=\frac{۲k\pi}{۹} \xrightarrow[k=۴]{\text{بزرگ‌ترین جواب در }[۰,\pi]} \frac{۸\pi}{۹}\\ \alpha=\frac{۲k\pi+\pi}{۷} \xrightarrow[k=۳]{\text{بزرگ‌ترین جواب در }[۰,\pi]} \pi\end{cases}$$

حواستان باشد جواب $\alpha=\pi$ قابل قبول نیست چون در معادلهٔ (*) صدق نمی‌کند، در اصل دلیل این‌که ما به این جواب رسیدیم این است که دو طرف معادله را در $\sin^۲\alpha$ ضرب کردیم که باعث ایجاد جواب‌های اضافه شد.

بنابراین بزرگ‌ترین جواب در این بازه برابر $\frac{۸\pi}{۹}$ می‌شود.

مشاوره معادلهٔ مثلثاتی جزء پای ثابت‌های کنکورهای سراسری است که اکثر سؤالات آن با نسبت‌های دوآلفایی و نسبت‌های مجموع و تفاضل دو کمان ترکیب می‌شوند.

۷۰- گزینه ۴

استراتژی ابتدا با تغییر متغیر $\sqrt[۳]{۹\cos^۲x-۱}=t$، ضابطهٔ f را ساده‌تر کنید، حالا f تابعی صعودی است *(چراشو تو پاسخ می‌بینید!)*، پس با به دست آوردن حداقل و حداکثر t و جای‌گذاری آن در ضابطهٔ f، برد تابع حاصل می‌شود.

درس‌نامه ۱ محدودهٔ تغییرات $\cos x$ و $\cos^۲x$ به صورت زیر است:

$$۰\le\cos^۲x\le۱ \quad , \quad -۱\le\cos x\le۱$$

۲ در توابع نمایی به شکل $y=a^x$ داریم:

الف) اگر $a>۱$، تابع اکیداً صعودی است.

ب) اگر $۰<a<۱$، تابع اکیداً نزولی است.

۳ اگر f تابعی صعودی و g تابعی نزولی باشد، $f-g$ صعودی است.

۴ اگر f تابعی اکیداً صعودی و پیوسته با دامنهٔ $[a,b]$ باشد، بردش بازهٔ $[f(a),f(b)]$ می‌شود.

گام برای ساده‌ترشدن ضابطه، از تغییر متغیر $\sqrt[۳]{۹\cos^۲x-۱}=t$ استفاده می‌کنیم:

$$\sqrt[۳]{۹\cos^۲x-۱}=t \xrightarrow{\times(-۱)} \sqrt[۳]{۱-۹\cos^۲x}=-t$$

$$\Rightarrow f(x)=۲^{\sqrt[۳]{۹\cos^۲x-۱}}-۲^{\sqrt[۳]{۱-۹\cos^۲x}}=۲^t-۲^{-t}=۲^t-(\frac{۱}{۲})^t \quad (*)$$

گام ۲^t تابعی صعودی و $(\frac{۱}{۲})^t$ تابعی نزولی است (طبق مورد (۲) درس‌نامه)، پس طبق مورد (۳) درس‌نامه، $f(x)=۲^t-(\frac{۱}{۲})^t$ تابعی صعودی می‌شود و برای به دست آوردن برد $f(x)$ کافی است به جای t حداقل و حداکثر مقدار آن را قرار دهیم.

گام محدودهٔ تغییرات t را به دست می‌آوریم:

$$۰\le\cos^۲x\le۱ \xrightarrow{\times۹} ۰\le۹\cos^۲x\le۹ \xrightarrow{-۱} -۱\le۹\cos^۲x-۱\le۸$$

$$\xrightarrow{\text{فرجهٔ ۳}} -۱\le\sqrt[۳]{۹\cos^۲x-۱}\le۲ \Rightarrow -۱\le t\le۲$$

گام با توجه به مورد (۴) درس‌نامه، با جای‌گذاری $t=-۱$ و $t=۲$ در (*)، حداقل و حداکثر مقدار f حاصل می‌شود:

$$f(x)=۲^t-(\frac{۱}{۲})^t \Rightarrow \begin{cases}t=-۱ \Rightarrow f(x)=\frac{۱}{۲}-۲=-\frac{۳}{۲}\\ t=۲ \Rightarrow f(x)=۴-\frac{۱}{۴}=\frac{۱۵}{۴}\end{cases}$$

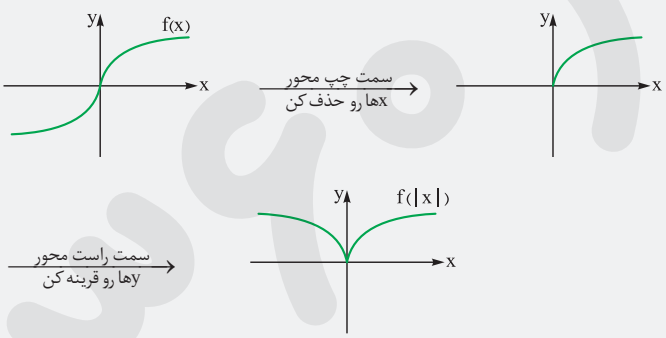
بنابراین برد تابع به صورت $[-\frac{۳}{۲},\frac{۱۵}{۴}]$ شده و $b-a=\frac{۱۵}{۴}+\frac{۳}{۲}=\frac{۲۱}{۴}$ می‌شود.

مشاوره برای به دست آوردن برد توابعی که مشتق آن‌ها را بلد نیستیم، یکی از بهترین ایده‌ها استفاده از تغییر متغیر است.

۷۱- گزینه ۱

استراتژی برای به دست آوردن دامنهٔ تابع، باید نامساوی $\sqrt{|x|-|x|+۶}>۰$ را حل کنید که راحت‌ترین راه برای حل آن، رسم تابع است.

درس‌نامه ۱ برای به دست آوردن دامنهٔ توابع لگاریتمی به شکل $y=\log_a f(x)$، باید نامساوی $f(x)>۰$ را حل کنیم. **۲** برای رسم نمودار $f(|x|)$، قسمت‌هایی از نمودار $f(x)$ که سمت چپ محور yها است را حذف می‌کنیم و قسمت‌هایی که سمت راست محور yها هستند را نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم، برای مثال:



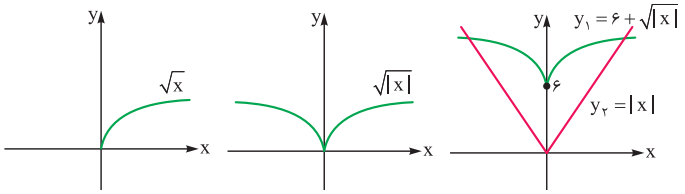
۳ برای رسم نمودار $y=f(x)+a$، کافی است نمودار $y=f(x)$ را a واحد به سمت بالا ببرید.

گام برای به دست آوردن دامنهٔ $f(x)=\log_{۶}\frac{۱}{۶+\sqrt{|x|}-|x|}$، باید نامساوی $\frac{۱}{۶+\sqrt{|x|}-|x|}>۰$ را حل کنیم. حالا دقت کنید صورت این کسر همواره مثبت است، پس مخرج آن یعنی $۶+\sqrt{|x|}-|x|$ هم باید مثبت باشد، به عبارت دیگر جواب نامعادلهٔ $۶+\sqrt{|x|}-|x|>۰$ را می‌خواهیم.

گام برای حل نامعادلهٔ $۶+\sqrt{|x|}-|x|>۰$، از روش رسم استفاده می‌کنیم:

$$۶+\sqrt{|x|}-|x|>۰ \Rightarrow \underbrace{۶+\sqrt{|x|}}_{y_۱}>\underbrace{|x|}_{y_۲}$$

نامساوی آخر، یعنی می‌خواهیم نمودار $y_1 = ۶ + \sqrt{|x|}$ بالاتر از نمودار $y_2 = |x|$ باشد.



گام با توجه به نمودار رسم‌شده، کافی است محل تقاطع دو نمودار $۶ + \sqrt{|x|}$ و $|x|$ را به دست آوریم. xهای بین دو نقطهٔ تقاطع، جواب‌های نامعادلهٔ $y_1 > y_2$ می‌شوند:

$$۶ + \sqrt{|x|} = |x| \Rightarrow \sqrt{|x|} = |x| - ۶ \xrightarrow{|x| = t \text{ تغییر متغیر}} \sqrt{t} = t - ۶ \quad (*)$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} t = t^۲ - ۱۲t + ۳۶ \Rightarrow t^۲ - ۱۳t + ۳۶ = ۰$$

$$\Rightarrow (t-۴)(t-۹) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۴ & \times \\ t = ۹ & \checkmark \end{cases}$$

در معادلهٔ گنگ باید جواب‌های به‌دست‌آمده را در معادلهٔ اولیه، یعنی معادلهٔ (*) چک کنیم. فقط $t = ۹$ جواب می‌دهد. حالا در تساوی $t = ۹$ جای t می‌نویسیم $|x|$: $|x| = ۹ \Rightarrow x = \pm ۹$

بنابراین جواب، xهای بین $+۹$ و -۹ یعنی $(-۹, ۹)$ می‌شود.

تیزبازی $x = ۴$ و $x = -۴$ هر دو در دامنهٔ f صدق می‌کنند (چون مقدار f به ازای آن‌ها برابر $\log_۶ \frac{۱}{۴}$ می‌شود)، پس هر دو باید در دامنهٔ تابع وجود داشته باشند و تنها ① شامل $x = \pm ۴$ است.

۷۲- گزینه ۲

استراتژی کافی است دامنهٔ f را به دست آورده و ضابطهٔ f را ساده کنید.

درس‌نامه ① دامنهٔ توابع لگاریتمی به شکل $y = \log_a$ ، مجموعه‌جواب نامعادلهٔ > ۰ است. ② در عبارت‌های به فرم $a^{\log_b c}$، حق داریم جای طبقهٔ اول و سوم را عوض کنیم: $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$

③ دامنهٔ تابع را باید قبل از ساده‌کردن ضابطه‌اش حساب کنید.

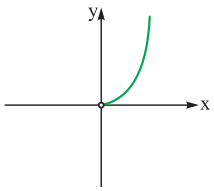
گام ابتدا دامنهٔ f را به دست می‌آوریم: (مورد (۱) درس‌نامه)

$$f(x) = ۹^{\log_۳ x} \xrightarrow{>۰} x \in (۰, +\infty)$$

گام حالا ضابطهٔ f را ساده می‌کنیم: (مورد ۲ درس‌نامه)

$$f(x) = ۹^{\log_۳ x} = x^{\log_۳ ۹} = x^{\log_۳ ۳^۲} = x^{۲\log_۳ ۳} = x^۲$$

بنابراین، ما تابع $f(x) = x^۲$ با دامنهٔ $(۰, +\infty)$ را می‌خواهیم که نمودار آن به شکل مقابل می‌شود:



۷۳- گزینه ۱

استراتژی با از بین بردن براکت‌ها، جواب به راحتی محاسبه می‌شود.

درس‌نامه ① برای به دست آوردن حاصل حد بی‌نهایت از جدول زیر استفاده می‌کنیم: (a یک عدد حقیقی غیرصفر است.)

$a < ۰$	$a > ۰$
$\frac{a}{۰^+} = -\infty$	$\frac{a}{۰^+} = +\infty$
$\frac{a}{۰^-} = +\infty$	$\frac{a}{۰^-} = -\infty$

② اگر a و b هر دو منفی و $a > b$ باشد، با به توان ۲ رساندن طرفین، جهت نامساوی عوض می‌شود؛ یعنی: $a > b \xrightarrow{a,b:\text{منفی}} a^۲ < b^۲$

③ اگر a و b هم‌علامت و $a > b$ باشد، آن‌گاه $\frac{۱}{a} < \frac{۱}{b}$.

گام ابتدا حاصل براکت‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$x \to (-\frac{۱}{۲})^- \Rightarrow x < -\frac{۱}{۲} \xrightarrow[\text{مورد (۲) درس‌نامه}]{\text{توان ۲}} x^۲ > \frac{۱}{۴} \xrightarrow{\text{مورد (۳) درس‌نامه}} \frac{۱}{x^۲} < ۴$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{\times ۳} \frac{۳}{x^۲} < ۱۲ \Rightarrow [\frac{۳}{x^۲}] = [۱۲^-] = ۱۱ \\ \xrightarrow{\times ۲} \frac{۲}{x^۲} < ۸ \xrightarrow{\text{قرینه}} -\frac{۲}{x^۲} > -۸ \Rightarrow [-\frac{۲}{x^۲}] = [(-۸)^+] = -۸ \end{cases}$$

گام حالا با جای‌گذاری در عبارت اولیه داریم:

$$\lim_{x \to -\frac{۱}{۲}^-} \frac{۱۰x - ۵ + \overbrace{[\frac{۳}{x^۲}]}^{۱۱}}{۱۶x - \underbrace{[-\frac{۲}{x^۲}]}_{-۸}} = \lim_{x \to -\frac{۱}{۲}^-} \frac{۱۰x + ۶}{۱۶x + ۸}$$

گام حد $۱۰x + ۶$ وقتی $x \to (-\frac{۱}{۲})^-$ برابر $۱۰ \times (-\frac{۱}{۲}) + ۶ = +۱$ و مقدار $۱۶x + ۸$ برابر $۱۶(-\frac{۱}{۲})^- + ۸ = (-۸)^- + ۸ = ۰^-$ است، پس حاصل حد برابر $\frac{+۱}{۰^-} = -\infty$ می‌شود.

۷۴- گزینه ۲

درس‌نامه ① مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا n برابر است با:

$$۱ + ۲ + ۳ + \cdots + n = \frac{n(n+۱)}{۲}$$

② برای به دست آوردن حد در بی‌نهایتِ تابع کسری $y = \frac{f(x)}{g(x)}$، از هم‌ارزی پرتوان استفاده می‌کنیم، یعنی در صورت و در مخرج، فقط x با بزرگ‌ترین توان را نگه می‌داریم، برای مثال:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{۴x^۳ - ۵x + ۲}{۵x^۳ + ۷x^۲ - ۱۰} = \lim_{x \to \infty} \frac{۴x^۳}{۵x^۳} = \frac{۴}{۵}$$

گام از هم‌ارزی پرتوان استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt[۵۰]{(a^۲x^۲ - ۱)(a^۴x^۴ - ۱) \dots (a^{۱۰۰}x^{۱۰۰} - ۱)}}{a^{۴۹}x^k - ۱} = -۱$$

$$= \lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt[۵۰]{a^۲x^۲ \times a^۴x^۴ \times \cdots \times a^{۱۰۰}x^{۱۰۰}}}{a^{۴۹}x^k} = -۱$$

گام عبارت زیر رادیکال را با کمک مورد (۱) درس‌نامه ساده‌تر می‌کنیم:

$$a^۲x^۲ \times a^۴x^۴ \times \cdots \times a^{۱۰۰}x^{۱۰۰} = a^{۲+۴+۶+\cdots+۱۰۰} \times x^{۲+۴+۶+\cdots+۱۰۰}$$

از طرفی: $۲ + ۴ + ۶ + \cdots + ۱۰۰ = ۲(۱ + ۲ + \cdots + ۵۰) = ۲ \times \frac{۵۰ \times ۵۱}{۲} = ۵۰ \times ۵۱$

بنابراین عبارت زیر رادیکال برابر $a^{۵۰ \times ۵۱} \times x^{۵۰ \times ۵۱}$ می‌شود.

گام حالا با جای‌گذاری داریم:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt[۵۰]{a^{۵۰ \times ۵۱} \times x^{۵۰ \times ۵۱}}}{a^{۴۹}x^k} = -۱ \Rightarrow \lim_{x \to -\infty} \frac{|a^{۵۱}| \times x^{۵۱}|}{a^{۴۹}x^k} = -۱$$

$$\Rightarrow \lim_{x \to -\infty} \frac{|a^{۵۱}| \times (-x^{۵۱})}{a^{۴۹} \times x^k} = -۱$$

گام برای این‌که حاصل حد برابر -۱ باشد، باید:

اولاً توان x در صورت و مخرج برابر شود، یعنی $k = ۵۱$.

ثانیاً بعد از ساده‌کردن xها، نسبت ضرایب برابر -۱ شود:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{|a^{۵۱}| \times (-x^{۵۱})}{a^{۴۹} \times x^{۵۱}} = -۱ \Rightarrow \frac{-|a^{۵۱}|}{a^{۴۹}} = -۱ \Rightarrow |a^{۵۱}| = a^{۴۹}$$

$$\xrightarrow{\text{علامت a باید مثبت باشد}} a^{۵۱} = a^{۴۹} \xrightarrow{\div a^{۴۹}} a^۲ = ۱ \Rightarrow a = \pm ۱$$

$$\xrightarrow{a > ۰} a = +۱$$

۷۵- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ اگر f تابعی صعودی اکید و $f>0$ باشد، $\sqrt[n]{f}$ صعودی اکید و $\frac{1}{f}$ نزولی اکید می‌شود. **۲** اگر f تابعی نزولی اکید و $a<0$ باشد، af صعودی اکید می‌شود. **۳** اگر f و g دو تابع صعودی اکید باشند، $f+g$ نیز صعودی اکید می‌شود.

گام ابتدا دامنهٔ تابع را به دست می‌آوریم:

$$f(x)=2\sqrt{x}-\frac{3}{2\sqrt[3]{x^2-1}} \Rightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ x^2-1\neq 0 \Rightarrow x^2\neq 1 \Rightarrow x\neq \pm 1 \end{cases}$$

($\sqrt{x}$: نامنفی، $\sqrt[3]{x^2-1}$: مخالف صفر)

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f=[0,1)\cup(1,+\infty)$$

گام تابع $y=2\sqrt{x}$، در هر دو بازهٔ بالا صعودی اکید است. حالا یکنوایی تابع $y=-\frac{3}{2\sqrt[3]{x^2-1}}$ را در D_f، مرحله‌به‌مرحله بررسی می‌کنیم:

$$y=\underbrace{x^2-1}_{\text{صعودی اکید}} \xrightarrow{\text{درس‌نامهٔ (۱)}} y=\underbrace{\sqrt[3]{x^2-1}}_{\text{صعودی اکید}} \Rightarrow y=\underbrace{2\sqrt[3]{x^2-1}}_{\text{صعودی اکید}}$$

$$\xrightarrow{\text{درس‌نامهٔ (۱)}} y=\underbrace{\frac{1}{2\sqrt[3]{x^2-1}}}_{\text{نزولی اکید}} \xrightarrow{\text{درس‌نامهٔ (۲)}} y=\underbrace{-\frac{3}{2\sqrt[3]{x^2-1}}}_{\text{صعودی اکید}}$$

از طرفی طبق مورد (۳) درس‌نامه، مجموع دو تابع صعودی اکید، صعودی اکید می‌شود، پس تابع اصلی نیز صعودی اکید می‌شود.

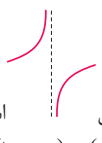
$$y=\underbrace{2\sqrt{x}}_{\text{صعودی اکید}}+\underbrace{\frac{-3}{2\sqrt[3]{x^2-1}}}_{\text{صعودی اکید}}$$

تله *هواستون باشه یهو (۱) رو چشم بسته نزنید، چون باید مقدار تابع در سمت راست و چپ $x=1$ رو مقایسه کنیم!*

گام حد راست و چپ f در $x=1$ را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x\to 1^+} 2\sqrt{x}-\frac{3}{2\sqrt[3]{x^2-1}}=2-\frac{3}{0^+}=2-\infty=-\infty$$

$$\lim_{x\to 1^-} 2\sqrt{x}-\frac{3}{2\sqrt[3]{x^2-1}}=2-\frac{3}{0^-}=2-(-\infty)=2+\infty=+\infty$$



بنابراین، نمودار f در اطراف $x=1$ به شکل است، پس f در بازهٔ $(0,1)\cup(1,+\infty)$ صعودی اکید نیست، بلکه در بازه‌های $(0,1)$ و $(1,+\infty)$ صعودی اکید است.

۷۶- گزینه ۴

استراتژی باید نامعادلهٔ $f'(x)<0$ را حل کنید.

درس‌نامه ۱ تابع f در بازه‌هایی نزولی اکید است که $f'<0$ باشد.

۲ مشتق عبارت کسری $\frac{f}{g}$ برابر $\frac{f'g-fg'}{g^2}$ است.

گام f' را حساب می‌کنیم:

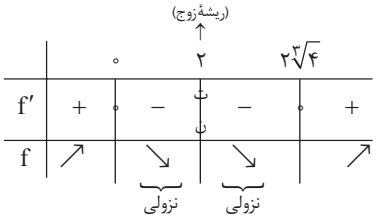
$$f(x)=\frac{x^4}{x^3-8} \Rightarrow f'(x)=\frac{4x^3(x^3-8)-3x^2(x^4)}{(x^3-8)^2}$$

$$=\frac{4x^6-32x^3-3x^6}{(x^3-8)^2}=\frac{x^6-32x^3}{(x^3-8)^2}=\frac{x^3(x^3-32)}{(x^3-8)^2}$$

گام ریشه‌های f' را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{x^3(x^3-32)}{(x^3-8)^2}=0 \Rightarrow \begin{cases} x^3=0 \Rightarrow x=0 & \text{(ریشهٔ فرد)} \\ x=\sqrt[3]{32}=2\sqrt[3]{4} & \text{(ریشهٔ فرد)} \\ x=2 & \text{(ریشهٔ مرتبهٔ زوج مخرج)} \end{cases}$$

گام f' را تعیین علامت می‌کنیم:



گام طول دو بازه‌ای که تابع f در آن نزولی است را حساب می‌کنیم:

بازهٔ اول: $(0,2) \Rightarrow$ طول بازه $=2-0=2$

بازهٔ دوم: $(2,2\sqrt[3]{4}) \Rightarrow$ طول بازه $=2\sqrt[3]{4}-2=2\underbrace{(\sqrt[3]{4}-1)}_{\text{بین ۰ و ۱}}$

پس طول بازهٔ کوچک‌تر، $2(\sqrt[3]{4}-1)$ است.

۷۷- گزینه ۳

شفاف‌سازی خطوط مماس بر منحنی f در نقاطی موازی پاره‌خط AB می‌شوند که شیب خط مماس در آن نقاط (یا همان مشتق آن‌ها) برابر شیب خط AB شود.

استراتژی اول مشتق تابع f را برابر صفر قرار دهید تا طول نقاط اکسترمم نسبی حاصل شود؛ بعد مشتق تابع f را برابر شیب خط گذرنده از A و B بگذارید.

درس‌نامه ۱ برای به دست آوردن طول نقاط اکسترمم تابع چندجمله‌ای f، مشتق تابع f را برابر صفر قرار می‌دهیم. ریشه‌های مرتبهٔ فرد این معادله، طول نقاط اکسترمم نسبی هستند.

۲ شیب خط مماس بر تابع f در $x=\alpha$ برابر $f'(\alpha)$ است.

گام ابتدا نقاط اکسترمم f را با کمک مورد (۱) درس‌نامه به دست می‌آوریم:

$$f'(x)=0 \Rightarrow 6x^2-6x-12=0 \xrightarrow{\div 6} x^2-x-2=0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-1 & \text{(ریشهٔ فرد)} \\ x=+2 & \text{(ریشهٔ فرد)} \end{cases}$$

گام با جای‌گذاری $x=-1$ و $x=+2$ در ضابطهٔ f، عرض نقاط اکسترمم را محاسبه می‌کنیم:

$$f(-1)=8 \xrightarrow{\text{نقطه}} A(-1,8)$$

$$f(2)=-19 \xrightarrow{\text{نقطه}} B(2,-19)$$

گام شیب خط گذرنده از دو نقطهٔ A و B برابر $\frac{8-(-19)}{-1-2}=-9$ است، حالا به دنبال تعداد نقاطی روی f هستیم که مشتق آن‌ها برابر -9 شود:

$$f'(x)=-9 \Rightarrow 6x^2-6x-12=-9 \Rightarrow 6x^2-6x-3=0 \xrightarrow{\Delta>0}$$ ۲ جواب دارد

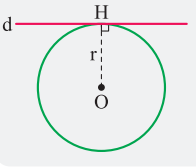
چون معادله دو جواب داشت، پس ۲ نقطه با این ویژگی داریم.

۷۸- گزینه ۴

استراتژی اول محل برخورد قطرها را پیدا می‌کنیم تا مرکز دایره مشخص شود، بعد با توجه به این‌که خط $4x+3y+5=0$ بر دایره مماس است، شعاع را حساب می‌کنیم. در آخر با داشتن شعاع و مرکز، خواستهٔ سؤال را پیدا می‌کنیم.

درس‌نامه ۱ قطرهای دایره در مرکز دایره همدیگر را قطع می‌کنند.

۲ مطابق شکل مقابل، اگر خط d بر دایره مماس باشد؛ در این صورت فاصلهٔ مرکز دایره از خط d برابر با شعاع دایره است:



$$OH=r$$

۳ نزدیک‌ترین و دورترین فاصلهٔ یک نقطهٔ دلخواه مثل A از یک دایره مثل $C(O,r)$ از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شوند:

$$\text{دورترین فاصله} = OA + r \quad , \quad \text{نزدیک‌ترین فاصله} = |OA - r|$$

۴ فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_0, y_0)$ از خط $ax + by + c = 0$ برابر است با:

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

گام **(پیداکردن مرکز دایره)**: طبق مورد (۱) درس‌نامه، قطرهای $x + y = 1$ و $x - y = 3$ در مرکز دایره همدیگر را قطع می‌کنند؛ پس با حل دستگاه زیر مختصات مرکز به دست می‌آید:

$$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=3 \end{cases} \xrightarrow{+} 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \xrightarrow[\text{جای‌گذاری}]{x+y=1} 2 + y = 1 \Rightarrow y = -1$$

بنابراین نقطهٔ $O(2,-1)$ مرکز دایره است.

گام **(محاسبهٔ شعاع دایره)**: به گفتهٔ سؤال، خط $4x + 3y + 5 = 0$ بر دایره مماس است، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، فاصلهٔ مرکز دایره از این خط برابر با شعاع دایره است، پس طبق مورد (۴) درس‌نامه داریم:

$$OH = r = \frac{|4(2) + 3(-1) + 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|10|}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$$

گام **(محاسبهٔ خواستهٔ سؤال)**: حالا که مرکز و شعاع دایره را داریم، می‌توانیم به کمک مورد (۳) درس‌نامه، نزدیک‌ترین فاصلهٔ نقطهٔ $M(4,-2)$ از دایره را پیدا کنیم:

$$\text{نزدیک‌ترین فاصله} = |OM - r| = \left|\sqrt{(4-2)^2 + (-2-(-1))^2} - 2\right| = \underbrace{|\sqrt{5} - 2|}_{\text{مثبت}} = \sqrt{5} - 2$$

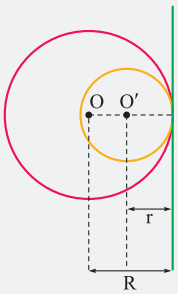
۷۹- گزینه ۳

شفاف‌سازی «دو دایره فقط یک مماس‌مشترک دارند»، یعنی دو دایره مماس‌داخل‌اند.

استراتژی اول وضعیت دو دایره را به کمک تعداد مماس‌مشترک‌ها مشخص می‌کنیم، بعد شرط آن وضعیت را اعمال می‌کنیم تا از معادلهٔ ایجادشده، مقادیر قابل قبول a به دست آید.

درس‌نامه ۱ دو دایره مماس‌داخل‌اند، اگر و فقط اگر تنها یک مماس‌مشترک داشته باشند.

۲ دو دایرهٔ $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ مماس‌داخل‌اند، اگر و فقط اگر $OO' = |R - r|$.



گام **(تعیین وضعیت دو دایره)**: طبق شفاف‌سازی، دو دایره مماس‌داخل‌اند (قسمت (۱) درس‌نامه). در این حالت طبق قسمت (۲) درس‌نامه، طول خط‌المرکزین (فاصلهٔ مرکز دو دایره) برابر با $|R - r|$ است. بنابراین:

$$|(a^2 - 2) - (6a - 1)| = 6 \Rightarrow |a^2 - 6a - 1| = 6 \Rightarrow a^2 - 6a - 1 = \pm 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 - 6a - 7 = 0 \Rightarrow (a+1)(a-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 7 \end{cases} \text{ غ‌ق‌ق} \\ a^2 - 6a + 5 = 0 \Rightarrow (a-1)(a-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 5 \end{cases} \text{ غ‌ق‌ق} \end{cases}$$

گام (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): این‌جا باید حواسمان باشد که به ازای $a = 1$، طول شعاع یک دایره (دایرهٔ به شعاع $a^2 - 2$) و به ازای $a = -1$ طول هر دو شعاع منفی می‌شوند؛ پس این مقادیر قابل قبول نیستند. در نتیجه میانگین مقادیر ممکن برای a برابر $\frac{5+7}{2} = 6$ است.

۱۴۰۰ سراسری خارج

فیزیک

۱- گزینه ۲

شفاف‌سازی یکای فرعی فشار: یکای فشار برحسب یکاهای اصلی

درس‌نامه برای برخی کمیت‌های فرعی که یکاهای پرکاربردی دارند، مانند نیرو، انرژی و ...، دو نوع یکا داریم: ◇ یکای SI: نام یک دانشمند است؛ مانند نیوتون (N) و ژول (J). ◇ یکای فرعی: برحسب یکاهای اصلی است؛ مانند $\frac{kg.m}{s^2}$ و $\frac{kg.m^2}{s^2}$.

برای به دست آوردن یکای فرعی فشار از روابط $P=\frac{F}{A}$ و $F=ma$ کمک می‌گیریم:

$$P\text{ یکای }=\frac{F\text{ یکای}}{A\text{ یکای}}=\frac{(a\text{ یکای})\times(m\text{ یکای})}{(A\text{ یکای})}=\frac{\frac{m}{s^2}\times kg}{m^2}\Rightarrow P\text{ یکای}=\frac{kg}{m.s^2}$$

تله با توجه به آن‌چه در کتاب درسی آمده و در کنکور مطرح شده است *(که ما از نظر علمی با اون موافق نیستیم.)*، Pa یکای SI فشار و $\frac{kg}{m.s^2}$ یکای فرعی فشار است *(در صورتی که هر دو یکای فرعی‌اند.)*، چون در این تست یکای فرعی فشار خواسته شده *(با مبنا قراردادن کتاب درسی و کنکور)*، ① نادرست است.

مشاوره در تست‌هایی که از شما یکای فرعی یک کمیت خواسته می‌شود، به دنبال یکای آن کمیت برحسب یکاهای اصلی باشید.

۲- گزینه ۴

درس‌نامه ① همهٔ آن‌چه دربارهٔ واپاشی α باید بدانید را در جدول زیر آورده‌ایم.

نام واپاشی	آلفا (α)
معادلهٔ واپاشی	$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$ (α ↑)
جنس پرتوها	هستهٔ اتم هلیم
نوع بار الکتریکی پرتوها	مثبت
برد	کوتاه
میزان نفوذپذیری	کم (با ورقهٔ سربی با ضخامت حدود ۰/۰۱ mm متوقف می‌شوند.)
جرم	سنگین
نمونه	ذرهٔ آلفا (۲ پروتون، ۲ نوترون) + هستهٔ دختر (۹۰ پروتون، ۱۴۴ نوترون) → هستهٔ مادر (۹۲ پروتون، ۱۴۶ نوترون)؛ $^{4}_{2}He$ هستهٔ هلیم، $^{234}_{90}Th$ توریم، $^{238}_{92}U$ اورانیم
توضیحات	۱- در هسته‌های سنگین رخ می‌دهد. ۲- در آشکارسازهای دود کاربرد دارد. ۳- هستهٔ دختر ۲ پروتون و ۲ نوترون کم‌تر از هستهٔ مادر دارد. ۴- عدد اتمی و عدد نوترونی ۲ واحد و عدد جرمی ۴ واحد کاهش می‌یابد.

② در فرایندهای واپاشی دو اصل مقابل برقرار است: ◇ پایستگی عدد جرمی (پایستگی تعداد نوکلئون‌ها): مجموع تعداد نوکلئون‌های دو طرف فرایند یکسان است. ◇ پایستگی عدد اتمی (پایستگی تعداد پروتون‌ها): مجموع تعداد پروتون‌های دو طرف فرایند یکسان است.

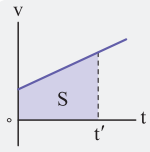
با توجه به درس‌نامه، عبارت‌های (ب) و (پ) درست‌اند اما علت نادرستی عبارت‌های (الف) و (ت): (الف) پرتوهای α، سنگین‌اند و برد **کوتاهی** دارند. (ت) واپاشی α در هسته‌های **سنگین** رخ می‌دهد.

مشاوره در فصل‌های فیزیک اتمی و هسته‌ای، خط‌به‌خط متن کتاب درسی مهم است. متن کتاب درسی را خوب بخوانید و روی آن مسلط شوید تا تست‌های نسبتاً آسان این فصل را از دست ندهید. *یه پیز دیگه!* برای حل تست‌هایی که با چند عبارت طرف هستید، یک بار نگاهی به تمام عبارت‌ها بیندازید، شاید راحت‌تر و سریع‌تر از آن‌چه که فکر می‌کنید به پاسخ تست برسید. *برای مثال توی این تست، درستی عبارت‌های (ب) و (پ) فیلی تابلوئه و دیگه لازم نیست عبارت‌های چالشی‌تر (الف) و (ت) بررسی بشه!*

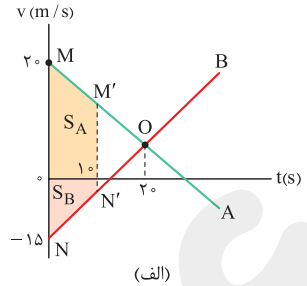
۳- گزینه ۲

استراتژی ① در شکل داده‌شده، مساحت‌های محصور در نمودار A و B با محور زمان را در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۰ s مشخص کنید. ② روشی هندسی پیدا کنید که بتوانید مساحت‌هایی را که مشخص کردید، حساب کنید.

درس‌نامه در نمودار سرعت ـ زمان، سطح محصور نمودار و محور زمان در یک بازهٔ زمانی معین برابر مسافت طی‌شده است. مثلاً در شکل روبه‌رو مسافت طی‌شده در مدت صفر تا t' برابر S است: $\ell_{(0,t')}=S$



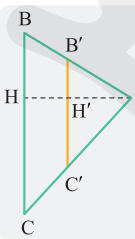
روش گام در شکل (الف) سطح محصور نمودارهای A و B با محور t را به ترتیب با S_A و S_B نشان داده‌ایم. با توجه به درس‌نامه، مجموع مسافت‌هایی که دو متحرک در بازهٔ زمانی $t_1=0\,s$ تا $t_2=10\,s$ طی می‌کنند، برابر مجموع S_A و S_B است. یعنی: $\ell_A+\ell_B=S_A+S_B$



گام همین‌طور که در شکل (الف) معلوم است، S_A+S_B برابر مساحت ذوزنقهٔ M′N′NM است. برای محاسبهٔ مساحت ذوزنقهٔ M′N′NM کافی است طول ضلع M′N′ را داشته باشیم.

یادآوری طبق قضیهٔ تالس که در هندسه خوانده‌اید، در مثلث شکل روبه‌رو، اگر B′C′ موازی BC باشد، می‌توانیم بنویسیم:

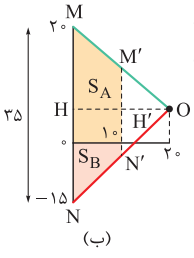
$$\frac{B'C'}{BC}=\frac{AH'}{AH}$$



شکل (ب)، بخشی از شکل (الف) است که می‌خواهیم برای آن قضیهٔ تالس را بنویسیم. با توجه به این‌که M′N′ موازی MN است، می‌توانیم برای مثلث OMN بنویسیم:

$$\frac{M'N'}{MN}=\frac{OH'}{OH}\xrightarrow[MN=20+|-15|=35]{OH=20,OH'=20-10=10}\frac{M'N'}{35}=\frac{10}{20}$$

$$\Rightarrow M'N'=35\times\frac{1}{2}=17/5$$



گام اگر مساحت ذوزنقهٔ $M'N'NM$ را حساب کنیم، به جواب تست (که همان مجموع مسافت‌های دو متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۰ s است) می‌رسیم:

$$\ell_A+\ell_B=\text{مساحت ذوزنقهٔ }M'N'NM=\frac{(MN)+(M'N')}{۲}\times HH'$$

$$=\frac{۳۵+۱۷/۵}{۲}\times ۱۰=۲۶۲/۵\ \text{m}$$

مشاوره در حل بعضی از تست‌های نموداری، بلدبودن و استفاده از قضایای هندسی مثل قضیهٔ تالس یا تشابه مثلث‌ها می‌تواند سرنوشت‌ساز باشد.

روش این تست را از روش حرکت نسبی دو متحرک هم می‌توانیم حل کنیم. ابتدا نکتهٔ زیر را بخوانید.

نکته سرعت نسبی دو متحرک A و B از رابطهٔ $v_{\text{نسبی}}=v_A-v_B$ حساب می‌شود.

گام **محاسبهٔ سرعت نسبی دو متحرک در لحظه‌های $t_۰=۰\ s$ و $t_۲=۲۰\ s$:**

$$t_۰=۰\ s:\ v_{۰\text{نسبی}}=v_{۰A}-v_{۰B}=۲۰-(-۱۵)=۳۵\ \text{m/s}$$

$$t_۲=۲۰\ s:\ v_{۲\text{نسبی}}=v_{۲A}-v_{۲B}\xrightarrow{v_{۲A}=v_{۲B}}v_{۲\text{نسبی}}=۰$$

گام **محاسبهٔ شتاب نسبی دو متحرک:**

$$a_{\text{نسبی}}=\frac{\Delta v_{\text{نسبی}}}{\Delta t}=\frac{v_{۲\text{نسبی}}-v_{۰\text{نسبی}}}{t_۲-t_۰}=\frac{۰-۳۵}{۲۰-۰}=-\frac{۷}{۴}\ \text{m/s}^۲$$

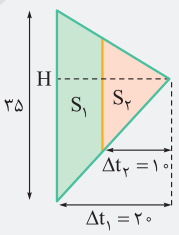
گام محاسبهٔ مجموع مسافت‌های دو متحرک یا همان جابه‌جایی نسبی دو متحرک در بازهٔ زمانی $t_۰=۰\ s$ تا $t_۱=۱۰\ s$:

$$\Delta x_{(۰,۱۰\,s)\text{نسبی}}=\frac{۱}{۲}a_{\text{نسبی}}t_۱^۲+v_{۰\text{نسبی}}t_۱$$

$$=\frac{۱}{۲}\left(-\frac{۷}{۴}\right)(۱۰)^۲+۳۵\times ۱۰=-۸۷/۵+۳۵۰=۲۶۲/۵\ \text{m}$$

$$\xrightarrow{\Delta x_{(۰,۱۰\,s)\text{نسبی}}=\ell_A+\ell_B}\ell_A+\ell_B=۲۶۲/۵\ \text{m}$$

تیزبازی از برابری نسبت مساحت مثلث‌های متشابه با نسبت مجذور اضلاع متناظر آن‌ها خیلی سریع‌تر به جواب می‌رسیم. در شکل زیر می‌خواهیم مساحت $S_۱$ را حساب کنیم. پس داریم:



$$\frac{S_۱+S_۲}{S_۲}=\frac{\Delta t_۱^۲}{\Delta t_۲^۲}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل صورت در مخرج}}\frac{S_۱+S_۲}{S_۱}=\frac{\Delta t_۱^۲}{\Delta t_۱^۲-\Delta t_۲^۲}$$

$$\xrightarrow{S_۱+S_۲=\frac{۳۵\times ۲۰}{۲}=۳۵۰}\frac{۳۵۰}{S_۱}=\frac{۲۰^۲}{۲۰^۲-۱۰^۲}$$

$$\Rightarrow S_۱=\frac{۳}{۴}\times ۳۵۰=۲۶۲/۵$$

۴- گزینه ۳

استراتژی باید مسئله را از آخر به اول بررسی کنیم تا استراتژی حل مسئله را کشف کنیم: می‌خواهیم سرعت متوسط در بازهٔ زمانی ۷ s تا ۱۲ s را داشته باشیم. پس باید جابه‌جایی کل متحرک را در این بازهٔ زمانی پیدا کنیم. در نمودار می‌بینیم که شتاب در بازهٔ زمانی ۷ s تا ۱۰ s با شتاب در بازهٔ زمانی ۱۰ s تا ۱۲ s متفاوت است؛ پس مجبوریم دوتا جابه‌جایی را برای بازهٔ زمانی ۷ s تا ۱۰ s و بازهٔ زمانی ۱۰ s تا ۱۲ s محاسبه کنیم. اگر بخواهیم جابه‌جایی‌ها را از فرمول $\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t$ حساب کنیم، باید سرعت متحرک را در ابتدای بازه‌های زمانی‌ای که گفتیم (یعنی $v_{۷\,s}$ و $v_{۱۰\,s}$) به دست آوریم بهترین فرمول برای پیداکردن $v_{۷\,s}$ و $v_{۱۰\,s}$ همان رابطهٔ اصلی شتاب (یعنی $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$) است.

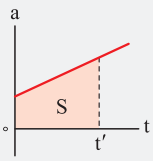
درس‌نامه ۱ در حرکت با شتاب ثابت، شتاب در هر لحظه برابر با نسبت تغییرات سرعت به تغییرات زمان در هر بازهٔ زمانی دلخواه است:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}$$

۲ با داشتن سرعت متحرک در لحظهٔ $t_۱$ می‌توانیم جابه‌جایی متحرکی را که با شتاب ثابت a حرکت می‌کند، در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ از رابطهٔ زیر حساب کنیم:

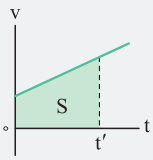
$$\Delta x_{(t_۱,t_۲)}=\frac{۱}{۲}a(t_۲-t_۱)^۲+v_۱(t_۲-t_۱)$$

۳ در نمودار شتاب ـ زمان، مساحت محصور بین نمودار و محور t در یک بازهٔ زمانی معین بیانگر تغییر سرعت متحرک در آن بازهٔ زمانی است. مثلاً در شکل مقابل، تغییر سرعت متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t' برابر با S است. $\Delta v_{(۰,t')}=S$



اگر نمودار، زیر محور زمان باشد، قبل از S باید علامت منفی قرار دهید.

۴ در نمودار سرعت ـ زمان، مساحت محصور بین نمودار و محور t در یک بازهٔ زمانی معین بیانگر جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی است. مثلاً در شکل مقابل، جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t' برابر با S است. $\Delta x_{(۰,t')}=S$



اگر نمودار، زیر محور زمان باشد، قبل از S باید علامت منفی قرار دهید.

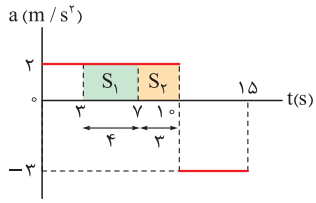
گام **روش** به کمک فرمول اصلی شتاب $(a=\frac{\Delta v}{\Delta t})$، سرعت در لحظه‌های ۷ s و ۱۰ s را حساب می‌کنیم. دقت کنید که شتاب‌ها در نمودار و سرعت در لحظهٔ $t_۱=۳\ s$ در صورت سؤال داده شده است:

$$a_۱=\frac{v_{۷\,s}-v_{۳\,s}}{t_{۷\,s}-t_{۳\,s}}\xrightarrow[v_{۳\,s}=۱\ \text{m/s}]{a_۱=۲\ \text{m/s}^۲}۲=\frac{v_{۷\,s}-۱}{۷-۳}$$

$$\Rightarrow v_{۷\,s}-۱=۸\Rightarrow v_{۷\,s}=۹\ \text{m/s}$$

$$a_۱=\frac{v_{۱۰\,s}-v_{۳\,s}}{t_{۱۰\,s}-t_{۳\,s}}\xrightarrow[v_{۳\,s}=۱\ \text{m/s}]{a_۱=۲\ \text{m/s}^۲}۲=\frac{v_{۱۰\,s}-۱}{۱۰-۳}\Rightarrow v_{۱۰\,s}-۱=۱۴\Rightarrow v_{۱۰\,s}=۱۵\ \text{m/s}$$

روش در درس‌نامه گفتیم که مساحت محصور بین نمودار شتاب ـ زمان و محور زمان برابر تغییرات سرعت است. پس در شکل روبه‌رو در بازهٔ زمانی ۳ s تا ۷ s سرعت به اندازهٔ $۲\times(۷-۳)$ یعنی ۸ m/s تغییر خواهد کرد و داریم:



$$\Delta v_{(۳\,s,۷\,s)}=S_۱\Rightarrow v_{۷\,s}-v_{۳\,s}=S_۱$$

$$\xrightarrow{v_{۳\,s}=۱\ \text{m/s}}v_{۷\,s}-۱=۲\times(۷-۳)\Rightarrow v_{۷\,s}=۹\ \text{m/s}$$

و همچنین برای بازه‌های ۷ s تا ۱۰ s می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta v_{(۷\,s,۱۰\,s)}=S_۲\Rightarrow v_{۱۰\,s}-v_{۷\,s}=S_۲$$

$$\xrightarrow{v_{۷\,s}=۹\ \text{m/s}}v_{۱۰\,s}-۹=۲\times(۱۰-۷)\Rightarrow v_{۱۰\,s}=۱۵\ \text{m/s}$$

گام به کمک رابطهٔ $\Delta x_{(t_۱,t_۲)}=\frac{۱}{۲}a(t_۲-t_۱)^۲+v_۱(t_۲-t_۱)$ جابه‌جایی متحرک را در بازهٔ زمانی ۷ s تا ۱۰ s و همچنین ۱۰ s تا ۱۲ s به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_{(۷\,s,۱۰\,s)}=\frac{۱}{۲}a_۱(۱۰-۷)^۲+v_{۷\,s}(۱۰-۷)$$

$$\xrightarrow[v_{۷\,s}=۹\ \text{m/s}]{a_۱=۲\ \text{m/s}^۲}\Delta x_{(۷\,s,۱۰\,s)}=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۳^۲+۹\times ۳=۳۶\ \text{m}$$

$$\Delta x_{(۱۰\,s,۱۲\,s)}=\frac{۱}{۲}a_۲(۱۲-۱۰)^۲+v_{۱۰\,s}(۱۲-۱۰)$$

$$\xrightarrow[v_{۱۰\,s}=۱۵\ \text{m/s}]{a_۲=-۳\ \text{m/s}^۲}\Delta x_{(۱۰\,s,۱۲\,s)}=\frac{۱}{۲}\times(-۳)\times ۲^۲+۱۵\times ۲=۲۴\ \text{m}$$

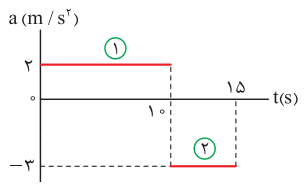
گام متحرک در بازهٔ زمانی ۷ s تا ۱۰ s، ۳۶ m و در بازهٔ زمانی ۱۰ s تا ۱۲ s، ۲۴ m در جهت مثبت حرکت کرده است. پس جابه‌جایی کل در بازهٔ زمانی ۷ s تا ۱۲ s برابر مجموع این دو مقدار است:

$$\Delta x_{(۷\,s,۱۲\,s)}=\Delta x_{(۷\,s,۱۰\,s)}+\Delta x_{(۱۰\,s,۱۲\,s)}=۳۶+۲۴=۶۰\ \text{m}$$

گام حالا همه چیز برای محاسبهٔ سرعت متوسط در بازهٔ زمانی ۷ s تا ۱۲ s آماده است:

$$v_{\text{av}(۷\,s,۱۲\,s)}=\frac{\Delta x_{(۷\,s,۱۲\,s)}}{\Delta t}=\frac{۶۰}{۱۲-۷}=۱۲\ \text{m/s}$$

روش **گام** ابتدا از روی نمودار شتاب ـ زمان، معادلهٔ سرعت ـ زمان بخش‌های (۱) و (۲) حرکت را به دست می‌آوریم تا سرعت اولیه و سرعت نهایی مشخص شود:



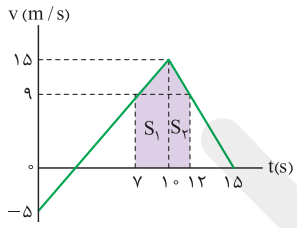
بخش (۱): $v = a_1 t + v_0 = 2t + v_0 \xrightarrow[v=1\,m/s]{t=3s} 1 = 2\times 3 + v_0 \Rightarrow v_0 = -5\,m/s$

$$v = 2t - 5 \Rightarrow \begin{cases} v_{7s} = (2\times 7) - 5 = 9\,m/s \\ v_{10s} = (2\times 10) - 5 = 15\,m/s \end{cases}$$

بخش (۲): $v = a_2 t' + v'_0 \xrightarrow[t'=t-10]{v'_0 = v_{10s} = 15\,m/s} v = -3(t-10) + 15$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_{12s} = -3(12-10) + 15 = 9\,m/s \\ v_{15s} = -3(15-10) + 15 = 0 \end{cases}$$

گام حالا با توجه به اطلاعات به‌دست‌آمده، نمودار سرعت ـ زمان این متحرک را رسم می‌کنیم؛ طراح، سرعت متوسط در بازهٔ زمانی ۷ s تا ۱۲ s را می‌خواهد؛ برای این کار باید مساحت محصور در این بازه را حساب کنیم و سپس به کمک رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$، سرعت متوسط را به دست آوریم:



$$\Delta x_{(7s,12s)} = S_1 + S_2 = \frac{(9+15)(10-7)}{2} + \frac{(9+15)(12-10)}{2} = 36 + 24 = 60\,m$$

$$v_{av(7s,12s)} = \frac{\Delta x_{(7s,12s)}}{\Delta t} = \frac{60}{\underbrace{12-7}_{5}} = 12\,m/s$$

تیزبازی در بازهٔ زمانی ۷ s تا ۱۲ s بیشترین مقدار سرعت $15\,m/s$ و کم‌ترین مقدار آن (در لحظه‌های ۷ s و ۱۲ s) برابر $9\,m/s$ است. بنابراین سرعت متوسط حتماً از $9\,m/s$ بیشتر و از $15\,m/s$ کم‌تر است. یعنی فقط ۳ می‌تواند درست باشد.

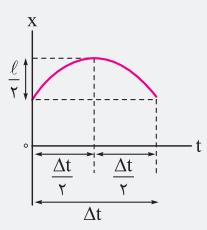
۵- گزینه ۳

شفاف‌سازی ۱ لحظه‌های $t_1 = 0\,s$ و $t_2 = 6\,s$ نسبت به نقطهٔ بیشینه، قرینه‌اند و متحرک در این لحظه‌ها در مکان x_0 قرار دارد. ۲ چند ثانیه بردار مکان متحرک در جهت محور x است: چند ثانیه $x > 0$ بوده و نمودار مکان ـ زمان بالای محور t است. در واقع تست لحظهٔ برخورد نمودار مکان ـ زمان با محور t را می‌خواهد.

استراتژی ۱ از تندی متوسط در بازهٔ زمانی صفر تا ۶ s شروع می‌کنیم و مسافت طی‌شده در این بازه را محاسبه می‌کنیم. ۲ از قرینه‌بودن لحظه‌های $t_1 = 0\,s$ و $t_2 = 6\,s$ استفاده می‌کنیم و جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی ۳ s تا ۶ s را پیدا می‌کنیم. ۳ به کمک رابطهٔ $\Delta x = \frac{1}{2}a\Delta t^2$ شتاب حرکت را به دست می‌آوریم. ۴ یک بار دیگر از رابطهٔ $\Delta x = \frac{1}{2}a\Delta t^2$ استفاده می‌کنیم تا لحظهٔ برخورد نمودار با محور x مشخص شود.

درس‌نامه ۱ تندی متوسط:

مسافت پیموده‌شده
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$$



۲ در حرکت با شتاب ثابت، نمودار مکان ـ زمان یک سهمی است. یکی از ویژگی‌های سهمی، متقارن‌بودن آن نسبت به نقطهٔ اکسترممش است. مثلاً در شکل روبه‌رو، نمودار قبل و $\frac{\Delta t}{2}$ بعد از نقطهٔ بیشینه، متقارن است؛ بنابراین اگر متحرک در مدت Δt مسافت ℓ را پیموده باشد، در هر $\frac{\Delta t}{2}$ قبل و بعد از نقطهٔ بیشینه، مسافت $\frac{\ell}{2}$ را طی کرده است.

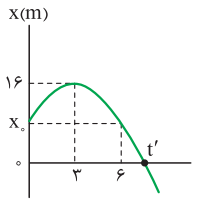
۳ در نقطهٔ بیشینه یا کمینهٔ نمودار مکان ـ زمان، حرکت راست‌خط شتاب ثابت، سرعت متحرک صفر شده و تغییر جهت می‌دهد؛ بنابراین جابه‌جایی متحرک از لحظهٔ تغییر جهت تا Δt ثانیه بعد از آن از رابطهٔ روبه‌رو محاسبه شود: $\Delta x = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2$

۴ در لحظه‌ای که نمودار مکان ـ زمان محور t را قطع می‌کند، بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد.

گام با داشتن تندی متوسط در بازهٔ زمانی صفر تا ۶ s، مسافت طی‌شده در این مدت و سپس جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی ۳ s تا ۶ s را حساب می‌کنیم:

$$s_{av(0s,6s)} = \frac{\ell_{(0s,6s)}}{\Delta t} \Rightarrow 3 = \frac{\ell_{(0s,6s)}}{6-0} \Rightarrow \ell_{(0s,6s)} = 18\,m$$

با توجه به متقارن‌بودن نمودار روبه‌رو، اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی ۳ s تا ۶ s برابر نصف مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا ۶ s است:



$$\Delta x_{(3s,6s)} = -\frac{\ell_{(0s,6s)}}{2} = \frac{-18}{2} = -9\,m$$

گام می‌دانیم در نقطهٔ اکسترمم، سرعت متحرک صفر است. پس برای محاسبهٔ شتاب کافی است رابطهٔ $\Delta x = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2$ را برای بازهٔ زمانی ۳ s تا ۶ s بنویسیم:

$$\Delta x_{(3s,6s)} = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 \Rightarrow -9 = \frac{1}{2}a\times(6-3)^2 \Rightarrow a = -2\,m/s^2$$

گام می‌خواهیم لحظه‌ای که بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد را پیدا کنیم؛ یعنی لحظه‌ای که نمودار محور t را قطع کرده است. برای این کار رابطهٔ $\Delta x = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2$ را برای بازهٔ زمانی ۳ s تا t' می‌نویسیم:

$$\Delta x_{(3s,t')} = \frac{1}{2}a(t'-3)^2 \xrightarrow{\Delta x_{(3s,t')} = -16\,m} -16 = \frac{1}{2}\times(-2)\times(t'-3)^2$$

$$\Rightarrow (t'-3)^2 = 16 \Rightarrow t'-3 = \pm 4 \Rightarrow \begin{cases} t' = 7\,s \\ t' = -1\,s \text{ غ‌ق‌ق} \end{cases}$$

بردار مکان متحرک در لحظهٔ $t' = 7\,s$، از مثبت به منفی تغییر جهت می‌دهد؛ پس در بازهٔ زمانی صفر تا ۷ s بردار مکان مثبت (در جهت محور x) است.

تیزبازی بدون محاسبهٔ شتاب و با نوشتن نسبت زیر می‌توانیم گام‌های دوم و سوم را دور بزنیم و و سریع‌تر به جواب برسیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 \xrightarrow{\text{شتاب ثابت است.}} \frac{\Delta x_{(3s,t')}}{\Delta x_{(3s,6s)}} = \left(\frac{\Delta t'}{\Delta t}\right)^2 \Rightarrow \frac{-16}{-9} = \left(\frac{t'-3}{6-3}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{t'-3}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow t' = 7\,s$$

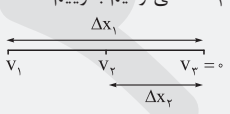
تله حواستون باشه! تست گفته بردار مکان در جهت محور x باشد. اگه بردار مکان را با بردار جابه‌جایی اشتباه بگیرید، به گزینهٔ اشتباه یعنی ۴ می‌رسید.

۶- گزینه ۲

استراتژی زمان حرکت را نه داده و نه خواسته، پس رابطهٔ مناسب، رابطهٔ مستقل از زمان است. از یکسان‌بودن شتاب در دو مرحلهٔ حرکت استفاده می‌کنیم و به جواب تست می‌رسیم.

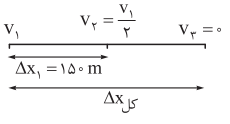
درس‌نامه ۱ اگر در حرکت با شتاب ثابت، زمان حرکت داده یا خواسته نشود، استفاده از رابطهٔ مقابل یک انتخاب منطقی است: $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$

۲ اگر در یک حرکت شتاب ثابت، سرعت متحرک در ابتدا یا انتهای مسیر صفر باشد، می‌توانیم رابطهٔ مستقل از زمان را به صورت نسبت بنویسیم. مثلاً در شکل زیر سرعت در انتهای مسیر صفر است. بنابراین برای جابه‌جایی‌های Δx_1 و Δx_2 می‌توانیم بگوییم:



$$\begin{cases} v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x_1 \\ v_3^2 - v_2^2 = 2a\Delta x_2 \end{cases} \xrightarrow{v_3 = 0} \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}$$

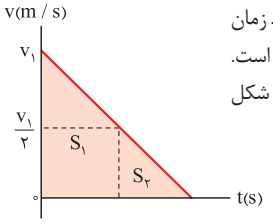
روش ابتدا مانند شکل مقابل، شکل مناسبی از مسیر حرکت را رسم می‌کنیم. با توجه به این‌که شتاب در کل مسیر یکسان است، از رابطهٔ مستقل از زمان کمک می‌گیریم و نسبت $\frac{\Delta x_1}{\Delta x_{کل}}$ را می‌نویسیم:



$$\begin{cases} v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x_1 \\ v_3^2 - v_1^2 = 2a\Delta x_{کل} \end{cases} \xrightarrow[v_3 = 0]{v_2 = \frac{v_1}{2}} \frac{\left(\frac{v_1}{2}\right)^2 - v_1^2}{0 - v_1^2} = \frac{\Delta x_1}{\Delta x_{کل}}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{v_1^2}{4} - v_1^2}{-v_1^2} = \frac{150}{\Delta x_{کل}} \Rightarrow \frac{\frac{3v_1^2}{4}}{v_1^2} = \frac{150}{\Delta x_{کل}} \Rightarrow \Delta x_{کل} = \frac{4\times 150}{3} = 200\,m$$

روش می‌دانیم مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان بیانگر مسافت طی‌شده توسط متحرک است. بنابراین نمودار سرعت ـ زمان این حرکت را به صورت شکل روبه‌رو رسم می‌کنیم.



یادآوری در مثلث‌های متشابه، نسبت مساحت‌های دو مثلث برابر با مجذور نسبت اضلاع متناظر است.

به کمک یادآوری بالا، تست را حل می‌کنیم.

در این شکل S_1 همان ۱۵۰ متر اول است که در صورت سؤال گفته و خواستهٔ سؤال S_1+S_2 است.

$$\frac{S_1+S_2}{S_2}=\left(\frac{v_1}{\frac{v_1}{2}}\right)^2 \Rightarrow \frac{150+S_2}{S_2}=\frac{4}{1} \Rightarrow 4S_2=150+S_2 \Rightarrow 3S_2=150$$

$$\Rightarrow S_2=50\ m$$

$$\Delta x_{\text{کل}}=S_1+S_2=150+50=200\ m$$

مشاوره شاید متوجه شده باشید که در این آزمون خبری از تست حرکت سقوط آزاد نبود! در حالی که این مبحث همیشه پای ثابت کنکورهای رشتهٔ ریاضی بوده، دلیلش اینه که در سال ۱۴۰۰ به دلیل همه‌گیری کرونا، سقوط آزاد از کنکور حذف شده بود. پس این موضوع فقط یک اتفاق برای اون سال بوده و دیگه تکرار نمی‌شه.

۷- گزینه ۱

شفاف‌سازی در آستانهٔ سرخوردن است: نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جسم بیشینه است.

درس‌نامه ۱ وقتی جسم در آستانهٔ حرکت است، نیروی اصطکاک وارد بر آن ایستایی بیشینه است و اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$f_{s,max}=\mu_s F_N$$

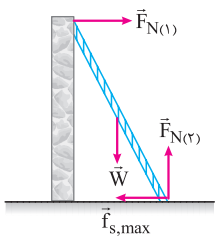
(μ_s: ضریب اصطکاک ایستایی، F_N: اندازهٔ نیروی عمودی سطح)

۲ اندازهٔ نیروی سطح (نیروی تکیه‌گاه، نیروی واکنش سطح) برابر است با:

$$R=\sqrt{f^2+F_N^2}$$

در رابطهٔ بالا، f نیروی اصطکاک وارد بر جسم است که می‌تواند ایستایی، ایستایی بیشینه و جنبشی باشد.

گام قبل از هر چیز، مطابق شکل نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم. طبق گفتهٔ طراح، دیوار قائم بدون اصطکاک است. پایهٔ نردبان هم روی سطح افقی در آستانهٔ سرخوردن است، پس نیروی اصطکاک وارد بر نردبان، از طرف سطح افقی، ایستایی بیشینه است.



گام با توجه به شکل، از طرف سطح افقی دو نیروی $\vec{F}_{N(2)}$ و $\vec{f}_{s,max}$ به نردبان وارد می‌شود؛ نردبان نیز واکنش این نیرو را به سطح وارد می‌کند که برابر ۲۰۰ N است؛ با این حساب: $F_{N(2)}=W=mg=16\times10=160\ N$: تعادل در راستای قائم

$$R=\sqrt{F_{N(2)}^2+f_{s,max}^2}=200 \Rightarrow \sqrt{160^2+f_{s,max}^2}=200$$

$$\Rightarrow f_{s,max}^2=200^2-160^2=(200-160)(200+160)=40\times360$$

$$\Rightarrow f_{s,max}=2\times60=120\ N$$

تیزبازی برای محاسبهٔ $f_{s,max}$ از الگوی اعداد فیثاغورسی $3k$، $4k$ و $5k$ نیز می‌توان استفاده کرد؛ یعنی:

$$\begin{cases}R=200=5\times40\\F_{N(2)}=160=4\times40\end{cases} \Rightarrow f_{s,max}=3\times40=120$$

گام ضریب اصطکاک ایستایی برابر است با:

$$f_{s,max}=\mu_s F_{N(2)}=120 \Rightarrow 160\mu_s=120 \Rightarrow \mu_s=\frac{120}{160}=\frac{3}{4}$$

مشاوره این تست نمونهٔ خوبی از میزان اهمیت کتاب درسی در کنکور است. تمرین‌ها و فعالیت‌های کتاب درسی را جدی بگیرید و حداقل یک بار آن‌ها را حل کنید. ارزش این کار را روز کنکورتان خواهید فهمید.

۸- گزینه ۱

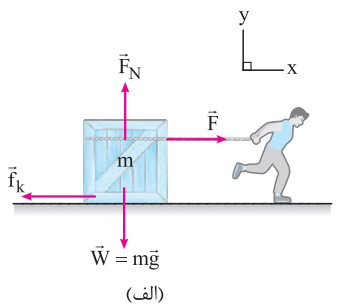
استراتژی ۱ در حالت اول (قبل از کم‌شدن جرم) نیروهای وارد بر جسم را مشخص کرده و سپس به کمک قانون دوم نیوتون F را تعیین می‌کنیم. ۲ جرم کل صندوق را در حالت دوم (بعد از کم‌شدن جرم) m' در نظر گرفته و قانون دوم نیوتون را برای این حالت هم اعمال می‌کنیم. با این کار m و در نتیجه جرم کم‌شده به دست می‌آید.

درس‌نامه نیروی اصطکاک وارد بر جسمی که در حال حرکت است، جنبشی است و اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$f_k=\mu_k F_N$$

(μ_k: ضریب اصطکاک جنبشی، F_N: اندازهٔ نیروی عمودی سطح)

روش **گام** مطابق شکل (الف)، نیروهای وارد بر صندوق را در حالت اول رسم می‌کنیم و قانون دوم نیوتون را برای راستاهای x و y می‌نویسیم:



(الف)

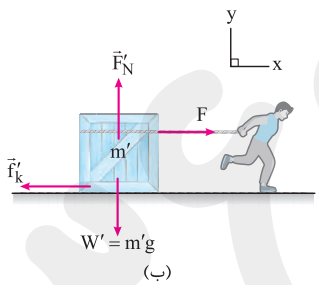
در راستای y: $F_N-mg=0$

$$\Rightarrow F_N=mg=160\times10=1600\ N$$

$$f_k=\mu_k F_N=\frac{2}{10}\times1600=320\ N$$

در راستای x: $F-f_k=ma \Rightarrow F-320=\underbrace{160}_{40}\times\frac{25}{100} \Rightarrow F=360\ N$

گام حالا مجموع جرم صندوق و محتویات آن را در حالت دوم m' در نظر گرفته و با توجه به شکل (ب)، قانون دوم نیوتون را برای راستاهای x و y می‌نویسیم:



(ب)

در راستای y: $F'_N-m'g=0$

$$\Rightarrow F'_N=m'g=10m'$$

$$f'_k=F'_N\mu_k=(10m')\times\frac{2}{10}=2m'$$

در راستای x: $F-f'_k=m'a' \xrightarrow{a'=2a=2\times0/25=0/5\ m/s^2} 360-2m'=m'\times0/5$

$$\Rightarrow 2/5m'=360 \Rightarrow m'=144\ kg$$

روش می‌توانیم گام‌های اول و دوم را یک‌جا بنویسیم:

$$F-f_k=ma \Rightarrow F-\mu_k mg=ma \Rightarrow F=m(a+\mu_k g)$$

$$\xrightarrow{F:\text{ثابت}} m(a+\mu_k g)=m'(a'+\mu_k g) \Rightarrow \frac{m'}{m}=\frac{a+\mu_k g}{a'+\mu_k g}$$

$$\Rightarrow \frac{m'}{160}=\frac{0/25+(0/2\times10)}{(2\times0/25)+(0/2\times10)} \Rightarrow m'=160\times\frac{2/25}{2/5}=144\ kg$$

خواستهٔ تست، تفاضل جرم محتویات صندوق است؛ بنابراین:

$$\Delta m=m-m'=160-144=16\ kg$$

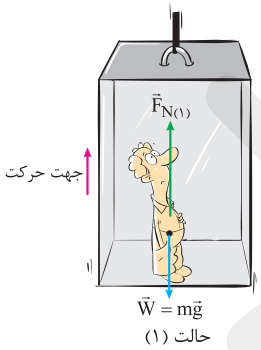
۹- گزینه ۳

استراتژی برای حل تست‌های آسانسوری! مثل این تست، روند زیر را طی می‌کنیم:

۱ نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم. یک نیرو که همیشه با آن سروکار داریم، وزن است. نیروی دیگر هم در بیشتر تست‌ها، یا نیروی عمودی سطح است (که از کف اتاقک آسانسور به جسم وارد می‌شود)، یا نیروی کشسانی فنر (که از طرف فنری که جسم را به سقف اتاقک آسانسور متصل‌کرده وارد می‌شود.) ۲ نیروی موافق حرکت جسم (نیرویی که در جهت حرکت جسم است) را از نیروی مخالف حرکت جسم (نیرویی که در خلاف جهت حرکت جسم است.) کم کرده و حاصل را برابر ma قرار می‌دهیم؛ یعنی: $F_{\text{موافق}} - F_{\text{مخالف}} = ma$

در رابطهٔ بالا، اگر حرکت جسم تندشونده باشد، $a > 0$ و اگر حرکت جسم کندشونده باشد، $a < 0$ است.

روش **گام** می‌دانیم ترازو اندازهٔ نیروی عمودی سطح را نشان می‌دهد. با توجه به استراتژی بالا، F_N را در حالت‌های (۱) و (۲) حساب می‌کنیم:

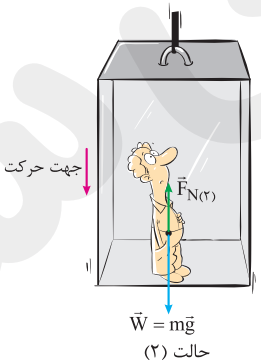


حالت (۱)

حالت (۱): شروع به حرکت رو به بالا با شتاب a

$F_{N(1)} - mg = ma \Rightarrow F_{N(1)} = mg + ma$

$= ۶۰ \times ۱۰ + ۶۰a = ۶۰۰ + ۶۰a$



حالت (۲)

حالت (۲): شروع به حرکت رو به پایین با شتاب ۲a

$mg - F_{N(2)} = m(2a) \Rightarrow F_{N(2)} = mg - 2ma$

$= ۶۰ \times ۱۰ - ۲(۶۰)a = ۶۰۰ - ۱۲۰a$

گام اختلاف دو نیروی عمودی سطح را می‌دانیم؛ بنابراین:

$F_{N(1)} - F_{N(2)} = ۲۷۰ \Rightarrow (۶۰۰ + ۶۰a) - (۶۰۰ - ۱۲۰a) = ۲۷۰$

$\Rightarrow ۱۸۰a = ۲۷۰ \Rightarrow a = \frac{۳}{۲}\,m/s^۲$

روش

نکته اگر تغییر نیروی خالص وارد بر جسم برابر ΔF_{net} و تغییر شتاب ناشی از آن برابر Δa باشد، از قانون دوم نیوتون می‌توانیم نتیجه بگیریم: $\Delta F_{net} = m\Delta a$

با توجه به نکتهٔ بالا، در این تست، دلیل تغییر نیروی خالص، نیروی عمودی سطح وارد بر شخص است. بنابراین داریم: $|\Delta F_N| = m|\Delta a|$

خواستان باشد که در حالت اول شتاب برابر a، رو به بالا و در حالت دوم شتاب برابر ۲a، رو به پایین است. در نتیجه داریم: $|\Delta a| = ۳a$؛ بنابراین:

$|\Delta F_N| = m|\Delta a| \Rightarrow ۲۷۰ = ۶۰ \times ۳a \Rightarrow a = \frac{۳}{۲}\,m/s^۲$

۱۰- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ دربارهٔ ماهواره‌ای که در مدار دایره‌ای به شعاع r به دور زمین می‌چرخد، باید تناسب‌های زیر را بدانید:

کمیت	شتاب مرکزگرا (a)	تندی (v)	دورهٔ گردش (T)
تناسب	$\frac{a_۲}{a_۱} = (\frac{r_۱}{r_۲})^۲$	$\frac{v_۲}{v_۱} = \sqrt{\frac{r_۱}{r_۲}}$	$\frac{T_۲}{T_۱} = \sqrt{(\frac{r_۲}{r_۱})^۳}$

اگر فاصلهٔ ماهواره از سطح زمین h باشد، $r = R_e + h$ است (R_e شعاع کرهٔ زمین).

۲ انرژی جنبشی ماهواره‌ای به جرم m که با تندی v در حال چرخش است، از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید: $K = \frac{۱}{۲}mv^۲$

گام ابتدا با توجه به درس‌نامهٔ صفحهٔ قبل، نسبت تندی دو ماهواره را به دست می‌آوریم:

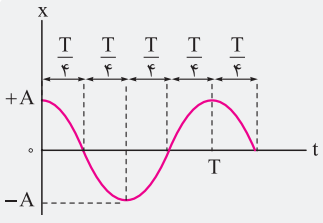
$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} = \sqrt{\frac{R_e + \frac{R_e}{۴}}{R_e + \frac{R_e}{۲}}} = \sqrt{\frac{\frac{۵}{۴}R_e}{\frac{۳}{۲}R_e}} = \sqrt{\frac{۵}{۶}}$$

گام حالا داریم:

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times (\frac{v_A}{v_B})^۲ = \frac{m}{۲m} \times (\sqrt{\frac{۵}{۶}})^۲ = \frac{۱}{۲} \times \frac{۵}{۶} = \frac{۵}{۱۲}$$

۱۱- گزینه ۲

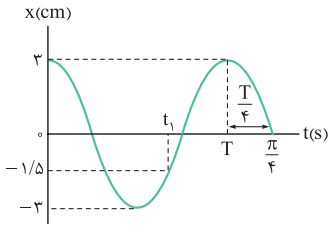
درس‌نامه ۱ نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده به شکل مقابل است:



۲ بسامد زاویه‌ای نوسانگر: $\omega = \frac{۲\pi}{T}$ ← دورهٔ نوسان

۳ رابطهٔ نیرو ـ مکان در حرکت هماهنگ ساده: $F = -m\omega^۲x \Rightarrow F_{max} = m\omega^۲A$

گام ابتدا به کمک نمودار داده‌شده، دورهٔ تناوب نوسانگر را حساب می‌کنیم. لحظهٔ $t = \frac{\pi}{۴}\,s$ داده‌شده در نمودار، معادل با $T + \frac{T}{۴}$ است، بنابراین:



$$T + \frac{T}{۴} = \frac{\pi}{۴} \Rightarrow ۵\frac{T}{۴} = \frac{\pi}{۴} \Rightarrow T = \frac{\pi}{۵}\,s$$

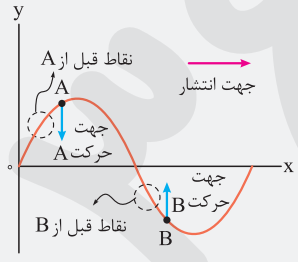
گام حالا بسامد زاویه‌ای نوسانگر را به دست می‌آوریم: $\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{\frac{\pi}{۵}} = ۱۰\,rad/s$

گام از آن‌جایی که مکان متحرک را در لحظهٔ $t_۱$ داریم، برای به دست آوردن اندازهٔ نیروی خالص وارد بر آن در لحظهٔ $t_۱$، از رابطهٔ نیرو ـ مکان استفاده می‌کنیم؛ یعنی:

$$F = -m\omega^۲x = -\frac{۲}{۱۰} \times (۱۰^۲) \times (\frac{-۱/۵}{۱۰۰}) = ۰/۳\,N$$

۱۲- گزینه ۲

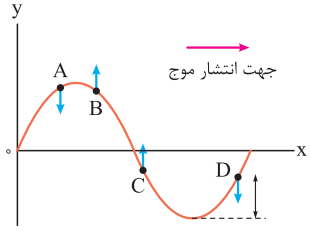
درس‌نامه ۱ در یک موج عرضی، برای تعیین جهت حرکت هر یک از ذرات محیط در هر لحظه، از قاعدهٔ مقابل استفاده می‌کنیم:



با توجه به جهت انتشار، هر ذره (نقطه) قرار است شبیه ذرات (نقاط) قبل از خود شود.

۲ در حرکت هماهنگ ساده، تندی نوسانگر در نقطهٔ تعادل، بیشینه و در نقاط بازگشت برابر صفر است.

گام ابتدا با توجه به جهت انتشار موج، جهت حرکت هر یک از ذرات را پس از این لحظه مشخص می‌کنیم. از آن‌جایی که هر ذره قرار است شبیه ذرات قبل از خود شود، جهت حرکت هر یک از ذرات به شکل مقابل است:



گام حالا باید تعیین کنیم که کدام‌یک از چهار ذره زودتر به نقطهٔ بازگشت خود (که تندی در آن‌جا برابر صفر است) می‌رسد. ذرات A و C که در حال دورشدن از نقطهٔ بازگشت هستند، پس کنار می‌روند. دو ذرهٔ B و D در حال نزدیک‌شدن به نقطهٔ بازگشت خود هستند، اما چون در این لحظه، ذرهٔ B در مقایسه با ذرهٔ D به نقطهٔ بازگشت خود نزدیک‌تر است، زودتر به آن می‌رسد و زودتر تندی‌اش صفر می‌شود.

تله همیشه یادتان باشد که ذرهٔ x می‌خواهد شبیه ذرات **قبل** از خود شود و تشخیص ذرات قبل از x براساس جهت انتشار موج انجام می‌شود. هر گونه بی‌دقتی در این موضوع شما را به گزینهٔ نادرست می‌رساند. در این تست، ① بی‌رحمانه منتظر بی‌دقتی شماست.

۱۳- گزینه ۱

درس‌نامه فرمول‌های مربوط به شدت صوت و تراز شدت صوت را ببینید:

شدت صوت: $I=\frac{P}{A}=\frac{E}{At}$

تراز شدت صوت برحسب دسی‌بل (dB): $\beta=10\log(\frac{I}{I_0})$

(شدت صوت مرجع: $I_0=10^{-12}\ W/m^2$)

برای حل تست‌های این مبحث روابط لگاریتمی زیر به کارتان می‌آید:

$$\log A^n=n\log A,\ \log(AB)=\log(A)+\log(B),$$

$$\log(\frac{A}{B})=\log(A)-\log(B)$$

گام ابتدا شدت صوت را در این محل حساب می‌کنیم:

$$\beta=10\log(\frac{I}{I_0})\Rightarrow 96=10\log(\frac{I}{I_0})\Rightarrow 9/6=\log(\frac{I}{I_0})$$

$$\Rightarrow 9+2\times\underbrace{(0/3)}_{\log 2}=\log(\frac{I}{I_0})\Rightarrow \log(10^9)+\log(2^2)=\log(\frac{I}{I_0})$$

$$\Rightarrow 4\times10^9=\frac{I}{I_0}\Rightarrow 4\times10^9=\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow I=4\times10^{-3}\ W/m^2$$

گام حالا داریم:

$$I=\frac{E}{At}\Rightarrow 4\times10^{-3}=\frac{E}{(1\times10^{-6})\times60}\Rightarrow E=0/24\times10^{-6}\ J$$

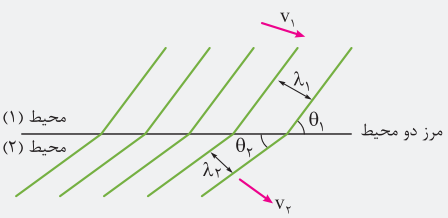
$$\xrightarrow{10^{-6}\ J=1\mu J} E=0/24\ \mu J$$

مشاوره در حل تست‌های مبحث تراز شدت صوت، مهم‌ترین مهارت، حل رابطهٔ لگاریتمی است. در این تست‌ها اغلب $\log 2=0/3$ را می‌دهند و شما باید یاد بگیرید که چگونه عددی که با آن سروکار دارید را به صورت مجموع یک عدد صحیح و یک عدد برحسب ۰/۳ بنویسید. چند نمونه ببینید:

- $5/1=6-(3\times0/3)$
- $5/2=4+(4\times0/3)$
- $5/3=5+0/3$
- $5/4=6-(2\times0/3)$
- $5/5=4+(5\times0/3)$

۱۴- گزینه ۳

درس‌نامه **قانون شکست عمومی:** وقتی جبهه‌های موج به شکل زیر از محیط (۱) وارد محیط (۲) می‌شوند، داریم:



$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{v_2}{v_1}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$$

در رابطهٔ بالا، θ در هر محیط، زاویهٔ بین جبهه‌های موج با مرز است.

- با تغییر محیط انتشار موج، بسامد آن تغییر نمی‌کند.

گام جبهه‌های موج با مرز جدایی دو محیط، در محیط‌های (۱) و (۲) به ترتیب زاویهٔ 45° و 30° ساخته‌اند. پس: $\theta_1=45^\circ$ و $\theta_2=30^\circ$

گام حالا با توجه به قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}\Rightarrow\frac{v_1}{v_2}=\frac{\sin45^\circ}{\sin30^\circ}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$$

۱۵- گزینه ۱

درس‌نامه

- بسامد هماهنگ nاُم موج ایستادهٔ تشکیل‌شده در یک تار دو انتها بسته به طول L، از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید: $f_n=\frac{nv}{2L}\rightarrow$ تندی انتشار موج
- به بسامد هماهنگ اول $(n=1)$، بسامد اصلی می‌گوییم: $f_1=\frac{v}{2L}$
- بسامد هماهنگ nاُم، n برابر بسامد اصلی است: $f_n=nf_1$
- اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی برابر است با بسامد اصلی. مثلاً: $f_8-f_7=f_1$

گام در درس‌نامهٔ بالا دیدیم که اختلاف بسامد دو هماهنگ متوالی تار برابر با بسامد اصلی آن است. بنابراین: $f_1=225-150=75\ Hz$

گام حالا طبق رابطهٔ زیر داریم:

$$f_n=\frac{nv}{2L}\xrightarrow{n=1} f_1=\frac{v}{2L}\Rightarrow 75=\frac{v}{2\times0/5}\Rightarrow v=75\ m/s$$

مشاوره بررسی کنکورهای چند سال اخیر نشان می‌دهد که طراحان کنکور ارادت ویژه‌ای به بحث بسامدهای تشدیدی تار دارند. با دانستن چند فرمول به راحتی از پس حل تست‌های آن برمی‌آیید.

۱۶- گزینه ۳

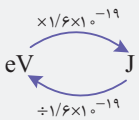
درس‌نامه در اثر فوتوالکتریک، انرژی جنبشی سریع‌ترین فوتوالکترون‌های گسیل‌شده از سطح فلز، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K_{max}=hf-hf_0\xrightarrow{f=\frac{c}{\lambda}}K_{max}=\frac{hc}{\lambda}-\frac{hc}{\lambda_0}$$

(بسامد نور فرودی، بسامد آستانهٔ فلز، طول موج نور فرودی، طول موج آستانهٔ فلز)

($h=6/6\times10^{-34}\ J.s\simeq4\times10^{-15}\ eV.s$: ثابت پلانک و $c=3\times10^8\ m/s$: تندی نور در خلأ)

- الکترون‌ولت (eV) یکای متداول انرژی در فیزیک اتمی و هسته‌ای است. تبدیل eV به J و برعکس به صورت مقابل انجام می‌شود:



گام K_{max} را در دو حالت بر حسب الکترون‌ولت محاسبه می‌کنیم:

$$K_{max(1)}=\frac{6/4\times10^{-19}\ J}{1/6\times10^{-19}}=4\ eV$$

$$K_{max(2)}=\frac{25}{100}K_{max(1)}=\frac{1}{4}\times4=1\ eV$$

گام حالا با قراردادن اطلاعات مسئله در رابطهٔ $K_{max}=\frac{hc}{\lambda}-\frac{hc}{\lambda_0}$ یک دستگاه دو معادله ـ دو مجهول می‌سازیم و طول موج آستانه را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases}4=\frac{hc}{\lambda}-\frac{hc}{\lambda_0}\\ 1=\frac{hc}{2\lambda}-\frac{hc}{\lambda_0}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4+\frac{hc}{\lambda_0}=\frac{hc}{\lambda}\\ 2+2\frac{hc}{\lambda_0}=\frac{hc}{\lambda}\end{cases}\Rightarrow 4+\frac{hc}{\lambda_0}=2+2\frac{hc}{\lambda_0}\Rightarrow\frac{hc}{\lambda_0}=2$$

$$\xrightarrow{hc=1200\ eV.nm}\lambda_0=\frac{1200}{2}=600\ nm$$

گام در این قسمت تندی نور در خلأ داده نشده و شما باید از دانسته‌های خودتان آن را برابر $3\times10^8\ m/s$ فرض کنید:

$$f_0=\frac{c}{\lambda_0}=\frac{3\times10^8}{600\times10^{-9}}=5\times10^{14}\ Hz=500\ THz$$

مشاوره بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها از تست‌خیزترین مباحث فصل فیزیک اتمی در کنکور است. برای تست‌های نسبتاً آسان این بحث دانستن ۲، ۳ فرمول کافی است. در تست‌های کمی سخت‌تر مانند همین تست، علاوه بر دانستن فرمول‌ها، باید مهارت کافی در حل معادلات را داشته باشید.

۱۷- گزینه ۴

درس‌نامه طبق مدل اتمی بور، انرژی الکترون در مدار $n^{ام}$ اتم هیدروژن، از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \quad (E_R = ۱۳/۶\ eV \text{ :یک ریدبرگ})$$

(n: شمارهٔ مدار الکترون)

گام شمارهٔ مدار مبدأ (n_1) و مقصد (n_2) الکترون را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$E_n = -\frac{۱۳/۶}{n^2} \Rightarrow \begin{cases} -۰/۸۵ = \frac{-۱۳/۶}{n_1^2} \Rightarrow n_1 = ۴ \\ -۰/۵۴۴ = -\frac{۱۳/۶}{n_2^2} \Rightarrow n_2 = ۵ \end{cases}$$

گام

نکته در اتم هیدروژن، $n=۱$ حالت پایه، $n=۲$ اولین حالت برانگیخته، $n=۳$ دومین حالت برانگیخته و ... نامیده می‌شود؛ بنابراین تراز $n^{ام}$، همان $(K = n-۱)^{امین}$ حالت برانگیخته است.

با توجه به نکتهٔ بالا، $n_1 = ۴$، سومین $(K = ۴-۱ = ۳)$ حالت برانگیخته و $n_2 = ۵$، چهارمین $(L = ۵-۱ = ۴)$ حالت برانگیخته است.

تیزبازی با توجه به گزینه‌ها، می‌توانستیم فقط n_1 و K را به دست آوریم و به جواب تست برسیم.

تله در قسمت‌هایی که با شمارهٔ حالت برانگیخته سروکار دارید، به‌هیچ‌وجه عجله نکنید. شمارهٔ حالت برانگیخته، $n-۱$ است نه n! در این تست (۲) برای دانش‌آموزان عجول قرار داده شده است.

۱۸- گزینه ۴

استراتژی برای بررسی فرایندهای مربوط به واپاشی مراحل زیر را به ترتیب طی می‌کنیم:
(۱) فرایند واپاشی را می‌نویسیم *(اگه فرایند توی صورت تست داده شده بود، نیازی به این مرحله نداریم.)* (۲) پایستگی عدد جرمی و پایستگی عدد اتمی را برای اجزای دو طرف فرایند می‌نویسیم تا خواستهٔ تست به دست آید.

درس‌نامه (۱) عدد جرمی: مجموع تعداد پروتون‌ها (عدد اتمی) و نوترون‌ها (عدد نوترونی)

$$A = Z + N$$

(۲) در فرایندهای واپاشی دو اصل زیر برقرار است:

- پایستگی عدد جرمی (پایستگی تعداد نوکلئون‌ها): مجموع تعداد نوکلئون‌های دو طرف فرایند یکسان است.
- پایستگی عدد اتمی (پایستگی تعداد پروتون‌ها): مجموع تعداد پروتون‌های دو طرف فرایند یکسان است.

گام

نکته ذرهٔ β^- همان الکترون $({}^{0}_{-1}\beta^-)$ است.

ابتدا فرایند واپاشی را می‌نویسیم (هستهٔ دختر را با ${}^{A}_{Z}Y$ نشان دادیم.)

$${}^{۲۳۴}_{۹۰}Th \rightarrow {}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{-1}\beta^-$$

پایستگی عدد جرمی و پایستگی عدد اتمی را برای اجزای دو طرف فرایند می‌نویسیم:

پایستگی عدد جرمی: $۲۳۴ = A + ۰ \Rightarrow A = ۲۳۴$

پایستگی عدد اتمی: $۹۰ = Z - ۱ \Rightarrow Z = ۹۱$

گام حالا تعداد نوترون‌های (عدد نوترونی) هستهٔ دختر را به دست می‌آوریم:

$$N = A - Z \xrightarrow[Z=۹۱]{A=۲۳۴} N = ۲۳۴ - ۹۱ = ۱۴۳$$

در پایان نسبت عدد اتمی هستهٔ دختر به عدد نوترونی آن را می‌نویسیم:

$$\frac{Z}{N} = \frac{۹۱}{۱۴۳}$$

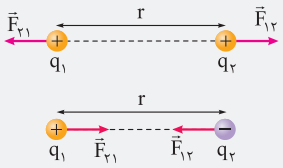
۱۹- گزینه ۲

شفاف‌سازی میدان الکتریکی خالص در مرکز مربع برابر صفر باشد: بارهای یکسان در رأس‌های مقابل هم قرار بگیرند.

درس‌نامه (۱) دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، به هم نیروی الکتریکی‌ای وارد می‌کنند که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad (\text{ثابت کولن}: k = ۹\times۱۰^۹\ \frac{N.m^2}{C^2})$$

(۲) مطابق شکل مقابل، بارهای همنام یکدیگر را دفع و بارهای ناهمنام یکدیگر را جذب می‌کنند.

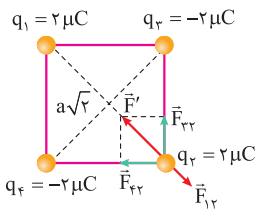


نکته چون در بیشتر تست‌های این مبحث بارها را برحسب میکروکولن و فاصله‌ها را برحسب سانتی‌متر می‌دهند، می‌توانید در رابطهٔ بالا کمیت‌ها را با همین یکاها جای‌گذاری کرده و به جای k، ۹۰ را قرار دهید تا F برحسب نیوتون به دست آید.

$$F(\text{برحسب N}) = ۹۰\times\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\ (\text{برحسب } \mu C,\ \text{برحسب } cm)$$

(تکنیک محاسباتی ۹۰)

گام برای آن‌که میدان الکتریکی خالص در مرکز مربع صفر شود، باید مانند شکل روبه‌رو بارهای مشابه و هم‌نام در رأس‌های مقابل هم قرار گیرند.



گام نیروهای وارد بر یکی از بارها (در این‌جا q_2) را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$F_{۳۲} = F_{۴۲} = k\frac{|q_3||q_2|}{a^2} = ۹۰\times\frac{۲\times۲}{۳۰^2} = ۰/۴\ N$$

$$F_{۱۲} = k\frac{|q_1||q_2|}{(a\sqrt{۲})^2} = ۹۰\times\frac{۲\times۲}{(۳۰)^2\times۲} = ۰/۲\ N$$

گام برایند دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_{۳۲}$ و $\vec{F}_{۴۲}$ به صورت زیر به دست می‌آید:

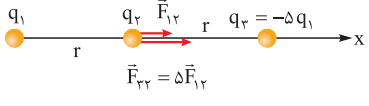
$$F' = \sqrt{F_{۳۲}^2 + F_{۴۲}^2} \xrightarrow{F_{۳۲}=F_{۴۲}} F' = \sqrt{۲}F_{۳۲} = \sqrt{۲}\times۰/۴ = ۱/۴\times۰/۴ = ۰/۵۶\ N$$

نیروهای $\vec{F}'$ و $\vec{F}_{۱۲}$ در خلاف جهت هم هستند، پس نیروی خالص وارد بر بار q_2 برابر می‌شود با:

$$F_2 = F' - F_{۱۲} = ۰/۵۶ - ۰/۲ = ۰/۳۶\ N$$

۲۰- گزینه ۲

گام در حالت اول، اگر نیرویی را که بار q_1 به بار q_2 وارد می‌کند، $\vec{F}_{۱۲}$ بنامیم، نیرویی که بار q_3 به بار q_2 وارد می‌کند، برابر $۵\vec{F}_{۱۲}$ می‌شود. چون فاصلهٔ بارهای q_1 و q_3 تا بار q_2 یکسان است، طبق قانون کولن داریم:



$$\frac{F_{۳۲}}{F_{۱۲}} = \frac{|q_3||q_2|}{|q_1||q_2|}\times\left(\frac{r_{۱۲}}{r_{۳۲}}\right)^2 = \frac{۵|q_1|}{|q_1|}\times۱ = ۵ \Rightarrow F_{۳۲} = ۵F_{۱۲}$$

توی شکل بالا فرض کردیم بارهای q_1 و q_2 همنام و در نتیجه بارهای q_3 و q_2 ناهمنام‌اند.

نیروی خالص وارد بر بار q_2 در این حالت برابر می‌شود با: $F_2 = F_{۱۲} + ۵F_{۱۲} = ۶F_{۱۲}$

گام حالا بار $q_۳$ را $\frac{۴r}{۵}$ به بار $q_۲$ نزدیک می‌کنیم؛ یعنی فاصلهٔ بار $q_۳$ تا بار $q_۲$ به $\frac{r}{۵}$ می‌رسد. پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{F'_{۳۲}}{F_{۳۲}}=\left(\frac{r_{۳۲}}{r'_{۳۲}}\right)^۲=\left(\frac{r}{\frac{r}{۵}}\right)^۲=۲۵ \Rightarrow F'_{۳۲}=۲۵F_{۳۲}=۲۵\times۵F_{۱۲}=۱۲۵F_{۱۲}$$

نیروی خالص وارد بر بار $q_۲$ در حالت دوم را هم به دست می‌آوریم:

$$F'_۲=F_{۱۲}+F'_{۳۲}=F_{۱۲}+۱۲۵F_{۱۲}=۱۲۶F_{۱۲}$$

گام نسبت نیروی خالص وارد بر بار $q_۲$ را در حالت دوم به حالت اول (یعنی $\frac{F'_۲}{F_۲}$) می‌خواهیم:

$$\frac{F'_۲}{F_۲}=\frac{۱۲۶F_{۱۲}}{۶F_{۱۲}}=۲۱$$

۲۱- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ اگر بار الکتریکی روی صفحه‌های خازنی برابر Q و اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های آن برابر V باشد، ظرفیت خازن برابر است با: $C=\frac{Q}{V}$

۲ ظرفیت خازن تختی که با دی‌الکتریکی با ثابت κ کاملاً پر شده است، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$C=\kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d}$$

(A: مساحت هر یک از صفحه‌های خازن، κ: ثابت دی‌الکتریک، d: فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن)

($\varepsilon_۰=۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}\ F/m$: ضریب گذردهی الکتریکی خلأ)

۳ انرژی ذخیره‌شده در خازنی به ظرفیت C که بار الکتریکی آن Q است، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$U=\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}$$

گام با خارج‌کردن دی‌الکتریک، ثابت دی‌الکتریک خازن از $\kappa_۱=۲$ به $\kappa_۲=۱$ می‌رسد، پس:

$$C\propto\kappa \Rightarrow \frac{C_۲}{C_۱}=\frac{\kappa_۲}{\kappa_۱}=\frac{۱}{۲}$$

گام بار الکتریکی خازن ثابت است، بنابراین به کمک رابطهٔ $C=\frac{Q}{V}$ داریم:

$$C\propto\frac{۱}{V} \Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱}=\frac{C_۱}{C_۲}=۲$$

گام برای محاسبهٔ نسبت انرژی ذخیره‌شده در خازن در دو حالت هم از رابطهٔ $U=\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}$ استفاده می‌کنیم:

$$U\propto\frac{۱}{C} \Rightarrow \frac{U_۲}{U_۱}=\frac{C_۱}{C_۲}=۲$$

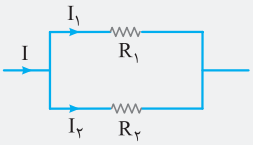
۲۲- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ مطابق شکل زیر، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به صورت متوالی (سری) به هم متصل‌اند:



◇ مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq}=R_۱+R_۲$

۲ مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ به صورت موازی به هم متصل‌اند:



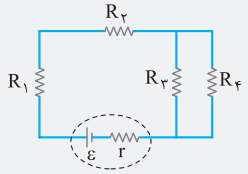
◇ مقاومت معادل این دو مقاومت: $R_{eq}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$

◇ اگر مقاومت بزرگ‌تر، n برابر مقاومت کوچک‌تر باشد: $R_{eq}=\frac{\text{مقاومت بزرگ‌تر}}{n+۱}$

◇ نسبت جریان عبوری از مقاومت‌ها برابر با وارون نسبت مقاومت‌ها است: $\frac{I_۱}{I_۲}=\frac{R_۲}{R_۱}$

◇ قاعدهٔ انشعاب (اصل پایستگی بار الکتریکی): $I=I_۱+I_۲$

۳ جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) در شکل زیر از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

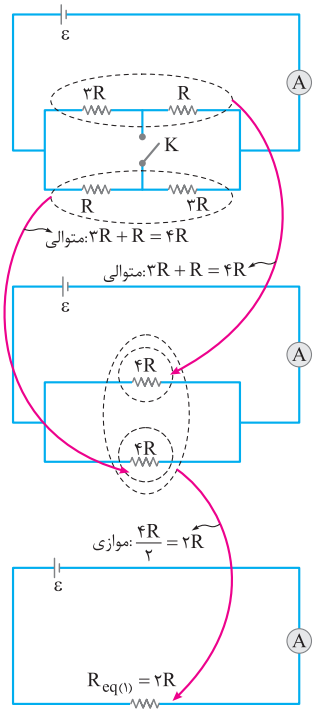


$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$$

(ε: نیروی محرکهٔ الکتریکی باتری (V)، r: مقاومت درونی باتری (Ω)، R_{eq}: مقاومت معادل خارجی (Ω))

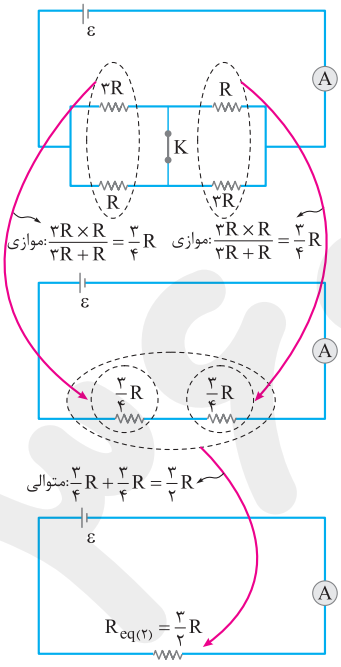
گام آمپرسنج جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) را نشان می‌دهد. با توجه به شکل‌های روبه‌رو، برای حالت اول که کلید باز است، ابتدا مقاومت معادل مدار و سپس جریان عبوری از باتری را محاسبه می‌کنیم:

$$I_۱=\frac{\varepsilon}{R_{eq(۱)}} \Rightarrow ۱/۲=\frac{\varepsilon}{۲R}$$
$$\Rightarrow \frac{\varepsilon}{R}=۲/۴ \quad (۱)$$

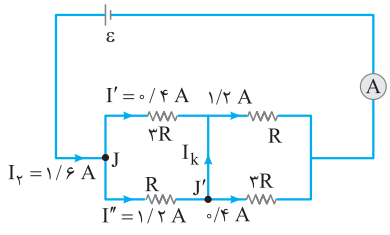


گام مطابق شکل‌های زیر، برای حالت دوم که کلید بسته است، می‌توان نوشت:

$$I_۲=\frac{\varepsilon}{R_{eq(۲)}}=\frac{\varepsilon}{\frac{۳}{۲}R}=\frac{۲}{۳}\frac{\varepsilon}{R}$$
$$\xrightarrow{(۱)} I_۲=\frac{۲}{۳}\times۲/۴=۱/۶\ A$$



گام حالا جریان عبوری از هر یک از مقاومت‌ها را در حالت دوم به دست می‌آوریم:



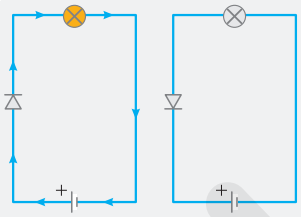
$۳R$ و R موازی‌اند. $\Rightarrow \frac{۳R}{R}=\frac{I''}{I'} \Rightarrow I''=۳I'$

قاعدهٔ انشعاب برای گره J: $I_۲ = I' + I'' = I' + ۳I' \Rightarrow ۱/۶ = ۴I' \Rightarrow \begin{cases} I' = ۰/۴\,A \\ I'' = ۱/۲\,A \end{cases}$

به همین ترتیب از مقاومت‌های R و ۳R دیگر نیز جریان ۱/۲ A و ۰/۴ A می‌گذرد. حالا با توجه به شکل و با نوشتن قاعدهٔ انشعاب برای گره J′، جریان عبوری از سیم شامل کلید به دست می‌آید: $I'' = I_k + ۰/۴ \Rightarrow ۱/۲ = I_k + ۰/۴ \Rightarrow I_k = ۰/۸\,A$

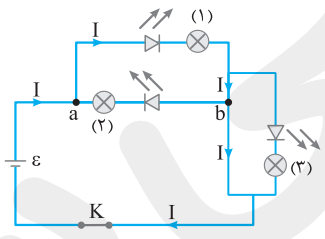
۲۳- گزینه ۱

درس‌نامه دیود: قطعه‌ای است که هرگاه در مداری قرار گیرد، جریان را تنها از یکسو عبور می‌دهد و مقاومت آن در برابر عبور جریان در این سو ناچیز است.



دیود را با نماد ▷| در مدارهای الکتریکی نشان می‌دهند. پیکان در این نماد جهتی را نشان می‌دهد که جریان می‌تواند از دیود عبور کند. مثلاً مدارهای سادهٔ شکل بالا نشان می‌دهد که با تعویض جهت دیود، جریان از مدار عبور نمی‌کند و لامپ خاموش می‌شود.

مطابق شکل مقابل، با بستن کلید، جریان در جهت نشان داده شده در مدار روبه‌رو برقرار می‌شود.



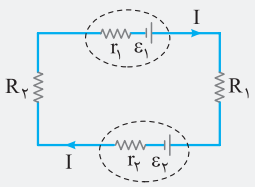
جهت جریان برخلاف جهت مجاز برای عبور از دیود شاخهٔ لامپ (۲) است؛ بنابراین از این شاخه جریانی عبور نمی‌کند و لامپ (۲) خاموش می‌ماند و کل جریان مدار از شاخهٔ لامپ (۱) عبور کرده و این لامپ روشن می‌شود. دو سر شاخهٔ لامپ (۳) با یک سیم (بدون مقاومت) به یکدیگر متصل است؛ بنابراین این شاخه اتصال کوتاه شده و جریانی از آن عبور نمی‌کند و لامپ (۳) نیز خاموش می‌ماند.

هواستون باشه! چون پتانسیل نقطهٔ a از پتانسیل نقطهٔ b بیشتره، جریان مدار هنگام عبور از گره b به شاخهٔ لامپ (۲) وارد نمی‌شه!

تله اگر به اتصال کوتاه شدن لامپ (۳) و دیود مجاور آن توجه نکنید، به اشتباه ③ را جواب درست در نظر خواهید گرفت.

۲۴- گزینه ۱

درس‌نامه مدار شکل روبه‌رو، شامل دو باتری $\varepsilon_۱$ و $\varepsilon_۲$ $(\varepsilon_۱ > \varepsilon_۲)$ است که در جهت‌های مخالف بسته شده‌اند. در مورد این مدار باید موارد زیر را بدانید:



◇ تعیین جهت جریان عبوری از مدار به عهدهٔ باتری $\varepsilon_۱$ (که نیروی محرکهٔ الکتریکی بزرگ‌تری دارد) است.

◇ مقدار جریان عبوری از مدار برابر است با: $I = \dfrac{\varepsilon_۱ - \varepsilon_۲}{R_{eq} + r_۱ + r_۲}$

◇ باتری $\varepsilon_۱$ تولیدکنندهٔ انرژی است: اختلاف پتانسیل دو سر باتری $\varepsilon_۱$: $V_۱ = \varepsilon_۱ - r_۱ I$

توان تولیدی باتری $\varepsilon_۱$: $P_{\varepsilon_۱} = V_۱ I = \varepsilon_۱ I - r_۱ I^۲$

◇ باتری $\varepsilon_۲$ مصرف‌کنندهٔ انرژی است: اختلاف پتانسیل دو سر باتری $\varepsilon_۲$: $V_۲ = \varepsilon_۲ + r_۲ I$

توان مصرفی باتری $\varepsilon_۲$: $P_{\varepsilon_۲} = V_۲ I = \varepsilon_۲ I + r_۲ I^۲$

گام با کاهش مقاومت R، جریان عبوری از مدار طبق رابطهٔ $I = \dfrac{\varepsilon_۱ - \varepsilon_۲}{R + r_۱ + r_۲}$ افزایش می‌یابد.

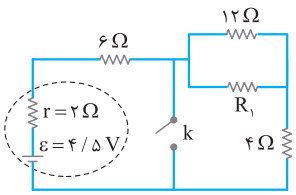
گام با توجه به این‌که $\varepsilon_۱ > \varepsilon_۲$ است، باتری $\varepsilon_۱$ تولیدکنندهٔ انرژی است و اختلاف پتانسیل دو سر آن از رابطهٔ $V_۱ = \varepsilon_۱ - r_۱ I$ به دست می‌آید. از این رابطه مشخص است که با افزایش جریان، $V_۱$ کاهش می‌یابد.

گام باتری $\varepsilon_۲$ مصرف‌کنندهٔ انرژی است و توان ورودی به آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید: $P_۲ = V_۲ I \xrightarrow{V_۲ = \varepsilon_۲ + r_۲ I} P_۲ = \varepsilon_۲ I + r_۲ I^۲$

با توجه به رابطهٔ به‌دست‌آمده، با افزایش I، $P_۲$ نیز افزایش می‌یابد.

۲۵- گزینه ۳

گام مقاومت معادل و جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) را برای دو حالت به دست می‌آوریم:



حالت اول (کلید باز):

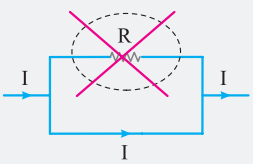
$R_۱$ و ۱۲ Ω $\Rightarrow R' = \dfrac{۱۲R_۱}{۱۲ + R_۱}$ موازی‌اند.

R' و ۴ Ω و ۶ Ω $\Rightarrow R_{eq(۱)} = \dfrac{۱۲R_۱}{۱۲ + R_۱} + ۴ + ۶\ (\Omega)$ متوالی‌اند.

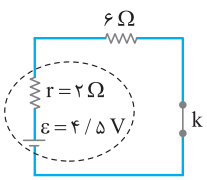
$$I_۱ = \frac{\varepsilon}{R_{eq(۱)} + r} = \frac{۴/۵}{\dfrac{۱۲R_۱}{۱۲ + R_۱} + ۱۰ + ۲}\ (A)$$

حالت دوم (کلید بسته):

نکته مطابق شکل مقابل، اگر دو سر یک مقاومت با سیم (بدون مقاومت) به یکدیگر متصل شود، از این مقاومت جریانی عبور نمی‌کند و این مقاومت اصطلاحاً اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. در این حالت همهٔ جریان ورودی به گره، از سیم عبور خواهد کرد.



در این حالت مجموعهٔ مقاومت‌های ۱۲Ω، $R_۱$ و ۴Ω اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شوند؛ بنابراین: $R_{eq(۲)} = ۶\ \Omega$



$$I_۲ = \frac{\varepsilon}{R_{eq(۲)} + r} = \frac{۴/۵}{۶ + ۲} = \frac{۴/۵}{۸}\ (A)$$

گام جریان عبوری از مقاومت ۶ اهمی همان جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) است؛ بنابراین دو برابر شدن اختلاف پتانسیل دو سر آن به معنای دو برابر شدن جریان کل عبوری از مدار است، پس داریم:

$$I_۲ = ۲I_۱ \Rightarrow \frac{۴/۵}{۸} = ۲ \times \frac{۴/۵}{\dfrac{۱۲R_۱}{۱۲ + R_۱} + ۱۲} \Rightarrow ۱۶ = \frac{۱۲R_۱}{۱۲ + R_۱} + ۱۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱۲R_۱}{۱۲ + R_۱} = ۴ \Rightarrow ۱۲R_۱ = ۴۸ + ۴R_۱ \Rightarrow ۸R_۱ = ۴۸ \Rightarrow R_۱ = ۶\ \Omega$$

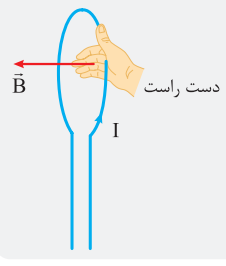
۲۶- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ اندازهٔ میدان مغناطیسی در مرکز حلقهٔ حامل جریان:

$B = \dfrac{\mu_۰ I \leftarrow \text{جریان عبوری از حلقه}}{۲R \leftarrow \text{شعاع حلقه}}$

($\mu_۰$: تراوایی مغناطیسی خلأ: $\mu_۰ = ۴\pi \times ۱۰^{-۷}\ \dfrac{T.m}{A}$)

۲ جهت میدان مغناطیسی در مرکز حلقهٔ حامل جریان: اگر مطابق شکل روبه‌رو شست دست راست را در جهت جریان عبوری از حلقه قرار دهیم، جهت خم‌شدن چهار انگشت دیگر، جهت میدان مغناطیسی در داخل حلقه را نشان می‌دهد.



گام بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز هر یک از حلقه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} R_۱ = ۲/۵\ \text{cm} \\ I_۱ = ۲۰\ \text{A} \end{cases} \Rightarrow B_۱ = \frac{\mu_۰ I_۱}{۲R_۱} = \frac{۴\pi\times۱۰^{-۷}\times۲۰}{۲\times۲/۵\times۱۰^{-۲}} = ۱/۶\pi\times۱۰^{-۴}\ \text{T}$$

$$\xrightarrow{۱۰^{-۴}\ \text{T}=۱\ \text{G}} B_۱ = ۱/۶\pi\ \text{G}$$

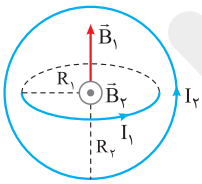
$$\begin{cases} R_۲ = ۳\ \text{cm} \\ I_۲ = ۱۸\ \text{A} \end{cases} \Rightarrow B_۲ = \frac{\mu_۰ I_۲}{۲R_۲} = \frac{۴\pi\times۱۰^{-۷}\times۱۸}{۲\times۳\times۱۰^{-۲}} = ۱/۲\pi\times۱۰^{-۴}\ \text{T}$$

$$\xrightarrow{۱۰^{-۴}\ \text{T}=۱\ \text{G}} B_۲ = ۱/۲\pi\ \text{G}$$

گام

نکته میدان مغناطیسی در نقطه‌های روی محور حلقه، موازی محور است.

حلقه‌ها هم‌مرکزند و سطح آن‌ها بر یکدیگر عمود است؛ بنابراین مطابق شکل مقابل بردارهای $\vec{B}_۱$ و $\vec{B}_۲$ نیز بر هم عمود خواهند بود.



تیزبازی در حالتی که $\vec{B}_۱$ و $\vec{B}_۲$ هم‌جهت باشند، $\vec{B}_T$ حداکثر اندازهٔ ممکن را دارد که برابر است با:

$$۱/۶\pi + ۱/۲\pi = ۲/۸\pi\ \text{G}$$

حالا که $\vec{B}_۱$ و $\vec{B}_۲$ بر هم عمودند، اندازهٔ $\vec{B}_T$ حتماً کم‌تر از $۲/۸\pi\ \text{G}$ است، پس ① جواب تست است.

بنابراین برایند آن‌ها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$B_T = \sqrt{B_۱^۲ + B_۲^۲} = \sqrt{(۱/۶\pi)^۲ + (۱/۲\pi)^۲} = \pi\sqrt{۱/۶^۲ + ۱/۲^۲}$$

$$= \pi\underbrace{\sqrt{۲/۵۶ + ۱/۴۴}}_{۴} = ۲\pi\ \text{G}$$

تیزبازی B_T را می‌توانیم با توجه به الگوی اعداد فیثاغورسی $۳k$، $۴k$ و $۵k$ نیز به دست آوریم:

$$\begin{cases} B_۱ = ۱/۶\pi = (۴\times۰/۴)\pi \\ B_۲ = ۱/۲\pi = (۳\times۰/۴)\pi \end{cases} \Rightarrow B_T = (۵\times۰/۴)\pi = ۲\pi$$

۲۷- گزینه ۱

شفاف‌سازی بدون انحراف به حرکت خود ادامه دهد: نیروهای الکتریکی و مغناطیسی هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگر باشند.

درس‌نامه ① ذره‌ای با بار q در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ قرار دارد:

◇ اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر این ذره: $F = E|q|$

◇ جهت نیروی الکتریکی وارد بر این ذره:

علامت بار ذره	جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره
مثبت	هم‌جهت با میدان الکتریکی
منفی	در خلاف جهت میدان الکتریکی

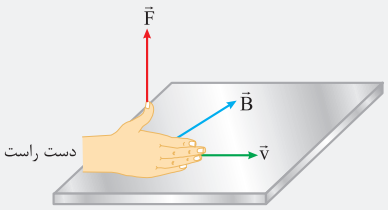
② ذره‌ای با بار q در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ در حال حرکت با سرعت $\vec{v}$ است:

◇ اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره: $F = |q|vB\sin\theta$

در رابطهٔ بالا θ زاویهٔ بین جهت حرکت بار الکتریکی (بردار $\vec{v}$) و جهت میدان مغناطیسی (بردار $\vec{B}$) است.

◇ جهت نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره: به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین می‌شود.

طبق این قاعده، اگر چهار انگشت دست راست را طوری در جهت بردار سرعت ذره ($\vec{v}$) قرار دهیم که وقتی آن‌ها را خم می‌کنیم در جهت بردار میدان مغناطیسی ($\vec{B}$) قرار بگیرد، آن‌گاه انگشت شست دست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره با بار مثبت را نشان می‌دهد (شکل مقابل را ببینید.)

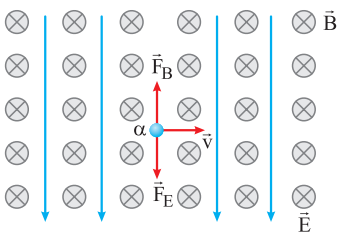


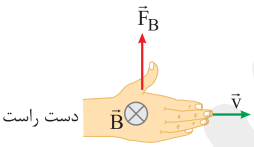
نکته اگر بار ذره منفی باشد، این قاعده را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

علامت بار ذره	جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره
مثبت	قاعدهٔ دست راست
منفی	قاعدهٔ دست راست را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

گام برای این‌که ذرهٔ آلفا منحرف نشود، نیروی مغناطیسی و نیروی الکتریکی وارد بر آن باید هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگر باشند تا یکدیگر را خنثی کنند.

چون بار ذرهٔ α مثبت است، مطابق شکل زیر، نیروی الکتریکی وارد بر آن ($\vec{F}_E$) هم‌جهت با $\vec{E}$ یعنی به سوی پایین است. پس نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره ($\vec{F}_B$) باید به طرف بالا باشد. در این حالت به کمک قاعدهٔ دست راست جهت بردار سرعت (جهت حرکت) ذره در جهت محور x است.





گام F_E و F_B را برابر قرار می‌دهیم:

$$F_E = F_B \Rightarrow \cancel{|q|}E = \cancel{|q|}vB\sin\theta$$

$$\xrightarrow{\theta=۹۰^\circ} E = vB \Rightarrow ۱۰۰۰ = v\times۱۰۰۰\times۱۰^{-۴} \Rightarrow v = ۱۰^۴\ \text{m/s}$$

تله ⑤ اگر برای تعیین جهت حرکت ذره، به جای دست راست از دست چپتان استفاده کنید، در تلهٔ گزینهٔ نادرست ③ می‌افتید.

۲۸- گزینه ۲

درس‌نامه ① اندازهٔ میدان مغناطیسی در داخل سیم‌لوله:

$$B = \frac{\mu_۰ NI}{\ell}$$

N: تعداد حلقه‌های سیم‌لوله، I: جریان عبوری از سیم‌لوله، ℓ: طول سیم‌لوله

($\mu_۰$: تراوایی مغناطیسی خلأ: $\mu_۰ = ۴\pi\times۱۰^{-۷}\ \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$)

② ضریب القاوری سیم‌لولهٔ آرمانی و بدون هسته:

$$L = \mu_۰\frac{N^۲A}{\ell}$$

N: تعداد حلقه‌های سیم‌لوله، A: سطح مقطع سیم‌لوله، ℓ: طول سیم‌لوله

$$A = \pi r^۲$$

r: شعاع مقطع سیم‌لوله

گام نسبت بزرگی میدان مغناطیسی دو سیم‌لوله را به دست می‌آوریم:

$$B = \frac{\mu_۰ NI}{\ell} \xrightarrow{\text{I: یکسان}} \frac{B_A}{B_B} = \frac{N_A}{N_B}\times\frac{\ell_B}{\ell_A} \xrightarrow{\substack{\ell_A=۲\ell_B \\ N_A=۲N_B}} \frac{B_A}{B_B} = ۲\times\frac{۱}{۲} = ۱$$

گام نسبت ضریب القاوری دو سیم‌لوله برابر است با:

$$L = \frac{\mu_۰ N^۲ A}{\ell} \xrightarrow{\text{A: یکسان}} \frac{L_A}{L_B} = (\frac{N_A}{N_B})^۲\times\frac{\ell_B}{\ell_A} = (۲)^۲\times\frac{۱}{۲} = ۲$$

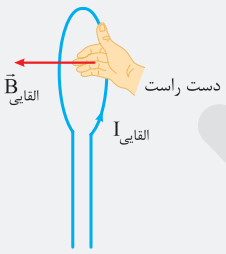
۲۹- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ قانون لنز: با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه (یا پیچه یا سیم‌لوله)، میدان مغناطیسی القایی در داخل حلقه به وجود می‌آید که جهت آن طبق جدول زیر تعیین می‌شود:

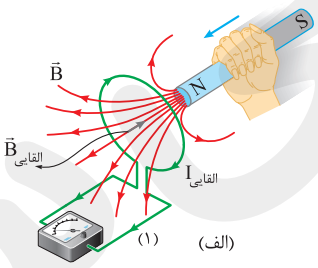
چگونگی تغییر شار مغناطیسی	جهت میدان مغناطیسی القایی
افزایش	در خلاف جهت میدان مغناطیسی اصلی
کاهش	هم‌جهت با میدان مغناطیسی اصلی

۲ قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت جریان القایی:

اگر چهار انگشت دست راست را در جهت میدان مغناطیسی در داخل حلقه قرار دهیم، شست دست جهت جریان القایی در حلقه را نشان می‌دهد (شکل روبه‌رو).



روش گام مطابق شکل (الف)، آهنربا در حال نزدیک‌شدن به حلقه است؛ بنابراین با توجه به بیشتربودن تراکم خطوط در نزدیکی قطب‌ها، میدان مغناطیسی در محل حلقه و در نتیجه شار مغناطیسی عبوری از آن در حال افزایش است. طبق قانون لنز، جهت میدان مغناطیسی القایی در خلاف جهت میدان مغناطیسی اصلی خواهد بود و به کمک قاعدهٔ دست راست، جریان القایی در جهت (۱) تعیین می‌شود.

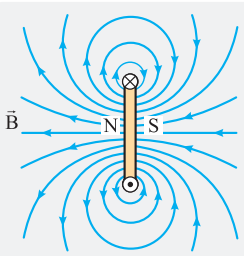


گام طبق قانون لنز، حلقه می‌خواهد با افزایش شار مغناطیسی عبوری از خود مخالفت کند؛ بنابراین با واردکردن نیروی دافعه به آهنربا، با نزدیک‌شدن آهنربا مخالفت می‌کند.

روش گام با نزدیک‌شدن آهنربا به حلقه، شار مغناطیسی عبوری از حلقه در حال افزایش است؛ بنابراین حلقه برای مخالفت با این افزایش شار باید مانع نزدیک‌شدن آهنربا شود و در نتیجه به آن نیروی دافعه وارد می‌کند.

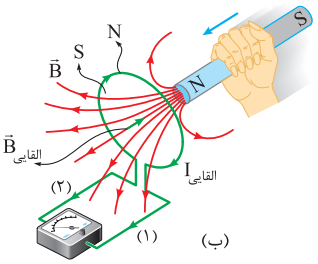
گام

نکته جهت میدان مغناطیسی در داخل حلقهٔ حامل جریان از قطب S به قطب N حلقه است.



برای این‌که حلقه به آهنربا نیروی دافعه وارد کند، باید مطابق شکل (ب) پشت حلقه قطب N و جلوی حلقه قطب S باشد.

در این حالت، بردار میدان مغناطیسی القایی در داخل حلقه از قطب S به قطب N یعنی به طرف پشت حلقه است. به کمک قاعدهٔ دست راست، جریان القایی در این حالت در جهت (۱) است.



تله در تست‌های مربوط به تشخیص جهت جریان القایی، هر اشتباهی در تشخیص چگونگی تغییر شار یا استفاده از دست نادرست برای تشخیص جهت جریان القایی به راحتی شما را در تلهٔ گزینه‌های نادرست می‌اندازد.

۳۰- گزینه ۳

گام انرژی جنبشی شهاب‌سنگ در لحظهٔ برخورد به زمین برابر است با:

$$K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times 2/1\times 10^4\times(8\times 10^3)^2=2/1\times 32\times 10^{10}\ J$$

گام جرم TNT به صورت زیر به دست می‌آید:

$$M=\frac{K}{\text{انرژی حاصل از انفجار هر تُن TNT}}=\frac{2/1\times 32\times 10^{10}}{4/2\times 10^9}=160\ \text{تن}$$

مشاوره این تست جزء تمرین‌های آخر فصل کار، انرژی و توان است. تک‌تک تمرین‌ها، پرسش‌ها، مثال‌ها و... این فصل را جدی بگیرید. در اغلب کنکورهای اخیر، از روی این‌ها عیناً تست آمده است.

۳۱- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی v، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K=\frac{1}{2}mv^2$$

۲ کار نیروی وزن جسم برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم است:

$$W_{mg}=-\Delta U=-mg\Delta h$$

در رابطهٔ بالا، اگر جسم از سطح زمین دور شود، $\Delta h>0$ و اگر جسم به سطح زمین نزدیک شود، $\Delta h<0$ است. **۳** قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: کار کل انجام‌شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است:

$$W_t=\Delta K\ \Rightarrow\ W_t=K_2-K_1$$

توجه داشته باشید که:

- رابطهٔ بالا برای هر نوع مسیری برقرار است.
- انرژی جنبشی در آغاز و پایان مسیر مهم است و این‌که در طول مسیر انرژی جنبشی چگونه تغییر کرده، اهمیتی ندارد.

دو نیرو روی گلوله کار انجام می‌دهند: ۱- نیروی شخص $(\vec{F})$ و ۲- نیروی وزن $(m\vec{g})$.

به کمک قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی داریم: $W_t=\Delta K\ \Rightarrow\ W_F+W_{mg}=K_2-K_1$

$$\xrightarrow{K_1=0}\ W_F+(-mg\Delta h)=\frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow\ W_F-150\times 10^{-3}\times 10\times 1/8=\frac{1}{2}\times 150\times 10^{-3}\times(12)^2$$

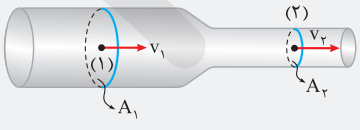
$$\Rightarrow\ W_F=150\times 10^{-3}\times(72+18)=13/5\ J$$

تله علامت کار (مثلاً کار نیروی وزن)، گاهی اوقات سوژهٔ تله‌گذاری در گزینه‌ها می‌شود. اگر در این تست، علامت کار نیروی وزن را به اشتباه مثبت در نظر بگیرید، به جواب نادرست ۲ خواهید رسید.

۳۲- گزینه ۴

درس‌نامه معادلهٔ پیوستگی: اگر مطابق شکل زیر، شارهٔ تراکم‌ناپذیری همه جای لوله را پر کرده باشد و درون لوله با جریان لایه‌ای در حال حرکت باشد، در حالت پایا آهنگ شارش حجمی شاره از همهٔ مقاطع لوله یکسان است. به زبان ریاضی:

(A: مساحت مقطع لوله و v: تندی شاره)



$$A_1v_1=A_2v_2$$ (معادلهٔ پیوستگی)

از آن‌جا که سیال (شاره) تراکم‌ناپذیر است و تمام حجم لوله را پر کرده است، طبق معادلهٔ پیوستگی، آهنگ شارش سیال در هر مقطع دلخواهی یکسان است؛ بنابراین:

$$(Av)_A=(Av)_B\ \Rightarrow\ \frac{(Av)_A}{(Av)_B}=1$$

مشاوره نسبت شعاع مقطع‌ها اطلاعات اضافی بود تا شما را گمراه کند. حواستان باشد که قرار نیست همیشه از تمام اطلاعات داده‌شده در سؤال استفاده کنید!

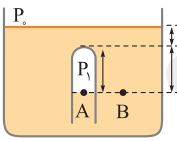
۳۳- گزینه ۱

شفاف‌سازی جیوه درون ظرف و لوله در یک سطح قرار گیرند: فشار گاز درون لوله برابر با فشار هوا شود.

درس‌نامه ۱ اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز: در نقطه‌های هم‌تراز (هم‌عمق) یک مایع ساکن، فشار یکسان است و به شکل ظرف بستگی ندارد. ۲ شکل نسبتی معادلهٔ حالت گاز کامل، وقتی دما (T) و مقدار گاز یعنی جرم یا تعداد مول گاز (n) ثابت بماند: $P_1V_1 = P_2V_2$

◇ در این رابطه Pها فشار مطلق گاز هستند (نه فشار پیمانه‌ای).

گام به کمک اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز، فشار هوای محبوس درون لوله را در حالت اول (شکل الف) و در حالت دوم (شکل ب) حساب می‌کنیم. (از آن‌جایی که مایع درون ظرف جیوه است و فشار هوا هم برحسب سانتی‌متر جیوه داده شده، محاسبات را با سانتی‌متر جیوه انجام می‌دهیم.)

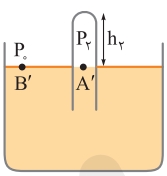


(الف)

حالت اول: $P_A = P_B \Rightarrow P_1(cmHg)$

$= P_0(cmHg) + ۵/۵ + ۱۲ \Rightarrow P_1(cmHg)$

$= ۷۵ + ۵/۵ + ۱۲ = ۹۲/۵ \text{ cmHg}$



(ب)

حالت دوم: $P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow P_2(cmHg) = P_0$

$\Rightarrow P_2(cmHg) = ۷۵ \text{ cmHg}$

گام از آن‌جا که تعداد مول‌ها و دمای هوای محبوس درون لوله ثابت است، برای محاسبهٔ فاصلهٔ انتهای لوله از سطح جیوه (h_2 در شکل ب) به سراغ رابطهٔ نسبتی گازها می‌رویم:

$$P_1V_1 = P_2V_2 \xrightarrow[A:\text{ثابت}]{V=Ah} P_1h_1 = P_2h_2$$

$$\Rightarrow \underbrace{۹۲/۵}_{۳۷\times۲/۵} \times ۱۲ = \underbrace{۷۵}_{۳۰\times۲/۵} \times h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{۳۷\times۱۲}{۳۰} = ۱۴/۸ \text{ cm}$$

تله اگر به جای محاسبهٔ فاصلهٔ انتهای لوله از سطح جیوه در حالت دوم، جابه‌جایی لوله را نسبت به حالت اول حساب می‌کردید، به عدد ۲۰/۳ cm $(۱۴/۸ + ۵/۵)$ می‌رسیدید و به اشتباه ۳ را انتخاب می‌کردید!

۳۴- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ شکل نسبتی معادلهٔ حالت برای دو گاز کامل به صورت زیر است:

$$\frac{P_1V_1}{n_1T_1} = \frac{P_2V_2}{n_2T_2}$$

◇ در این رابطه، Pها فشار مطلق گازها هستند (نه فشار پیمانه‌ای).

◇ در این رابطه، Tها حتماً باید برحسب کلوین (نه سلسیوس و نه فارنهایت) باشند، اما در مورد بقیهٔ کمیت‌ها، فقط یکسان‌بودن یکاها در دو طرف معادله مهم است.

۲ رابطهٔ بین مقیاس‌های دمایی کلوین و سلسیوس: $T = ۲۷۳ + \theta$

۳ رابطهٔ بین تعداد مول گاز و جرم گاز به صورت زیر است:

$$n = \frac{m}{M}$$

(↑ جرم گاز، ↑ تعداد مول گاز، ↓ جرم مولی گاز)

گام از آن‌جا که اصطکاک پیستون ناچیز است، فشار گاز دو طرف آن باید برابر باشد. با این حساب با نوشتن شکل نسبتی معادلهٔ حالت، نسبت تعداد مول گاز نیتروژن به هیدروژن را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_{H_2}V_{H_2}}{n_{H_2}T_{H_2}} = \frac{P_{N_2}V_{N_2}}{n_{N_2}T_{N_2}} \xrightarrow[V=Ah]{P_{H_2}=P_{N_2}} \frac{h_{H_2}}{n_{H_2}T_{H_2}} = \frac{h_{N_2}}{n_{N_2}T_{N_2}} \Rightarrow$$

$$\frac{۲۱}{n_{H_2}\times\underbrace{(۲۷۳+۲۷)}_{۳۰۰}} = \frac{۳۲}{n_{N_2}\times\underbrace{(۲۷۳+۴۷)}_{۳۲۰}} \Rightarrow \frac{n_{N_2}}{n_{H_2}} = \frac{\cancel{۳۲}\times\cancel{۳۰۰}^{۳۰}}{\cancel{۳۲۰}^{۱۰}\times۲۱} = \frac{۱۰}{۷}$$

گام حالا نسبت جرم گاز نیتروژن به جرم گاز هیدروژن را به دست می‌آوریم:

$$m = nM \Rightarrow \frac{m_{N_2}}{m_{H_2}} = \frac{n_{N_2}}{n_{H_2}} \times \frac{M_{N_2}}{M_{H_2}} = \frac{۱۰}{\cancel{۱}} \times \frac{\cancel{۲۸}^{۴}}{۲} = ۲۰$$

۳۵- گزینه ۳

استراتژی برای حل تست‌های مربوط به چرخهٔ ترمودینامیکی:

۱ چرخهΔU که برابر با مجموع ΔU فرایندها است را برابر صفر قرار دهید. ۲ با توجه به ویژگی فرایندها، برخی کمیت‌های موجود در معادله صفر می‌شود (برای مثال در فرایند هم‌حجم $W = ۰$ و در فرایند بی‌دررو $Q = ۰$ است.) ۳ به کمک داده‌های تست، معادله را حل کرده و خواستهٔ تست را به دست آورید.

درس‌نامه ۱ قانون اول ترمودینامیک:

$$\Delta U = Q + W$$

(ΔU: تغییرات انرژی گاز می‌گیرد، Q: گرمایی که گاز درونی، W: کاری که محیط روی گاز انجام می‌دهد)

۲ در فرایند هم‌حجم $(\Delta V = ۰)$ کار مبادله‌شده بین گاز و محیط برابر صفر است.

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{W=۰} \Delta U = Q$$

۳ در فرایند هم‌دما $(\Delta T = ۰)$، چون تغییر دما نداریم، تغییرات انرژی درونی گاز برابر صفر است؛ بنابراین:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U=۰} Q = -W$$

۴ در فرایند هم‌فشار، علامت Q و W مخالف یکدیگر است.

برای مثال فرض کنید در یک فرایند هم‌فشار، دمای گاز افزایش یابد؛ بنابراین:

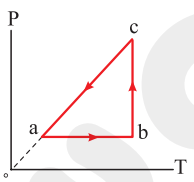
$$P\Delta V = nR\Delta T \xrightarrow{\Delta T>۰} \Delta V > ۰ \xrightarrow{W=-P\Delta V} W < ۰$$

$$\Delta T > ۰ \Rightarrow \Delta U > ۰ \Rightarrow Q + W > ۰ \xrightarrow{W<۰} Q > ۰$$

$\Rightarrow$ علامت‌های Q و W مخالف یکدیگر است.

۵ در یک چرخهٔ ترمودینامیکی، چون گاز پس از طی چند فرایند متوالی دوباره به حالت اولیه‌اش بازمی‌گردد، تغییرات انرژی درونی گاز برابر صفر است، یعنی: $\Delta U_{\text{چرخه}} = ۰$

گام مطابق نمودار، امتداد نمودار فرایند ca از مبدأ مختصات نمودار $(P\text{-}T)$ می‌گذرد؛ بنابراین این فرایند هم‌حجم است؛ در نتیجه:



$$W_{ca} = ۰$$

هم‌چنین مطابق نمودار، فرایند bc هم‌دما است؛ در نتیجه: $\Delta U_{bc} = ۰$

گام حالا از آن‌جا که تغییرات انرژی درونی در یک چرخه برابر صفر است؛ قانون اول ترمودینامیک را برای چرخه می‌نویسیم تا بتوانیم به کمک اطلاعات داده‌شده، کار انجام‌شده روی گاز در فرایند ab را به دست آوریم:

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = ۰ \Rightarrow \Delta U_{ab} + \cancel{\Delta U_{bc}}^{۰} + \Delta U_{ca} = ۰$$

$$\Rightarrow Q_{ab} + W_{ab} + Q_{ca} + \cancel{W_{ca}}^{۰} = ۰ \xrightarrow{Q_{ca}=-۳۰۰\,J} Q_{ab} + W_{ab} = ۳۰۰ \quad (۱)$$

با توجه به اطلاعات تست و آن‌چه در مورد (۴) درس‌نامه گفتیم:

$$Q_{ab} = -\frac{۷}{۲}W_{ab} \quad (۲)$$

رابطهٔ (۱) را در رابطهٔ (۲) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$-\frac{۷}{۲}W_{ab} + W_{ab} = ۳۰۰ \Rightarrow -\frac{۵}{۲}W_{ab} = ۳۰۰ \Rightarrow W_{ab} = \frac{-۲}{\cancel{۵}^{۱}} \times \cancel{۳۰۰}^{۶۰} = -۱۲۰\,J$$

شیمی

۳۶- گزینه ۴

شفاف‌سازی فلز قلیایی‌خاکی یعنی فلز گروه دوم جدول تناوبی

نکته شمار الکترون‌های مبادله‌شده در تشکیل ترکیب‌های یونی را می‌توان از رابطهٔ زیر محاسبه کرد:

قدرمطلق بار آنیون × شمار آنیون = بار کاتیون × شمار کاتیون = شمار الکترون‌های مبادله‌شده

فرمول اکسید یک فلز قلیایی خاکی (فلز گروه دوم) به صورت MO است.

بار کاتیون × تعداد کاتیون = شمار الکترون‌های مبادله‌شده $= ۱ \times ۲ = ۲$

برای تولید هر مول اکسید، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود. اگر جرم مولی فلز M را m گرم بر مول در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

روش ۱ استفاده از کسر تناسب

$$MO \sim ۲e^-$$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{MO}} = \frac{\text{تعداد ذره}}{\underbrace{\text{عدد آووگادرو} \times \text{ضریب}}_{e^-}}$$

$$\Rightarrow \frac{۶۰}{۱ \times (m+۱۶)} = \frac{۱۸/۰۶ \times ۱۰^{۲۳}}{۲ \times ۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}} \Rightarrow m = ۲۴ \ g.mol^{-۱}$$

روش ۲ استفاده از کسر تبدیل

$$۱۸/۰۶ \times ۱۰^{۲۳} \ e^- \times \frac{۱ mole^-}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \ e^-} \times \frac{۱ mol MO}{۲ mole^-} \times \frac{(m+۱۶) \ g \ MO}{۱ mol MO} = ۶۰ \ g \ MO$$

$$m + ۱۶ = ۴۰ \Rightarrow m = ۲۴ \ g.mol^{-۱}$$

$$\frac{\text{جرم اتمی فلز M}}{\text{جرم اتمی O}} = \frac{۲۴}{۱۶} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵$$

۳۷- گزینه ۲

عبارت‌های (ب) و (پ) درست‌اند.

(آ) ایزوتوپ‌ها دارای عدد اتمی یکسان و عدد جرمی متفاوت هستند؛ بنابراین اتم‌های $^{۶۰}_{۲۷}M$ و $^{۶۰}_{۲۸}A$، ایزوتوپ یکدیگر به حساب نمی‌آیند.

(ب) در اتم $^{۶۰}_{۲۷}M$، ۲۷ پروتون و ۳۳ نوترون $(۶۰ - ۲۷ = ۳۳)$ وجود دارد: $۳۳ - ۲۷ = ۶$

(پ) در اتم ^{۲۷}M، ۸ الکترون با $l = ۰$ (زیرلایه‌های s) و ۱۲ الکترون با $l = ۱$ (زیرلایه‌های p) وجود دارد: $۱۲ + ۸ = ۲۰$

$$_{۲۷}M : ۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۶ ۳s^۲ ۳p^۶ ۳d^۷ ۴s^۲$$

(ت) در اتم ^{۲۷}M، ۷ الکترون در زیرلایهٔ ۳d و در اتم ^{۲۴}X $([_{۱۸}Ar] ۳d^۵ ۴s^۱)$، ۵ الکترون در زیرلایهٔ ۳d وجود دارد: $۷ - ۵ = ۲$

تیزبازی عبارت (آ) که *تابلو غلطه!* بنابراین ① و ④ پَر! عبارت‌های (ب) و (پ) هم بین ② و ③ یکسان‌اند؛ پس نیازی به بررسی‌شون نیست و فقط باید عبارت (ت) *رو بررسی کنی و تمام!*

۳۸- گزینه ۳

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش‌های داده‌شده به صورت زیر است:

a) $P_۴O_{۱۰} + ۶H_۲O \rightarrow ۴H_۳PO_۴$

b) $SF_۴ + ۲H_۲O \rightarrow SO_۲ + ۴HF$

c) $۴FeS_۲ + ۱۱O_۲ \rightarrow ۲Fe_۲O_۳ + ۸SO_۲$

d) $۴HNO_۳ \rightarrow ۴NO_۲ + O_۲ + ۲H_۲O$

$$\frac{\text{مجموع ضرایب در واکنش (a)}}{\text{مجموع ضرایب در واکنش (c)}} = \frac{۱۱}{۲۵} \xrightarrow{\times \frac{۴}{۴}} \frac{۴۴}{۱۰۰} = ۰/۴۴$$

(مجموع ضرایب در واکنش b) − (مجموع ضرایب در واکنش d) $= ۱۱ - ۸ = ۳$

۳۹- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ تعیین موقعیت عنصرها در جدول تناوبی به کمک آرایش الکترونی:

(a)

تعیین شمارهٔ گروه

- اگر آرایش الکترونی به p ختم شود: (الکترون‌های آخرین زیرلایهٔ p) + ۱۲
- اگر آرایش الکترونی به s ختم شود: (الکترون‌های آخرین زیرلایهٔ s) + (الکترون‌های زیرلایهٔ d ماقبل آخر (در صورت وجود))

(b)

تعیین شمارهٔ دوره (تناوب)

بزرگ‌ترین ضریب در آرایش الکترونی (بزرگ‌ترین عدد کوانتومی اصلی (n))

۲ تعیین شمارهٔ دوره و گروه عنصرها با استفاده از عدد اتمی گازهای نجیب

تعیین شمارهٔ دوره: کافی است عدد اتمی عنصر مورد نظر را بین عدد اتمی دو گاز نجیب قرار دهیم، شمارهٔ دورهٔ عنصر با شمارهٔ دورهٔ گاز نجیب بعد از آن یکسان است.

عدد اتمی گازهای نجیب: ۲ (دورهٔ ۱) ۱۰ (دورهٔ ۲) ۱۸ (دورهٔ ۳) ۳۶ (دورهٔ ۴) ۵۴ (دورهٔ ۵) ۸۶ (دورهٔ ۶) ۱۱۸ (دورهٔ ۷)

تعیین شمارهٔ گروه: برای تعیین شمارهٔ گروه:

۱ اگر عدد اتمی عنصر مورد نظر یک یا دو واحد بیشتر از عدد اتمی یکی از گازهای نجیب باشد، شمارهٔ گروه عنصر به ترتیب برابر ۱ یا ۲ است:

مثال: $_{۱۹}X : ۱۹ - ۱۸ = ۱ \Rightarrow$ شمارهٔ گروه عنصر $_{۱۹}X = ۱$ (۱۸Ar: عدد اتمی)

۲ عنصرهایی که در دو ردیف در پایین جدول قرار دارند (عنصرهای ۵۷ تا ۷۰ و ۸۹ تا ۱۰۲ جدول) را می‌توان متعلق به گروه ۳ دانست.

۳ برای بقیهٔ عنصرها که عدد اتمی آن‌ها بیش از ۲ واحد از عدد اتمی گاز نجیب قبل از خود بیشتر است، باید اختلاف عدد اتمی عنصر و گاز نجیب **هم‌دوره‌اش** را از عدد ۱۸ کم کنیم:

مثال: $_{۴۷}A \Rightarrow$ شمارهٔ گروه $= ۱۸ - (۵۴ - ۴۷) = ۱۱$

(عدد اتمی عنصر، گاز نجیب هم‌دوره)

عبارت‌های (پ) و (ت) درست‌اند.

بیایید اول تکلیف عنصرهای A و X را مشخص کنیم: $A : [_{۱۰}Ne] ۳s^۲ ۳p^۴ \Rightarrow {}_{۱۶}S$

$$X^{۲+} : \ldots ۳d^{۱۰} \Rightarrow X : [_{۱۸}Ar] ۳d^{۱۰} ۴s^۲ \Rightarrow {}_{۳۰}Zn$$

(آ) فلز X (روی) جزء فلزهای واسطه است و در دورهٔ چهارم و گروه ۱۲ قرار دارد.

(ب) $۳۰ - ۱۶ = ۱۴$

(پ) X و A به ترتیب یون‌های $X^{۲+}$ و $A^{۲-}$ تشکیل می‌دهند؛ بنابراین فرمول ترکیب یونی حاصل از آن‌ها به صورت XA است.

(ت) عنصر $_{۱۶}A$ (نافلز گوگرد) و عنصر $_{۳۴}D$، هر دو در گروه ۱۶ قرار دارند، زیرا عدد اتمی آن‌ها ۲ واحد کم‌تر از گازهای نجیب $_{۱۸}Ar$ و $_{۳۶}Kr$ (عنصرهای گروه ۱۸) است.

از طرفی عنصر $_{۱۶}A$ و $_{۱۳}E$، هر دو در دورهٔ سوم قرار دارند (عنصرهایی با عددهای اتمی ۱۱ تا ۱۸ در دورهٔ سوم قرار دارند).

تیزبازی در آرایش الکترون‌های ظرفیت عنصر X، زیرلایهٔ ۳d وجود دارد؛ بنابراین نمی‌تواند متعلق به گروه ۲ باشد (عنصرهای دستهٔ d در گروه‌های ۳ تا ۱۲ قرار دارند)؛ پس عبارت (آ) غلط و ① و ② پَر! در ③ و ④، عبارت (پ) مشترک است و کافی است یکی از عبارت‌های (ب) یا (ت) را بررسی کنیم که در میان آن‌ها عبارت (ت) *آسون‌تره! و تو سه سوت می‌شه فهمید درسته!* و جواب ④ است.

۴۰- گزینه ۱

نکته در نام‌گذاری ترکیب‌های فلزهایی مانند آهن که بیش از یک نوع کاتیون با بار متفاوت دارند، بار کاتیون با اعداد رومی داخل پرانتز نشان داده می‌شود.

مثال: FeO: آهن (II) اکسید — $Fe_۲O_۳$: آهن (III) اکسید

شما باید بدانید که چهار فلز آهن، مس، کروم و وانادیم بیش از یک کاتیون پایدار دارند:
وانادیم / V^{2+} ,V^{3+} :کروم / Cr^{2+} ,Cr^{3+} :آهن / Fe^{2+} ,Fe^{3+} :مس Cu^{+} ,Cu^{2+}
مواستون باشه که استفاده از عدد رومی برای نام‌گذاری یون فلزهایی که فقط یک نوع کاتیون دارند، *حرام است!*

فرمول مس (I) اکسید به صورت Cu_2O است، یعنی مشابه با Ag_2O!

$$Cu^{+}O^{2-} \Rightarrow Cu_2O$$

$$\frac{\text{جرم O در } Cu_2O}{\text{جرم Cu در } Cu_2O} = \frac{\text{جرم‌مولی O} \times \text{مول O}}{\text{جرم‌مولی Cu} \times \text{مول Cu}} = \frac{1 \times \cancel{16}^{1}}{2 \times \cancel{64}^{4}} = \frac{1}{8} = 0/125$$

۴۱- گزینه ۳

همهٔ عبارت‌ها به‌جز عبارت آخر، درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- عنصر مورد نظر همان $_{24}Cr$ است که اغلب به صورت کاتیون‌های Cr^{2+} و Cr^{3+} در ترکیب‌ها وجود دارد.
- در هر دو عنصر $_{16}X$ و $_{24}Cr$، ۶ الکترون ظرفیت وجود دارد.

$$_{24}Cr : [_{18}Ar]\underbrace{3d^5 4s^1}_{\text{الکترون‌های ظرفیتی}} \quad , \quad _{16}X : [_{10}Ne]\underbrace{3s^2 3p^4}_{\text{الکترون‌های ظرفیتی}}$$

- با فرض جداشدن ۶ الکترون از اتم مورد نظر، آرایش آن به گاز نجیب آرگون می‌رسد.

توجه: *درسته* که یون پایدار Cr^{6+} وجود خارجی *نداره*، اما این‌جا طراح فرض کرده که ۶ الکترون از اتم کروم جدا شود.

- آرایش الکترونی اتم $_{25}Z$ به $3d^5 4s^2$ ختم می‌شود.

۴۲- گزینه ۲

گام جرم مولی آلومینیم سولفات را حساب می‌کنیم:

$$\text{جرم‌مولی } Al_2(SO_4)_3 = (2\times 27) + 3(32 + 4(16)) = 342\ g.mol^{-1}$$

گام مول Al^{3+} را حساب می‌کنیم.

روش استفاده از کسر تناسب

$$Al_2(SO_4)_3 \sim 2Al^{3+}$$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم‌مولی} \times \text{ضریب}}_{Al_2(SO_4)_3}} = \frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{Al^{3+}}} \Rightarrow \frac{17/1}{1 \times \cancel{342}^{20}} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 0/1\ mol\ Al^{3+}$$

روش استفاده از کسر تبدیل

$$17/1\ g\ Al_2(SO_4)_3 \times \frac{1\ mol\ Al_2(SO_4)_3}{342\ g\ Al_2(SO_4)_3} \times \frac{2\ mol\ Al^{3+}}{1\ mol\ Al_2(SO_4)_3} = 0/1\ mol\ Al^{3+}$$

گام معادلهٔ واکنش را موازنه کرده و جرم رسوب را به دست می‌آوریم:

$$Al_2(SO_4)_3 + 3Ca(OH)_2 \rightarrow 2Al(OH)_3 + 3CaSO_4$$

روش استفاده از کسر تناسب

$$Al_2(SO_4)_3 \sim 2Al(OH)_3$$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم‌مولی} \times \text{ضریب}}_{Al_2(SO_4)_3}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم‌مولی} \times \text{ضریب}}_{Al(OH)_3}} \Rightarrow \frac{17/1}{1 \times \cancel{342}^{20}} = \frac{x}{2 \times 78} \Rightarrow x = 7/8\ g\ Al(OH)_3$$

روش استفاده از کسر تبدیل

$$17/1\ g\ Al_2(SO_4)_3 \times \frac{1\ mol\ Al_2(SO_4)_3}{342\ g\ Al_2(SO_4)_3} \times \frac{2\ mol\ Al(OH)_3}{1\ mol\ Al_2(SO_4)_3} \times \frac{78\ g\ Al(OH)_3}{1\ mol\ Al(OH)_3} = 7/8\ g\ Al(OH)_3$$

۴۳- گزینه ۳

به‌جز عبارت اول، بقیهٔ عبارت‌ها نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- هر دو ظرف دارای ۱۰ ذره هستند؛ بنابراین تعداد مول و مولکول گازها در دو ظرف، یکسان است.

$$\frac{c}{a} = \frac{10\times 0/05 \times 6/02\times 10^{23}}{10\times 0/05} = 6/02\times 10^{23}$$

- هر ذره هم‌ارز ۰/۰۵ مول است؛ بنابراین در هر ظرف، $0/05 \times 10 = 0/5$ مول گاز وجود دارد:

$$0/5\ mol \times \frac{22/4\ L}{1\ mol} = 11/2\ L$$

- گاز سبک‌تر، N_2 و گاز سنگین‌تر، CO_2 است:

$$\frac{\text{جرم } N_2}{\text{جرم } CO_2} = \frac{\text{جرم‌مولی } N_2 \times \cancel{\text{مول } N_2}}{\text{جرم‌مولی } CO_2 \times \cancel{\text{مول } CO_2}} = \frac{28}{44} \simeq 0/64$$

- در حجم برابر، نسبت غلظت مولی دو گاز با نسبت شمار مول‌های آن‌ها برابر است. در این‌جا تعداد مول گازها یکسان است؛ بنابراین غلظت مولی گازها برابر می‌باشد.

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{شمار مول‌ها}}{\text{حجم}}$$

۴۴- گزینه ۲

نکته غلظت محلول برحسب درصد جرمی و ppm از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow \text{درصد جرمی} = a$$

$$\Rightarrow \text{کسر تبدیل‌های مربوط به درصد جرمی:} \quad \frac{\text{محلول } 100\ g}{\text{حل‌شونده } a\ g} \text{ یا } \frac{\text{حل‌شونده } a\ g}{\text{محلول } 100\ g}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow \text{ppm} = b$$

$$\Rightarrow \text{کسر تبدیل‌های مربوط به ppm:} \quad \frac{\text{محلول } 10^6\ g}{\text{حل‌شونده } b\ g} \text{ یا } \frac{\text{حل‌شونده } b\ g}{\text{محلول } 10^6\ g}$$

- با توجه به رابطه‌های گفته‌شده، بین ppm و درصد جرمی، رابطهٔ زیر برقرار است:

$$\text{ppm} = \text{درصد جرمی} \times 10^4$$

گام جرم ید در محلول را حساب می‌کنیم:

$$I_2 \text{ جرم:}\ 180\ g \text{ محلول} \times \frac{1/4\ g\ I_2}{100\ g \text{ محلول}} = 2/52\ g\ I_2$$

گام جرم I_2 را به مول آن تبدیل می‌کنیم:

$$I_2 \text{ مول} = 2/52\ g\ I_2 \times \frac{1\ mol\ I_2}{254\ g\ I_2} \simeq \frac{2/52}{252} \simeq 0/01\ mol\ I_2$$

گام غلظت محلول برحسب ppm را حساب می‌کنیم:

روش

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم } I_2}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{2/52}{180} \times 10^6 = 14000$$

روش

$$\text{ppm} = \text{درصد جرمی} \times 10^4 = 1/4 \times 10^4 = 14000$$

۴۵- گزینه ۲

استراتژی ابتدا درصد جرمی محلول رو به انحلال‌پذیری آن تبدیل کن و سپس از روی نمودار، دماهای مرتبط با انحلال‌پذیری‌ها رو بخون!

نکته **رابطهٔ بین انحلال‌پذیری و درصد جرمی محلول سیرشده:**
اگر انحلال‌پذیری در دمای معین را برابر با S در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\text{جرم محلول سیرشده} = S + 100$$

$$\text{درصد جرمی محلول سیرشده} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد جرمی محلول سیرشده} = \frac{S}{S+100} \times 100$$

گام حساب می‌کنیم که در چه دمایی، درصد جرمی محلول سیرشده برابر با ۳۷/۵ است:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{S}{S+100} \times 100 \Rightarrow \frac{\cancel{37/5}^{3}}{\cancel{100}^{8}} = \frac{S}{S+100}$$

$$\Rightarrow 3S + 300 = 8S \Rightarrow 5S = 300 \Rightarrow S = 60 \xrightarrow{\text{از روی نمودار}} a = 40\ ^\circ C$$

گام ۱ حساب می‌کنیم که در چه دمایی، درصد جرمی محلول سیرشده برابر با ۱۶ / ۷ است:

$$۱۶/۷ = \frac{S}{S+۱۰۰} \times ۱۰۰$$

$$۰/۱۶۷ = \frac{S}{S+۱۰۰} \xrightarrow{\frac{۱}{۶}=۰/۱۶۷} \frac{۱}{۶} = \frac{S}{S+۱۰۰} \Rightarrow ۶S = S+۱۰۰$$

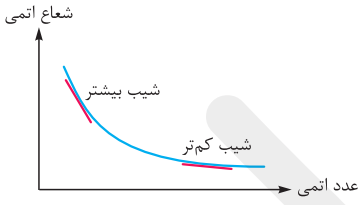
$$\Rightarrow ۵S = ۱۰۰ \Rightarrow S = ۲۰ \xrightarrow{\text{از روی نمودار}} b = ۱۰\,^\circ C$$

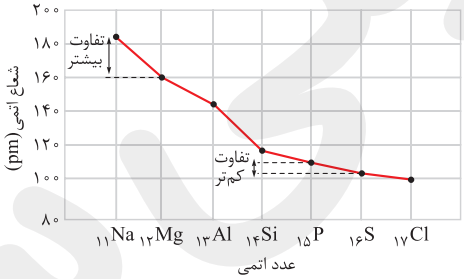
گام ۲ تفاوت دماهای a و b را حساب می‌کنیم:

$$a - b = ۴۰ - ۱۰ = ۳۰\,^\circ C$$

۴۶- گزینه ۱

عبارت‌های (آ) و (پ) درست‌اند. در مورد عبارت (پ) دقت کنید که در ابتدای یک دوره، شیب تغییرات شعاع اتمی بیشتر از انتهای دوره است. یعنی تفاوت بین شعاع اتمی عنصرهای فلزی متوالی بیشتر از تفاوت بین شعاع اتمی عنصرهای نافلزی متوالی است.





بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) در یک گروه با افزایش عدد اتمی (از بالا به پایین)، خصلت فلزی افزایش می‌یابد، اما در یک دوره با افزایش عدد اتمی (از چپ به راست)، خصلت فلزی کاهش می‌یابد.

در یک گروه، با افزایش شعاع اتمی در فلزها ⟸ افزایش خصلت فلزی

در یک دوره، با کاهش شعاع اتمی در فلزها ⟸ کاهش خصلت فلزی

(ت) قسمت اول این عبارت *نادرسته!* زیرا هلیم که در گروه ۱۸ (سمت راست جدول) قرار دارد، جزء عنصرهای دستهٔ s است.

۴۷- گزینه ۲

درس‌نامه عوامل موثر بر انحلال‌پذیری گازها در آب

◇ سه عامل «**نوع گاز**، **دما** و **فشار**» بر انحلال‌پذیری گازها در آب خالص مؤثرند.

۱- نوع گاز

◇ گازهایی که مولکول‌های ناقطبی دارند، اغلب انحلال‌پذیری کمی در آب دارند. در ضمن هر چه جرم و حجم مولکول ناقطبی بیشتر باشد، انحلال‌پذیری آن در آب بیشتر است.

مثال:

مقایسهٔ انحلال‌پذیری سه گاز ناقطبی در آب: $O_۲ > N_۲ > H_۲$

جرم مولی ($g.mol^{-۱}$): ۳۲ ۲۸ ۲

◇ انحلال‌پذیری گازهایی که مولکول‌های قطبی دارند، **معمولاً** بیشتر از انحلال‌پذیری گازهای ناقطبی است؛ به طور مثال NO و $O_۲$ جرم مولی نزدیک به هم دارند، اما انحلال‌پذیری گاز قطبی NO در آب بیشتر از گاز ناقطبی $O_۲$ است.

◇ برخی از اکسیدهای نافلزی، مانند $CO_۲$، $SO_۲$ و $SO_۳$ می‌توانند با آب واکنش دهند؛ به همین دلیل انحلال‌پذیری به نسبت خوبی در آب دارند.

توجه: همواره انحلال‌پذیری گازهای قطبی بیشتر از گازهای ناقطبی نیست؛ به طور مثال هرچند گاز $CO_۲$ مولکول‌های ناقطبی دارد، اما آزمایش‌ها نشان می‌دهد که در فشار یک اتمسفر و در هر دمایی، انحلال‌پذیری آن از گاز NO که مولکول‌های قطبی دارد، بیشتر است. *دلیلشم همین واکنش $CO_۲$ با آب هستش!*

نتیجه: *با چیزایی که خوندیم*، مقایسهٔ انحلال‌پذیری چهار گاز $CO_۲$، NO، $O_۲$ و $N_۲$ در شرایط یکسان *این‌جوریاست:*

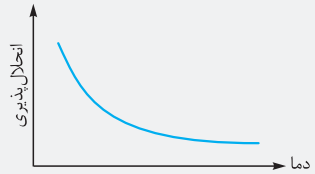
مقایسهٔ انحلال‌پذیری در آب: $CO_۲$ (مولکول ناقطبی که با آب واکنش می‌دهد.) > NO (مولکول قطبی) > $O_۲$ (مولکول ناقطبی با جرم مولی بیشتر) > $N_۲$ (مولکول ناقطبی با جرم مولی کم‌تر)

۲- دما

انحلال‌پذیری گازها با دما رابطهٔ عکس دارد؛ یعنی با افزایش دما، انحلال‌پذیری گازها در آب کاهش می‌یابد.

هواستون باشه! که نمودار انحلال‌پذیری گازها برحسب دما به صورت منحنی (نه خطی!) است.

بدانید و آگاه باشید! که انحلال گازها در آب، فرایندی گرماده است.



۳- فشار

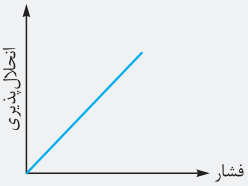
مطابق قانون هنری، انحلال‌پذیری گازها با فشار رابطهٔ مستقیم دارد؛ یعنی در دمای ثابت، با افزایش فشار، انحلال‌پذیری گازها افزایش می‌یابد.

نمودار انحلال‌پذیری گازها برحسب فشار به صورت خطی با شیب ثابت است؛ پس می‌توان گفت **با n برابر شدن فشار، انحلال‌پذیری گاز هم n برابر می‌شود.**

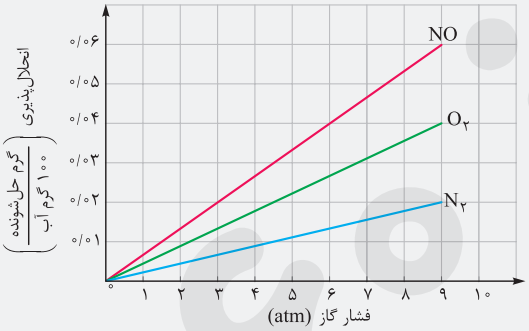
معادلهٔ انحلال‌پذیری گازها برحسب فشار را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$S = KP$$

S: انحلال‌پذیری، K: (ثابت هنری) شیب خط، P: فشار



توجه: هر گازی که انحلال‌پذیری بیشتری در آب دارد، تأثیر فشار بر انحلال‌پذیری آن بیشتر است؛ یعنی شیب نمودار انحلال‌پذیری برحسب فشار برای آن بیشتر (تندتر) می‌باشد.

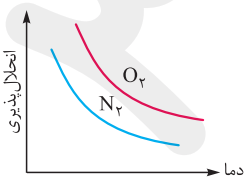


تأثیر فشار بر انحلال‌پذیری: $NO > O_۲ > N_۲$

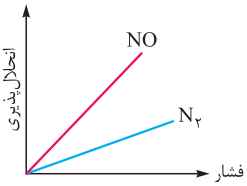
عبارت‌های اول و دوم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◇ با کاهش دما، انحلال‌پذیری گازها در آب افزایش می‌یابد. روند تغییر انحلال‌پذیری براساس دما، برای گازهای $O_۲$ و $N_۲$ مشابه و به صورت یک نمودار نزولی است.



◇ هر چه گازی انحلال‌پذیری بیشتری در آب داشته باشد، تأثیر فشار بر انحلال‌پذیری آن نیز بیشتر است. (شیب نمودار انحلال‌پذیری ـ فشار آن بیشتر خواهد بود.)



◇ گاز $CO_۲$ با آب واکنش می‌دهد و انحلال‌پذیری بیشتری نسبت به گاز NO دارد.

◇ $N_۲$ و $O_۲$ هر دو ناقطبی‌اند و $O_۲$ جرم مولی بیشتری دارد؛ بنابراین انحلال‌پذیری گاز $O_۲$ در آب بیشتر از گاز $N_۲$ است.

۴۸- گزینه ۴

استراتژی برای قسمت اول سؤال، مقدار گرمایی که آب با دمای $9\ ^\circ C$ می‌گیره رو با مقدار گرمایی که آب با دمای $35\ ^\circ C$ از دست می‌ده، برابر قرار بده! برای قسمت دوم سؤال هم از رابطهٔ $Q=mc\Delta\theta$ استفاده کن!

گام مقدار گرمایی که آب با دمای $9\ ^\circ C$ می‌گیرد را با مقدار گرمایی که آب با دمای $35\ ^\circ C$ از دست می‌دهد، برابر قرار می‌دهیم. با توجه به این‌که چگالی آب $1\ g.mL^{-1}$ است، حجم آب برحسب میلی‌لیتر با جرم آن برحسب گرم برابر است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$Q=mc\Delta\theta \Rightarrow Q_1=-Q_2 \Rightarrow m\times 4/2\times(19-9)=-[75\times 4/2\times(19-35)]$$
$$\Rightarrow 10m=75\times 16 \Rightarrow m=120\ g$$

گام گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای مخلوط را حساب می‌کنیم.

جرم مخلوط حاصل، $195=120+75$ گرم است:

$$Q=195\times 4/2\times\underbrace{(44-19)}_{\frac{100}{4}=25}\simeq 195\times 4\times\frac{100}{4}=19500\ J=19/5\ kJ$$

مقدار Q اندکی از $19/5\ kJ$ بزرگ‌تر است که با توجه به گزینه‌ها می‌شه $120/475$!

۴۹- گزینه ۳

عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست‌اند.

اول معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش‌ها:

$$I)\ 1S+a\,HNO_3 \rightarrow 1H_2SO_4+aNO_2+bH_2O$$

موازنهٔ H: $a=2+2b$

موازنهٔ O: $3a=4+2a+b$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-2b=2 \\ a-b=4 \end{cases} \Rightarrow a=6\ ,\ b=2$$

$$I)\ S(s)+6HNO_3(aq) \rightarrow H_2SO_4(aq)+6NO_2(g)+2H_2O(l)$$

اگر به همین روش *هلو بریم*، معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش (II) به صورت زیر خواهد بود:

$$II)\ 3Cu(s)+8HNO_3(aq) \rightarrow 3Cu(NO_3)_2(aq)+2NO(g)+4H_2O(l)$$

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: از دو روش می‌توان بازده درصدی واکنش را حساب کرد:

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\frac{\text{بازده درصدی}}{100}\times\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{S}=\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}_{H_2SO_4} \Rightarrow \frac{160\times\frac{R}{100}}{1\times 32}=\frac{4/5}{1} \Rightarrow R=90$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$160gS\times\frac{1mol\ S}{32g\ S}\times\frac{1mol\ H_2SO_4}{1mol\ S}=5mol\ H_2SO_4 \text{ مقدار نظری}$$

$$\text{بازده درصدی}=\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}}\times 100=\frac{4/5}{5}\times 100=\%90$$

عبارت دوم: اسید مصرف‌شده در هر دو واکنش، HNO_3 است. فراوردهٔ غیرگازی محلول در این واکنش‌ها به ترتیب H_2SO_4 و $Cu(NO_3)_2$ است. اگر جرم و در نتیجه تعداد مول یکسانی (مثلاً ۱ مول) HNO_3 در دو واکنش مصرف شود، خواهیم داشت:

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}_{HNO_3}=\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{H_2SO_4\ \text{یا}\ Cu(NO_3)_2}$$

واکنش اول: $6HNO_3 \sim H_2SO_4$ $\quad \frac{1}{6}=\frac{x}{1\times 98} \Rightarrow x=\frac{98}{6}=\frac{49}{3}\ g\,H_2SO_4$

واکنش دوم: $8HNO_3 \sim 3Cu(NO_3)_2$

$$\frac{1}{8}=\frac{x'}{3\times 188} \Rightarrow x'=\frac{3\times 188}{8}=\frac{3\times 47}{2}=\frac{141}{2}\ g\,Cu(NO_3)_2$$

عددهای $\frac{49}{3}$ و $\frac{141}{2}$ با هم برابر نیستند.

روش استفاده از کسر تبدیل:

واکنش اول: $m\ mol\ HNO_3\times\frac{1mol\ H_2SO_4}{6mol\ HNO_3}\times\frac{98g\ H_2SO_4}{1mol\ H_2SO_4}=\frac{49}{3}m\ g$

واکنش دوم: $m\ mol\ HNO_3\times\frac{3mol\ Cu(NO_3)_2}{8mol\ HNO_3}\times\frac{188g\ Cu(NO_3)_2}{1mol\ Cu(NO_3)_2}=\frac{141}{2}m\ g$

$$\Rightarrow \frac{141}{2}m\neq\frac{49}{3}m$$

عبارت سوم: فرض می‌کنیم در واکنش اول، $4/6$ گرم NO_2 و در واکنش دوم، ۱ گرم NO تشکیل شده است.

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}=\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}$$

واکنش اول: $6NO_2 \sim S$ $\quad \frac{4/6}{6\times 46}=\frac{x}{1\times 32} \Rightarrow x=\frac{32}{60}=\frac{8}{15}gS$

واکنش دوم: $2NO \sim 3Cu$ $\quad \frac{1}{2\times 30}=\frac{x'}{3\times 64} \Rightarrow x'=3/2\ g\,Cu$

$$\frac{\text{جرم Cu}}{\text{جرم S}}=\frac{3/2}{\frac{8}{15}}=\frac{15\times 32}{10\times 8}=6$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

با توجه به فرض تشکیل $4/6g\ NO_2$ در واکنش اول و $1g\ NO$ در واکنش دوم، داریم:

در واکنش اول: $4/6\ g\ NO_2\times\frac{1mol\ NO_2}{46g\ NO_2}\times\frac{1mol\ S}{6mol\ NO_2}\times\frac{32gS}{1mol\ S}=\frac{8}{15}g\ S$

در واکنش دوم: $1gNO\times\frac{1mol\ NO}{30g\ NO}\times\frac{3mol\ Cu}{2mol\ NO}\times\frac{64gCu}{1mol\ Cu}=3/2g\ Cu$

عبارت چهارم: ابتدا درصد خلوص مس را حساب می‌کنیم:

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\frac{\text{درصد خلوص}}{100}\times\text{جرم ناخالص}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{Cu}=\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}_{Cu(NO_3)_2} \Rightarrow \frac{84\times\frac{x}{100}}{3\times 64}=\frac{1/05}{3}$$

$$\Rightarrow x=\frac{64\times 105}{84}=80$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$84gCu\ \text{ناخالص}\times\frac{x\ gCu\ \text{خالص}}{100\ gCu\ \text{ناخالص}}\times\frac{1molCu}{64g\ Cu}\times\frac{3mol\ Cu(NO_3)_2}{3molCu}$$
$$=1/05molCu(NO_3)_2 \Rightarrow x=\frac{1/05\times 100\times 64\times 3}{84\times 3}=80$$

درصد خلوص نمونه ۸۰٪ است؛ بنابراین ناخالصی آن ۲۰٪ می‌باشد.

مشاوره در این‌جا با یک سؤال شمارشی و محاسباتی به شدت وقت‌گیر روبه‌رو بودیم که سر جلسه اصلاً منطقی نیست در دور اول بریم سراغش! مطمئن باش درصد بالایی از بچه‌ها در زمان قانونی، نمی‌تونن به این سؤال جواب بدن! پس با خیال راحت، رهاش کن و آخر سر، اگر وقت اضافه داشتی، بیا سراغش!

۵۰- گزینه ۴

نکته اگر نام یک آلکان را داشته باشیم، بدون رسم ساختار آن، می‌توانیم شمار اتم‌های کربن آن را به دست آوریم. تعداد اتم‌های کربن در مولکول یک آلکان برابر با مجموع تعداد اتم‌های کربن زنجیر اصلی و تعداد اتم‌های کربن شاخه‌های فرعی است. با توجه به نام زنجیر اصلی و پیشوندها، می‌توان تعداد کربن زنجیر اصلی و شاخه‌ها را به دست آورد:

پیشوند	پنت	هگز	هپت	اوکت	نون	دک
تعداد کربن	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰

در نام‌گذاری آلکان‌هایی با بیش از یک شاخهٔ فرعی، تعداد شاخه‌ها نیز با پیشوند بیان می‌شوند که برای شمردن کربن‌ها باید *مواسمون* به این پیشوندها هم *باشه*!

پیشوند	دی	تری	تترا
معنی	دو	سه	چهار

مثال: ۳، ۴ ـ دی‌اتیل ـ ۲ ـ متیل هپتان، ۱۲ اتم کربن دارد.

۴،۳ـ دی‌اتیل ـ ۲ـ متیل هپتان

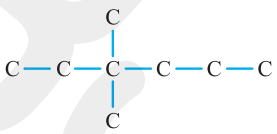
↓ ↓ ↓

۴ = ۲×۲کربن ۱کربن ۷کربن

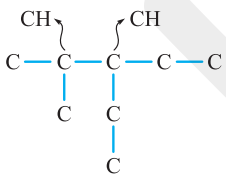
۴+۱+۷=۱۲

مولکول‌های (آ)، (پ) و (ت) جزء آلکان‌های ۸کربنی هستند، در حالی که مولکول (ب) یک آلکان ۷کربنی است؛ بنابراین ① و ② پَر!

حالا با توجه به گزینه‌ها، باید ببینیم در کدام‌یک از مولکول‌های (پ) یا (ت) دو گروه CH (کربن متصل به ۳ اتم کربن دیگر) وجود دارد:



(پ) ۳، ۳ ـ دی‌متیل هگزان

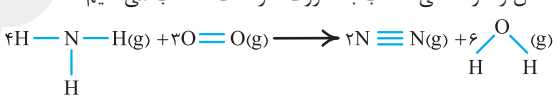


(ت) ۳ ـ اتیل، ۲ ـ متیل پنتان

۵۱- گزینه ۱

استراتژی ابتدا به کمک آنتالپی پیوندها، ΔH واکنش اول رو به صورتی که آب در آن به حالت گاز است، حساب کن و بعد به کمک قانون هس، ΔH واکنش خواسته‌شده (که آب در آن مایع است) رو به دست بیار! قسمت دوم سؤال هم یه محاسبهٔ ساده‌ست و باید ΔH محاسبه‌شدهٔ مرحلهٔ اول رو به ۲۵ تقسیم کنی!

گام ۱ ΔH واکنش را در حالتی که آب به صورت گاز است، حساب می‌کنیم.



نکته

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \left[\begin{matrix}\text{مجموع آنتالپی پیوندها}\\ \text{در مواد فراورده}\end{matrix}\right] - \left[\begin{matrix}\text{مجموع آنتالپی پیوندها}\\ \text{در مواد واکنش‌دهنده}\end{matrix}\right]$$

$$\Rightarrow \Delta H = [۱۲\Delta H(N-H) + ۳\Delta H(O=O)] - [۲\Delta H(N\equiv N) + ۱۲\Delta H(O-H)]$$

$$= [(۱۲\times ۳۹۰) + (۳\times ۴۹۵)] - [(۲\times ۹۴۰) + (۱۲\times ۴۶۳)] = ۶۱۶۵ - ۷۴۳۶ = -۱۲۷۱\ \text{kJ}$$

گام ۲ به کمک قانون هس، ΔH واکنش را در حالتی که آب به صورت مایع است، حساب می‌کنیم:

$$۴NH_۳(g) + ۳O_۲(g) \rightarrow ۲N_۲(g) + ۶H_۲O(g) \quad , \quad \Delta H = -۱۲۷۱\ \text{kJ}$$

$$۶H_۲O(g) \rightarrow ۶H_۲O(l) \quad , \quad \Delta H = -۶\times ۴۴ = -۲۶۴\ \text{kJ}$$

$$\Delta H(\text{کلی}) = -۱۲۷۱ - ۲۶۴ = -۱۵۳۵\ \text{kJ}$$

گام ۳ باید ببینیم با ۱۵۳۵ kJ گرما چند مول FeO را می‌توان به Fe تبدیل کرد.

با توجه به معادلهٔ داده‌شده، برای تبدیل ۱ مول FeO به Fe، ۲۵ kJ گرما لازم است:

$$۱۵۳۵\ \text{kJ} \times \frac{۱\ \text{mol FeO}}{۲۵\ \text{kJ}} = ۶۱/۴\ \text{mol FeO}$$

تیزبازی با توجه به داده‌های سؤال، نسبت قسمت اول و دوم پاسخ برابر ۲۵ می‌شود که با این حساب گزینه‌های ③ و ④ حذف می‌شن و برای رسیدن به پاسخ درست محاسبهٔ ΔH واکنش اول؛ یعنی قسمت اول سؤال کافی است.

مشاوره به طور کلی سؤالات مربوط به محاسبهٔ ΔH واکنش به کمک آنتالپی‌های پیوند، سؤالات وقت‌گیری هستند و سر جلسهٔ کنکور، باید بذاریشون برای آخر کار!

۵۲- گزینه ۳

استراتژی اول با توجه به اطلاعات داده‌شده، سرعت تولید $Al_۲O_۳$ در دو واکنش را حساب کن و بعد با خیال راحت، برو سراغ بررسی عبارت‌ها!

نکته سرعت تولید یا مصرف مواد در یک واکنش شیمیایی با نسبت ضرایب استوکیومتری آن‌ها رابطهٔ مستقیم دارد.

$$aA + bB \rightarrow cC + dD$$

$$\frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d}$$

اگر ضریب استوکیومتری دو ماده با هم برابر باشد، سرعت تولید یا مصرف آن‌ها با هم برابر خواهد بود.

عبارت‌های اول، دوم و سوم درست‌اند.

I) $Al_۲(SO_۴)_۳ \rightarrow Al_۲O_۳ + ۳SO_۳$

II) $۲Al + Fe_۲O_۳ \rightarrow Al_۲O_۳ + ۲Fe$

قبل از این‌که *بریم سراغ عبارت‌ها*، بیایید سرعت تولید $Al_۲O_۳$ در دو واکنش را حساب کنیم:

$$\Delta t = ۱۸۰\ \text{s} \times \frac{۱\ \text{min}}{۶۰\ \text{s}} = ۳\ \text{min}$$

(I) در واکنش: $\bar{R}(Al_۲O_۳) = \frac{۳/۲\ \text{mol}}{۳\ \text{min}}$

(II) در واکنش: $\bar{R}(Al_۲O_۳) = ۳\times \frac{۳/۲}{۳} = ۳/۲\ \text{mol.min}^{-۱}$

بررسی عبارت‌ها:

◆ در واکنش (II) سرعت مصرف $Fe_۲O_۳$ با سرعت تولید $Al_۲O_۳$ برابر است:

$$۱/۵\ \text{min} \times \frac{۳/۲\ \text{mol}}{۱\ \text{min}} = ۴/۸\ \text{mol}$$

◆ $\bar{R}(SO_۳) = ۳\bar{R}(Al_۲O_۳) = ۳\times \frac{۳/۲}{۳} = ۳/۲\ \text{mol.min}^{-۱}$

◆ به ازای تولید ۳/۲ مول $Al_۲O_۳$ در واکنش (I)، ۳/۲ مول آلومینیم سولفات مصرف می‌شود. از طرفی خود سؤال گفته که ۰/۸ مول آلومینیم سولفات باقی مانده است؛ بنابراین مقدار اولیهٔ آلومینیم سولفات، ۴ = ۰/۸ + ۳/۲ مول بوده است:

$$۴\ \text{mol}\ Al_۲(SO_۴)_۳ \times \frac{۳۴۲\ \text{g}\ Al_۲(SO_۴)_۳}{۱\ \text{mol}\ Al_۲(SO_۴)_۳} = ۱۳۶۸\ \text{g} = ۱/۳۶۸\ \text{kg}\ Al_۲(SO_۴)_۳$$

◆ (II) در واکنش: $\bar{R}(Al) = ۲\bar{R}(Al_۲O_۳) = ۲\times ۳/۲ = ۶/۴\ \text{mol.min}^{-۱}$

◆ (I) در واکنش: $\bar{R}(Al_۲(SO_۴)_۳) = \bar{R}(Al_۲O_۳) = \frac{۳/۲}{۳}\ \text{mol.min}^{-۱} \Rightarrow ۶/۴ \neq ۲\times \frac{۳/۲}{۳}$

۵۳- گزینه ۱

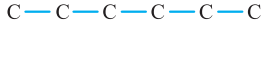
نکته برای آلکان‌هایی با ۴ تا ۷ اتم کربن، تعداد کل ایزومر (هم‌پار)ها از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$۴ \le n \le ۷$ ، $۲^{n-۴} + ۱$:تعداد ایزومرها

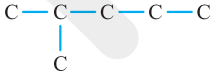
ترکیبی با فرمول مولکولی $C_۶H_{۱۴}$، دارای ۵ ایزومر آلکانی است:

$$\text{تعداد ایزومرها در آلکانی با ۴ تا ۷ اتم کربن} = ۲^{n-۴} + ۱ = ۲^{۶-۴} + ۱ = ۵$$

هگزان



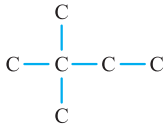
۲ـ متیل پنتان



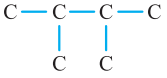
۳ـ متیل پنتان



۲، ۲ـ دی‌متیل بوتان



۲، ۳ـ دی‌متیل بوتان



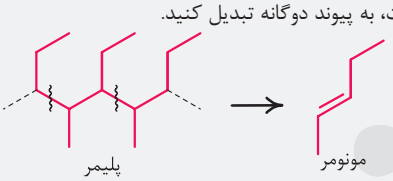
نام دو هم‌پار به پنتان ختم می‌شود.

۵۴- گزینه ۱

درس‌نامه تعیین مونومر سازندهٔ یک پلیمر آلکنی

اگر ساختار گستردهٔ یک پلیمر آلکنی داده شود و مونومر سازندهٔ آن را از شما بخواهند، کافی است ابتدا در زنجیر اصلی، پیوندها را به صورت یک‌درمیان بشکنید و سپس پیوند بین دو کربن متوالی را که سالم باقی مانده است، به پیوند دوگانه تبدیل کنید.

مثال:



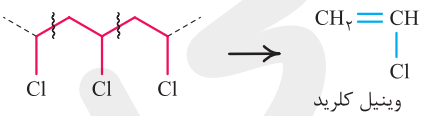
ساختار مونومر پلیمر داده‌شده به صورت $CH_3-CH=CH-CH_2-CH_3$ است.



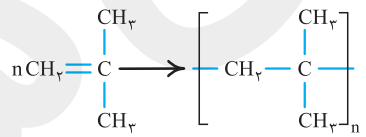
بررسی سایر گزینه‌ها: ۲ اگر پیوند یگانهٔ میان کربن‌ها در زنجیر اصلی پلیمر را به پیوند دوگانه تبدیل کنیم، به ساختار مونومر می‌رسیم.

مونومر سازنده: $CH_2=C(H)-C_6H_5$

۳



۴



۵۵- گزینه ۲

نکته ویژگی‌های محلول‌ها، کلوئیدها و سوسپانسیون‌ها در جدول زیر آورده شده است.

نوع مخلوط / ویژگی	سوسپانسیون	کلوئید	محلول
رفتار در برابر نور	نور را پخش می‌کند.	نور را پخش می‌کند.	نور را عبور می‌دهد.
همگن‌بودن	ناهمگن	ناهمگن	همگن
پایداری	ناپایدار است./ ته‌نشین می‌شود.	پایدار است./ ته‌نشین نمی‌شود.	پایدار است./ ته‌نشین نمی‌شود.
ذره‌های سازنده	ذره‌های ریز ماده	توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت	یون‌ها یا مولکول‌ها
نمونه‌های مهم	شربت معده، دوغ، شربت خاکشیر و آب گل‌آلود	رنگ‌های پوششی، چسب‌ها، شیر، ژله، سس مایونز، مخلوط آب و صابون، مخلوط صابون و چربی، مخلوط آب، صابون و چربی	سدیم کلرید (نمک) در آب، آب دریا، هوا، آب قند، ید در هگزان

عبارت‌های دوم و سوم درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: به طور کلی، کلوئیدها کدر هستند و نور را مانند محلول‌ها از خود عبور می‌دهند، ولی برخلاف محلول‌ها، نور را پخش می‌کنند.

عبارت چهارم: آب گل‌آلود، مخلوط ناهمگنی است که از ذره‌های جامد معلق در آب تشکیل می‌شود و جزء سوسپانسیون‌ها است و به کار بردن عبارت (مواد حل‌شده) برای آن نادرست است. *(پیزی تو آب حل نشده!)*

۵۶- گزینه ۲

نکته برای تعیین شمار اتم‌های هیدروژن یک ترکیب آلی دارای اتم‌های C، H، O، N و هالوژن می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد (n شمار اتم‌های کربن است):

$$\text{شمار اتم‌های هیدروژن} = 2n+2-2(\text{تعداد پیوندهای دوگانه}+\text{تعداد حلقه‌ها})-4(\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه})+\text{تعداد اتم‌های نیتروژن}+\text{تعداد اتم‌های هالوژن}$$

ترکیب داده‌شده، ۱۳ اتم کربن، ۵ اتم اکسیژن، ۲ اتم نیتروژن، ۲ حلقه و ۶ پیوند دوگانه دارد (دقت کن که در شمردن پیوند دوگانه، پیوند دوگانهٔ $(C=O)$ در عامل کربوکسیل رو یادت نره!)؛ بنابراین:

$$\text{شمار اتم‌های هیدروژن} = [(2\times13)+2]-2(6+2)+2=14$$

$$\Rightarrow \text{فرمول ترکیب} = C_{13}H_{14}O_5N_2$$

یا می‌تونستی از روی ساختار، شمار اتم‌ها و فرمول ماده $(C_{13}H_{14}O_5N_2)$ رو به دست بیاری:

$$\begin{cases}\text{جرم اتم‌های نیتروژن}=2\times14=28\ g\\ \text{جرم اتم‌های هیدروژن}=14\times1=14\ g\end{cases}\Rightarrow 28-14=14$$

$$\text{جرم اتم‌های اکسیژن}=5\times16=80\ g$$

$$\Rightarrow 0/175\times80=14\ \checkmark$$

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱ هر اتم اکسیژن دارای ۲ جفت‌الکترون ناپیوندی و هر اتم نیتروژن دارای ۱ جفت‌الکترون ناپیوندی است؛ بنابراین ترکیب داده‌شده در مجموع دارای $\underbrace{(2\times1)}_{N}+\underbrace{(5\times2)}_{O}=12$ جفت‌الکترون ناپیوندی است، در حالی که این ترکیب، ۱۳ اتم کربن دارد.

۳ در ساختار داده‌شده، ۴ پیوند دوگانهٔ کربن ـ کربن $(C=C)$ و یک گروه کربوکسیل $(-COOH)$ وجود دارد.

۴ در ساختار ترکیب مورد نظر، ۹ پیوند $C-C$ و ۴ پیوند $C-O$ وجود دارد.

۵۷- گزینه ۲

نکته در دما و غلظت یکسان، هر چه ثابت یونش (K_a) یک اسید بیشتر باشد:

- اسید قوی‌تر است.
- بیشتر یونیده شده و $[H^+]$ در محلول اسید بیشتر است.
- رسانایی الکتریکی محلول اسید بیشتر است.
- سرعت واکنش محلول اسید با یک فلز معین، بیشتر است.
- pH محلول اسید کم‌تر است.

نیترو اسید (HNO_2) یک اسید ضعیف و نیتریک اسید (HNO_3) یک اسید قوی است:

$$HNO_3 \rightarrow H^+ + NO_3^-$$

$$m_1 = 0/1\ mol\ NO_3^- \times \frac{62\ g\ NO_3^-}{1\ mol\ NO_3^-} = 6/2\ g\ NO_3^-$$

$$HNO_2 \rightleftharpoons H^+ + NO_2^-$$

$$m_2 < 0/1\ mol\ NO_2^- \times \frac{46\ g\ NO_2^-}{1\ mol\ NO_2^-} \Rightarrow m_2 < 4/6\ g$$

جرم NO_3^- برابر با $6/2$ گرم و جرم NO_2^- کم‌تر از $4/6$ گرم است؛ بنابراین تفاوت جرم آن‌ها قطعاً بیشتر از $1/6$ گرم $(6/2-4/6=1/6)$ می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱ غلظت یون هیدرونیوم در محلول اسید قوی‌تر (نیتریک اسید) بیشتر است؛ بنابراین سرعت واکنش این محلول با فلز منیزیم بیشتر است. ۳ HNO_2 به طور کامل در آب یونیده نمی‌شود و در محلول آن، مولکول‌های یونیده‌نشدهٔ اسید هم وجود دارد، در حالی که در محلول اسید قوی HNO_3، خبری از مولکول‌های یونیده‌نشدهٔ اسید نیست. ۴ در دما و غلظت یکسان، pH محلول اسید قوی‌تر (HNO_2) کم‌تر است.

۵۸- گزینه ۳

عبارت‌های (پ) و (ت) درست‌اند.

(آ) در برقکافت آب، در آند گاز اکسیژن آزاد می‌شود.

آند: $2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^-$

کاتد: $4H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 2H_2(g) + 4OH^-(aq)$

(ب) اتم‌های کلر و برم، تمایل به گرفتن الکترون دارند و نه از دست دادن الکترون! در ضمن خصلت نافلزی کلر از برم بیشتر است و در رقابت برای گرفتن الکترون، برنده است.

(پ) و (ت) هر چه E° گونه‌ای کم‌تر باشد (کاهندهٔ قوی‌تری باشد)، زودتر در آند اکسایش می‌یابد و هر چه E° گونه‌ای بیشتر باشد، (اکسندهٔ قوی‌تری باشد)، زودتر در کاتد کاهش می‌یابد.

۵۹- گزینه ۱

نکته اگر غلظت اولیهٔ محلول یک اسید ضعیف، M مولار باشد، رابطهٔ زیر برقرار است:

$$[H_3O^+] = M\alpha$$

↓ درجهٔ یونش اسید

گام نسبت $[H_3O^+]$ دو محلول را حساب می‌کنیم. $[H_3O^+] = M\alpha$

$$\xrightarrow{M_{HA}=M_{HD}} \frac{[H_3O^+](HA)}{[H_3O^+](HD)} = \frac{\alpha(HA)}{\alpha(HD)} = \frac{8}{3/2} = 2/5$$

گام با توجه به pH محلول HA، $[H_3O^+]$ در محلول HA را حساب کرده و سپس به کمک نسبت $\frac{[H_3O^+](HA)}{[H_3O^+](HD)}$، $[H_3O^+]$ در محلول HD و pH آن را حساب می‌کنیم. هم‌چنین pH محلول KOH را به دست آورده و در آخر، نسبت pH محلول HD به pH محلول KOH را حساب می‌کنیم.

$$[H_3O^+](HA) = 10^{-pH} = 10^{-4}$$

$$\frac{[H_3O^+](HA)}{[H_3O^+](HD)} = 2/5 \Rightarrow [H_3O^+](HD) = \frac{10^{-4}}{2/5} = 4\times10^{-5}\ mol.L^{-1}$$

$$pH(HD) = -\log[H_3O^+] = -\log(4\times10^{-5}) = 5 - \log 4$$
$$= 5 - 2\log 2 = 5 - 2(0/3) = 4/4$$

در محلول باز قوی پتاسیم هیدروکسید (KOH)، غلظت OH^- با غلظت محلول، یکسان و برابر با ۰/۲ مولار است:

$$[H_3O^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [H_3O^+] = \frac{10^{-14}}{0/2} = 5\times10^{-14}\ mol.L^{-1}$$

$$pH = -\log[H_3O^+] = -\log(5\times10^{-14}) = 14 - \log 5 = 14 - 0/7 = 13/3$$

$$\frac{pH(HD)}{pH(KOH)} = \frac{4/4}{13/3} \simeq 0/33$$

تیزبازی در دمای اتاق، pH محلول اسیدها کوچک‌تر از ۷ و pH محلول بازها بزرگ‌تر از ۷ است؛ بنابراین نسبت pH محلول HD به pH محلول KOH باید کوچک‌تر از ۱ باشد؛ یعنی قسمت دوم سؤال، اصلاً نیازی به حل نداشت!

۶۰- گزینه ۴

گام معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم: $2HBr + Ba(OH)_2 \rightarrow 2H_2O + BaBr_2$

گام از جرم HBr به مول Ba^{2+} و غلظت مولی محلول $BaBr_2$ می‌رسیم.

روش استفاده از کسر تناسب $2HBr \sim Ba(OH)_2 \sim Ba^{2+} \sim BaBr_2$

$$\frac{\text{حجم}\times\text{غلظت مولی}}{\text{ضریب}}_{BaBr_2} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{Ba^{2+}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{HBr}$$

$$\Rightarrow \frac{5/4}{{}^{0/2}1\times{}^{0/1}81} = \frac{x}{1\times137} = \frac{x'\times0/15}{1} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{0/1\times137}{3} = \frac{13/7}{3} \simeq 4/56\ g\,Ba^{2+} \\ x' = \frac{0/1}{0/45} = \frac{10}{45} = \frac{2}{9} \simeq 0/22\ mol.L^{-1} \end{cases}$$

روش استفاده از کسر تبدیل

$$Ba^{2+}\text{ جرم} = 5/4\,g\,HBr \times \frac{1\,mol\,HBr}{81\,g\,HBr} \times \frac{1\,mol\,Ba^{2+}}{2\,mol\,HBr} \times \frac{137\,g\,Ba^{2+}}{1\,mol\,Ba^{2+}} \simeq 4/56\,g\,Ba^{2+}$$

$$BaBr_2\text{ مول} = 5/4\,g\,HBr \times \frac{1\,mol\,HBr}{81\,g\,HBr} \times \frac{1\,mol\,BaBr_2}{2\,mol\,HBr} = \frac{1}{30}\,mol\,BaBr_2$$

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\frac{1}{30}\,mol}{\frac{15}{100}\,L} = \frac{100}{450} \simeq 0/22\ mol.L^{-1}$$

۶۱- گزینه ۱

عبارت‌های (آ) و (ب) درست‌اند.

(آ) فرمول مولکولی کربونیل سولفید و استیک اسید به ترتیب به صورت SCO و $C_2H_4O_2$ (CH_3COOH) است. جرم مولی هر دو ترکیب، ۶۰ گرم بر مول است.

(ب) هر دو مولکول CO_2 و SCO، ساختار خطی دارند.

$$\ddot{O}=C=\ddot{O} \qquad \text{و} \qquad \ddot{S}=C=\ddot{O}$$

(پ) در ساختار SCO، ۴ جفت‌الکترون ناپیوندی وجود دارد.

(ت) در ساختار SCO، ۴ جفت‌الکترون پیوندی (پیوند اشتراکی) و در ساختار اتین $(H-C\equiv C-H)$، ۵ جفت‌الکترون پیوندی وجود دارد.

تیزبازی با مشخص‌شدن درستی عبارت (آ)، ۲ و ۴ پَرا! عبارت‌های (آ) و (ب) بین ۱ و ۳ مشترک‌اند، پس فقط کافیه که عبارت (پ) رو بررسی کنی و به جواب برسی.

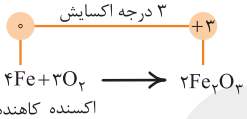
۶۲- گزینه ۴

نکته شمار الکترون‌های مبادله‌شده در واکنش‌های اکسایش ـ کاهش را می‌توان از رابطهٔ زیر محاسبه کرد:

$$\text{شمار الکترون‌های مبادله‌شده} = \left(\frac{\text{تغییر عدد اکسایش}}{\text{اتم در کاهنده}}\right)\times\left(\frac{\text{شمار اتم‌ها}}{\text{در کاهنده}}\right)\times(\text{ضریب کاهنده})$$

$$= \left(\frac{\text{تغییر عدد اکسایش}}{\text{اتم در اکسنده}}\right)\times\left(\frac{\text{شمار اتم‌ها}}{\text{در اکسنده}}\right)\times(\text{ضریب اکسنده})$$

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت زیر است:



مجموع ضرایب $= 4+3+2 = 9$

شمار اتم‌ها در کاهنده × ضریب کاهنده (Fe) = شمار الکترون‌های مبادله‌شده

تغییر عدد اکسایش در کاهنده × $= 4\times1\times3 = 12$

۶۳- گزینه ۱

نکته شعاع اتمی یک فلز با تبدیل‌شدن به کاتیون، کاهش می‌یابد:

شعاع اتم فلزی > شعاع کاتیون

شعاع اتمی یک نافلز با تبدیل‌شدن به آنیون، افزایش می‌یابد:

شعاع اتم نافلزی > شعاع آنیون

عبارت‌های (آ) و (ت) درست‌اند.

(آ) فلزها کاتیون تشکیل می‌دهند و شعاع یک کاتیون، کوچک‌تر از شعاع اتم فلز اولیه است.

(ب) *چرا نتونن؟!* مثلاً a می‌تواند سدیم و c می‌تواند گوگرد باشد.

(پ) شعاع یون پایدار یک نافلز (آنیون) از شعاع اتم نافلز اولیه بزرگ‌تر است.

(ت) *بله!* مثلاً a و c اگر به ترتیب منیزیم و گوگرد باشند، فرمول ترکیب یونی حاصل از آن‌ها MgS است.

تیزبازی عبارت (آ) تابلوئه که درسته! پس ۳ و ۴ پَرا! عبارت‌های (آ) و (ت) در ۱ و ۲ مشترک‌اند و فقط کافیه که عبارت (ب) رو بررسی کنی و تمام!

۶۴- گزینه ۴

نکته در یک واکنش گازی، با گذشت زمان از غلظت واکنش‌دهنده(ها) کاسته شده و بر غلظت فراورده (ها) افزوده می‌شود. به عبارت دیگر نمودار غلظت ـ زمان واکنش‌دهنده(ها) نزولی و نمودار غلظت ـ زمان فراورده(ها) صعودی است. در ضمن قدرمطلق شیب نمودار غلظت ـ زمان مواد با ضرایب استوکیومتری آن‌ها متناسب است؛ به طور مثال در واکنش فرضی $2A(g) \rightarrow B(g)$، ضریب A دو برابر B است؛ بنابراین قدرمطلق شیب نمودار غلظت ـ زمان آن باید دو برابر B باشد. به عبارت دیگر در بازهٔ زمانی یکسان، میزان تغییرات غلظت A باید دو برابر B باشد.

از اون‌جایی که واکنش با NO آغاز شده و ضرایب استوکیومتری N_2 و O_2 با هم برابر است، تغییرات غلظت N_2 و O_2 کاملاً مشابه بوده و نمودار آن‌ها روی هم می‌افتد. تا همین‌جا ① و ② *پر!* طبق معادلهٔ واکنش، تغییر غلظت NO باید دو برابر تغییر غلظت هر یک از گازهای N_2 و O_2 باشد. همان‌طور که در ④ می‌بینید، تا رسیدن به تعادل، غلظت NO، ۴/۶ مولار $(۵-۰/۴=۴/۶)$ و غلظت هر یک از گازهای N_2 و O_2، ۲/۳ مولار $(\frac{۴/۶}{۲}=۲/۳)$ تغییر کرده است.

نکته در این سؤال، کاری به ثابت تعادل و محاسبات آن نداشتیم، اما اگر در سؤالی، نسبت تغییرات غلظت مواد در چند گزینه، متناسب با ضرایب استوکیومتری‌شان بود، باید با استفاده از ثابت تعادل، غلظت تعادلی آن‌ها را حساب می‌کردیم:

$$2NO \rightleftharpoons N_2 + O_2$$

غلظت اولیه: $\frac{۱۰}{۲}=۵$ ۰ ۰

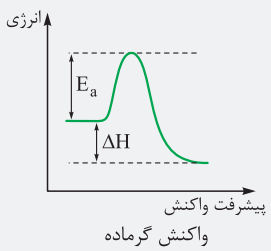
غلظت تعادلی: $۵-۲x$ x x

$$K=\frac{[N_2][O_2]}{[NO]^2}=\frac{x^2}{(۵-۲x)^2}=۴۹$$

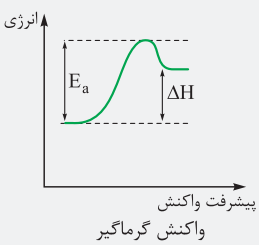
$$\Rightarrow \frac{x}{۵-۲x}=۷ \Rightarrow ۳۵-۱۴x=x \Rightarrow ۱۵x=۳۵ \Rightarrow x=۲/۳$$

۶۵- گزینه ۲

نکته ۱ در نمودار انرژی ـ پیشرفت واکنش، تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و قله، انرژی فعال‌سازی (E_a) واکنش و تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها آنتالپی (ΔH) واکنش را نشان می‌دهد.



واکنش گرماده



واکنش گرماگیر

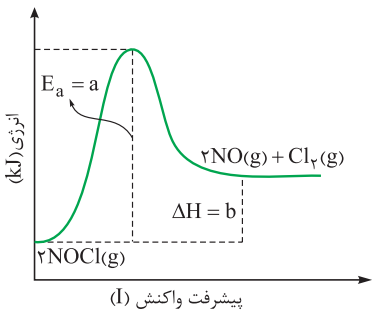
۲ در شرایط یکسان، هرچه انرژی فعال‌سازی واکنش کم‌تر باشد، سرعت آن واکنش بیشتر است.

۳ کاتالیزگر مناسب، با استفاده از کاهش انرژی فعال‌سازی، سرعت واکنش را افزایش می‌دهد.

۴ با استفاده از کاتالیزگر، مقدار آنتالپی واکنش (ΔH) تغییری نمی‌کند.

عبارت‌های اول، چهارم و پنجم درست‌اند.

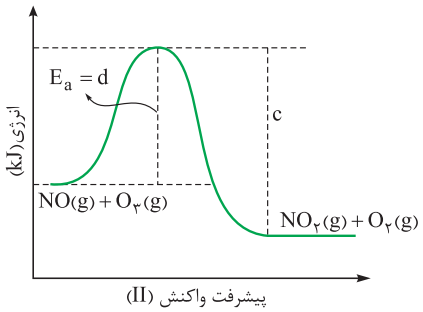
عبارت اول و چهارم: انرژی فعال‌سازی واکنش II (d) کم‌تر از انرژی فعال‌سازی واکنش I (a) است و می‌توان گفت که در شرایط یکسان، سرعت واکنش (II) بیشتر و تشکیل فراورده‌ها در آن آسان‌تر است.



عبارت دوم: با استفاده از کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی (a) کاهش می‌یابد، در حالی که آنتالپی واکنش (b) تغییر نمی‌کند؛ بنابراین مقدار $(a-b)$ کاهش می‌یابد.

عبارت سوم: آنتالپی واکنش (II) برابر با $(d-c)$ است.

عبارت پنجم: انرژی فعال‌سازی واکنش (I) بیشتر از واکنش (II) است؛ بنابراین انرژی لازم برای تشکیل فراوردهٔ واکنش I (Cl_2) برای تشکیل فراوردهٔ واکنش II (O_2) هم کافی خواهد بود.



ریاضیات

۶۶- گزینه ۱

استراتژی اول با استفاده از قوانین لگاریتم، دو عبارت $\log_a c$ و $\log_b c$ در معادلهٔ $\log_a c + \log_b c = ۱$ را معکوس کنید، بعد با مخرج‌مشترک‌گیری و طرفین‌وسطین، جواب را به دست آورید.

درس‌نامه برخی از قواعد لگاریتم را در ادامه ببینید:

الف) $\log_b a = \frac{۱}{\log_a b}$

ب) $\log_c a + \log_c b = \log_c ab$

گام لگاریتم‌های معادلهٔ $\log_a c + \log_b c = ۱$ را با قاعدهٔ (الف) درس‌نامه معکوس می‌کنیم:

$$\left.\begin{matrix}\log_a c = \frac{۱}{\log_c a}\\ \log_b c = \frac{۱}{\log_c b}\end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} \frac{۱}{\log_c a}+\frac{۱}{\log_c b}=۱$$

گام حالا مخرج‌مشترک می‌گیریم و طرفین‌وسطین می‌کنیم:

$$\frac{\log_c a+\log_c b}{\log_c a.\log_c b}=۱ \xrightarrow{\text{طرفین‌وسطین}} \log_c a+\log_c b=\log_c a.\log_c b$$

گام در آخر با استفاده از قاعدهٔ (ب) درس‌نامه داریم:

$$\underbrace{\log_c a+\log_c b}_{\log_c ab}=\log_c a.\log_c b \Rightarrow \log_c a.\log_c b=\log_c ab$$

۶۷- گزینه ۳

استراتژی اول با استفاده از قواعد لگاریتم، لگاریتم را از بین ببرید تا به یک معادلهٔ نمایی برسید، بعد با استفاده از تغییر متغیر، جواب‌های معادلهٔ درجه‌دوم به دست می‌آیند و در آخر با محاسبهٔ مقادیر x، جواب حاصل می‌شود.

درس‌نامه ۱ برخی از قواعد لگاریتم را در زیر ببینید:

الف) $\log_b a = c \Leftrightarrow a = b^c$ ب) $\log_c a+\log_c b=\log_c ab$

۲ برخی از معادلات را می‌توانیم با تغییر متغیر مناسب، به معادلهٔ درجه۲ تبدیل کنیم، برای مثال:

$$۹^x-۱۲\times ۳^x+۲۷=۰ \xrightarrow{۳^x=t} t^2-۱۲t+۲۷=۰$$

$$\Rightarrow (t-۳)(t-۹)=۰ \Rightarrow \begin{cases}t=۳\\ t=۹\end{cases}$$

به جای t قرار می‌دهیم ۳^x تا جواب‌های معادله به دست آیند:

$$\begin{cases}۳^x=۳ \Rightarrow x=۱\\ ۳^x=۹ \Rightarrow x=۲\end{cases}$$

گام با استفاده از قاعدهٔ ۱ـ (الف) درس‌نامه، لگاریتم را از عبارت داده‌شده حذف می‌کنیم:

$$\log_{۲}(۴^{x}+۱۵)=x+۳ \Rightarrow ۴^{x}+۱۵=۲^{x+۳} \Rightarrow ۴^{x}-۲^{x+۳}+۱۵=۰$$

$$\xrightarrow{۲^{x+۳}=۲^{x}\times ۲^{۳}=۸\times ۲^{x}} ۴^{x}-۸\times ۲^{x}+۱۵=۰$$

گام از تغییر متغیر $t=۲^{x}$ استفاده می‌کنیم و ریشه‌های معادلهٔ بالا را به دست می‌آوریم:

$$t^{۲}-۸t+۱۵=۰ \Rightarrow (t-۳)(t-۵)=۰ \Rightarrow \begin{cases} t=۳ \\ t=۵ \end{cases}$$

تله *خواست باشه الان یهو تگی ۸ = ۵ + ۳ و ① رو بزنیا! سؤال جمع جواب‌های x رو می‌خواد نه جمع جواب‌های t!*

به جای t قرار می‌دهیم ۲^{x}:

$$\begin{cases} ۲^{x}=۳ \\ ۲^{x}=۵ \end{cases}$$

گام حالا دوباره از قاعدهٔ ۱ـ (الف) درس‌نامه استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} ۲^{x}=۳ \\ ۲^{x}=۵ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\log_{۲}۳ \\ x=\log_{۲}۵ \end{cases}$$

گام حالا می‌توانیم مجموع ریشه‌های معادله را با استفاده از قاعدهٔ ۱ـ (ب) درس‌نامه حساب کنیم:

$$\log_{۲}۳+\log_{۲}۵=\log_{۲}۱۵$$

مشاوره هر سال در کنکور سراسری، حداقل یک سؤال به طور مستقیم و تعدادی سؤال به طور غیرمستقیم با استفاده از قواعد لگاریتم حل می‌شوند که پیشنهاد می‌کنم حتماً به آن‌ها مسلط باشید.

۶۸- گزینه ۳

استراتژی اصلاً به به توان رساندن طرفین و از بین بردن رادیکال‌ها فکر نکنید! باید دامنهٔ معادله را محاسبه کنید.

درس‌نامه برای به دست آوردن دامنهٔ توابع رادیکالی با فرجهٔ زوج، کافی است عبارت زیر رادیکال را بزرگ‌تر یا مساوی صفر قرار دهید: $\sqrt[۲n]{\quad} \Rightarrow \quad \geq ۰$

گام عبارت‌های زیر دو رادیکالِ کوچک‌تر را بزرگ‌تر مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$\sqrt{x+\underbrace{\sqrt{-x^{۳}+۴x^{۲}+۲۵x-۱۰۰}}_{(I)}}+\sqrt{x^{۲}+\underbrace{\sqrt{-x^{۲}+۶x-۸}}_{(II)}}=x+۲$$

$$(I): -x^{۳}+۴x^{۲}+۲۵x-۱۰۰\geq ۰ \xrightarrow{\times(-۱)} x^{۳}-۴x^{۲}-۲۵x+۱۰۰\leq ۰$$

$$\Rightarrow x^{۲}(x-۴)-۲۵(x-۴)\leq ۰ \Rightarrow (x-۴)(x^{۲}-۲۵)\leq ۰$$

$$\xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} \begin{cases} x=۴ & \text{(ریشهٔ فرد)} \\ x=۵ & \text{(ریشهٔ فرد)} \\ x=-۵ & \text{(ریشهٔ فرد)} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جدول تعیین علامت}} \begin{array}{ccccccc} & & -۵ & & ۴ & & ۵ \\ & - & \vert & + & \vert & - & \vert & + \end{array} \Rightarrow x\in(-\infty,-۵]\cup[۴,۵]$$

حالا سراغ (II) می‌رویم: $(II): -x^{۲}+۶x-۸\geq ۰ \xrightarrow{\times(-۱)} x^{۲}-۶x+۸\leq ۰$

$$\Rightarrow (x-۲)(x-۴)\leq ۰ \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} \begin{cases} x=۲ & \text{(ریشهٔ فرد)} \\ x=۴ & \text{(ریشهٔ فرد)} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جدول تعیین علامت}} \begin{array}{ccccc} & ۲ & & ۴ & \\ + & \vert & - & \vert & + \end{array} \Rightarrow x\in[۲,۴]$$

گام از دو مجموعه‌جواب به دست آمده برای (I) و (II) اشتراک می‌گیریم:

$$(I)\cap(II)=\{۴\}$$

بنابراین تنها عددی که در دامنهٔ این معادله صدق می‌کند $x=۴$ است که باید بررسی کنیم آیا به ازای $x=۴$ برقرار می‌شود یا نه:

$$\underbrace{\sqrt{x+\underbrace{\sqrt{-x^{۳}+۴x^{۲}+۲۵x-۱۰۰}}_{۰}}}_{۲}+\underbrace{\sqrt{x^{۲}+\underbrace{\sqrt{-x^{۲}+۶x-۸}}_{۰}}}_{۴} \overset{?}{=} \underbrace{x+۲}_{۶}$$

$$\Rightarrow ۲+۴=۶: \checkmark$$

بنابراین تنها مقداری که در این معادله صدق می‌کند $x=۴$ است.

مشاوره به دست آوردن دامنهٔ توابع و حل معادله و نامعادله جزء الفبای حل سؤالات کنکور سراسری است.

۶۹- گزینه ۳

درس‌نامه اتحادهای مثلثاتی روبه‌رو را بلد باشید:

① $\sin ۲\theta=۲\sin\theta\cos\theta$

② $\cos ۲\theta=\cos^{۲}\theta-\sin^{۲}\theta$

③ $\begin{cases} ۱+\cos ۲\theta=۲\cos^{۲}\theta \\ ۱-\cos ۲\theta=۲\sin^{۲}\theta \end{cases}$ (فرمول طلایی)

گام ابتدا مخرج‌مشترک می‌گیریم:

$$\frac{\sin\theta}{۱-\cos\theta}+\frac{۱+\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\sin^{۲}\theta+\overbrace{(۱+\cos\theta)(۱-\cos\theta)}^{\text{مزدوج}}}{\sin\theta(۱-\cos\theta)}$$

$$=\frac{\sin^{۲}\theta+۱-\cos^{۲}\theta}{\sin\theta(۱-\cos\theta)}=\frac{۱+\sin^{۲}\theta-\cos^{۲}\theta}{\sin\theta(۱-\cos\theta)}$$

گام از مورد (۲) درس‌نامه داریم:

$$\frac{\overbrace{-(\cos^{۲}\theta-\sin^{۲}\theta)}^{}+۱+\sin^{۲}\theta-\cos^{۲}\theta}{\sin\theta(۱-\cos\theta)}=\frac{۱-\cos ۲\theta}{\sin\theta(۱-\cos\theta)} \overset{\text{مورد (۳) درس‌نامه}}{=\!=} \frac{۲\sin^{۲}\theta}{\sin\theta(۱-\cos\theta)}$$

گام حالا از مورد (۱) و (۳) درس‌نامه استفاده می‌کنیم:

$$\frac{۲\sin\theta}{۱-\cos\theta}=\frac{۲\times ۲\sin\frac{\theta}{۲}.\cos\frac{\theta}{۲}}{۲\sin^{۲}\frac{\theta}{۲}}=۲\frac{\cos\frac{\theta}{۲}}{\sin\frac{\theta}{۲}}=۲\cot\frac{\theta}{۲}$$

تیزبازی اگر به جای θ قرار دهیم ۶۰°، داریم:

$$\frac{\sin\theta}{۱-\cos\theta}+\frac{۱+\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\sin ۶۰^{\circ}}{۱-\cos ۶۰^{\circ}}+\frac{۱+\cos ۶۰^{\circ}}{\sin ۶۰^{\circ}}$$

$$=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۱-\frac{۱}{۲}}+\frac{۱+\frac{۱}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\frac{۱}{۲}}+\frac{\frac{۳}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\sqrt{۳}+\sqrt{۳}=۲\sqrt{۳}$$

حالا فقط حاصل ③ به ازای $\theta=۶۰^{\circ}$ برابر $۲\sqrt{۳}$ می‌شود.

۷۰- گزینه ۴

استراتژی ابتدا با تغییر متغیر $-\sqrt{۵\sin^{۲}x-۱}=t$، ضابطهٔ f را ساده‌تر کنید، حالا f تابعی صعودی است *(چراشو توی پاسخ می‌بینید!)*، سپس با به دست آوردن حداقل و حداکثر t و جای‌گذاری آن در ضابطهٔ f، برد تابع حاصل می‌شود.

درس‌نامه ① محدودهٔ تغییرات $\sin x$ و $\sin^{۲}x$ به صورت زیر است:

$$-۱\leq\sin x\leq ۱ \quad , \quad ۰\leq\sin^{۲}x\leq ۱$$

② در توابع نمایی به شکل $y=a^{x}$ داریم:

الف) اگر $a>۱$، تابع اکیداً صعودی است.

ب) اگر $۰<a<۱$، تابع اکیداً نزولی است.

③ اگر f تابعی اکیداً صعودی و پیوسته با دامنهٔ $[a,b]$ باشد، برد f بازهٔ $[f(a),f(b)]$ می‌شود.

گام برای ساده‌ترشدن ضابطه، از تغییر متغیر $-\sqrt{۵\sin^{۲}x-۱}=t$ استفاده می‌کنیم:

$$f(x)=۲^{-\sqrt{۵\sin^{۲}x-۱}}=۲^{t}$$

گام محدودهٔ تغییرات t را به دست می‌آوریم:

$$۰\leq\sin^{۲}x\leq ۱ \Rightarrow ۰\leq ۵\sin^{۲}x\leq ۵ \Rightarrow -۱\leq ۵\sin^{۲}x-۱\leq ۴$$

زیر رادیکال نمی‌تواند منفی باشد، پس: $۰\leq ۵\sin^{۲}x-۱\leq ۴ \Rightarrow ۰\leq\sqrt{۵\sin^{۲}x-۱}\leq ۲$

$$\Rightarrow -۲\leq -\sqrt{۵\sin^{۲}x-۱}\leq ۰ \Rightarrow -۲\leq t\leq ۰$$

گام با توجه به مورد (۳) درس‌نامه (این‌که ۲^t تابعی اکیداً صعودی و پیوسته است)، با جای‌گذاری حداقل و حداکثر مقدار t در ۲^t، حداقل و حداکثر مقدار f حاصل می‌شود:

$$f(x)=۲^t \Rightarrow \begin{cases} t=-۲ \Rightarrow f(x)=۲^{-۲}=\frac{۱}{۴} \\ t=۰ \Rightarrow f(x)=۲^{۰}=۱ \end{cases}$$

بنابراین برد تابع به صورت $[\frac{۱}{۴},۱]$ شده و $b+a=۱+\frac{۱}{۴}=\frac{۵}{۴}$ می‌شود.

مشاوره برای به دست آوردن برد توابعی که مشتق آن‌ها را بلد نیستیم، یکی از بهترین ایده‌ها، استفاده از تغییر متغیر است.

۷۱- گزینه؟

استراتژی اول ضابطهٔ f را با کمک قواعد لگاریتم ساده کنید، بعد ضابطهٔ f را در بازهٔ $(\log_۲ ۳, \log_۲ ۵)$ قرار دهید و با حل نامعادلهٔ حاصل، محدودهٔ x را به دست آورید.

درس‌نامه ۱ برخی از قواعد لگاریتم را در زیر ببینید:

الف) $\log_{b^n} a^m = \frac{m}{n}\log_b a$

ب) $\log_c a - \log_c b = \log_c \frac{a}{b}$

پ) $\log_a y < \log_a x \Rightarrow \begin{cases} a>۱ \Rightarrow y<x \\ ۰<a<۱ \Rightarrow y>x \end{cases}$

۲ برای به دست آوردن دامنهٔ توابع لگاریتمی به شکل $y=\log_a$ ، باید نامعادلهٔ >۰ را حل کنیم.

گام ابتدا با استفاده از مورد (۱) درس‌نامه، ضابطهٔ f را ساده می‌کنیم:

$$f(x)=\log_{\frac{۱}{۲}}(\frac{۱}{(۱۲+\sqrt{[x]}-[x])})-۱=\log_{۲^{-۱}}(۱۲+\sqrt{[x]}-[x])^{-۱}-۱$$

$$=\frac{\neq ۱}{\neq ۱}\log_۲(۱۲+\sqrt{[x]}-[x])-۱$$

به جای ۱ قرار می‌دهیم $\log_۲ ۲$:

$$\log_۲(۱۲+\sqrt{[x]}-[x])-\log_۲ ۲=\log_۲(\frac{۱۲+\sqrt{[x]}-[x]}{۲})$$

گام ضابطهٔ f را در بازهٔ $(\log_۲ ۳, \log_۲ ۵)$ قرار می‌دهیم:

$$\log_۲ ۳<\log_۲(\frac{۱۲+\sqrt{[x]}-[x]}{۲})<\log_۲ ۵$$

طبق مورد ۱ـ (پ) درس‌نامه داریم:

$$۳<\frac{۱۲+\sqrt{[x]}-[x]}{۲}<۵ \xrightarrow{\times ۲} ۶<۱۲+\sqrt{[x]}-[x]<۱۰$$

$$\xrightarrow{-۱۲} -۶<\sqrt{[x]}-[x]<-۲$$

گام از تغییر متغیر $\sqrt{[x]}=t$ استفاده می‌کنیم:

$$-۶<t-t^۲<-۲ \xrightarrow{\times(-۱)} ۲<t^۲-t<۶$$

گام یک بار سمت راست نامعادله و بار دیگر سمت چپ آن را حل می‌کنیم و اشتراک می‌گیریم:

سمت چپ: $۲<t^۲-t \Rightarrow t^۲-t-۲>۰ \Rightarrow (t-۲)(t+۱)>۰$

جدول تعیین علامت

	-۱		$+۲$	
	+	−	−	+

$$\Rightarrow t\in(-\infty,-۱)\cup(۲,+\infty) \quad (I)$$

سمت راست: $t^۲-t<۶ \Rightarrow t^۲-t-۶<۰ \Rightarrow (t-۳)(t+۲)<۰$

جدول تعیین علامت

	-۲		$+۳$	
	+	−	−	+

$$\Rightarrow t\in(-۲,+۳) \quad (II)$$

حالا از بازه‌های (I) و (II) اشتراک می‌گیریم:

$$(I)\cap(II):\ t\in(-۲,-۱)\cup(۲,۳)$$

گام به جای t قرار می‌دهیم $\sqrt{[x]}$، پس: $\sqrt{[x]}\in(-۲,-۱)\cup(۲,۳)$

اما دقت کنید $\sqrt{[x]}$ نامنفی است، پس نمی‌تواند در بازهٔ $(-۲,-۱)$ باشد، بنابراین $\sqrt{[x]}\in(۲,۳)$ می‌شود: $۲<\sqrt{[x]}<۳ \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۴<[x]<۹$

گام یک بار سمت چپ و بار دیگر سمت راست این نامعادله را حل می‌کنیم و اشتراک می‌گیریم:

$$\begin{cases} \text{سمت چپ:}\ ۴<[x] \xrightarrow{[x]\in\mathbb{Z}} ۵\le[x] \Rightarrow ۵\le x \\ \text{سمت راست:}\ [x]<۹ \xrightarrow{[x]\in\mathbb{Z}} [x]\le ۸ \Rightarrow x<۹ \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} ۵\le x<۹$$

$$\Rightarrow x\in[۵,۹)$$

متأسفانه جواب در بین گزینه‌ها نیست!

مشاوره متأسفانه تقریباً هر سال در کنکور سراسری، در درس ریاضی تعدادی از سؤالات نادرست هستند، پس اگر سر جلسهٔ کنکور با سؤالی مواجه شدید که مطمئن نبودید سؤال درست است یا غلط، یا این‌که جوابتان در گزینه‌ها نبود، آن سؤال را رها کنید.

۷۲- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ اگر f تابعی صعودی باشد، $f(x)+k$ و $\sqrt{f(x)}$ هم صعودی می‌شود.

۲ اگر f تابعی صعودی اکید باشد، محل تقاطع f و $f^{-۱}$ روی نیمساز ربع اول و سوم قرار می‌گیرد.

۳ برخی از قواعد انتقال توابع را در زیر ببینید:

الف) اگر تابع $f(x)$ را k واحد در راستای قائم انتقال دهیم، $f(x)+k$ حاصل می‌شود، برای مثال اگر f را ۲ واحد بالا ببریم $f(x)+۲$ و یا اگر f را ۳ واحد پایین ببریم، $f(x)-۳$ حاصل می‌شود.

ب) اگر تابع $f(x)$ را k واحد $(k>۰)$ به سمت راست ببریم $f(x-k)$ و اگر k واحد به سمت چپ ببریم $f(x+k)$ حاصل می‌شود.

پ) اگر تابع $f(x)$ را نسبت به محور xها قرینه کنیم، $-f(x)$ حاصل می‌شود.

گام اگر نمودار $f(x)=\sqrt{\sqrt{x}+۳}$ را k واحد در راستای قائم انتقال دهیم، $f(x)=\sqrt{\sqrt{x}+۳}+k$ حاصل می‌شود.

گام دقت کنید f تابعی صعودی اکید است، زیرا: (مورد (۱) درس‌نامه)

$$\underbrace{\sqrt{x}}_{\text{صعودی}} \Rightarrow \underbrace{\sqrt{x}+۳}_{\text{صعودی}} \Rightarrow \underbrace{\sqrt{\sqrt{x}+۳}}_{\text{صعودی}} \Rightarrow f=\underbrace{\sqrt{\sqrt{x}+۳}+k}_{\text{صعودی}}$$

گام طبق مورد (۲) درس‌نامه، محل تقاطع f و $f^{-۱}$ روی نیمساز ناحیهٔ اول و سوم قرار دارد. عرض نقطهٔ تلاقی f و $f^{-۱}$، ۱ است، پس طول آن هم ۱ می‌شود، به عبارت دیگر:

$$f(۱)=۱ \xrightarrow{f(x)=\sqrt{\sqrt{x}+۳}+k} \sqrt{\sqrt{۱}+۳}+k=۱ \Rightarrow ۲+k=۱$$

$$\Rightarrow k=-۱ \Rightarrow f(x)=\sqrt{\sqrt{x}+۳}-۱$$

گام حالا منحنی حاصل، یعنی f را نسبت به محور xها قرینه و ۴ واحد به سمت چپ می‌بریم:

$$f(x) \xrightarrow[\text{محور xها}]{\text{قرینه نسبت به}} -f(x)=-\sqrt{\sqrt{x}+۳}+۱$$

$$\xrightarrow[\text{سمت چپ}]{\text{۴ واحد به}} -f(x+۴)=-\sqrt{\sqrt{x+۴}+۳}+۱$$

گام در آخر باید بررسی کنیم که کدام‌یک از نقاط روی منحنی $y=-\sqrt{\sqrt{x+۴}+۳}+۱$ قرار دارد که این نقطه $(۰,۱-\sqrt{۵})$ است، ببینید:

$$y=-\sqrt{\sqrt{x+۴}+۳}+۱ \xrightarrow{x=۰} y=-\underbrace{\sqrt{\sqrt{۰+۴}+۳}}_{\sqrt{۵}}+۱=۱-\sqrt{۵}$$

۷۳- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ برای تشکیل تابع fog، کافی است به جای xهای تابع f، ضابطهٔ g را قرار دهیم.

۲ $\begin{cases} x^۲>a \Rightarrow x<-\sqrt{a} \text{ یا } x>\sqrt{a} \\ x^۲<a \Rightarrow -\sqrt{a}<x<\sqrt{a} \end{cases}$ (a مثبت است.)

گام ابتدا ضابطهٔ fog را تشکیل می‌دهیم (به جای تمام xهای f قرار می‌دهیم g):

$$f(g(x))=\begin{cases}-1 & g(x)<-1\\ g(x) & -1\le g(x)\le 1\\ 1 & g(x)>1\end{cases}$$

$$\xrightarrow{g(x)=1-x^2} f(g(x))=\begin{cases}-1 & 1-x^2<-1 \quad (I)\\ 1-x^2 & -1\le 1-x^2\le 1 \quad (II)\\ 1 & 1-x^2>1 \quad (III)\end{cases}$$

نامعادله‌های (I)، (II) و (III) را حل می‌کنیم تا ضابطه ساده‌تر شود:

$$(I): 1-x^2<-1 \Rightarrow \underbrace{2<x^2}_{x^2>2} \Rightarrow x<-\sqrt{2} \text{ یا } x>\sqrt{2}$$

$$(II): -1\le 1-x^2\le 1 \xrightarrow{\times(-1)} -1\le x^2-1\le 1$$

$$\xrightarrow{+1} \underbrace{0\le x^2}_{\text{بدیهی}}\le 2 \Rightarrow x^2\le 2 \Rightarrow -\sqrt{2}\le x\le\sqrt{2}$$

$$(III): 1-x^2>1 \xrightarrow{\times(-1)} x^2-1<-1 \Rightarrow x^2<0 \Rightarrow \text{تهی}$$

بنابراین ضابطهٔ $f(g(x))$ به صورت زیر می‌شود:

$$f(g(x))=\begin{cases}-1 & x<-\sqrt{2} \text{ یا } x>\sqrt{2}\\ 1-x^2 & -\sqrt{2}\le x\le\sqrt{2}\\ 1 & \text{تهی!}\end{cases}$$

گام ضابطهٔ $g(f(x))$ را هم به دست می‌آوریم:

$$g(x)=1-x^2 \Rightarrow g(f(x))=1-f^2(x) \Rightarrow g(f(x))=\begin{cases}1-(-1)^2 & x<-1\\ 1-x^2 & -1\le x\le 1\\ 1-(1)^2 & x>1\end{cases}$$

$$\Rightarrow g(f(x))=\begin{cases}0 & x<-1\\ 1-x^2 & -1\le x\le 1\\ 0 & x>1\end{cases}$$

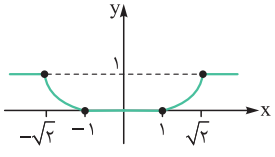
گام حالا محور اعداد را با $\pm\sqrt{2}$ و ± 1 (مرزهای fog و gof) تفکیک می‌کنیم و ضابطهٔ $gof-fog$ را می‌نویسیم:

	$-\sqrt{2}$	-1	1	$\sqrt{2}$
gof	0	0	$1-x^2$	0	0
fog	-1	$1-x^2$	$1-x^2$	$1-x^2$	-1
$gof-fog$	1	x^2-1	0	x^2-1	1

بنابراین ضابطهٔ $gof-fog$ به شکل زیر است:

$$y=\begin{cases}1 & x<-\sqrt{2} \text{ یا } x>\sqrt{2}\\ x^2-1 & -\sqrt{2}\le x<-1 \text{ یا } 1<x\le\sqrt{2}\\ 0 & -1\le x\le 1\end{cases}$$

گام تابع را رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار رسم‌شده، حداکثر مقدار این تابع برابر ۱ است.

مشاوره سر جلسهٔ کنکور سراسری، ابتدا سراغ سؤالاتی بروید که زمان کمی برای حل‌شدن نیاز دارند و در آخر سراغ سؤالات وقت‌گیر (مثل این سؤال) بروید!

۷۴- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ اگر f و g دو تابع صعودی باشند، $f+g$ نیز صعودی می‌شود.

۲ برای این‌که بفهمیم تابع f در چه بازه‌هایی صعودی است، کافی است نامعادلهٔ $f'(x)\ge 0$ را حل کنیم:

گام در بازهٔ $[0,+\infty)$، ضابطهٔ f به صورت $f(x)=\sqrt[3]{x}+x$ می‌شود. $\sqrt[3]{x}$ و x هر دو توابعی صعودی‌اند، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، جمع این دو تابع یعنی f نیز در $[0,+\infty)$ صعودی است.

گام در بازهٔ $(-\infty,0)$، ضابطهٔ f به صورت $f(x)=\sqrt[3]{x}-x$ می‌شود که برای این‌که بفهمیم f در کدام بازه صعودی است، طبق مورد (۲) درس‌نامه، باید نامعادلهٔ $f'(x)\ge 0$ را حل کنیم:

$$f(x)=\sqrt[3]{x}-x \Rightarrow f'(x)=\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}-1=\frac{1-\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}}\ge 0$$

دقت کنید که مخرج کسر همواره مثبت است، پس کافی است نامعادلهٔ $1-\sqrt[3]{x^2}\ge 0$ را حل کنیم:

$$1-\sqrt[3]{x^2}\ge 0 \Rightarrow \sqrt[3]{x^2}\le 1 \xrightarrow{\text{توان ۳}} x^2\le 1 \Rightarrow -1\le x\le 1$$

از طرفی فرض کردیم $x\in(-\infty,0)$ است، بنابراین f در بازهٔ $[-1,0)$ نیز صعودی می‌شود.

گام f هم در بازهٔ $[0,+\infty)$ و هم در بازهٔ $(-1,0]$ صعودی است، حالا با توجه به این‌که f در $x=0$ پیوسته است، پس تابع در اجتماع این دو بازه، یعنی $[-1,+\infty)$ نیز صعودی می‌شود.

۷۵- گزینه ۳

درس‌نامه برای این‌که بفهمیم تابع f در چه بازه‌هایی **اکیداً نزولی** است، کافی است نامعادلهٔ $f'<0$ را حل کنیم.

گام ابتدا ضابطهٔ f' را به دست می‌آوریم و آن را تجزیه و ساده می‌کنیم:

$$f'(x)=\frac{4x^3(x^2-2)-(x^4-3)\times 2x}{(x^2-2)^2}=\frac{4x^5-8x^3-2x^5+6x}{(x^2-2)^2}$$

$$=\frac{2x^5-8x^3+6x}{(x^2-2)^2}=\frac{2x(x^4-4x^2+3)}{(x^2-2)^2}$$

حالا عبارت x^4-4x^2+3 را با تغییر متغیر $x^2=t$ تجزیه می‌کنیم:

$$x^4-4x^2+3=t^2-4t+3=(t-1)(t-3) \xrightarrow{t=x^2} (x^2-1)(x^2-3)$$

البته بدون استفاده از تغییر متغیر و با استفاده از اتحاد جمله‌مشترک هم می‌توانستیم عبارت را تجزیه کنیم:

$$x^4-4x^2+3=x^4-x^2-3x^2+3=x^2(x^2-1)-3(x^2-1)$$

$$=(x^2-1)(x^2-3)$$

بنابراین ضابطهٔ f' به شکل مقابل است:

$$f'(x)=\frac{2x(x^2-1)(x^2-3)}{(x^2-2)^2}$$

گام حالا نامعادلهٔ $f'(x)<0$ را حل می‌کنیم:

$$\frac{2x(x^2-1)(x^2-3)}{(x^2-2)^2}<0$$

$$\xrightarrow{\text{ریشه‌ها}}\begin{cases}2x=0 \Rightarrow x=0 & \text{(ریشهٔ فرد)}\\ x^2-1=0 \Rightarrow x=\pm 1 & \text{(ریشهٔ فرد)}\\ x^2-3=0 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3} & \text{(ریشهٔ فرد)}\\ (x^2-2)^2=0 \Rightarrow x=\pm\sqrt{2} & \text{(ریشهٔ زوج)}\end{cases}$$

جدول تعیین علامت را می‌کشیم:

-2	$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{2}$	-1	0	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$+2$
$-$	$+$	$+$	$-$	$+$	$-$	$+$	$-$	$+$

طبق جدول بالا، f در بازه‌های $(-2,-\sqrt{3})$، $(-1,0)$، $(1,\sqrt{2})$ و $(\sqrt{2},\sqrt{3})$ نزولی اکید است.

۷۶- گزینه ۲

استراتژی با احتمال کل طرفیم، پس اول احتمال این‌که مجموع عدد دو تاس ۷ یا ۱۰ شود را به دست می‌آوریم، بعد به کمک نمودار درختی احتمال مورد نظر را حساب می‌کنیم.

درس‌نامه ۱ اگر دو تاس پرتاب کنیم، تعداد حالاتی که جمع دو تاس برابر k باشد $(۲ \le k \le ۱۲, k \in \mathbb{N})$ از جدول زیر به دست می‌آید:

جمع دو تاس	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد حالات	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

از طرفی تعداد کل حالات در پرتاب دو تاس ۳۶تا است، پس برای مثال احتمال این‌که جمع دو تاس مضرب ۴ باشد برابر $\frac{۳+۵+۱}{۳۶}$ می‌شود. (در ۳ حالت جمع دو تاس برابر ۴، در ۵ حالت جمع دو تاس برابر ۸ و در ۱ حالت جمع دو تاس برابر ۱۲ است.) **۲ قانون احتمال کل**: گاهی اوقات برای این‌که احتمال رخدادن یک پیشامد را به دست آوریم، باید فضای نمونه‌ای را به چند حالت افراز کنیم، احتمال هر کدام را حساب کنیم و سپس احتمال‌های به دست آمده را با هم جمع کنیم تا جواب به دست آید، که برای این کار از نمودار درختی استفاده می‌کنیم.

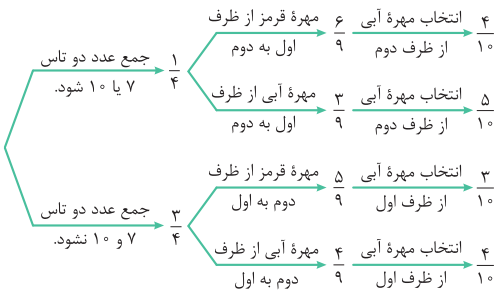
گام با توجه به مورد (۱) درس‌نامه، در ۶ حالت جمعِ دو تاس برابر ۷ و در ۳ حالت برابر ۱۰ است، پس احتمال این‌که جمع عدد دو تاس ۷ یا ۱۰ باشد، $\frac{۶+۳}{۳۶} = \frac{۹}{۳۶} = \frac{۱}{۴}$ و احتمال این‌که جمع عدد دو تاس ۷ و ۱۰ نشود $\frac{۳}{۴} = ۱ - \frac{۱}{۴}$ است.

گام اگر یک مهره از ظرف اول انتخاب کنیم با احتمال $\frac{۳}{۹}$ آبی و با احتمال $\frac{۶}{۹}$ قرمز است، پس احتمال این‌که یک مهرهٔ آبی از ظرف اول به ظرف دوم برود $\frac{۳}{۹}$ و احتمال این‌که یک مهرهٔ قرمز از ظرف اول به ظرف دوم برود $\frac{۶}{۹}$ است. به طور مشابه احتمال این‌که یک مهرهٔ آبی از ظرف دوم به ظرف اول برود $\frac{۴}{۹}$ و احتمال این‌که یک مهرهٔ قرمز از ظرف دوم به ظرف اول برود $\frac{۵}{۹}$ است.

گام **اگر مهرهٔ آبی از ظرف اول به ظرف دوم برود**، ظرف دوم تعداد مهرهٔ بیشتری دارد و شامل ۵ مهرهٔ آبی و ۵ مهرهٔ قرمز می‌شود که در این صورت احتمال انتخاب مهرهٔ آبی $\frac{۵}{۱۰}$ است. به طور مشابه:

- **از ظرف اول به دوم مهرهٔ قرمز برود**، ظرف دوم شامل ۴ مهرهٔ آبی و ۶ مهرهٔ قرمز می‌شود، پس احتمال انتخاب مهرهٔ آبی $\frac{۴}{۱۰}$ است.
- **از ظرف دوم به اول مهرهٔ آبی برود**، ظرف اول شامل ۴ مهرهٔ آبی و ۶ مهرهٔ قرمز می‌شود، احتمال انتخاب مهرهٔ آبی $\frac{۴}{۱۰}$ است.
- **از ظرف دوم به اول مهرهٔ قرمز برود**، ظرف اول شامل ۳ مهرهٔ آبی و ۷ مهرهٔ قرمز می‌شود، پس احتمال انتخاب مهرهٔ آبی $\frac{۳}{۱۰}$ است.

گام حالا نمودار درختی را رسم می‌کنیم:



بنابراین احتمال مورد نظر برابر می‌شود با:

$$P = \frac{۱}{۴}(\frac{۶}{۹} \times \frac{۴}{۱۰} + \frac{۳}{۹} \times \frac{۵}{۱۰}) + \frac{۳}{۴}(\frac{۵}{۹} \times \frac{۳}{۱۰} + \frac{۴}{۹} \times \frac{۴}{۱۰}) = \frac{۱۳۲}{۳۶۰} = \frac{۱۱}{۳۰}$$

۱۴۰۱ سراسری داخل

فیزیک

۱- گزینه ۱

درس‌نامه تبدیل یکای زنجیره‌ای

برای تبدیل یکای یک کمیت به یکای دیگر، از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم؛ مثلاً برای این‌که ببینیم ۲۰ in معادل چند cm است، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

گام ابتدا تساوی بین دو یکا را می‌نویسیم، سپس کسر تبدیل مناسب را به دست می‌آوریم.

$$1\,in = 2/54\,cm \Rightarrow \frac{1\,in}{2/54\,cm} = 1 \text{ یا } \frac{2/54\,cm}{1\,in} = 1$$

گام حالا کسر تبدیلی را انتخاب می‌کنیم که پس از ساده‌شدن، به یکای مورد نظرمان برسیم.

$$20\,in = 20\,\cancel{in} \times \frac{2/54\,cm}{1\,\cancel{in}} = 50/8\,cm$$

گام ابتدا کسر تبدیل‌های مناسب را می‌نویسیم.

$$\frac{10^3\,m}{1\,km} = 1,\ \frac{1\,mile}{1800\,m} = 1,\ \frac{1\,h}{60\,min} = 1$$

گام حالا با استفاده از تبدیل یکای زنجیره‌ای، تندی را برحسب $\frac{mile}{min}$ به دست می‌آوریم.

$$216\,\frac{km}{h} = 216\,\frac{\cancel{km}}{\cancel{h}} \times \frac{10^3\,\cancel{m}}{1\,\cancel{km}} \times \frac{1\,mile}{1800\,\cancel{m}} \times \frac{1\,\cancel{h}}{60\,min} = 2\,\frac{mile}{min}$$

۲- گزینه ۴

درس‌نامه انبساط حجمی یک جسم جامد:

$$\Delta V = V_1 \times 3\alpha\Delta\theta$$

ΔV: تغییر حجم (m^3)، V_1: حجم اولیه (m^3)، α: ضریب انبساط طولی ($\frac{1}{K}$ یا $\frac{1}{^\circ C}$)، $\Delta\theta$: تغییر دما (K یا $^\circ C$)

گام ابتدا تغییر حجم قطعه را با استفاده از رابطهٔ زیر به دست می‌آوریم.

$$\Delta V = V_1 \times 3\alpha\Delta\theta \xrightarrow[\Delta\theta = 200\,^\circ C]{\alpha = 3\times10^{-5}\,\frac{1}{^\circ C}} \Delta V = V_1 \times 3 \times 3 \times 10^{-5} \times 200$$
$$= 18\times10^{-3}\,V_1$$

گام با توجه به نکتهٔ زیر، درصد تغییر حجم قطعه را محاسبه می‌کنیم.

نکته به طور کلی در قسمت‌هایی که درصد تغییرات یک کمیت مانند x خواسته می‌شود، به صورت مقابل عمل کنید.

$$\text{درصد تغییر کمیت } x = \frac{\Delta x}{x_1} \times 100$$

(Δx: تغییر کمیت x، x_1: مقدار اولیهٔ کمیت x)

$$\frac{\text{درصد}}{\text{تغییر حجم}} = \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 \xrightarrow{\Delta V = 18\times10^{-3}V_1} \frac{\text{درصد}}{\text{تغییر حجم}} = \frac{18\times10^{-3}\,\cancel{V_1}}{\cancel{V_1}} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییر حجم} = 1/8\,\%$$

تله اگر فراموش کنید که ضریب انبساط حجمی، ۳ برابر ضریب انبساط طولی است، ۳ را به دست می‌آورید که تله است.

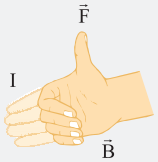
۳- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم راست حامل جریان:

$F = I L B \sin\theta$

F: نیرو (N)، I: جریان الکتریکی (A)، L: طول قسمتی از سیم که داخل میدان است (m)، B: میدان مغناطیسی (T)، θ: زاویهٔ بین امتداد سیم و میدان مغناطیسی

۲ برای تعیین جهت این نیرو از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم. طبق این قاعده، اگر چهار انگشت دست راستمان را در جهت جریان الکتریکی بگیریم و آن‌ها را مطابق شکل به طرف میدان مغناطیسی خم کنیم، آن‌گاه انگشت شست ما جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را نشان می‌دهد.

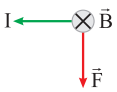


گام با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را محاسبه می‌کنیم.

$$F = ILB\sin\theta \xrightarrow[B=5/0\times10^{-4}\,T]{I=2/5\,A\ ,L=2/4\,m,\theta=90^\circ} F = 2/5\times2/4\times0/5\times10^{-4}\times\sin90^\circ$$

$$\Rightarrow F = 2/5\times1/2\times10^{-4} = 3\times10^{-4}\,N$$

گام برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم، از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم. طبق این قاعده، چهار انگشت بازشدهٔ دست راست خود را در جهت جریان (به طرف غرب) می‌گیریم و آن‌ها را به طرف میدان مغناطیسی (به طرف شمال) خم می‌کنیم. در این صورت، انگشت شست جهت نیروی مغناطیسی (به طرف پایین) را نشان می‌دهد.



تله در این سؤال اگر به جای دست راست، از دست چپتان استفاده کنید، به گزینهٔ نادرست ۲ می‌رسید.

۴- گزینه ۳

شفاف‌سازی نماد ⊕ بیانگر پروتون و نماد ● بیانگر نوترون است.

درس‌نامه ۱ مجموع تعداد کل پروتون‌ها (Z) و نوترون‌ها (N) را عدد جرمی (A) می‌گوییم.

$${}^{A}_{Z}X_{N} \qquad A = Z + N$$

(نماد عنصر، عدد جرمی، عدد اتمی، عدد نوترونی)

۲ فرایند واپاشی β^+ (پوزیترون) با رابطهٔ مقابل بیان می‌شود: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{1}e^{+}$

گام ابتدا با توجه به شکل، عدد جرمی هستهٔ مادر و هستهٔ دختر را به دست می‌آوریم، سپس فرایند این واپاشی را می‌نویسیم (هستهٔ دختر را با Y و ذرهٔ گسیل‌شده را با X نشان دادیم).

$$A_{\text{مادر}} = Z_{\text{مادر}} + N_{\text{مادر}} \xrightarrow[N_{\text{مادر}}=71]{Z_{\text{مادر}}=53} A_{\text{مادر}} = 53 + 71 = 124$$

$$A_{\text{دختر}} = Z_{\text{دختر}} + N_{\text{دختر}} \xrightarrow[N_{\text{دختر}}=72]{Z_{\text{دختر}}=52} A_{\text{دختر}} = 52 + 72 = 124$$

$${}^{124}_{53}I \rightarrow {}^{124}_{52}Y + {}^{A'}_{Z'}X$$

گام تعداد نوکلئون‌ها قبل از فرایند با تعداد نوکلئون‌ها پس از فرایند یکسان است؛ بنابراین با توجه به فرایند واپاشی می‌توانیم بنویسیم:

عدد جرمی: $124 = 124 + A' \Rightarrow A' = 0$

عدد اتمی: $53 = 52 + Z' \Rightarrow Z' = 1$

$\Rightarrow {}^{0}_{1}X$

ذرهٔ گسیل‌شده ${}^{0}_{1}X$ است؛ یعنی این ذره پوزیترون $({}^{0}_{1}e^{+})$ است.

تیزبازی در واپاشی β^+، یکی از پروتون‌های درون هسته به یک نوترون و پوزیترون تبدیل می‌شود. همان‌طور که در شکل صورت سؤال می‌بینیم، از تعداد پروتون‌های درون هستهٔ مادر یک عدد کم شده و تعداد نوترون‌های هستهٔ دختر یک عدد اضافه شده است؛ پس ذرهٔ گسیل‌شده پوزیترون (β^+) است.

۵- گزینه ۱

درس‌نامه تندی انتشار موج عرضی در تار مرتعش تحت کشش:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho.A}}$$

تندی انتشار موج عرضی در تار (m/s)، نیروی کشش تار (N)، سطح مقطع تار (m^2)، چگالی تار (kg/m^3)

کافی است داده‌ها را در رابطهٔ زیر جای‌گذاری کنیم و نیروی کشش تار را به دست بیاوریم.

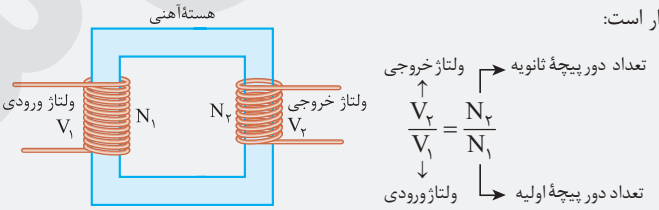
$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho.A}} \xrightarrow[A=2\times10^{-6}\,m^2]{v=25\,m/s,\rho=8000\,kg/m^3} 25=\sqrt{\frac{F}{8000\times2\times10^{-6}}}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 625=\frac{F}{16\times10^{-3}} \Rightarrow F=10\,N$$

مشاوره طراحان کنکور در سال‌های گذشته علاقهٔ زیادی به مطرح‌کردن سؤال از این قسمت داشته‌اند. حتماً فرمول‌های تکمیلی این قسمت را حفظ باشید.

۶- گزینه ۴

درس‌نامه برای یک مبدل آرمانی که مقاومت پیچه‌های آن ناچیز است، رابطهٔ زیر برقرار است:



$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{N_2}{N_1}$$

V_2: ولتاژ خروجی، N_2: تعداد دور پیچهٔ ثانویه، V_1: ولتاژ ورودی، N_1: تعداد دور پیچهٔ اولیه

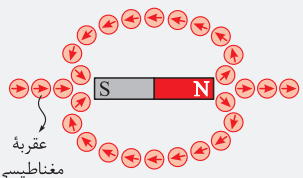
کافی است داده‌ها را در رابطهٔ زیر جای‌گذاری کنیم تا ولتاژ خروجی V_2 را به دست بیاوریم.

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{N_2}{N_1} \xrightarrow[N_1=50,V_1=240\,V]{N_2=900} \frac{V_2}{240}=\frac{900}{50} \Rightarrow V_2=\frac{240\times900}{50}=4320\,V$$

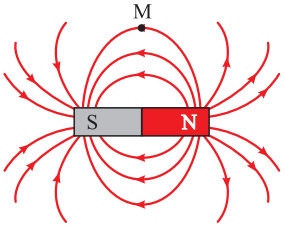
۷- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ خطوط میدان مغناطیسی در اطراف آهنربا، از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند.

۲ بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه، در جهت عقربهٔ مغناطیسی است.



گام خطوط میدان مغناطیسی در اطراف آهنربا از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند؛ بنابراین قطب A همان قطب N آهنرباست، زیرا عقربهٔ مغناطیسی در مجاورت آن، که جهت خط میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد، از قطب A رو به خارج است (۳ و ۴ پَرا!)



گام با توجه به جهت خطوط میدان مغناطیسی در اطراف آهنربا، جهت میدان مغناطیسی در نقطهٔ M به سمت **چپ** است (۱ پَرپَرا!).

مشاوره این سؤال از شکل کتاب درسی طراحی شده است. کتاب درسی را جدی بگیرید تا هم خشنود شوید و هم رستگار!

۸- گزینه ۱

درس‌نامه بسامدهای تشدیدی در تار مرتعش دو انتها بسته، مضارب درستی از بسامد تشدیدی اول‌اند.

$$f_n=nf_1 \Rightarrow \begin{cases} f_2=2f_1 \\ f_3=3f_1 \\ \vdots \end{cases}$$

روش گام با توجه به این‌که $f_2=2f_1$ است، می‌توانیم مقدار f_1 را به دست بیاوریم.

$$f_2=160\,Hz \xrightarrow{f_2=2f_1} 2f_1=160 \Rightarrow f_1=80\,Hz$$

گام حالا از رابطهٔ $f_3=3f_1$ استفاده می‌کنیم و خواستهٔ سؤال یعنی مقدار f_3-f_1 را محاسبه می‌کنیم.

$$\Rightarrow f_3-f_1=3f_1-f_1=2f_1 \xrightarrow{f_1=80\,Hz} f_3-f_1=2\times80=160\,Hz$$

روش اختلاف دو بسامد فرد متوالی برابر با اختلاف دو بسامد زوج متوالی است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$f_3-f_1=f_4-f_2=320-160=160\,Hz$$

تیزبازی اختلاف دو بسامد تشدیدی متوالی تار دو انتها بسته برابر با بسامد تشدیدی اول (f_1) است؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$f_3-160=f_1 \Rightarrow f_3-f_1=160\,Hz$$

۹- گزینه ۴

درس‌نامه معادلهٔ جریان متناوب برحسب زمان:

$$I=I_m\sin\frac{2\pi}{T}t$$

I: جریان در لحظهٔ t (A)، I_m: بیشینهٔ جریان (A)، t: زمان (s)، T: دوره (s)

با داشتن بیشینهٔ جریان و دوره، معادلهٔ جریان متناوب را می‌نویسیم.

$$I=I_m\sin\frac{2\pi}{T}t \xrightarrow[T=0/02\,s]{I_m=2A} I=2\sin\frac{2\pi}{0/02}t \Rightarrow I=2\sin100\pi t$$

مشاوره مقاومت $5\,\Omega$ در به دست آوردن پاسخ این تست بی‌تأثیر است. مقدار این مقاومت در صورتی کاربرد دارد که بخواهیم اختلاف پتانسیل‌ها را نیز بررسی کنیم.

۱۰- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ **انرژی مکانیکی:** به مجموع انرژی جنبشی (K) و انرژی پتانسیل (U) جسم، انرژی مکانیکی می‌گوییم.

$$E=K+U$$

۲ **کار نیروی ثابت F:**

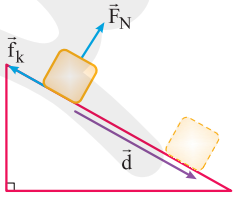
$$W=Fd\cos\theta$$

F: نیرو (N)، θ: زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی، d: جابه‌جایی (m)

۳ **کار کل:** به جمع جبری کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم، کار کل می‌گوییم.

$$W_t=W_1+W_2+W_3+\cdots$$

عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:



(الف) سطح دو نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک (f_k) را بر جسم وارد می‌کند. با توجه به شکل مقابل، نیروی عمودی سطح بر جابه‌جایی جسم عمود است $(\theta=90^\circ)$ پس کار نیروی عمودی سطح صفر است، اما نیروی اصطکاک بر جابه‌جایی جسم عمود نیست. پس کار نیروی اصطکاک صفر نیست و در نتیجه کار نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، صفر نیست (نادرستی (الف)).

$$W_{\text{سطح}}=W_{F_N}+W_{f_k}=F_N d\cancel{\cos90^\circ}+f_k d\cos180^\circ=-f_k d$$

(ب و ت) با توجه به این‌که جسم با تندی ثابت حرکت می‌کند، پس انرژی جنبشی آن (K) ثابت است و تغییر نمی‌کند. از طرفی چون ارتفاع جسم در حال کاهش است، پس انرژی پتانسیل گرانشی آن (U) نیز در حال کاهش است. بنابراین می‌توانیم نتیجه بگیریم که انرژی مکانیکی جسم کاهش می‌یابد.

$$E=\underbrace{K}_{\text{ثابت}}+\underbrace{U}_{\text{در حال کاهش}} \Rightarrow E \text{ کاهش می‌یابد.}$$

(درستی (ب) و نادرستی (ت))

(پ) نیروی وزن، نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک بر جسم وارد می‌شوند. کار نیروی خالص وارد بر جسم برابر با جمع جبری کار تک‌تک این نیروهاست.

$$W_t = W_{mg} + \cancel{W_{f_N}}^{\circ} + W_{f_k} = W_{mg} + W_{f_k}$$

بنابراین کار نیروی خالص وارد بر جسم برابر با مجموع کار نیروی وزن و کار نیروی اصطکاک است (نادرستی (پ)).

مشاوره در سؤالات چندموردی (الف، ب و ...) ابتدا سراغ عبارتی بروید که بلد هستید و با توجه به آن، گزینه‌های نادرست را حذف کنید.

۱۱- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ **جابه‌جایی متحرک در t ثانیهٔ اول حرکت در حرکت با شتاب ثابت:**

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_\circ t$$

(Δx: جابه‌جایی (m)، a: شتاب (m/s^2)، $v_\circ$: سرعت اولیه (m/s))

۲ جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ nام در حرکت با شتاب ثابت:

$$\Delta x = a(n - \circ/\Delta) + v_\circ$$

(Δx: جابه‌جایی (m)، a: شتاب (m/s^2)، $v_\circ$: سرعت اولیه (m/s))

متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند و شتاب آن نیز در جهت محور x است، پس این متحرک تغییر جهت نمی‌دهد و در نتیجه جابه‌جایی آن با مسافت طی‌شده برابر است. طبق گفتهٔ سؤال، جابه‌جایی متحرک در فاصلهٔ زمانی $t_1 = \circ\,s$ تا $t_2 = 2\,s$ (یعنی ۲ ثانیهٔ اول) به اندازهٔ $4\,m$ بیشتر از جابه‌جایی آن در ثانیهٔ سوم است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta x_{(\text{۲ثانیهٔ اول})} = \Delta x_{(\text{ثانیهٔ سوم})} + 4 \Rightarrow \frac{1}{2} a t^2 + v_\circ t = a(n - \circ/\Delta) + v_\circ + 4$$

حالا داده‌ها را در رابطهٔ بالا جای‌گذاری می‌کنیم و مقدار سرعت اولیهٔ متحرک $(v_\circ)$ را به دست می‌آوریم.

$$\frac{1}{2}(4)(2)^2 + v_\circ \times 2 = (4)(3 - \circ/\Delta) + v_\circ + 4$$

$$\Rightarrow 8 + 2v_\circ = 10 + v_\circ + 4 \Rightarrow v_\circ = 6\,m/s$$

۱۲- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ **شتاب متوسط:** اگر سرعت متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در لحظهٔ t_1 برابر با v_1 و در لحظهٔ t_2 برابر با v_2 باشد، آن‌گاه شتاب متوسط متحرک از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

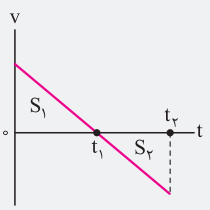
(a_{av}: شتاب متوسط (m/s^2)، Δv: تغییرات سرعت (m/s)، Δt: مدت زمان (s))

۲ معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست:

$$v = a t + v_\circ$$

(v: سرعت متحرک در لحظهٔ t (m/s)، a: شتاب متحرک (m/s^2)، t: زمان (s)، $v_\circ$: سرعت اولیهٔ متحرک (m/s))

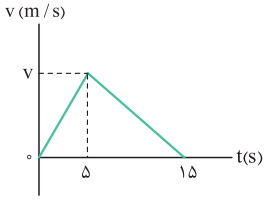
۳ مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t در یک بازهٔ زمانی، بیانگر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی است. اگر نمودار سرعت ـ زمان بالای محور t باشد، جابه‌جایی متحرک مثبت و اگر پایین محور t باشد، جابه‌جایی منفی است.



$$\begin{cases} t_1 \text{ تا } \circ : \text{جابه‌جایی در بازهٔ زمانی} \quad \Delta x_1 = S_1 \\ t_2 \text{ تا } t_1 : \text{جابه‌جایی در بازهٔ زمانی} \quad \Delta x_2 = -S_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{جابه‌جایی در بازهٔ زمانی صفر تا } t_2 : \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = S_1 - S_2$$

روش گام با توجه به شکل (الف)، حرکت متحرک در ۱۵ ثانیهٔ اول از دو قسمت تشکیل شده است: ۱) از صفر تا ۵ s ۲) از ۵ s تا ۱۵ s. شتاب متحرک را در هر یک از این بازه‌های زمانی به دست می‌آوریم.

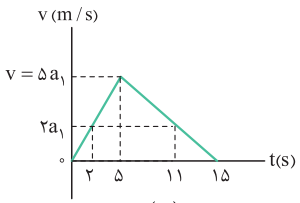


(الف)

$$a_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{v - \circ}{\Delta - \circ} = \frac{v}{\Delta}$$

$$a_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} = \frac{\circ - v}{۱۵ - ۵} = -\frac{v}{۱۰} \Rightarrow a_2 = -\frac{a_1}{2}$$

گام سؤال به ما جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 2\,s$ تا $t_2 = 11\,s$ را داده است؛ پس سرعت متحرک در این دو لحظه را با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست به دست می‌آوریم و آن را روی نمودار سرعت ـ زمان متحرک مشخص می‌کنیم.

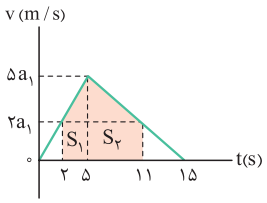


(ب)

$$v_{(t_1 = 2\,s)} = a_1 t_1 + v_\circ \xrightarrow[v_\circ = \circ\,m/s]{t_1 = 2\,s} v_{(t_1 = 2\,s)} = 2a_1$$

$$v_{(t_2 = 11\,s)} = a_2 t_2' + v \xrightarrow[v = 5a_1,\ t_2' = 11 - 5 = 6\,s]{a_2 = -\frac{a_1}{2}} v_{(t_2 = 11\,s)} = (-\frac{a_1}{2})(6) + 5a_1 = 2a_1$$

گام ب... حالا می‌توانیم با توجه به شکل (پ)، مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t در بازهٔ زمانی $t_1 = 2\,s$ تا $t_2 = 11\,s$ را محاسبه کنیم. مقدار این مساحت برابر با اندازهٔ جابه‌جایی در این بازه، یعنی $126\,m$ است.



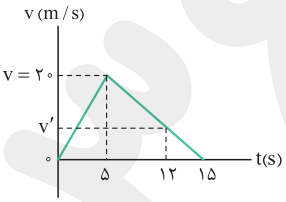
(پ)

$$\Delta x = S_1 + S_2 \xrightarrow{\Delta x = 126\,m} 126 = \frac{(2a_1 + 5a_1)(3)}{2} + \frac{(2a_1 + 5a_1)(6)}{\cancel{2}}$$

$$\Rightarrow 126 = \frac{21}{2} a_1 + 21 a_1 \Rightarrow \frac{63}{2} a_1 = 126 \Rightarrow a_1 = 4\,m/s^2$$

$$a_2 = -\frac{a_1}{2} \xrightarrow{a_1 = 4\,m/s^2} a_2 = -\frac{4}{2} = -2\,m/s^2$$

گام *دیگه آفرشه* ... حالا همه‌چیز را داریم! سؤال از ما سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 12\,s$ را خواسته است. ما هم با توجه به شکل (ت) و با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک، سرعت آن در این لحظه را به دست می‌آوریم.

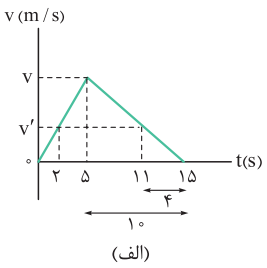


(ت)

$$v' = v_{(t = 12\,s)} = a_2 t' + v$$

$$\xrightarrow[t' = 12 - 5 = 7\,s]{a_2 = -2\,m/s^2,\ v = 20\,m/s} v_{(t = 12\,s)} = (-2)(7) + 20 = 6\,m/s$$

روش گام از تشابه مثلث‌ها استفاده می‌کنیم و سرعت متحرک را در لحظه‌های $t_1 = 2\,s$ و $t_2 = 11\,s$ به دست می‌آوریم (شکل (الف)).



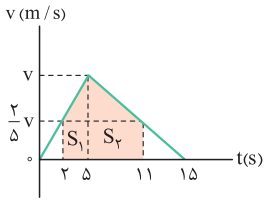
(الف)

$$\frac{v_{(t = 2s)}}{2} = \frac{v}{5}$$

$$\frac{v_{(t = 11s)}}{4} = \frac{v}{10}$$

$$\Rightarrow v_{(t = 2s)} = v_{(t = 11s)} = v' = \frac{2}{5} v$$

گام طبق گفتهٔ سؤال، جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t_1=2\,s$ تا $t_2=11\,s$ برابر با $126\,m$ است؛ پس با توجه به شکل (ب) مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان متحرک و محور t را که بیانگر جابه‌جایی متحرک در این بازهٔ زمانی است، محاسبه می‌کنیم.

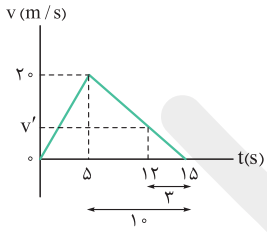


(ب)

$$\Delta x = S_1 + S_2 \xrightarrow{\Delta x = 126\,m} 126 = \frac{(v+\frac{2}{5}v)(3)}{2} + \frac{(v+\frac{2}{5}v)(6)}{2}$$

$$\Rightarrow 126 = \frac{1}{2}\times\frac{21}{5}v + \frac{21}{5}v \Rightarrow \frac{21\times 21}{2\times 5}v = 126 \Rightarrow v = 20\,m/s$$

گام حالا با توجه به شکل (پ)، دوباره از تشابه مثلث‌ها استفاده می‌کنیم و سرعت متحرک در لحظهٔ $t=12\,s$ را به دست می‌آوریم.



(پ)

$$\frac{20}{10} = \frac{v'}{3} \Rightarrow v' = 6\,m/s$$

۱۳- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ سرعت متوسط: نسبت جابه‌جایی متحرک به مدت‌زمان جابه‌جایی را سرعت متوسط متحرک می‌گوییم و رابطهٔ آن به صورت زیر است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

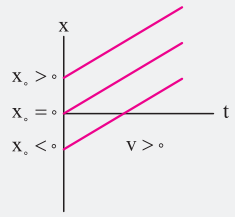
(x_2: مکان متحرک در لحظهٔ t_2 (m)، x_1: مکان متحرک در لحظهٔ t_1 (m))

۲ معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت بر روی خط راست:

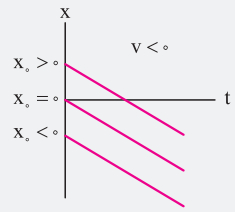
$$x = vt + x_0$$

(x: مکان متحرک در لحظهٔ t (m)، v: سرعت متحرک (m/s)، t: زمان (s)، x_0: مکان اولیه (m))

۳ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که با سرعت ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت یک خط راست است (شکل‌های الف و ب).

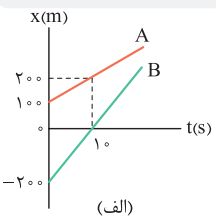


(الف)



(ب)

گام نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B یک خط راست است؛ پس این دو متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کنند (یعنی سرعت متوسط متحرک در هر بازهٔ زمانی با سرعت آن در هر لحظه یکسان است.). با توجه به شکل (الف)، سرعت هر یک از متحرک‌ها را به دست می‌آوریم.

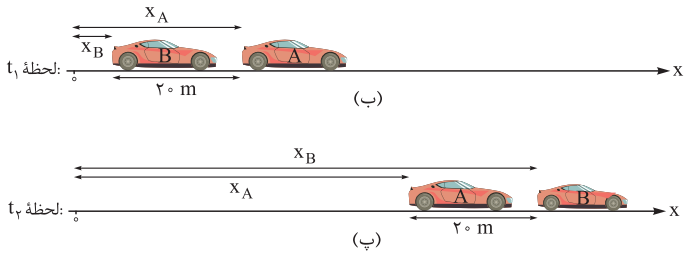


(الف)

$$v_A = v_{av,A} = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{200-100}{10-0} = \frac{100}{10} = 10\,m/s$$

$$v_B = v_{av,B} = \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{0-(-200)}{10-0} = \frac{200}{10} = 20\,m/s$$

گام می‌خواهیم ببینیم چند ثانیه فاصلهٔ دو متحرک از هم، کم‌تر یا مساوی $20\,m$ است. برای این‌که به این سؤال پاسخ بدهیم، بیایید با هم نمودار مکان ـ زمان این دو متحرک را تحلیل کنیم. همان‌طور که در شکل (الف) می‌بینید، متحرک B در حال نزدیک‌شدن به متحرک A است و پس از مدتی بالأخره به متحرک A می‌رسد و از آن سبقت خواهد گرفت؛ بنابراین فاصلهٔ بین دو متحرک یک بار قبل از سبقت (شکل (ب)) و یک بار پس از سبقت (شکل (پ)) به $20\,m$ می‌رسد و در این میان فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر کم‌تر از $20\,m$ است.



(ب)

(پ)

گام حالا باید لحظه‌های t_1 و t_2 را به دست بیاوریم. برای این کار ابتدا معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک A و B را می‌نویسیم.

$$x_A = v_A t + x_{0A} \xrightarrow[x_{0A}=100\,m]{v_A=10\,m/s} x_A = 10t + 100$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} \xrightarrow[x_{0B}=-200\,m]{v_B=20\,m/s} x_B = 20t - 200$$

گام با توجه به شکل‌های (ب) و (پ) و با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک A و B، لحظه‌های t_1 و t_2 را به دست می‌آوریم.

(شکل (ب)): $x_A - x_B = 20\,m \Rightarrow (10t_1+100)-(20t_1-200)=20$

$\Rightarrow 10t_1+100-20t_1+200=20 \Rightarrow 10t_1=280 \Rightarrow t_1=28\,s$

(شکل (پ)): $x_B - x_A = 20\,m \Rightarrow (20t_2-200)-(10t_2+100)=20$

$\Rightarrow 20t_2-200-10t_2-100=20 \Rightarrow 10t_2=320 \Rightarrow t_2=32\,s$

در نتیجه فاصلهٔ دو متحرک از هم به اندازهٔ $(t_2-t_1=32-28=)\ 4\,s$، کم‌تر یا مساوی $20\,m$ است.

۱۴- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ رابطهٔ مستقل از زمان در سقوط آزاد بدون سرعت اولیه (جهت مثبت y را رو به پایین فرض کردیم):

$$v^2 = 2g\Delta y$$

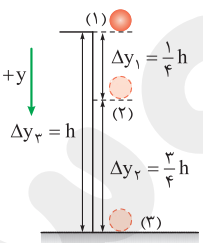
(v: سرعت (m/s)، g: شتاب گرانش (m/s^2)، Δy: جابه‌جایی در راستای قائم (m))

۲ در سقوط آزاد، سرعت متوسط در یک بازهٔ زمانی مشخص برابر با میانگین سرعت‌های ابتدایی و انتهایی در آن بازهٔ زمانی است.

$$v_{av} = \frac{v_1+v_2}{2}$$

(v_1: سرعت اولیه (m/s)، v_2: سرعت ثانویه (m/s)، v_{av}: سرعت متوسط (m/s))

گام ابتدا یک شکل مناسب رسم می‌کنیم تا ببینیم پی به چه‌چیز (در تمام مراحل جهت مثبت y را رو به پایین فرض کردیم.)



گام سؤال به ما تندی متوسط گلوله در $\frac{3}{4}$ پایانی مسیر (یعنی Δy_2) را داده است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$v_{av} = \frac{v_2+v_3}{2} \xrightarrow{v_{av}=15\,m/s} 15 = \frac{v_2+v_3}{2}$$

$$\Rightarrow v_2 + v_3 = 30\,m/s \quad (1)$$

گام نه v_2 را داریم و نه v_3 را!! از رابطهٔ مستقل از زمان کمک می‌گیریم تا v_2 و v_3 را نسبت به هم به دست بیاوریم.

$$v_2^2 = 2g\Delta y_1 \xrightarrow{\Delta y_1=\frac{1}{4}h} v_2^2 = 2g\frac{h}{4}$$

$$v_3^2 = 2g\Delta y_2 \xrightarrow{\Delta y_2=h} v_3^2 = 2gh$$

$$\Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_3}\right)^2 = \frac{2g\frac{h}{4}}{2gh} \Rightarrow \frac{v_2}{v_3} = \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow v_2 = \frac{v_3}{2} \quad (2)$$

گام حالا رابطهٔ (۲) را در رابطهٔ (۱) جای‌گذاری می‌کنیم و مقدار v_3 را به دست می‌آوریم.

$$v_2 + v_3 = 30 \xrightarrow{v_2=\frac{v_3}{2}} \frac{v_3}{2} + v_3 = 30 \Rightarrow \frac{3}{2}v_3 = 30$$

$$\Rightarrow v_3 = 20\,m/s$$

گام در آخر تندی متوسط گلوله در کل مسیر را محاسبه می‌کنیم.

$$v_{av\ کل} = \frac{v_1 + v_2}{2} \xrightarrow[v_2 = 20\ m/s]{v_1 = 0\ m/s} v_{av\ کل} = \frac{0 + 20}{2} = 10\ m/s$$

مشاوره در مسائل سقوط آزاد، شکل مناسبی رسم کنید و با استفاده از شکل، حرکت جسم را تحلیل کنید. رسم شکل به شما کمک می‌کند تا مسئله را بهتر درک کنید.

۱۵- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ حاصل‌ضرب جرم جسم در سرعت آن را تکانهٔ جسم می‌گوییم و رابطهٔ آن به صورت زیر است.

$$\vec{p} = m\vec{v} \rightarrow \text{تکانه}\ (\frac{kg.m}{s}) \leftarrow \text{جرم}\ (kg),\ \text{سرعت}\ (m/s)$$

۲ نیروی خالص وارد بر جسم برابر با تغییر تکانهٔ جسم تقسیم بر زمان تغییر آن است و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

$\vec{F}_{net}$: نیروی خالص (N)، $\Delta \vec{p}$: تغییر تکانه $(\frac{kg.m}{s})$، Δt: مدت‌زمان تغییر تکانه (s)

گام ابتدا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، تکانهٔ جسم را محاسبه می‌کنیم.

$$\vec{p}_1 = m\vec{v}_1 \xrightarrow[\vec{v}_1 = 5\vec{i}]{m = 20\ kg} \vec{p}_1 = 20 \times 5\vec{i} = 100\vec{i} \Rightarrow p_1 = 100\ \frac{kg.m}{s}$$

گام حالا می‌خواهیم ببینیم چند ثانیه باید نیروی خالص $\vec{F}_{net} = 4\vec{i}$، بر جسم اثر کند تا تکانهٔ آن دو برابر شود. برای محاسبهٔ این مدت‌زمان می‌توانیم بنویسیم:

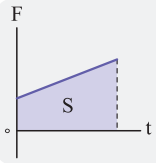
$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{\Delta t} \xrightarrow{p_2 = 2p_1} F_{net} = \frac{2p_1 - p_1}{\Delta t} = \frac{p_1}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[p_1 = 100\ \frac{kg.m}{s}]{F_{net} = 4\ N} 4 = \frac{100}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{100}{4} = 25\ s$$

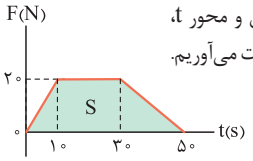
۱۶- گزینه ۳

درس‌نامه مساحت بین نمودار نیرو ـ زمان و محور t برابر با اندازهٔ تغییرات تکانه است.

$$S = \Delta p$$



گام ابتدا با استفاده از مساحت بین نمودار نیرو ـ زمان و محور t، تغییرات تکانهٔ جسم را از لحظهٔ $t_1 = 0\ s$ تا $t_2 = 50\ s$ به دست می‌آوریم.



$$\Delta p = S = \frac{(50 + 20)(20)}{2} = 700\ \frac{kg.m}{s}$$

گام حالا با استفاده از رابطهٔ $F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$، نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در این $50\ s$ را محاسبه می‌کنیم.

$$F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 50\ s]{\Delta p = 700\ \frac{kg.m}{s}} F_{net} = \frac{700}{50} = 14\ N$$

۱۷- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ **بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی:**

$$f_{s,max} = \mu_s F_N$$

$f_{s,max}$: بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی (N)، μ_s: ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح، F_N: نیروی عمودی سطح (N)

در رابطهٔ بالا اگر $f_{s,max} \geq F_{محرک}$ باشد، جسم ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک برابر با $F_{محرک}$ است.

۲ اندازهٔ نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند، برابر با برایند دو نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک (f) است.

$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

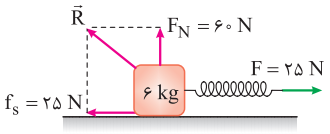
در رابطهٔ مقابل، f می‌تواند f_s، $f_{s,max}$ یا f_k باشد.

گام ابتدا بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی را محاسبه می‌کنیم و با $F = 25\ N$ مقایسه می‌کنیم تا ببینیم جسم حرکت می‌کند یا نه!

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow[F_N = mg = 60\ N]{\mu_s = 0/75} f_{s,max} = 0/75 \times 60 = 45\ N$$

چون $F < f_{s,max}$ است، پس جسم ساکن می‌ماند و $f_s = F = 25\ N$ است.

گام حالا با توجه به شکل مقابل، نیرویی را که سطح به جسم (R) وارد می‌کند، به دست می‌آوریم.



$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{60^2 + 25^2}$$

$$= \sqrt{(5 \times 12)^2 + (5 \times 5)^2} = \sqrt{5^2(12^2 + 5^2)} = 5\sqrt{144 + 25} = 5 \times 13 = 65\ N$$

نکته در مثلث قائم‌الزاویه، اگر یکی از ضلع‌ها مضربی از ۵ $(5k)$ و ضلع دیگر مضربی از ۱۲ $(12k)$ باشد، آن گاه وتر این مثلث مضربی از ۱۳ $(13k)$ است.



با توجه به این نکته، مقدار R را سریع‌تر می‌توانیم به دست بیاوریم.

$$\begin{matrix} 5k = 25 \\ 12k = 60 \end{matrix} \Rightarrow k = 5, R = 13k \xrightarrow{k=5} R = 13 \times 5 = 65\ N$$

طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند، هم‌اندازه، هم‌راستا و در خلاف جهت نیرویی است که سطح به جسم وارد می‌کند؛ بنابراین نیرویی که جسم به سطح افقی وارد می‌کند برابر با $R' = R = 65\ N$ است.

۱۸- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ اگر در حرکت دایره‌ای یکنواخت، متحرک در مدت‌زمان t، n دور کامل بزند، دورهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$T = \frac{t}{n} \rightarrow \text{مدت‌زمان}\ (s) \rightarrow \text{تعداد دور} \leftarrow \text{دوره}\ (s)$$

۲ تندی متحرکی که بر روی دایره‌ای به شعاع r، حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام می‌دهد، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$v = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow \text{شعاع دایره}\ (m) \rightarrow \text{دوره}\ (s) \leftarrow \text{تندی}\ (m/s)$$

۳ انرژی جنبشی جسمی با جرم m که با تندی v در حال حرکت است، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \text{جرم}\ (kg),\ \text{تندی}\ (m/s) \leftarrow \text{انرژی جنبشی}\ (J)$$

گام متحرک در هر دقیقه، ۳۰ دور می‌زند؛ بنابراین دورهٔ آن برابر است با:

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow{t = 60\ s} T = \frac{60}{30} = 2\ s$$

گام حالا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، تندی متحرک را محاسبه می‌کنیم.

$$v = \frac{2\pi r}{T} \xrightarrow[T = 2\ s]{r = 2\ m} v = \frac{2\pi \times 2}{2} = 2\pi\ m/s$$

گام در آخر انرژی جنبشی جسم را به دست می‌آوریم.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow[v = 2\pi\ m/s]{m = 5\ kg} K = \frac{1}{2} \times 5(2\pi)^2 = 10\pi^2\ J$$

۱۹- گزینه ۴

استراتژی ابتدا شدت صوت را به کمک رابطهٔ تراز شدت صوت به دست بیاورید، سپس با داشتن شدت صوت، توان چشمهٔ صوت را محاسبه کنید.

درس‌نامه ۱ شدت صوت: شدت یک موج صوتی در یک سطح، برابر با آهنگ متوسط انرژی‌ای است که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد یا از آن عبور می‌کند.

$$I=\frac{P_{av}}{A}$$ (I: شدت صوت (W/m^2)، P_{av}: توان متوسط صوت (W)، A: مساحت سطحی که صوت با آن برخورد می‌کند (m^2))

۲ تراز شدت صوت:

$$\beta=10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$ (β: تراز شدت صوت (dB)، I: شدت صوت (W/m^2)، I_0: شدت صوت مرجع (W/m^2))

گام ۱ شدت صوت را با استفاده از تراز شدت صوت به دست می‌آوریم.

$$\beta=10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)\Rightarrow 60=10\log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)\Rightarrow \frac{I}{10^{-12}}=10^6\Rightarrow I=10^{-6}\ W/m^2$$

گام ۲ حالا می‌توانیم توان چشمهٔ صوت را محاسبه کنیم.

$$I=\frac{P_{av}}{A}\xrightarrow[r=50\ m,\ \pi=3]{A=4\pi r^2} 10^{-6}=\frac{P_{av}}{4\times 3\times(50)^2}$$

$$\Rightarrow P_{av}=10^{-6}\times 4\times 3\times 2500=0/03\ W=30\ mW$$

۲۰- گزینه ۱

درس‌نامه دورهٔ تناوب سامانهٔ جرم ـ فنر:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$ (T: دورهٔ تناوب (s)، m: جرم (kg)، k: ثابت فنر (N/m))

گام ۱ دورهٔ تناوب نوسانگر را با استفاده از رابطهٔ زیر محاسبه می‌کنیم.

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\xrightarrow[k=50\ N/m]{\pi=\sqrt{10},\ m=200\ g=0/2\ kg} T=2\sqrt{10}\times\sqrt{\frac{0/2}{50}}$$

$$=2\sqrt{10}\times\sqrt{\frac{2}{500}}=2\sqrt{10}\times\frac{1}{\sqrt{250}}=0/4\ s$$

گام ۲ مدت‌زمان $t=0/5\ s$ را برحسب دورهٔ تناوب نوسانگر $(T=0/4\ s)$ به دست می‌آوریم.

$$\frac{t}{T}=\frac{0/5}{0/4}=\frac{5}{4}\Rightarrow t=\frac{5}{4}T=T+\frac{T}{4}$$

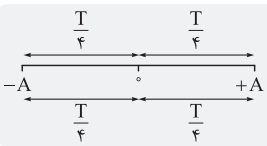
گام ۳

نکته در سامانهٔ جرم ـ فنر، فاصلهٔ رهاشدن جسم تا نقطهٔ تعادل فنر، همان دامنهٔ نوسان (A) است.

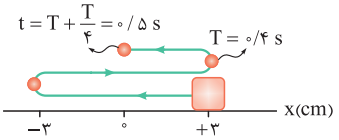
با توجه به نکتهٔ بالا، دامنهٔ نوسان برابر با $A=3\ cm$ است.

گام ۴ ابتدا نکتهٔ زیر را بخوانید:

نکته حداقل مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از انتهای پاره‌خط نوسان به وسط پاره‌خط نوسان برود (و برعکس)، برابر با $\frac{T}{4}$ است.



با توجه به نکتهٔ بالا، مسیر حرکت نوسانگر در نیم ثانیهٔ اول را رسم می‌کنیم و مسافت و جابه‌جایی آن را پیدا می‌کنیم.



$$L=5A=5\times 3=15\ cm$$

$$|\Delta x|=A=3\ cm$$

گام ۵ در آخر، خواستهٔ سؤال یعنی نسبت مسافت طی‌شده به بزرگی جابه‌جایی در نیم ثانیهٔ اول را به دست می‌آوریم.

$$\frac{L}{|\Delta x|}=\frac{15}{3}=5$$

۲۱- گزینه ۴

درس‌نامه دورهٔ تناوب آونگ ساده:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$ (T: دورهٔ تناوب (s)، L: طول آونگ (m)، g: شتاب گرانش (m/s^2))

گام ۱ دورهٔ تناوب آونگ ساده را به دست می‌آوریم.

$$T=\frac{t}{n}\xrightarrow[n=1]{t=1\ s} T=\frac{1}{1}=1\ s$$

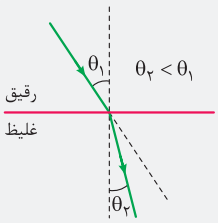
گام ۲ حالا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، طول آونگ را محاسبه می‌کنیم.

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\xrightarrow[T=1\ s]{g=\pi^2\ m/s^2} 1=2\pi\sqrt{\frac{L}{\pi^2}}=2\sqrt{L}\Rightarrow L=\frac{1}{4}\ m=25\ cm$$

۲۲- گزینه ۳

درس‌نامه وقتی یک پرتوی نور از یک محیط رقیق وارد یک محیط غلیظ‌تر (با ضریب شکست بیشتر) می‌شود، می‌شکند و به خط عمود بر مرز دو محیط نزدیک‌تر شده و زاویهٔ کم‌تری با آن می‌سازد.

هر چه‌قدر طول موج نور کوتاه‌تر باشد، ضریب شکست محیط شفاف برای آن بیشتر و در نتیجه زاویهٔ انحراف پرتوی نور بیشتر می‌شود.



با توجه به درس‌نامه هر دو پرتوی قرمز و آبی باید به خط عمود بر مرز دو محیط نزدیک‌تر شوند (۱ و ۴ پَر!).

از طرفی چون طول موج نور آبی از طول موج نور قرمز کوتاه‌تر است، پس باید زاویهٔ انحراف بیشتری داشته باشد (۲ پَر پَر!).

بنابراین شکل ۳ شکستی را نشان می‌دهد که از نظر فیزیکی ممکن است.

۲۳- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ انرژی یک فوتون:

$$E=hf=\frac{hc}{\lambda}$$ (E: انرژی یک فوتون، h: ثابت پلانک، f: بسامد فوتون (Hz)، c: تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی در خلأ (m/s)، λ: طول موج فوتون (m))

۲ رابطهٔ بین طول موج، تندی انتشار موج و بسامد فوتون:

$$\lambda=\frac{c}{f}$$

گام ۱ با توجه به این‌که انرژی فوتون B، ۲۵ درصد از انرژی فوتون A کم‌تر است، می‌توانیم بنویسیم:

$$E_B=E_A-\frac{25}{100}E_A=\frac{75}{100}E_A\xrightarrow{E=\frac{hc}{\lambda}}\frac{hc}{\lambda_B}=\frac{75}{100}\frac{hc}{\lambda_A}$$

$$\Rightarrow \lambda_B=\frac{4}{3}\lambda_A\quad (1)$$

گام ۲ با استفاده از رابطهٔ (۱) و با توجه به این‌که اختلاف طول موج فوتون‌های A و B برابر با $50\ nm$ است، می‌توانیم طول موج فوتون‌ها را به دست بیاوریم.

$$\lambda_B-\lambda_A=50\times 10^{-9}\ m\xrightarrow{\lambda_B=\frac{4}{3}\lambda_A}\frac{4}{3}\lambda_A-\lambda_A=50\times 10^{-9}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_A}{3}=50\times 10^{-9}\Rightarrow \lambda_A=150\times 10^{-9}\ m$$

$$\lambda_B=\frac{4}{3}\lambda_A\xrightarrow{\lambda_A=150\times 10^{-9}\ m}\lambda_B=\frac{4}{3}\times 150\times 10^{-9}=200\times 10^{-9}\ m$$

گام ۳ حالا می‌توانیم اختلاف بسامد این دو فوتون را محاسبه کنیم.

$$f_A-f_B=\frac{c}{\lambda_A}-\frac{c}{\lambda_B}\xrightarrow[\lambda_A=150\times 10^{-9}\ m,\ \lambda_B=200\times 10^{-9}\ m]{c=3\times 10^8\ m/s}$$

$$f_A-f_B=\frac{3\times 10^8}{150\times 10^{-9}}-\frac{3\times 10^8}{200\times 10^{-9}}=2\times 10^{15}-1/5\times 10^{15}=5\times 10^{14}\ Hz$$

۲۴- گزینه ۳

درس‌نامه در اثر فوتوالکتریک، انرژی جنبشی سریع‌ترین فوتوالکترون‌های گسیل‌شده از سطح فلز، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$K_{max}=h\frac{c}{\lambda}-W_0$$ (K_{max}: انرژی جنبشی سریع‌ترین فوتوالکترون‌ها، h: ثابت پلانک، c: تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی در خلأ (m/s)، λ: طول موج فوتون (m)، W_0: تابع کار فلز)

گام ابتدا بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل‌شده را به دست می‌آوریم.

$$K_{max}=\frac{1}{2}mv_{max}^2 \xrightarrow[v_{max}=5\times10^5\ m/s]{m_e=9\times10^{-31}\ kg} K_{max}=\frac{1}{2}\times9\times10^{-31}\times25\times10^{10}$$
$$=\frac{225}{2}\times10^{-21}\ J$$

گام حالا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، طول موج نور تابیده‌شده به فلز را محاسبه می‌کنیم.

نکته برای تبدیل یکای eV به J و برعکس به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$eV \underset{\div1/6\times10^{-19}}{\overset{\times1/6\times10^{-19}}{\rightleftarrows}} J$$

$$K_{max}=\frac{hc}{\lambda}-W_0 \Rightarrow \frac{\frac{225}{2}\times10^{-21}}{\underbrace{1/6\times10^{-19}}_{\text{تبدیل به eV}}}=\frac{1240}{\lambda}-4/46 \quad (\text{تبدیل به eV.nm})$$
$$\Rightarrow \frac{225}{32}\times10^{-1}=\frac{1240}{\lambda}-4/46 \Rightarrow 0/7=\frac{1240}{\lambda}-4/46$$
$$\Rightarrow 5/16=\frac{1240}{\lambda} \Rightarrow \lambda=\frac{1240}{5/16}\simeq240\ nm$$

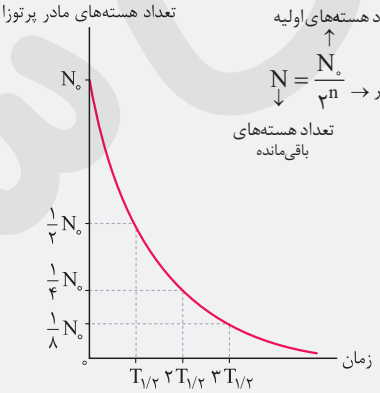
۲۵- گزینه ۳

درس‌نامه **نیمه‌عمر:** اگر تعداد هسته‌های مادر اولیه در یک نمونهٔ پرتوزا N_0 باشد، تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده پس از مدت‌زمان t از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

تعداد هسته‌های مادر پرتوزا — تعداد هسته‌های اولیه — تعداد نیمه‌عمر — تعداد هسته‌های باقی‌مانده

$$N=\frac{N_0}{2^n} \quad \text{و} \quad n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$$

مدت‌زمان (s) — نیمه‌عمر (s)



گام با توجه به نمودار، تعداد هسته‌های مادهٔ پرتوزا پس از ۲۴ روز به $\frac{N_0}{16}$ می‌رسد؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

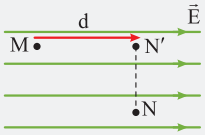
$$N=\frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{N=\frac{N_0}{16}} \frac{N_0}{16}=\frac{N_0}{2^n} \Rightarrow 2^n=16=2^4 \Rightarrow n=4$$

گام حالا کافیست داده‌ها را در رابطهٔ $n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$ جای‌گذاری کنیم و نیمه‌عمر ماده را به دست بیاوریم.

$$n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \xrightarrow[t=24\ \text{روز}]{n=4} 4=\frac{24}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}}=6\ \text{روز}$$

۲۶- گزینه ۱

درس‌نامه **۱ اندازهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از میدان الکتریکی یکنواخت:**



میدان الکتریکی (V/m) — فاصلهٔ بین دو نقطه در راستای میدان الکتریکی (m) — اندازهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)

$$|\Delta V|=Ed$$

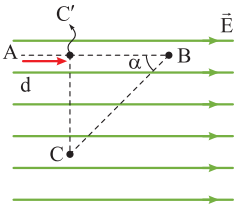
۲ اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از میدان الکتریکی:

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی (V) — تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی (J) — بار الکتریکی (C)

حواستون باشه! تو این رابطه باید بار q رو با علامتش بذارین.

گام ابتدا با توجه به شکل مقابل، از نقطهٔ C بر خط AB عمود می‌کنیم و فاصلهٔ بین دو نقطهٔ A و C در راستای میدان الکتریکی (AC′) را محاسبه می‌کنیم.



$$d=AB-BC'$$
$$\xrightarrow[BC'=BC\cos\alpha]{AB=50\ cm} d=50-50\cos\alpha$$
$$\xrightarrow{\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-0/64}=\sqrt{0/36}=0/6} d=50-50\times0/6=20\ cm=0/2\ m$$

گام حالا داده‌ها را در رابطهٔ زیر جای‌گذاری می‌کنیم و اندازهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی بین این دو نقطه را به دست می‌آوریم.

$$|\Delta V|=Ed \xrightarrow[d=0/2m]{E=10^5\ N/C} |\Delta V|=10^5\times0/2=2\times10^4\ V$$

نکته اگر در جهت میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی کاهش و اگر در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.

با توجه به نکتهٔ بالا، $V_C<V_A$ و در نتیجه $V_C-V_A<0$ است و مقدار آن برابر است با:

$$|\Delta V|=2\times10^4\ V \xrightarrow{\Delta V=V_C-V_A<0} V_C-V_A=-2\times10^4\ V$$

گام در آخر تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذرهٔ q در این مسیر را محاسبه می‌کنیم *(علامت‌ها یادتون نره!)*.

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q} \xrightarrow[q=-5\times10^{-6}\ C]{\Delta V=-2\times10^4\ V} -2\times10^4=\frac{\Delta U}{-5\times10^{-6}} \Rightarrow \Delta U=0/1\ J$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی ذرهٔ q در این مسیر به اندازهٔ ۰/۱ J افزایش می‌یابد.

۲۷- گزینه ۴

شفاف‌سازی $\vec{E}$ دارای دو مؤلفهٔ افقی $\vec{E}_x=-2\times10^5\vec{i}$ و قائم $\vec{E}_y=-1/8\times10^5\vec{j}$ است. E_x میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 در رأس قائمه و E_y میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 در رأس قائمه است.

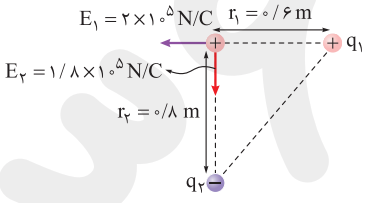
درس‌نامه **۱ میدان الکتریکی حاصل از بار q در فاصلهٔ r از آن:**

$$E=k\frac{|q|}{r^2}$$

ثابت کولن $\left(\frac{N.m^2}{C^2}\right)$ — اندازهٔ بار الکتریکی (C) — اندازهٔ میدان الکتریکی (N/C) — فاصله از بار (m)

۲ میدان الکتریکی در هر نقطه، هم‌جهت با نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت آزمون در آن نقطه است.

گام برای تشخیص جهت میدان الکتریکی، از بار مثبت آزمون استفاده می‌کنیم و بردار میدان الکتریکی در رأس قائمه را رسم می‌کنیم.



با توجه به این‌که بردار میدان الکتریکی در راستای افقی به سمت چپ است، پس بار q_1 مثبت است که باعث دافعه شده و با توجه به این‌که بردار میدان الکتریکی در راستای قائم به سمت پایین است، پس بار q_2 منفی است که باعث جذب بار آزمون مثبت شده است. (۱ و ۳ پَر!)

گام به کمک رابطهٔ $E=\frac{k|q|}{r^2}$ در راستاهای افقی و قائم، مقدارهای q_1 و q_2 را به دست می‌آوریم.

$$E_x=\frac{k|q_1|}{r_1^2} \Rightarrow 2\times10^5=\frac{9\times10^9\times|q_1|}{(0/6)^2}$$
$$\Rightarrow |q_1|=\frac{2\times10^5\times36\times10^{-2}}{9\times10^9}=8\times10^{-6}\ C \xrightarrow{q_1>0} q_1=+8\ \mu C$$
$$E_y=\frac{k|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow 1/8\times10^5=\frac{9\times10^9\times|q_2|}{(0/8)^2}$$
$$\Rightarrow |q_2|=\frac{1/8\times10^5\times64\times10^{-2}}{9\times10^9}=12/8\times10^{-6}\ C \xrightarrow{q_2<0} q_2=-12/8\ \mu C$$

۲۸- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ ظرفیت خازن تخت به ساختمان آن بستگی دارد و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$C = \kappa \varepsilon_0 \frac{A}{d} \quad , \quad \kappa_{هوا} \simeq 1$$

ظرفیت خازن (F) ← C ، ثابت دی‌الکتریک κ ، ضریب گذردهی الکتریکی خلأ $\varepsilon_0 (F/m)$ ، مساحت هر یک از صفحه‌ها $A (m^2)$ ، فاصلهٔ صفحات از هم $d (m)$

۲ انرژی ذخیره‌شده در خازن:

$$U = \frac{1}{2} C V^2$$

انرژی ذخیره‌شده در خازن (J) ← U ، ظرفیت خازن (F) ← C ، اختلاف پتانسیل الکتریکی (V) ← V

گام با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، ظرفیت خازن در حالت دوم *(موقعی که اومدیم بین صفحات خازن عایق گذاشتیم)* را به دست می‌آوریم.

$$U = \frac{1}{2} C V^2 \Rightarrow 2\times10^{-3} = \frac{1}{2} \times C_2 \times (20)^2 \Rightarrow C_2 = \frac{2\times10^{-3}}{200} = 10^{-5}\,F = 10\,\mu F$$

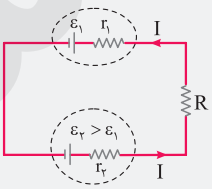
گام در حالت دوم، تنها جنس عایق (یعنی κ) تغییر کرده است؛ پس با استفاده از رابطهٔ $C = \kappa \varepsilon_0 \frac{A}{d}$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \xrightarrow{\kappa_1 = \kappa_{هوا} = 1} \frac{10}{5} = \frac{\kappa_2}{1} \Rightarrow \kappa_2 = 2$$

۲۹- گزینه ۳

شفاف‌سازی دو باتری مخالف یکدیگر بسته شده‌اند. چون $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ است، پس جهت جریان مدار پادساعتگرد است.

درس‌نامه ۱ مدار زیر شامل دو باتری است که در جهت مخالف یکدیگر بسته شده‌اند. در این مدار چون $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ است، پس جهت جریان کل مدار به صورت پادساعتگرد است و مقدار آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.



$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_{eq} + r_1 + r_2}$$

مقاومت معادل مدار (Ω) ← R_{eq}

هم‌چنین در این مدار باتری ε_1 مصرف‌کنندهٔ انرژی است و اختلاف پتانسیل آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

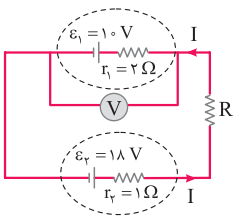
$$V_1 = \varepsilon_1 + r_1 I$$

۲ تعریف مقاومت الکتریکی: نسبت اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانا به جریان الکتریکی عبوری از آن.

$$R = \frac{V}{I}$$

اختلاف پتانسیل الکتریکی (V) ← V ، جریان الکتریکی (A) ← I ، مقاومت الکتریکی (Ω) ← R

گام در این مدار، باتری‌ها مخالف یکدیگر بسته شده‌اند و چون $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ است، پس جهت جریان الکتریکی در مدار پادساعتگرد است.



گام ولت‌سنج آرمانی اختلاف پتانسیل دو سر باتری ε_1 را نشان می‌دهد. با توجه به این‌که در این مدار، ε_1 مصرف‌کنندهٔ انرژی است، می‌توانیم بنویسیم:

$$V_1 = \varepsilon_1 + r_1 I \xrightarrow[V_1 = 14\,V]{\varepsilon_1 = 10\,V,\, r_1 = 2\,\Omega} 14 = 10 + 2I \Rightarrow 2I = 4 \Rightarrow I = 2\,A$$

گام حالا داده‌ها را در رابطهٔ زیر جای‌گذاری می‌کنیم و مقدار R را به دست می‌آوریم.

$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R + r_1 + r_2} \Rightarrow 2 = \frac{18 - 10}{R + 2 + 1} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{R + 3} \Rightarrow R = 1\,\Omega$$

گام در آخر با استفاده از رابطهٔ $V = RI$، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R را محاسبه می‌کنیم.

$$V = RI \xrightarrow[I = 2\,A]{R = 1\,\Omega} V = 1\times2 = 2\,V$$

۳۰- گزینه ۴

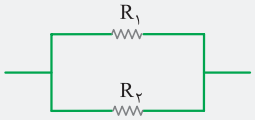
شفاف‌سازی وقتی کلید را وصل می‌کنیم، مقاومت الکتریکی وارد مدار می‌شود و مقاومت معادل مدار تغییر می‌کند.

درس‌نامه ۱ مقاومت معادل دو مقاومت سری:



$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

۲ مقاومت معادل دو مقاومت موازی:



$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

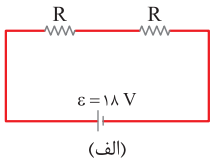
۳ مقاومت معادل n مقاومت مشابه موازی:

$$R_{eq} = \frac{R}{n}$$

۴ توان مصرفی مدار:

$$P_{\text{مصرفی مدار}} = R_{eq}\left(\frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}\right)^2$$

گام وقتی کلید باز است، مدار شامل دو مقاومت سری است (شکل (الف)).



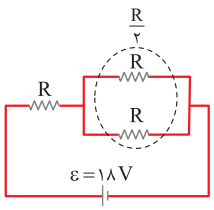
(الف)

مقاومت معادل و توان مصرفی مدار را به دست می‌آوریم. (هر یک از مقاومت‌ها را R در نظر گرفتیم.)

$$R_{eq} = R + R = 2R$$

$$P_{\text{مصرفی مدار}} = R_{eq}\left(\frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}\right)^2 \xrightarrow[R_{eq} = 2R]{r = 0} P_1 = 2R\left(\frac{\varepsilon}{2R + 0}\right)^2 = \frac{\varepsilon^2}{2R}$$

گام وقتی کلید را وصل می‌کنیم، دو مقاومت با هم موازی می‌شوند و معادل آن‌ها (یعنی $\frac{R}{2}$) با مقاومت دیگر سری است (شکل (ب)). در این حالت، مقاومت معادل و توان مصرفی مدار را محاسبه می‌کنیم.



(ب)

$$R'_{eq} = R + \frac{R}{2} = \frac{3}{2} R$$

$$P_{\text{مصرفی مدار}} = R'_{eq}\left(\frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r}\right)^2 \xrightarrow[R'_{eq} = \frac{3}{2}R]{r = 0} P_2 = \frac{3}{2} R\left(\frac{\varepsilon}{\frac{3}{2}R}\right)^2 = \frac{2}{3}\frac{\varepsilon^2}{R}$$

گام اختلاف توان مصرفی مدارها، $9\,W$ است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$P_2 - P_1 = 9\,W \Rightarrow \frac{2}{3}\frac{\varepsilon^2}{R} - \frac{1}{2}\frac{\varepsilon^2}{R} = 9$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6}\frac{\varepsilon^2}{R} = 9 \xrightarrow{\varepsilon = 18\,V} \frac{1}{6}\times\frac{(18)^2}{R} = 9 \Rightarrow R = \frac{18\times18}{6\times9} = 6\,\Omega$$

۳۱- گزینه ۲

استراتژی وقتی پتانسیل یک نقطه را از شما می‌پرسند، باید از قانون اختلاف پتانسیل‌ها استفاده کنید.

درس‌نامه قانون اختلاف پتانسیل‌ها:

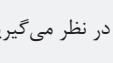
در هر حلقهٔ بسته، مجموع جبری اختلاف پتانسیل‌ها صفر است.

$$\sum V = 0 \Rightarrow \sum \varepsilon - \sum RI = 0$$

در به کار بردن این قانون به نکات زیر توجه کنید:

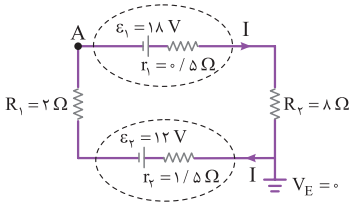
۱ یک جهت چرخش اختیاری در نظر می‌گیریم.

۲ جهت جریان را در هر حلقه به دلخواه انتخاب می‌کنیم.

۳ برای نوشتن εها، با توجه به چرخش در مدار، اگر از پایانهٔ مثبت باتری خارج شویم ()، نیروی محرکهٔ باتری را مثبت $(+\varepsilon)$ و اگر از پایانهٔ منفی باتری خارج شویم ()، نیروی محرکهٔ باتری را منفی $(-\varepsilon)$ در نظر می‌گیریم.

۴ برای نوشتن RIها اگر در جهت جریان از مقاومت R عبور کنیم، چون پتانسیل الکتریکی در حال کاهش است، RI را منفی (RI−) و اگر در خلاف جهت جریان از مقاومت R عبور کنیم، چون پتانسیل الکتریکی در حال افزایش است، RI را مثبت (RI+) در نظر می‌گیریم. اگر علامت جریان مثبت به دست آمد، یعنی جهت انتخابی درست است و اگر منفی به دست آمد، فقط جهت جریان را در شاخهٔ مورد نظر برعکس می‌کنیم.

گام در این مدار، باتری‌ها مخالف یکدیگر بسته شده‌اند و چون $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ است، پس جهت جریان در مدار ساعتگرد است و مقدار آن برابر است با:



$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_1 + R_2 + r_1 + r_2} = \frac{18-12}{2+8+0/5+1/5} = \frac{6}{12} = 0/5\ A$$

گام در جهت جریان مدار (ساعتگرد) از نقطهٔ A به سمت E (جایی که پتانسیل زمین هست و صفر است.) حرکت می‌کنیم و قانون اختلاف پتانسیل‌ها را می‌نویسیم.

$$V_A - Ir_1 + \varepsilon_1 - IR_2 = V_E \Rightarrow V_A - 0/5(0/5) + 18 - (0/5)(8) = 0$$
$$\Rightarrow V_A = -13/75\ V$$

تله ۳ به عنوان تله در اثر بی‌دقتی در علامت مد نظر است. در ضمن اگر در جهت حرکت به جای Ir− و IR− از Ir+ و IR+ استفاده کنیم، ۱ و ۴ در کمین نشسته‌اند.

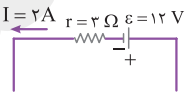
۳۲- گزینه ۴

درس‌نامه **توان ورودی باتری:**

مقاومت درونی مولد (Ω)، نیروی محرکهٔ الکتریکی (V)، جریان (A)

$$P_{\text{ورودی باتری}} = \varepsilon I + r I^2$$

همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، جریان از پایانهٔ منفی باتری خارج شده و به پایانهٔ مثبت آن وارد می‌شود؛ بنابراین این باتری در حال شارژشدن است و توان ورودی آن برابر است با:



$$P_{\text{ورودی باتری}} = \varepsilon I + rI^2 = 12(2) + 3(2)^2 = 36\ W$$

تله اگر به اشتباه از رابطهٔ $\varepsilon I - rI^2$ استفاده کنید، به گزینهٔ چشمک‌زنان ۱ می‌رسید. این رابطه برای توان خروجی باتری است، نه توان ورودی!

۳۳- گزینه ۳

درس‌نامه **۱ فشار مایع در عمق h از سطح آزاد:**

شتاب گرانش (m/s^2)، عمق (m)، چگالی مایع (kg/m^3)

$$P = \rho g h$$

۲ اگر فشار یک شاره را معادل فشار ستونی از جیوه در نظر بگیریم و ارتفاع جیوه را به دست آوریم، اندازهٔ این ارتفاع برحسب سانتی‌متر، همان فشار شاره برحسب سانتی‌متر جیوه (cmHg) است.

کافی است ببینیم که چه ارتفاعی از مایع جیوه، فشار ۶۸ kPa را ایجاد می‌کند. برای این کار می‌توانیم بنویسیم:

$$P_{\text{هوا}} = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}}$$
$$\xrightarrow[\rho = 13/6\ g/cm^3 = 13600\ kg/m^3,\ g = 10\ N/kg]{P_{\text{هوا}} = 68\ kPa = 68000\ Pa} 68000 = 13600 \times 10 \times h_{\text{جیوه}}$$
$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 0/5\ m = 50\ cm$$

مشاوره در این سؤال به ارتفاع ۳۰۰۰ متر نیازی نداشتیم. بعضی وقت‌ها اطلاعاتی داده می‌شود که نیازی به آن‌ها نداریم؛ پس فکر نکنید که حتماً باید از همهٔ اطلاعات داده‌شده استفاده کنیم.

۳۴- گزینه ۲

شفاف‌سازی فشار پیمانه‌ای درون مخزن (P_g) در واقع اختلاف فشار گاز درون مخزن (P) با فشار جو (P_0) است.

$$P_g = P - P_0$$

درس‌نامه **۱ تعداد مول‌های گاز:**

جرم گاز (g)، جرم مولی (g/mol)، تعداد مول

$$n = \frac{m}{M}$$

وقتی دو گاز با هم مخلوط می‌شوند، تعداد مول‌های آن‌ها با هم جمع می‌شود.

۲ قانون گازهای کامل:

حجم گاز (m^3)، ثابت جهانی گازها ($\frac{J}{mol.K}$)، دما (K)، تعداد مول (mol)، فشار گاز (Pa)

$$PV = nRT$$

گام جرم گاز هلیم با جرم گاز نیتروژن برابر است؛ بنابراین تعداد مول گاز هلیم را به صورت مقابل به دست می‌آوریم.

$$n = \frac{m}{M} \xrightarrow{m_{N_2} = m_{He}} \frac{n_{N_2}}{n_{He}} = \frac{M_{He}}{M_{N_2}}$$
$$\xrightarrow[M_{He} = 4\ g/mol]{n_{N_2} = 1,\ M_{N_2} = 28\ g/mol} \frac{1}{n_{He}} = \frac{4}{28} \Rightarrow n_{He} = 7\ mol$$

در حالت اول، یک مول گاز نیتروژن در مخزن داشتیم. در حالت دوم، گاز هلیم به درون مخزن اضافه کردیم؛ پس تعداد مول‌های گاز در حالت دوم برابر است با:

$$n_2 = n_{N_2} + n_{He} \xrightarrow{n_{N_2} = 1,\ n_{He} = 7} n_2 = 1 + 7 = 8\ mol$$

گام با استفاده از رابطهٔ $PV = nRT$ و با توجه به این‌که حجم و دمای گاز ثابت است، می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{P_1}{n_1} = \frac{P_2}{n_2} \xrightarrow[n_1 = 1,\ n_2 = 8]{P_1 = \frac{5}{4}P_0} \frac{\frac{5}{4}P_0}{1} = \frac{P_2}{8} \Rightarrow P_2 = 10P_0$$

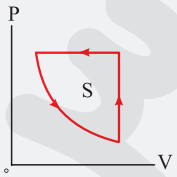
گام فشار پیمانه‌ای گاز درون کپسول در حالت دوم را محاسبه می‌کنیم.

$$P_g = P_2 - P_0 \xrightarrow{P_2 = 10P_0} P_g = 10P_0 - P_0 = 9P_0$$

تله فشار گاز درون کپسول در حالت دوم، ۱۰ برابر فشار هواست ($P_2 = 10P_0$) اما فشار پیمانه‌ای گاز درون کپسول در حالت دوم، ۹ برابر فشار هواست ($P_g = 9P_0$). اگر به این موضوع دقت نکنید، ممکن است ۱ را انتخاب کنید.

۳۵- گزینه ۳

درس‌نامه **۱** وقتی دستگاه پس از طی چند فرایند ترمودینامیکی به حالت اولیهٔ خود برمی‌گردد، به مجموعهٔ این فرایندها چرخهٔ ترمودینامیکی گفته می‌شود.



۲ مساحت سطح داخل یک چرخه در نمودار $P-V$ با قدرمطلق کار انجام‌شده در آن چرخه برابر است. $|W| = S$

اگر جهت چرخه ساعتگرد باشد، کار محیط بر روی دستگاه در چرخه منفی ($W < 0$) و اگر پادساعتگرد باشد، کار محیط بر روی دستگاه در چرخه مثبت ($W > 0$) است.

۳ در یک چرخه، تغییر انرژی درونی دستگاه صفر است ($\Delta U = 0$).

۴ قانون اول ترمودینامیک:

گرما، کار محیط بر روی دستگاه

$$\Delta U = Q + W$$

گام با استفاده از مساحت داخل چرخه، قدرمطلق کار انجام‌شده را محاسبه می‌کنیم.

$$|W| = S = \frac{(3\times10^5 - 1\times10^5)(4-1)\times10^{-3}}{2} = \frac{2\times10^5 \times 3\times10^{-3}}{2} \Rightarrow |W| = 300\ J$$

چرخه ساعتگرد است؛ پس کار محیط بر روی دستگاه در این چرخه، $-300\ J$ است.

گام در آخر با استفاده از قانون اول ترمودینامیک، می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta U = 0 \xrightarrow{\Delta U = Q + W} Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W \xrightarrow{W = -300\ J} Q = 300\ J$$

شیمی

۳۶- گزینه ۱

در مولکول O_2، یک پیوند دوگانه وجود دارد و *بس!*

$:N \equiv N: \quad , \quad H-C \equiv N: \quad , \quad :C \equiv O: \quad , \quad \ddot{O}=\ddot{O}$

۳۷- گزینه ۳

عبارت‌های (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست: (الف) و (پ) بور فقط طیف نشری خطی عنصر هیدروژن را توجیه کرد. (مدل بور فقط برای عنصر هیدروژن بود!) دانشمندان دیگر به دنبال توجیه طیف نشری خطی دیگر عنصرها، ساختار لایه‌ای را معرفی کردند.

۳۸- گزینه ۴

درس‌نامه تعیین شمارهٔ دوره و گروه عنصرها بدون رسم آرایش الکترونی

بدون نوشتن آرایش الکترونی و با استفاده از عدد اتمی گازهای نجیب هم می‌توانیم شمارهٔ دوره و گروه عنصرها را تعیین کنیم.

تعیین شمارهٔ دوره: گازهای نجیب با عددهای اتمی ۲، ۱۰، ۱۸، ۳۶، ۵۴، ۸۶ و ۱۱۸ به ترتیب در انتهای دوره‌های اول تا هفتم قرار دارند؛ بنابراین برای تعیین شمارهٔ دورهٔ یک عنصر، کافی است عدد اتمی عنصر مورد نظر را بین عدد اتمی دو گاز نجیب قبل و بعد از آن قرار دهیم. شمارهٔ دورهٔ عنصر با شمارهٔ دورهٔ گاز نجیب با عدد اتمی بیشتر، یکسان است.

بازهٔ عدد اتمی	۱ و ۲	۳-۱۰	۱۱-۱۸	۱۹-۳۶	۳۷-۵۴	۵۵-۸۶	۸۷-۱۱۸
شمارهٔ دورهٔ عنصر	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷

تعیین شمارهٔ گروه: برای تعیین شمارهٔ گروه، سه حالت پیش می‌آید:

۱ اگر عدد اتمی عنصر مورد نظر یک یا دو واحد بیشتر از عدد اتمی یکی از گازهای نجیب باشد، در این حالت شمارهٔ گروه برابر با تفاوت عدد اتمی عنصر با گاز نجیب دورهٔ قبل است. (شمارهٔ گروه برابر ۱ یا ۲ می‌باشد.)

مثال: عنصری با عدد اتمی ۱۹ متعلق به گروه ۱ و عنصری با عدد اتمی ۵۶ متعلق به گروه ۲ است.

$_{56}X: 56-\underbrace{54}_{\text{زنون}}=2 \qquad _{19}X: 19-\underbrace{18}_{\text{آرگون}}=1$

۲ عنصرهایی که در دو ردیف در پایین جدول قرار دارند (عنصرهایی با عدد اتمی ۵۷ تا ۷۰ و ۸۹ تا ۱۰۲) همگی به گروه ۳ تعلق دارند.

۳ برای بقیهٔ عنصرها که عدد اتمی آن‌ها بیش از دو واحد از عدد اتمی گاز نجیب قبل از خود بیشتر است، باید اختلاف عدد اتمی عنصر و گاز نجیب **هم‌دوره‌اش** را از عدد ۱۸ کم کنیم تا شمارهٔ گروه به دست آید.

مثال:

$_{23}A \xrightarrow{23-18=5>2} \text{شمارهٔ گروه} = 18-\underbrace{(36-23)}_{\text{گاز نجیب هم‌دوره}}=5$

$_{17}B \xrightarrow{17-10=7>2} \text{شمارهٔ گروه} = 18-\underbrace{(18-17)}_{\text{گاز نجیب هم‌دوره}}=17$

اتم $_{31}Ga$ در گروه ۱۳ قرار دارد $[13=(31-\underbrace{(36}_{_{36}Kr})-18)]$ و دارای ۳ الکترون ظرفیتی است؛ بنابراین عنصر A با ۳ الکترون ظرفیتی و ۸ الکترون با $l=0$ (زیرلایه‌های $1s^2$، $2s^2$، $3s^2$، $4s^2$)، $_{21}Sc$ یا $_{31}Ga$ است (عنصر گروه ۳ یا ۱۳) که با توجه به آورده‌شدن اتم $_{31}Ga$ در صورت سؤال، قطعاً منظور طراح اتم $_{21}Sc$ است.

$_{21}Sc: [_{18}Ar]\underbrace{3d^1 4s^2}_{\text{الکترون‌های ظرفیت}} \rightarrow \text{گروه } 3$

عنصر $_{39}Y$ که عدد اتمی آن ۳ واحد بیشتر از گاز نجیب کریپتون ($_{36}Kr$) است نیز در گروه ۳ قرار دارد یا می‌توان نوشت:

$_{39}Y \xrightarrow{39-36=3>2} \text{شمارهٔ گروه} = 18-(54-39)=18-15=3$

۳۹- گزینه ۳

شفاف‌سازی منظور طراح در این سؤال از مناسب‌ترین مادهٔ غذایی، ماده‌ای است که به ازای جرم کم‌تر، انرژی بیشتری را در بدن تولید کند؛ یعنی ارزش سوختی (مقدار انرژی حاصل از سوختن ۱ گرم ماده) آن بیشتر باشد.

گام ۱ ابتدا مناسب‌ترین و نامناسب‌ترین مادهٔ غذایی را از جدول پیدا می‌کنیم.

مناسب‌ترین و نامناسب‌ترین مادهٔ غذایی به ترتیب B و D هستند که به ترتیب بیشترین و کم‌ترین ارزش سوختی را دارند.

گام ۲ انرژی مورد نیاز برای یک ساعت ورزش فرد را محاسبه کرده و حساب می‌کنیم که برای تولید این مقدار انرژی، به چه جرمی از هر کدام از مواد B و D نیاز داریم:

$\text{انرژی مورد نیاز برای یک ساعت ورزش} = 60\,\text{min} \times \frac{22\,\text{kJ}}{1\,\text{min}} = 1320\,\text{kJ}$

$\text{جرم D مورد نیاز} = 1320\,\text{kJ} \times \frac{1\,\text{g}}{4\,\text{kJ}} = 330\,\text{g}$

$\text{جرم B مورد نیاز} = 1320\,\text{kJ} \times \frac{1\,\text{g}}{20\,\text{kJ}} = 66\,\text{g}$

گام ۳ نسبت خواسته‌شده را به دست می‌آوریم:

$\frac{\text{جرم D}}{\text{جرم B}} = \frac{330}{66} = 5$

تیزبازی مقدار مادهٔ مورد نیاز را می‌توان از تقسیم کل انرژی به ارزش سوختی ماده به دست آورد:

$\text{جرم ماده (g)} = \frac{\text{انرژی (kJ)}}{\text{ارزش سوختی } (\text{kJ.g}^{-1})}$

با توجه به این‌که در دو حالت، مقدار انرژی مورد نیاز برابر است، نسبت جرم دو ماده، برابر با معکوس نسبت ارزش سوختی آن‌ها است؛ پس خیلی راحت می‌شد بزرگ‌ترین عدد (۲۰) را به کوچک‌ترین عدد (۴) تقسیم کرد و به جواب رسید. $\frac{20}{4}=5$

۴۰- گزینه ۲

به‌جز عبارت آخر، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

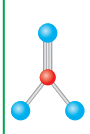
◇ آرایش الکترونی $_{28}Z$ به صورت زیر است:

$_{28}Z: [_{18}Ar]\,3d^8 4s^2 \rightarrow$ دورهٔ ۴، گروه ۱۰

◇ *بله! کاملاً درسته!* هر چه $n+l$، یک زیرلایه کم‌تر باشد، زودتر از الکترون اشغال می‌شود.

◇

نکته ساختار یا همان شکل هندسی و واقعی مولکول‌ها و یون‌های چنداتمی به دو مورد: ۱ شمار اتم‌های متصل به اتم مرکزی (استوکیومتری فرمول شیمیایی) و ۲ شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی روی اتم مرکزی بستگی دارد.

شمار اتم‌های متصل به اتم مرکزی	۲	۳	۴	۲	۳
شمار جفت‌الکترون ناپیوندی اتم مرکزی	۰	۰	۰	۱ یا ۲	۱
شکل گونه	خطی	سه‌ضلعی مسطح	چهاروجهی	خمیده	هرمی
شکل کلی					
مثال	CO_2، N_2O، HCN و SCO	SO_3، CO_3^{2-} و NO_3^-	CCl_4، CH_4، $CHCl_3$ و NH_4^+، SO_4^{2-}	H_2S، H_2O، SO_2 و OF_2، O_3	NH_3، PCl_3 و NF_3، H_3O^+

برای این‌که AD_2 ناقطبی باشد، A نباید جفت‌الکترون ناپیوندی داشته باشد ⇐ $\ddot{D}=A=\ddot{D}$، از این‌رو A باید متعلق به گروه ۱۴ باشد. با مثال هم می‌شد به نتیجه رسید. چه ترکیب ناقطبی به فرم AD_2 می‌شناسین؟؟ *آفرین!* CO_2! کربن (C) متعلق به گروه ۱۴ است.

◆ در مدل اتمی جدید (ساختار لایه‌ای)، اتم را کره‌ای در نظر می‌گیرند که هسته در فضایی بسیار کوچک و در مرکز آن جای دارد و الکترون‌ها در فضایی بسیار بزرگ‌تر و در لایه‌هایی پیرامون هسته توزیع می‌شوند.

۴۱- گزینه ۱

فرمول آلومینیم سولفید، Al_2S_3 است که در هر مول از آن، ۵ مول یون (۲ مول Al^{3+} و ۳ مول S^{2-}) وجود دارد: جرم مولی $Al_2S_3 = (2\times27)+(3\times32)=150\ g.mol^{-1}$

روش استفاده از کسر تناسب: Al_2S_3 ~ ۵ یون

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{Al_2S_3}}=\frac{\text{تعداد ذره}}{\underbrace{\text{عدد آووگادرو}\times\text{ضریب}}_{\text{یون}}}$$

$$\Rightarrow \frac{10}{1\times\frac{150}{3}}=\frac{x}{5\times6/02\times10^{23}} \Rightarrow x=\frac{6/02}{3}\times10^{23}\simeq2\times10^{23}\ \text{یون}$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$10\ g\ Al_2S_3\times\frac{1\ mol\ Al_2S_3}{150\ g\ Al_2S_3}\times\frac{5\ mol\ \text{یون}}{1\ mol\ Al_2S_3}\times\frac{6/02\times10^{23}\ \text{یون}}{1\ mol\ \text{یون}}\simeq2\times10^{23}\ \text{یون}$$

برای قسمت دوم سؤال، در فرمول شیمیایی Al_2S_3، به ازای ۳ مول گوگرد، ۲ مول آلومینیم وجود دارد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{\text{جرم S در } Al_2S_3}{\text{جرم Al در } Al_2S_3}=\frac{\text{جرم مولی S}\times\text{مول S}}{\text{جرم مولی Al}\times\text{مول Al}}=\frac{\cancel{3}\times\cancel{32}^{16}}{\cancel{2}\times27}=\frac{16}{9}$$

۴۲- گزینه ۴

گام نماد کاتیون فلز دو ظرفیتی را به صورت X^{2+} در نظر می‌گیریم و با توجه به فرمول یون فسفات (PO_4^{3-})، فرمول ترکیب یونی حاصل را می‌نویسیم:

$$3X^{2+}+2PO_4^{3-}\rightarrow X_3(PO_4)_2$$

$$X_3(PO_4)_2 \text{ جرم مولی} = 3x+2(31+4(16))=3x+190$$

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\underbrace{\text{مول}}_{\text{ضریب}\times1}}{X^{2+}}=\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{X_3(PO_4)_2}} \Rightarrow \frac{\cancel{0/15}^{0/05}}{\cancel{3}\times1}=\frac{13/1}{1\times(3x+190)}$$

$$\Rightarrow 0/15x+9/5=13/1 \Rightarrow 0/15x=3/6 \Rightarrow x=24$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$0/15\ mol\ X^{2+}\times\frac{1\ mol\ X_3(PO_4)_2}{3\ mol\ X^{2+}}\times\frac{(3x+190)\ g\ X_3(PO_4)_2}{1\ mol\ X_3(PO_4)_2}$$

$$=13/1\ g\ X_3(PO_4)_2 \Rightarrow x=24$$

در بین فلزهای داده‌شده، جرم مولی Mg برابر با ۲۴ گرم بر مول است.

۴۳- گزینه ؟

این سؤال گزینهٔ درست ندارد؛ حالا ببینیم چرا؟

بررسی عبارت‌ها:

◆ به طور کلی، نافلزها می‌توانند الکترون به اشتراک بگذارند. *مواستون باشه* این‌جا کلی صحبت کرده و نباید به موارد استثنایی مثل گازهای نجیب *گیر بدیم!* ✓

◆ *نه اصلاً! کی گفته؟!* چنین مقایسه‌ای رو نداریم! برخی فلزها مانند طلا، پلاتین و ... واکنش‌پذیری کمی دارند و از طرفی برخی نافلزها مانند فلوئور و اکسیژن، واکنش‌پذیری زیادی دارند. ×

◆ در هر گروه با افزایش عدد اتمی و در نتیجه جرم اتمی، خصلت فلزی افزایش می‌یابد. ×

◆ شکننده‌بودن و سطح صیقلی نداشتن جزء ویژگی‌های نافلزها است. در دستهٔ p جدول دوره‌ای (عنصرهای گروه‌های ۱۳ تا ۱۸)، تعداد نافلزهای جامد (۴ عنصر) کم‌تر از شبه‌فلزها (۸ عنصر) و فلزهای جامد است؛ یعنی به طور معمول، عناصر جامد دستهٔ p جدول، نافلز نیستند. ×

نافلزهای جامد ⇒ C, P, S, Se, I

شبه‌فلزها و فلزها ⇒ $\underbrace{Si, Ge}_{\text{شبه‌فلز}}, \underbrace{Al, Ga, Sn, Pb}_{\text{فلز}}, \ldots$

نکته ۱

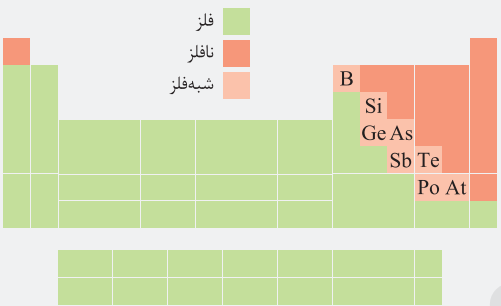
حالت فیزیکی عناصر جدول تناوبی در دما و فشار اتاق

- مایع ← نافلز برم (Br_2) و فلز جیوه (Hg)
- گاز ← Cl_2, F_2, O_2, N_2, H_2 و گازهای نجیب: Rn, Xe, Kr, Ar, Ne, He
- جامد ← به‌جز عناصری که به حالت فیزیکی گاز و مایع هستند، بقیهٔ عناصر جامدند.

۲ فلزها، نافلزها، شبه‌فلزهای جدول تناوبی

◆ شبه فلزها (۸ عنصر) در جدول دوره‌ای همانند مرزی بین فلزها و نافلزها دارند. عنصرهایی که در سمت راست این شبه‌فلزها قرار گرفته‌اند، نافلز و عنصرهایی که در سمت چپ این شبه‌فلزها قرار گرفته‌اند، فلز هستند (البته به‌جز هیدروژن که یک نافلز است).

◆ همهٔ شبه فلزها در دستهٔ p جدول دوره‌ای قرار دارند.



◆ این عبارت هم *نادرسته!* ×

به عنوان نمونه شمار الکترون‌ها در دو زیرلایهٔ آخر $_4Be$ و $_6C$ برابر است، اما Be در گروه ۲ و C در گروه ۱۴ قرار دارد:

$$_4Be: 1s^2 2s^2 \quad , \quad _6C: 1s^2 2s^2 2p^2$$

یا مثلاً برای $_{22}Ti$ و $_{32}Ge$ نیز این قضیه *برقراره!*

$$_{22}Ti: [_{18}Ar]\underbrace{3d^2 4s^2}_{\text{دو زیرلایهٔ آخر}} \rightarrow \text{گروه ۴}$$

$$_{32}Ge: [_{18}Ar]3d^{10}\underbrace{4s^2 4p^2}_{\text{دو زیرلایهٔ آخر}} \rightarrow \text{گروه ۱۴}$$

همان‌طور که دیدید، فقط یک عبارت سؤال درست بود، ولی در گزینه‌ها، (یک) نداریم!

۴۴- گزینه ۲

استراتژی اول تعداد مول Ca^{2+} و Mg^{2+} را حساب کن، بعد با توجه به معادلهٔ موازنه‌شده، ببین این مقدار از Ca^{2+} و Mg^{2+}، چند مول صابون را به رسوب تبدیل می‌کنند و درصد صابون رسوب‌کرده رو به دست بیار! برای قسمت دوم سؤال هم حواست باشه که هر مول Ca^{2+} و هر مول Mg^{2+}، با دو مول یون Na^+ می‌تواند مبادله شود.

گام با توجه به غلظت یون‌ها، تعداد مول آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\text{تعداد مول } Ca^{2+} = 2/5\ L\times\frac{0/0025\ mol}{1\ L}=\frac{5}{2}\times\frac{5}{2}\times10^{-3}=\frac{25}{4}\times10^{-3}$$

$$\text{تعداد مول } Mg^{2+} = 2/5\ L\ \text{آب}\times\frac{1000\ mL\ \text{آب}}{1\ L\ \text{آب}}\times\frac{1\ g\ \text{آب}}{1\ mL\ \text{آب}}\times\frac{264\ g\ Mg^{2+}}{10^6\ g\ \text{آب}}$$

$$\times\frac{1\ mol\ Mg^{2+}}{24\ g\ Mg^{2+}}=\frac{5}{2}\times\frac{\cancel{264}^{11}}{\cancel{24}}\times10^{-3}=\frac{55}{2}\times10^{-3}$$

گام معادلهٔ واکنش داده شده را موازنه کرده و تعداد مول صابون رسوب‌کرده را حساب می‌کنیم.

$$2RCOONa + XCl_2 \rightarrow (RCOO)_2X + 2NaCl$$

با توجه به معادلهٔ واکنش، هر مول Ca^{2+} یا Mg^{2+} (X^{2+} در XCl_2)، ۲ مول صابون ($RCOONa$) را رسوب داده و از چرخهٔ پاک‌کنندگی حذف می‌کند:

$$\text{تعداد مول صابون رسوب‌داده} = 2\times(\underbrace{\frac{25}{4}+\frac{55}{2}}_{\text{مجموع مول } Ca^{2+} \text{ و } Mg^{2+}})\times10^{-3}$$

$$=(\frac{25+110}{2})\times10^{-3}=\frac{135}{2}\times10^{-3}$$

گام تعداد مول اولیهٔ صابون را حساب کرده و درصد صابون رسوب‌کرده را به دست می‌آوریم.

$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \text{مول اولیهٔ صابون} = \frac{27\,g}{300\,g.mol^{-1}} = 0/09\,mol$$

$$\text{درصد صابون رسوب‌کرده} = \frac{\text{مول صابون رسوب‌کرده}}{\text{مول اولیهٔ صابون}}\times100 = \frac{\frac{135}{2}\times10^{-3}}{9\times10^{-2}}\times100 = \%75$$

گام جرم یون Na^+ را حساب می‌کنیم:

در فرایند نرم‌کردن آب سخت، یون‌های کلسیم و منیزیم را با یون سدیم جایگزین می‌کنند.

$$2Na^+ + XCl_2 \rightarrow 2NaCl + X^{2+}$$

یعنی به ازای هر مول کلسیم یا منیزیم، ۲ مول یون سدیم نیاز است:

$$\text{تعداد مول } Na^+ = 2\times(\frac{25}{4}+\frac{55}{2})\times10^{-3} = \frac{135}{2}\times10^{-3}\,mol$$

$$\Rightarrow \text{جرم } Na^+ = \frac{135}{2}\times10^{-3}\,mol\times\frac{23\,g}{1\,mol}$$

با توجه به گزینه‌ها، جواب یا $0/78\,g$ و یا $1/55\,g$ است؛ اگر $\frac{23}{2}$ را به تقریب ۱۰ در نظر بگیریم، جواب $1/35\,g$ خواهد شد؛ پس جواب نهایی قطعاً از $1\,g$ بیشتر است و جواب ۲ است.

مشاوره با یه نگاه به صورت سؤال، معلومه که با یک سؤال *چهر و بد بدن!* و وقت‌گیر روبه‌رو هستیم و اصلاً منطقی نیست که برای دور اول، بریم سراغش! در سر جلسهٔ کنکور، چنین سؤالاتی را در دور اول رها کنید و در دور آخر، اگر وقت اضافه آوردید، *برید سراغشون!*

۴۵- گزینه ۴

نکته فرمول عمومی و نخستین عضو خانوادهٔ آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها در جدول زیر آورده شده است:

نام خانواده	فرمول عمومی	نخستین عضو
آلکان	$C_nH_{2n+2}\ (n\geq1)$	CH_4 (متان)
آلکن	$C_nH_{2n}\ (n\geq2)$	C_2H_4 (اتن یا اتیلن)
آلکین	$C_nH_{2n-2}\ (n\geq2)$	C_2H_2 (اتین یا استیلن)

سومین عضو خانوادهٔ آلکین‌ها، C_4H_6 و سومین عضو خانوادهٔ آلکان‌ها، C_3H_8 است.

$$\text{تعداد مول هر گاز}: 89/6\,L\times\frac{1\,mol}{22/4\,L} = 4$$

$$\text{تفاوت جرم دو هیدروکربن} = \underbrace{4}_{\text{شمار مول‌های دو هیدروکربن}}\underbrace{(C_4H_6-C_3H_8)}_{\text{تفاوت جرم مولی دو هیدروکربن}} = 4(\underbrace{C-2H}_{12-2}) = 4\times10 = 40\,g$$

حالا باید ببینیم جرم مولی کدام هیدروکربن برابر با ۴۰ گرم است:

بررسی گزینه‌ها:

۱) اتان: $C_2H_6 \leftarrow 30\,g.mol^{-1}$

۲) اتین: $C_2H_2 \leftarrow 26\,g.mol^{-1}$

۳) دومین عضو آلکن‌ها: $C_3H_6 \leftarrow 42\,g.mol^{-1}$

۴) دومین عضو آلکین‌ها: $C_4H_6 \leftarrow 40\,g.mol^{-1}$

۴۶- گزینه ۲

نکته در هر دوره از چپ به راست، شعاع اتمی عنصرها کاهش می‌یابد؛ یعنی اگر بی‌خیال گازهای نجیب بشیم، در هر دوره (به‌جز دورهٔ اول)، عنصرهای گروه ۱ (فلزهای قلیایی)، بیشترین شعاع اتمی و عنصرهای گروه ۱۷ (هالوژن‌ها)، کم‌ترین شعاع اتمی را دارند. هم‌چنین در یک گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی عنصرها افزایش می‌یابد؛ یعنی در گروه‌های جدول، عنصرهای پایین‌تر، شعاع اتمی بزرگ‌تری دارند.

با توجه به نکتهٔ بالا در نمودار داده‌شده، قله‌ها نشان‌دهندهٔ فلز قلیایی و دره‌ها، نشان‌دهندهٔ هالوژن هستند؛ بنابراین جواب درست، ۲ است.

هواستون باشه که نمودار داده‌شده در صورت سؤال، پیوسته است و نظم مشخصی دارد و بخشی از روند تغییر شعاع اتمی عنصرهای اصلی، در کل جدول دوره‌ای (براساس افزایش عدد اتمی) را نشان می‌دهد.

۴۷- گزینه ۳

شفاف‌سازی درصد جرمی مجموع فراورده‌های واکنش در جامد برجای‌مانده؛ یعنی:

$$\frac{\text{مجموع جرم } CaCO_3 \text{ و } MgCO_3}{\text{جرم ناخالصی‌ها} + \text{مجموع جرم } CaCO_3 \text{ و } MgCO_3}\times100$$

استراتژی اول به کمک جرم و در نتیجه تعداد مول CO_2، درصدی از آن که در هر واکنش مصرف می‌شه را حساب کن، بعد به کمک تعداد مول CO_2 مصرف‌شده در هر واکنش، جرم فراورده‌ها و ناخالصی‌ها رو به دست بیار! با معلوم‌شدن جرم جامد برجای‌مانده که می‌شه جرم فراورده‌های تولیدشده ($CaCO_3$ و $MgCO_3$) و ناخالصی‌ها در مواد اولیه، می‌تونی درصد جرمی فراورده‌ها را در این جامد حساب کنی!

گام مول CO_2 مصرف‌شده در هر واکنش را حساب می‌کنیم:

$$\text{تعداد مول } CO_2 = 88\,g\,CO_2\times\frac{1\,mol\,CO_2}{44\,g\,CO_2} = 2\,mol\,CO_2$$

۴۰ درصد از حجم گاز و در نتیجه ۴۰ درصد از مول آن، در واکنش با MgO (واکنش I) و ۶۰ درصد از مول آن، در واکنش با CaO (واکنش II) مصرف شده است.

$$\text{مول } CO_2 \text{ مصرف‌شده در واکنش I} = \frac{40}{100}\times2 = 0/8\,mol$$

$$\text{مول } CO_2 \text{ مصرف‌شده در واکنش II} = \frac{60}{100}\times2 = 1/2\,mol$$

گام معادلهٔ واکنش‌ها را نوشته و به کمک تعداد مول CO_2، جرم ناخالصی‌ها و جرم فراوردهٔ تولیدشده در هر واکنش را محاسبه می‌کنیم: $I)\ MgO + CO_2 \rightarrow MgCO_3$

$$\underbrace{\frac{\text{درصد خلوص}}{100}\times\text{جرم ناخالص}}_{MgO} = \underbrace{\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}\times1}}_{CO_2} = \underbrace{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}}_{MgCO_3}$$

$$\frac{x\times\frac{80}{100}}{1\times40} = \frac{0/8}{1\times1} = \frac{x'}{1\times84} \Rightarrow \begin{cases} x = 40\,g\,MgO \text{ ناخالص} \\ x' = 67/2\,g\,MgCO_3 \end{cases}$$

با توجه به سؤال، درصد خلوص MgO، ٪۸۰ است؛ پس یعنی ۲۰ درصد جرم MgO را ناخالصی‌ها تشکیل داده‌اند.

$$\text{جرم ناخالصی‌های } MgO = 40\times\frac{20}{100} = 8\,g$$

$$II)\ CaO + CO_2 \rightarrow CaCO_3$$

$$\underbrace{\frac{\text{درصد خلوص}}{100}\times\text{جرم ناخالص}}_{CaO} = \underbrace{\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}\times1}}_{CO_2} = \underbrace{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}}_{CaCO_3}$$

$$\frac{y\times\frac{60}{100}}{1\times56} = \frac{1/2}{1\times1} = \frac{y'}{1\times100} \Rightarrow \begin{cases} y = 112\,g\,CaO \text{ ناخالص} \\ y' = 120\,g\,CaCO_3 \end{cases}$$

با توجه به سؤال، درصد خلوص CaO، ٪۶۰ است؛ یعنی ۴۰ درصد جرم CaO را ناخالصی تشکیل داده است:

$$\text{جرم ناخالصی‌های } CaO: 112\times\frac{40}{100} = 44/8\,g$$

گام جرم جامد به‌جای‌مانده را حساب می‌کنیم:

$$\text{جرم جامد به‌جای‌مانده} = \underbrace{\text{جرم فراورده‌های تولیدشده}}_{MgCO_3+CaCO_3} + \text{جرم ناخالصی‌های باقی‌مانده}$$

$$= (67/2+120)+(8+44/8) = 187/2+52/8 = 240\,g$$

گام درصد جرمی فراورده‌ها در جامد به‌جای‌مانده را حساب می‌کنیم:

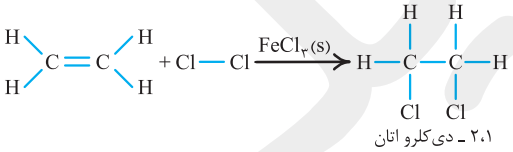
$$\text{درصد جرمی فراورده‌ها} = \frac{\text{مجموع جرم فراورده‌ها}}{\text{جرم کل جامد به‌جای‌مانده}} \times 100 = \frac{187/2}{240} \times 100 = \%78$$

۴۸- گزینه ۲

عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- این واکنش در تمرین‌های دوره‌ای فصل ۳ شیمی یازدهم آورده شده و کاتالیزگر آن، $FeCl_3(s)$ است.
- فراوردهٔ واکنش، سیرشده و نام آن، ۱، ۲ـ دی‌کلرو اتان است.



۱،۲ ـ دی‌کلرو اتان

- جرم مولی فراورده $(C_2H_4Cl_2) = (2\times12)+4+(2\times35/5) = 99\ g.mol^{-1}$

$$24/75\ g\,C_2H_4Cl_2 \times \frac{1\ mol\,C_2H_4Cl_2}{99\ g\,C_2H_4Cl_2} \times \frac{1\ mol\,Cl_2}{1\ mol\,C_2H_4Cl_2} = 0/25\ mol\,Cl_2$$

- برای آزادشدن ۱۷۸ کیلوژول گرما، باید ۱ مول C_2H_4 $(28\ g.mol^{-1})$ و ۱ مول Cl_2 $(71\ g.mol^{-1})$ مصرف شود، یعنی در مجموع $99 = 28+71$ گرم واکنش‌دهنده!

$$8/9\ kJ \times \frac{\text{واکنش‌دهنده } 99\ g}{178\ kJ} = 4/95\ g$$

به کمک کسر تناسب هم می‌شد نوشت:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{C_2H_4+Cl_2}} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{x}{(1\times28)+(1\times71)} = \frac{8/9}{178} \Rightarrow x = 4/95\ g$$

۴۹- گزینه ۱

معادلهٔ سوختن کامل نفتالن به صورت زیر است:

$$C_{10}H_8 + 12O_2 \rightarrow 10CO_2 + 4H_2O$$

برای محاسبهٔ حجم O_2 با *دو روش در ضمنتونیم*:

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{C_{10}H_8}} = \frac{\text{حجم}}{\underbrace{22/4\times\text{ضریب}}_{O_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{6/4}{1\times128} = \frac{x}{12\times22/4} \Rightarrow x = \frac{12\times224}{2\times100} = 13/44\ LO_2$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$6/4\ g\,C_{10}H_8 \times \frac{1\ mol\,C_{10}H_8}{128\ g\,C_{10}H_8} \times \frac{12\ mol\,O_2}{1\ mol\,C_{10}H_8} \times \frac{22/4\ LO_2}{1\ mol\,O_2} = 13/44\ LO_2$$

برای قسمت دوم سؤال باید ببینیم که ۱۳/۴۴ لیتر O_2 از تجزیهٔ چند گرم محلول هیدروژن پراکسید به دست می‌آید:

$$2H_2O_2 \rightarrow 2H_2O + O_2$$

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم محلول}\times\frac{\text{درصد جرمی}}{100}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{H_2O_2}} = \frac{\text{حجم}}{\underbrace{22/4\times\text{ضریب}}_{O_2}}$$

$$\xrightarrow{\frac{50}{100}=\frac{1}{2}} \frac{x\times\frac{1}{2}}{2\times34} = \frac{13/44}{1\times22/4} \Rightarrow x = 34\times2/4 = 81/6\ g$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$13/44\ LO_2 \times \frac{1\ mol\,O_2}{22/4\ LO_2} \times \frac{2\ mol\,H_2O_2}{1\ mol\,O_2} \times \frac{34\ g\,H_2O_2}{1\ mol\,H_2O_2} \times \underbrace{\frac{100\ g}{50\ g\,H_2O_2}}_{\text{کسر مربوط به درصد جرمی}}$$

$$= 81/6\ g \text{ محلول}$$

نکته در مسائل استوکیومتری که درصد جرمی جزء اطلاعات سؤال است، می‌توانید برای سرعت بیشتر، به جای استفاده از فرمول درصد جرمی، از کسر تبدیل معادل آن استفاده کنید. مثلاً می‌توان نوشت:

$$A \text{ درصد جرمی} = a \Rightarrow \frac{a\ g\ A}{100\ g \text{ محلول}} \text{ یا } \frac{100\ g \text{ محلول}}{a\ g\ A}$$

۵۰- گزینه ۲

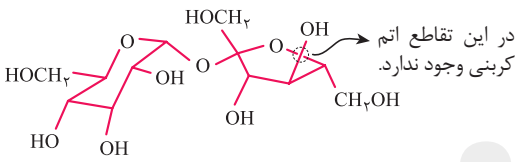
عبارت‌های اول و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- ترکیب داده‌شده، بخش‌های قطبی زیادی دارد و در مجموع یک مولکول قطبی به حساب می‌آید؛ بنابراین در حلال‌های قطبی مانند آب بیشتر حل می‌شود. (بنزن (C_6H_6)، ناقطبی است.)
- ترکیب داده‌شده دارای ۱۲ اتم کربن و ۸ گروه هیدروکسیل $(-OH)$ است:

$$\frac{12}{8} = 1/5$$

بچه‌ها دقت کنید که ساختار داده‌شده، فضایی است؛ پس در محل تلاقی هر دو خطی لزوماً اتم کربن وجود ندارد، در این ساختارها در تقاطع‌هایی که کمی فضای خالی وجود دارد، اتم کربنی وجود ندارد.



- یکی از حلقه‌های موجود در ترکیب داده‌شده (حلقهٔ سمت راست)، ۵ اتمی است.
- ترکیب داده‌شده دارای ۸ عامل الکلی (OH) است. اگر به جای آن‌ها، ۸ گروه متیل (CH_3) قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$-8OH + 8CH_3 = 8(-17+15) = 8\times(-2) = -16\ g$$

۵۱- گزینه ۴

برای رسیدن به واکنش $\frac{1}{2}Cl_2(g) \rightarrow Cl^-(aq)$، باید واکنش سوم را وارونه (به خاطر Cl^-)، واکنش اول را وارونه و در $\frac{1}{2}$ ضرب کنیم (به خاطر $\frac{1}{2}Cl_2$). همچنین برای حذف H_2، واکنش دوم را باید در $\frac{1}{2}$ ضرب کنیم:

$$HCl(aq) \rightarrow \frac{1}{2}H_2(g) + \frac{1}{2}Cl_2(g) \qquad -\frac{1}{2}\Delta H_1$$

$$\frac{1}{2}H_2(g) \rightarrow H^+(aq) \qquad \frac{1}{2}\Delta H_2$$

$$Cl^-(aq) + H^+(aq) \rightarrow HCl(aq) \qquad -\Delta H_3$$

$$Cl^-(aq) \rightarrow \frac{1}{2}Cl_2(g) \qquad \Delta H_{\text{کل}}$$

$$\Delta H_{\text{کلی}} = -\frac{1}{2}\Delta H_1 + \frac{1}{2}\Delta H_2 - \Delta H_3$$

$$= -\frac{1}{2}(-184/6) + 0 - (-75/2) = 92/3 + 75/2 = 167/5\ kJ$$

ΔH واکنش، مثبت و فرایند گرماگیر است.

۵۲- گزینه ۳

به‌جز عبارت دوم، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◇ با توجه به ساختار داده‌شده، فرمول مولکولی کافئین به صورت $C_8H_{12}N_4O_2$ است.[1]

$$\text{جرم مولی } C_8H_{12}N_4O_2 = (8\times12)+12+(4\times14)+(2\times16) = 196\ g.mol^{-1}$$

$$0/2\ mol\ C_8H_{12}N_4O_2 \times \frac{196\ g\ C_8H_{12}N_4O_2}{1\ mol\ C_8H_{12}N_4O_2} = 39/2\ g$$

◇ هر عامل آمیدی ($-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-N-$) و هر عامل آمینی ($-\overset{|}{N}-$)، یک اتم نیتروژن دارد. با توجه به عبارت که گفته ۳ عامل آمیدی و ۳ عامل آمینی، پس باید ۶ اتم N داشته باشیم، اما ۴تا داریم.

◇ هر ۱۲ اتم هیدروژن موجود در ساختار ترکیب، در پیوند $C-H$ وجود دارند. از طرفی در ساختار این ترکیب، ۱۰ پیوند $C-N$ وجود دارد. $12-10=2$

◇

نکته شمار پیوندهای اشتراکی در ترکیبی شامل C، H، N و O را می‌توان از رابطهٔ زیر محاسبه کرد:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{\text{تعداد اکسیژن}(\times2)+\text{تعداد نیتروژن}(\times3)+\text{تعداد هیدروژن}(\times1)+\text{تعداد کربن}(\times4)}{2}$$

$$\text{شمار پیوندها در } C_8H_{12}N_4O_2 = \frac{\overbrace{(4\times8)}^{C}+\overbrace{(1\times12)}^{H}+\overbrace{(3\times4)}^{N}+\overbrace{(2\times2)}^{O}}{2} = 30$$

هر اتم اکسیژن، دو جفت‌الکترون ناپیوندی و هر اتم نیتروژن، ۱ جفت‌الکترون ناپیوندی دارد:

$$\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی} = \underbrace{(2\times2)}_{O}+\underbrace{(4\times1)}_{N} = 8$$

$$\frac{\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{30}{8} = \frac{24}{8}+\frac{6}{8} = 3/75$$

۵۳- گزینه ۱

شفاف‌سازی عبارت «اگر سرعت متوسط تغییر غلظت مادهٔ X به سرعت واکنش نزدیک‌ترین باشد»، یعنی ضریب مادهٔ X در معادلهٔ واکنش برابر ۱ باشد یا به عبارت دیگر، **مادهٔ X کوچک‌ترین ضریب را داشته باشد.**

نکته اگر سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد بر ضریب استوکیومتری‌شان تقسیم شود، سرعت متوسط واکنش به دست می‌آید. واضح است که اگر ضریب استوکیومتری ماده‌ای در معادلهٔ واکنش برابر ۱ باشد، سرعت متوسط واکنش با سرعت آن ماده برابر خواهد بود.

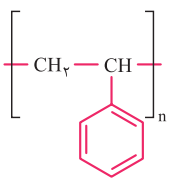
$$aA+bB \rightarrow cC+dD$$

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d}$$

می‌دانیم که تغییرات غلظت مواد در یک بازهٔ زمانی، متناسب با ضرایب استوکیومتری آن‌ها است؛ بنابراین ضریب استوکیومتری A از D بزرگ‌تر است. از طرفی از تقسیم سرعت متوسط یک ماده به ضریب استوکیومتری آن، سرعت متوسط واکنش به دست می‌آید. از آن‌جایی که سرعت متوسط X با سرعت متوسط واکنش نزدیک‌ترین است، نتیجه می‌گیریم که ضریب X در معادلهٔ موازنه‌شده، از بقیهٔ مواد کوچک‌تر است.

۵۴- گزینه ۲

به‌جز مورد اول، بقیهٔ موارد نادرست‌اند.

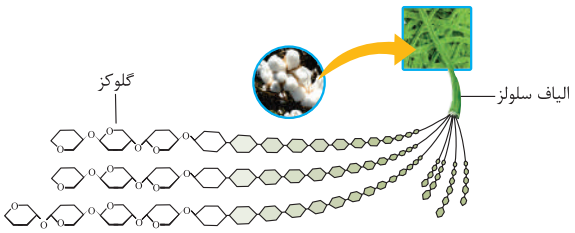


بررسی عبارت‌ها:

◇ مثلاً در ساختار پلی‌استیرن، پیوند دوگانهٔ $C=C$ وجود دارد.

◇ در واکنش بسپارش ترکیب‌هایی مانند اتن، وجود پیوند دوگانه *ضروریه!* اما دی‌الکل‌ها و دی‌آمین‌ها که در واکنش تهیهٔ پلی‌استرها و پلی‌آمیدها کاربرد دارند، لزوماً در ساختار خود پیوند دوگانه ندارند.

◇ واحدهای سازندهٔ الیاف پنبه، به کمک اتم اکسیژن به یکدیگر متصل شده‌اند.



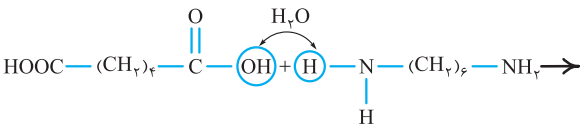
نمایی ساده از الیاف سلولز و مولکول‌های سازندهٔ آن در پنبه

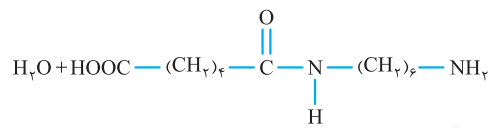
◇ در واکنش تولید پلی‌استرها و پلی‌آمیدها، علاوه بر پلیمر، مولکول آب نیز تولید می‌شود، یعنی یک فراوردهٔ معین نداریم!

۵۵- گزینه ۴

شفاف‌سازی هرچند مواد واکنش‌دهنده، دی‌اسید و دی‌آمین هستند، اما با توجه به این‌که طراح گفته واکنش موازنه شده است و ضرایب همهٔ مواد هم برابر با ۱ است، بنابراین با یک واکنش تهیهٔ آمید سروکار داریم نه پلی‌امید!

همان‌طور که در بخش شفاف‌سازی گفتیم با یک واکنش تهیهٔ آمید سروکار داریم؛ بنابراین ابتدا ساختار آمید حاصل را رسم کرده و واکنش را کامل می‌کنیم:





معادلهٔ واکنش را می‌توان به صورت زیر هم نشان داد:

$$C_6H_{10}O_4 + C_6H_{16}N_2 \rightarrow H_2O + \underbrace{C_{12}H_{24}N_2O_3}_{41\ \text{اتم}}$$

برای قسمت دوم سؤال هم که یک استوکیومتری ساده است، باید روابط استوکیومتری را بین جرم دی‌اسید و فرآوردهٔ آلی واکنش (آمید حاصل) بنویسیم.

$$\text{جرم مولی اسید } (C_6H_{10}O_4) = (6\times12)+10+(4\times16) = 146\ g.mol^{-1}$$

$$\text{جرم مولی فراوردهٔ آلی} = (12\times12)+24+(2\times14)+(3\times16) = 244\ g.mol^{-1}$$

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{C_6H_{10}O_4}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{C_{12}H_{24}N_2O_3}}$$

$$\Rightarrow \frac{29/2}{146} = \frac{x}{244} \Rightarrow x = 48/8\ g\ C_{12}H_{24}N_2O_3$$

(0/2 و 1 زیر کسر)

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$\text{فراوردهٔ آلی} = 29/2\ g\ \text{اسید} \times \frac{1\ mol\ \text{اسید}}{146\ g\ \text{اسید}} \times \frac{1\ mol\ \text{فراوردهٔ آلی}}{1\ mol\ \text{اسید}} \times \frac{244\ g\ \text{فراوردهٔ آلی}}{1\ mol\ \text{فراوردهٔ آلی}} = 48/8\ g\ \text{فراوردهٔ آلی}$$

۵۶- گزینه ؟

متأسفانه این سؤال پاسخ درست ندارد، چون فقط به عبارت (عبارت دوم) *درسته!* ولی در گزینه‌ها، (یک) نداریم!

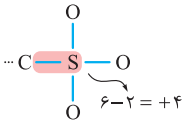
بررسی عبارت‌ها:

◇ پاک‌کننده‌های غیرصابونی ($RC_6H_4SO_3^-Na^+$) دارای دو بخش کاتیونی و آنیونی هستند که این دو بخش با پیوند یونی به یکدیگر متصل‌اند. دقت کنید که اگر بخش آنیونی پاک‌کننده *رو* می‌گفت، این عبارت درست می‌شد.

۱- *البته طراح محترم به پیوند دوگانه کم گذاشته* و فرمول واقعی کافئین $C_8H_{10}N_4O_2$ است.

◆ بله! طبق متن کتاب درسی درسته!

◆ عدد اکسایش گوگرد در پاک‌کننده‌های غیرصابونی برابر ۴+ و در هیدروژن سولفید (H_2S) برابر ۲− است.



$H_2S: 2(+1)+S=0 \Rightarrow S=-2$

◆ در شهر مراغه، صابون سنتی (پاک‌کنندهٔ صابونی) از واکنش چربی‌ها و سدیم هیدروکسید تولید می‌شود.

◆ $RC_6H_4SO_3Na \xrightarrow{R:C_{10}H_{21}} C_{16}H_{25}SO_3Na$

$\Rightarrow$ جرم مولی $= 16(12)+25+32+3(16)+23 = 320\ g.mol^{-1}$

۵۷- گزینه ۳

به‌جز عبارت دوم، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

اول بیایید تکلیف اتم‌های A و B را مشخص کنیم:

عدد اتمی A $= 2+8+18+7=35 \Rightarrow A: {}_{35}Br$

عدد اتمی B $= 2+8+2=12 \Rightarrow B: {}_{12}Mg$

بررسی عبارت‌ها:

◆ برم در گروه ۱۷ قرار دارد و با گرفتن ۱ الکترون به آرایش گاز نجیب ${}_{36}Kr$ می‌رسد.

◆ B همان فلز منیزیم است که الکترون از دست می‌دهد و یک کاهندهٔ قوی است نه اکسندهٔ قوی!

کاهنده	اکسنده
گونه (های) دیگر را کاهش می‌دهد.	گونه (های) دیگر را اکسید می‌کند.
خودش اکسایش می‌یابد (الکترون از دست می‌دهد).	خودش کاهش می‌یابد (الکترون می‌گیرد).

◆ اتم برم با گرفتن الکترون به یون برمید تبدیل می‌شود: $Br + e^- \rightarrow Br^-$

◆ در واکنش بین منیزیم و برم، هر مول منیزیم، دو مول الکترون از دست می‌دهد و ۱ مول فراورده ($MgBr_2$) تشکیل می‌شود. $Mg + Br_2 \rightarrow MgBr_2$

۵۸- گزینه ۲

گام ابتدا غلظت مولی محلول باریم هیدروکسید را حساب می‌کنیم:

$$Ba(OH)_2 \text{ مول} = 427/5\times10^{-3}\ g\ Ba(OH)_2 \times \frac{1\ mol\ Ba(OH)_2}{171\ g\ Ba(OH)_2} = 2/5\times10^{-3}\ mol$$

$$\text{حجم محلول} = \frac{250}{1000}\ L = 2/5\times10^{-1}\ L$$

$$[Ba(OH)_2] = \frac{2/5\times10^{-3}\ mol}{2/5\times10^{-1}\ L} = 10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

گام غلظت یون هیدروکسید و سپس غلظت یون هیدرونیوم و pH محلول را حساب می‌کنیم.

نکته باریم هیدروکسید ($Ba(OH)_2$)، یک باز قوی دوظرفیتی است و در محلول آن، غلظت یون هیدروکسید دو برابر غلظت محلول است:

$[OH^-] = 2[Ba(OH)_2] = 2M$

$$[OH^-] = 2\times10^{-2} \xrightarrow{[H^+][OH^-]=10^{-14}} [H^+] = \frac{10^{-14}}{2\times10^{-2}} = 5\times10^{-13}\ mol.L^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log(5\times10^{-13}) = 13-\log 5 = 13-0/7 = 12/3$$

تله اگه به اشتباه غلظت یون هیدروکسید را با غلظت باریم هیدروکسید برابر در نظر بگیرید (یعنی ضرب در ۲ رو یادتون بره!)، pH محلول را ۱۲ به دست می‌آورید و به اشتباه گزینهٔ ۱ یا ۳ را می‌زنید.

گام معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش را نوشته و جرم رسوب را به دست می‌آوریم:

$3Ba(OH)_2 + 2H_3PO_4 \rightarrow Ba_3(PO_4)_2 + 6H_2O$

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{حجم (L)}\times\text{غلظت مولی}}{\text{ضریب}\times 1}\ (Ba(OH)_2) = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}\ (Ba_3(PO_4)_2) \Rightarrow \frac{10^{-2}\times150\times10^{-3}}{3\times1} = \frac{x}{1\times601}$$

$\Rightarrow x = 300/5\times10^{-3}\ g = 300/5\ mg\ Ba_3(PO_4)_2$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$\frac{150}{1000}\ L\ Ba(OH)_2(aq)\times\frac{10^{-2}\ mol\ Ba(OH)_2}{1\ L\ Ba(OH)_2(aq)}\times\frac{1\ mol\ Ba_3(PO_4)_2}{3\ mol\ Ba(OH)_2}$$

$$\times\frac{601\ g\ Ba_3(PO_4)_2}{1\ mol\ Ba_3(PO_4)_2}\times\frac{10^3\ mg}{1\ g} = 300/5\ mg\ Ba_3(PO_4)_2$$

۵۹- گزینه ۴

شفاف‌سازی ۱ کاغذ pH را به رنگ آبی درمی‌آورد، یعنی محلول آن خاصیت بازی دارد. ۲ رسانایی الکتریکی نزدیک به محلول پتاسیم کلرید دارد، یعنی مانند پتاسیم کلرید (KCl)، در هر مول آن ۲ مول یون وجود داشته باشد.

نکته کاغذ pH در محلول‌های اسیدی به رنگ سرخ و در محلول‌های بازی به رنگ آبی درمی‌آید.

محلول‌های بازی، کاغذ pH را به رنگ آبی درمی‌آورند.

آمین‌ها (مانند متیل آمین) و سود سوزآور ($NaOH$)، جزء ترکیب‌های بازی هستند.

هر مول $NaOH$ مانند هر مول KCl، دو مول یون در آب پدید می‌آورد؛ به همین دلیل رسانایی الکتریکی محلول آن‌ها به تقریب با هم برابر است.

بدانید و آگاه باشید! که آمین‌ها مانند آمونیاک، جزء بازهای ضعیف هستند.

۶۰- گزینه ۳

نکته

اکسنده ← گونه‌ای که عدد اکسایش آن کاهش می‌یابد.

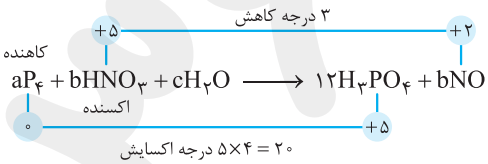
کاهنده ← گونه‌ای که عدد اکسایش آن افزایش می‌یابد.

عبارت‌های اول تا چهارم درست‌اند.

خب اول بریم سراغ تکمیل موازنهٔ واکنش. اولاً دقت کنید که طراح محترم! ضریب NO رو در این واکنش به شما نداده پس به اشتباه ضریب اون رو ۱ در نظر نگیرید. در سمت چپ معادلهٔ واکنش، b تا اتم N وجود دارد، بنابراین در سمت راست هم باید تعداد اتم‌های N، b تعداد باشد نه یکی! *خوب بود طراح محترم نقطه‌چینی، چیزی پشت NO می‌ذاشت! پی بگیم؟!*

$aP_4 + bHNO_3 + cH_2O \rightarrow 12H_3PO_4 + bNO$

با توجه به عبارت‌ها، بهتره که موازنهٔ واکنش را به روش تغییر عدد اکسایش انجام دهیم، به این صورت که مقدار تغییر عدد اکسایش گونه‌های کاهنده و اکسنده را به صورت برعکس، ضریب هم قرار می‌دهیم و بعد با توجه به ضرایب معلوم، ضرایب بقیهٔ گونه‌ها را تعیین می‌کنیم. فقط حواستون باشه که اگر عنصری که عدد اکسایش آن تغییر کرده است، دارای زیروند باشد، باید تغییر عدد اکسایش آن را در زیروندش ضرب کرده و سپس جابه‌جایی تغییر عدد اکسایش را انجام دهیم.



$\Rightarrow 3P_4 + 20HNO_3 + cH_2O \rightarrow 12H_3PO_4 + 20NO$

در ادامه با موازنهٔ اتم‌های H، ضریب c که برابر ۸ است، مشخص می‌شود.

$3P_4 + 20HNO_3 + 8H_2O \rightarrow 12H_3PO_4 + 20NO$

(a) (b) (c) (b)

بررسی عبارت‌ها:

◆ $\frac{c}{b} = \frac{8}{20} = 0/4$

◆ در این واکنش، عدد اکسایش N از ۵+ در NO_3^- به ۲+ در NO می‌رسد؛ بنابراین یون چندتایی NO_3^- کاهش می‌یابد و نقش اکسنده را ایفا می‌کند.

◆ عدد اکسایش همهٔ اتم‌های اکسیژن در دو سمت معادله برابر با ۲− است.

◆ در معادلهٔ موازنه‌شده، ضریب استوکیومتری HNO_3 و NO برابر است.

◇ در واکنش مورد نظر، عدد اکسایش فسفر از صفر در P_4 به $+5$ در H_3PO_4 رسیده است؛ بنابراین گونهٔ کاهنده همان P_4 است. با توجه به این‌که در P_4، ۴ اتم فسفر وجود دارد، تغییر عدد اکسایش هر گونهٔ کاهنده برابر با $۲۰ = ۵ \times ۴$ است. از طرفی تغییر عدد اکسایش در گونهٔ اکسنده (HNO_3 یا NO_3^-) برابر با ۳ است (عدد اکسایش N از $+5$ در HNO_3 به $+2$ در NO می‌رسد.) $۲۰ - ۳ = ۱۷$ = تفاوت تغییر عدد اکسایش

ضریب استوکیومتری هیچ‌یک از واکنش‌دهنده‌ها برابر با ۱۷ نیست.

۶۱- گزینه ۲

درس‌نامه اثر کاتالیزگر بر واکنش:

کاتالیزگر این موارد را کاهش می‌دهد	کاتالیزگر این موارد را افزایش می‌دهد	کاتالیزگر این موارد را تغییر نمی‌دهد
◇ انرژی فعال‌سازی واکنش ◇ سطح انرژی ذرهٔ تشکیل‌شده در قلهٔ نمودار انرژی ـ پیشرفت واکنش ◇ زمان انجام واکنش	◇ سرعت واکنش (شیب نمودار غلظت ـ زمان) ◇ پایداری ذرهٔ تشکیل‌شده در قلهٔ نمودار انرژی ـ پیشرفت واکنش	◇ سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها ◇ ΔH واکنش ◇ مقدار نهایی فراورده‌ها

با توجه به این‌که ΔH واکنش منفی است، واکنش مورد نظر گرماده است و در واکنش‌های گرماده، سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها بیشتر از فراورده‌ها می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها: ① کاتالیزگر، آنتالپی واکنش و محتوای انرژی فراورده‌ها را تغییری نمی‌دهد.

③ در واکنش‌های گرماده، فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها پایدارترند، اما کاتالیزگر ΔH واکنش را تغییر نمی‌دهد؛ بنابراین مقدار گرمای مبادله‌شده با محیط تغییری نمی‌کند.

④ کاتالیزگر سرعت واکنش را افزایش می‌دهد، اما سطح انرژی و پایداری مواد واکنش‌دهنده و فراورده را تغییر نمی‌دهد.

۶۲- گزینه ۳

نکته سلول‌های گالوانی در یک نگاه!

نیم‌سلول آند	نیم‌سلول کاتد
قطب منفی	قطب مثبت
در آن نیم‌واکنش اکسایش صورت می‌گیرد.	در آن نیم‌واکنش کاهش صورت می‌گیرد.
E° آن نسبت به E° کاتد، کوچک‌تر است.	E° آن نسبت به E° آند، بزرگ‌تر است.
با گذشت زمان، غلظت کاتیون مربوط به آند در آن زیاد می‌شود.	با گذشت زمان، غلظت کاتیون مربوط به کاتد در آن کم می‌شود.
به طور معمول جرم تیغه کاهش می‌یابد (لاغر می‌شود).	به طور معمول جرم تیغه افزایش می‌یابد (چاق می‌شود).
آنیون‌ها با عبور از دیوارهٔ متخلخل وارد آن می‌شوند.	کاتیون‌ها با عبور از دیوارهٔ متخلخل وارد آن می‌شوند.

عبارت‌های اول و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◇ E° نیم‌سلول آلومینیم کم‌تر از منگنز است؛ بنابراین در سلول مورد نظر، آلومینیم نقش آند و منگنز نقش کاتد را ایفا می‌کند.

$$۲Al \rightarrow ۲Al^{۳+} + ۶e^-$$

$$۳Mn^{۲+} + ۶e^- \rightarrow ۳Mn$$

$$۲Al + ۳Mn^{۲+} \rightarrow ۲Al^{۳+} + ۳Mn$$

◇ با انجام واکنش، غلظت یون‌های آلومینیم افزایش و غلظت یون‌های منگنز کاهش می‌یابد.

با توجه به ضرایب مواد در واکنش، تغییرات غلظت $Mn^{۲+}$، $\frac{۳}{۲}$ برابر تغییرات غلظت $Al^{۳+}$ است؛ بنابراین شیب تغییرات غلظت یون‌ها قرینهٔ یکدیگر نیست، بلکه شیب تغییرات غلظت یکی، $-\frac{۳}{۲}$ برابر دیگری است.

◇ در سلول‌های گالوانی، الکترون‌ها از آند به کاتد حرکت می‌کنند و از جرم تیغهٔ آند (قطب منفی)، کاسته می‌شود.

◇ محلول منگنز (II) سولفات در نیم‌واکنش کاتدی شرکت می‌کند (یون $Mn^{۲+}$ کاهش می‌یابد)، هرچند محلول آلومینیم سولفات در نیم‌واکنش آندی نقشی ندارد (یون‌های $Al^{۳+}$ و $SO_4^{۲-}$ نمی‌توانند اکسایش یابند)، اما با توجه به معادلهٔ کلی واکنش *(که احتمالاً منظور طراح هم همین بوده!)*، می‌توان این عبارت را درست در نظر گرفت. ($Al^{۳+}$ به عنوان فراورده در واکنش حضور دارد.)

۶۳- گزینه ۱

درس‌نامه روش تشخیص مواد مولکولی، کووالانسی و یونی

① مواد یونی به طور معمول از واکنش یک فلز با نافلز یا یون‌های چنداتمی تشکیل می‌شوند.

مثال: $NaCl$، $MgCO_3$ و NH_4NO_3 از جمله مواد یونی‌اند.

② مواد مولکولی به طور معمول از واکنش دو یا چند نافلز تشکیل می‌شوند.

مثال: CO_2، CH_4، PCl_3 و SO_3 از جمله مواد مولکولی‌اند.

◇ نیروی جاذبهٔ بین مولکولی در مواد مولکولی که در ساختار آن‌ها، H متصل به یکی از اتم‌های F، O یا N وجود دارد، از نوع پیوند هیدروژنی است، مانند HF، NH_3 و H_2O.

③ تعداد مواد کووالانسی محدود است و به طور عمده از اتم‌های کربن و سیلیسیم تشکیل شده‌اند.

مثال: گرافیت، الماس، Si، SiO_2 و SiC از جمله مواد کووالانسی هستند.

مادهٔ مولکولی: F_2، HCN، H_2O، SO_2، PCl_3، C_6H_{12}، CO_2، C_6H_6 و HF

مادهٔ کووالانسی: $C(s,$ الماس$)$، $C(s,$ گرافیت$)$ و SiO_2

جامد یونی: $NaCl$ و $NaNO_3$

پیوند هیدروژنی: مادهٔ مولکولی دارای یکی از پیوندهای H — F، N — H و O — H

H_2O و HF

۶۴- گزینه ۱

گام جدول تغییرات را رسم کرده و x (مول مصرف‌شدهٔ N_2) را حساب می‌کنیم.

	N_2	+	$۳H_2$	$\rightleftharpoons$	$۲NH_3$
مول اولیه:	۳		۴		۰
تغییر مول:	$-x$		$-۳x$		$+۲x$
مول تعادلی:	$۳-x$		$۴-۳x$		$۲x$

$$\text{مول تعادلی } N_2 = ۲ \Rightarrow ۳ - x = ۲ \Rightarrow x = ۱$$

گام غلظت‌های تعادلی مواد را در رابطهٔ ثابت تعادل قرار می‌دهیم:

$$K = \frac{[NH_3]^۲}{[N_2][H_2]^۳} = \frac{(\frac{۲}{۵})^۲}{(\frac{۲}{۵})(\frac{۱}{۵})^۳} = \frac{۲}{۵} \times ۵^۳ = ۲ \times ۱۲۵ = ۵۰$$

۶۵- گزینه ۳

عبارت‌های دوم، چهارم و پنجم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◇ فرمول پارازایلن، C_8H_{10} و جرم مولی آن ۱۰۶ گرم بر مول است:



پارازایلن

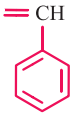
نکته درصد جرمی یک عنصر در ترکیب از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\text{درصد جرمی عنصر} = \frac{\text{جرم عنصر در ۱ مول ترکیب}}{\text{جرم مولی ترکیب}} \times ۱۰۰$$

$$= \frac{\text{جرم مولی اتم عنصر} \times \text{تعداد اتم عنصر}}{\text{جرم مولی ترکیب}} \times ۱۰۰$$

درصد جرمی C در C_8H_{10} $= \frac{8\times 12}{106}\times 100 = \frac{4800}{53} > 90$

- در هر دو مولکول پارازایلن (C_8H_{10}) و استیرن (C_8H_8)، ۸ اتم کربن وجود دارد.



استیرن

- اتانوئیک اسید را نمی‌توان به طور مستقیم از اتن تهیه کرد. اتن را باید اول به اتانول (الکل) و سپس اتانول را به اتانوئیک اسید تبدیل کرد.
- *بله! درسته!* البته بهتر بود طراح محترم، به فشار بالای لازم برای انجام واکنش هم اشاره می‌کرد.

$$CO(g)+2H_2(g) \xrightarrow[\text{دما و فشار مناسب}]{\text{کاتالیزگر}} CH_3OH(l)$$

- پلیمر داده‌شده، همان PET است که مونومرهای سازندهٔ آن، الکل دوعاملی $(HO-CH_2-CH_2-OH)$ و اسید دوعاملی $(HO-C(=O)-C_6H_4-C(=O)-OH)$ هستند.

ریاضیات

۶۶- گزینه ۴

استراتژی جملهٔ اول را a و قدرنسبت دنباله را q در نظر می‌گیریم. در این صورت با توجه به این‌که قدرنسبت طبیعی و بزرگ‌تر از یک است، کوچک‌ترین جمله a و بزرگ‌ترین جمله aq^4 می‌شود. از طرفی حداقل مقدار جملات ۱ و حداکثر آن ۱۰۰ است که با بررسی $1 \le a$ و $aq^4 \le 100$ مقادیر قابل قبول برای q به دست می‌آیند. در آخر با حالت‌بندی‌کردن برحسب مقادیر q جواب حاصل می‌شود.

گام ۵ جملهٔ این دنبالهٔ هندسی را a، aq، aq^2، aq^3 و aq^4 در نظر می‌گیریم. قدرنسبت این دنباله، طبیعی و بزرگ‌تر از یک است؛ پس ترتیب جملات به صورت زیر می‌شود:

$$a < aq < aq^2 < aq^3 < aq^4$$

گام حداقل مقدار جملات این دنباله‌ها می‌تواند برابر ۱ و حداکثر آن برابر ۱۰۰ باشد، حالا کوچک‌ترین جمله (یعنی a) را برابر حداقل مقدار خود $(a=1)$ در نظر می‌گیریم تا مقادیر قابل قبول برای q مشخص شوند.

$a=1$ است، پس بزرگ‌ترین جمله $aq^4 = q^4$ می‌شود که q^4 باید کوچک‌تر یا مساوی ۱۰۰ باشد. با امتحان‌کردن مقادیر طبیعی و بزرگ‌تر از ۱ برای q متوجه می‌شویم که فقط وقتی $q^4 \le 100$ می‌شود که q برابر ۲ یا ۳ باشد $(2^4 = 16, 3^4 = 81)$.

گام تعداد حالاتی را می‌شماریم که $q=2$ است:

۵ جملهٔ دنبالهٔ هندسی: $a, aq, aq^2, aq^3, aq^4 = a, 2a, 4a, 8a, 16a$

$$\left.\begin{array}{l} 1 \le a \Rightarrow \text{کوچک‌ترین جمله} \\ 16a \le 100 \Rightarrow a \le 6/25 \Rightarrow \text{بزرگ‌ترین جمله} \end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} 1 \le a \le 6/25 \xrightarrow{a\in\mathbb{N}} a = 1,2,\dots,6$$

در این حالت، ۶ دنباله داریم.

گام حالا تعداد حالاتی را می‌شماریم که $q=3$ است:

۵ جملهٔ دنبالهٔ هندسی: $a, aq, aq^2, aq^3, aq^4 = a, 3a, 9a, 27a, 81a$

$$\left.\begin{array}{l} 1 \le a \Rightarrow \text{کوچک‌ترین جمله} \\ 81a \le 100 \Rightarrow a \le \frac{100}{81} \Rightarrow \text{بزرگ‌ترین جمله} \end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} 1 \le a \le \frac{100}{81} \xrightarrow{a\in\mathbb{N}} a = 1$$

این‌جا هم، ۱ دنباله داریم.

بنابراین کلاً $6+1=7$ دنباله با ویژگی خواسته‌شده داریم.

۶۷- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ در تابع درجه‌دوم $y = ax^2 + bx + c$، اگر $a > 0$ باشد، سهمی رو به بالا است و حداقل مقدار آن برابر عرض رأس سهمی، یعنی $-\frac{\Delta}{4a}$ می‌شود. اگر $a < 0$ باشد، سهمی رو به پایین است و حداکثر مقدار آن هم $-\frac{\Delta}{4a}$ می‌شود.

۲ محور تقارن سهمی $y = ax^2 + bx + c$ برابر $x = -\frac{b}{2a}$ است.

۳ روش روسی برای حل معادلهٔ درجه‌دوم: برای به دست آوردن ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دومی مثل $ax^2 + bx + c = 0$ که ضریب x^2 برابر ۱ نیست (و با تجزیه به راحتی حل نمی‌شود) می‌توانیم از این تکنیک استفاده کنیم که ابتدا a را در c ضرب کنیم تا ضریب x^2 برابر ۱ شود، یعنی:

$$a\,x^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{\text{ضرب}} x^2 + bx + ac = 0$$

حالا باید ریشه‌های معادلهٔ $x^2 + bx + ac = 0$ را با تجزیه به دست آوریم و هر دو ریشهٔ به‌دست‌آمده را تقسیم بر a کنیم تا ریشه‌های معادلهٔ اصلی، یعنی $ax^2 + bx + c = 0$ به دست آیند.

گام کم‌ترین مقدار تابع $y = mx^2 - 12x + 5m - 1$ برابر ۲ است، حالا با توجه به مورد (۱) درس‌نامه داریم:

$$-\frac{\Delta}{4a} = 2 \Rightarrow -\frac{144 - 4m(5m-1)}{4m} = 2$$

$$\xrightarrow{\text{صورت و مخرج تقسیم بر ۴}} -\frac{36 - m(5m-1)}{m} = 2 \Rightarrow -\frac{36 - 5m^2 + m}{m} = 2$$

$$\Rightarrow 36 - 5m^2 + m = -2m \Rightarrow 5m^2 - 3m - 36 = 0$$

گام از روش روسی برای به دست آوردن ریشه‌های معادلهٔ $5m^2 - 3m - 36 = 0$ استفاده می‌کنیم:

$$5\,m^2 - 3m - 36 = 0 \xrightarrow{\times 5} m^2 - 3m - 180 = 0$$

$$\Rightarrow (m-15)(m+12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 15 \\ m = -12 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم بر ۵}} \begin{cases} m = \frac{15}{5} = 3 \\ m = -\frac{12}{5} \end{cases}$$

گام طبق گفتهٔ سؤال، تابع $y = mx^2 - 12x + 5m - 1$، min دارد، پس ضریب x^2 یا همان m باید مثبت باشد و $m = 3$ قابل قبول است.

گام در آخر به جای m در $y = mx^2 - 12x + 5m - 1$، ۳ قرار می‌دهیم و محور تقارن سهمی را با کمک مورد (۲) درس‌نامه به دست می‌آوریم:

$$y = 3x^2 - 12x + 14 \xrightarrow{\text{محور تقارن سهمی}} x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-12}{2\times 3} = +2$$

مشاوره معادلهٔ درجه‌دوم و تابع درجه‌دوم، جزء پای ثابت‌های کنکور سراسری هستند. خبر خوب این است که سؤالات این مبحث عموماً ساده هستند و به راحتی می‌توانید به آن‌ها پاسخ دهید.

۶۸- گزینه ۱

استراتژی ابتدا در معادلهٔ اصلی، یک بار به جای x قرار دهید α و یک بار به جای x قرار دهید β تا $\alpha^2 = -6\alpha - a$ و $\beta^2 = -6\beta - a$ حاصل شود. حالا در معادلهٔ داده‌شده، مقادیر α^2 و β^2 را جای‌گذاری کنید و از S و P کمک بگیرید تا معادله ساده‌تر شود. در آخر ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم را به دست آورده و در معادله قرار دهید.

گام α و β ریشه‌های معادله هستند، پس می‌توانیم به جای x در معادلهٔ $x^2 + 6x + a = 0$، α و β را قرار دهیم:

$$\begin{cases} \alpha^2 + 6\alpha + a = 0 \Rightarrow \alpha^2 = -6\alpha - a \\ \beta^2 + 6\beta + a = 0 \Rightarrow \beta^2 = -6\beta - a \end{cases}$$

گام در معادلهٔ داده‌شده برحسب α و β، α^2 و β^2 را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$3\alpha^2 + 2\beta^2 = 12\sqrt{2} + 85 \Rightarrow 3(-6\alpha - a) + 2(-6\beta - a) = 12\sqrt{2} + 85$$

$$\Rightarrow -18\alpha - 12\beta - 5a = 12\sqrt{2} + 85$$

گام به جای -۱۸α می‌نویسیم $-۶\alpha-۱۲\alpha$ تا معادله ساده‌تر شود:

$$\underbrace{-۶\alpha-۱۲\alpha}_{-۱۲(\alpha+\beta)}-۱۲\beta-۵a=۱۲\sqrt{۲}+۸۵$$

$\alpha+\beta$ همان S معادلهٔ $x^۲+۶x+a=۰$ است که برابر با $-\frac{b}{a}=-۶$ است. جای $\alpha+\beta$، -۶ قرار می‌دهیم.

$$\underbrace{-۶\alpha-۱۲\times(-۶)}_{۷۲}-۵a=۱۲\sqrt{۲}+۸۵ \Rightarrow -۶\alpha-۵a=۱۲\sqrt{۲}+۱۳$$

گام ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $x^۲+۶x+a=۰$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta=۳۶-۴a \Rightarrow \begin{cases} x_۱=\dfrac{-۶+\sqrt{۳۶-۴a}}{۲} \\ x_۲=\dfrac{-۶-\sqrt{۳۶-۴a}}{۲} \end{cases}$$

واضح است که $x_۲<x_۱$ است، پس با توجه به $\alpha<\beta<۰$، باید $\alpha=x_۲$ باشد:

$$\alpha=\frac{-۶-\sqrt{۳۶-۴a}}{۲}=\frac{-۶-\sqrt{۴(۹-a)}}{۲}=\frac{-۶-۲\sqrt{۹-a}}{۲}=-۳-\sqrt{۹-a}$$

گام با جای‌گذاری $\alpha=-۳-\sqrt{۹-a}$ در $-۶\alpha-۵a=۱۲\sqrt{۲}+۱۳$، a را به دست می‌آوریم:

$$-۶(-۳-\sqrt{۹-a})-۵a=۱۲\sqrt{۲}+۱۳$$

$$\Rightarrow ۱۸+۶\sqrt{۹-a}-۵a=۱۲\sqrt{۲}+۱۳ \Rightarrow ۶\sqrt{۹-a}-۵a=۱۲\sqrt{۲}-۵$$

حل معادلهٔ به‌دست‌آمده سخت است. از گزینه‌ها کمک می‌گیریم. به ازای $a=۱$ تساوی برقرار است.

تیزبازی با توجه به این‌که در حاصل $۳\alpha^۲+۲\beta^۲$، عبارت $\sqrt{۲}$ داریم، پس جذر دلتای معادلهٔ $x^۲+۶x+a=۰$ باید ضریب طبیعی از $\sqrt{۲}$ باشد. فقط به ازای $a=۱$ این اتفاق می‌افتد:

$$x^۲+۶x+۱=۰ \Rightarrow \Delta=۳۶-۴=۳۲ \Rightarrow \sqrt{\Delta}=\sqrt{۳۲}=۴\sqrt{۲}$$

۶۹- گزینه ۳

استراتژی دقت کنید! اصلاً نیازی به محاسبهٔ مقادیر a نداریم. ابتدا معادلهٔ اول را با استفاده از مخرج‌مشترک‌گیری و اتحاد مزدوج ساده می‌کنیم. بعد عبارت خواسته‌شده را نیز ساده می‌کنیم و ساده‌شدهٔ عبارت اول را در آن جای‌گذاری می‌کنیم.

نکته فرم کلی اتحاد مزدوج به صورت زیر است:

$$(\bigcirc-\square)(\bigcirc+\square)=\bigcirc^۲-\square^۲$$

گام معادلهٔ اول را ساده می‌کنیم:

$$\frac{۱}{a^۳+۱}+\frac{۱}{a^۳-۱}=۲ \xrightarrow{\text{مخرج‌مشترک}} \underbrace{\frac{a^۳-۱+a^۳+۱}{(a^۳+۱)(a^۳-۱)}}_{\text{مزدوج}}=۲$$

$$\Rightarrow \frac{۲a^۳}{a^۶-۱}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{a^۳}{a^۶-۱}=۱ \Rightarrow a^۶-۱=a^۳ \Rightarrow \underbrace{a^۶=a^۳+۱}_{\text{رابطهٔ (I)}}$$

گام عبارت خواسته‌شده را بدون در نظر گرفتن توانِ ۱۴۰۱، ساده می‌کنیم:

$$\frac{۱}{a^۳-\sqrt{a^۳}+۱}+\frac{۱}{a^۳+\sqrt{a^۳}+۱}=\frac{۱}{a^۳+۱-\sqrt{a^۳}}+\frac{۱}{a^۳+۱+\sqrt{a^۳}}$$

$$=\underbrace{\frac{a^۳+۱+\sqrt{a^۳}+a^۳+۱-\sqrt{a^۳}}{(a^۳+۱)-\sqrt{a^۳})(a^۳+۱)+\sqrt{a^۳})}}_{\text{مزدوج}}=\frac{۲a^۳+۲}{(a^۳+۱)^۲-a^۳}$$

$$=\frac{۲a^۳+۲}{a^۶+۲a^۳+۱-a^۳}=\frac{۲a^۳+۲}{a^۶+a^۳+۱}$$

پس عبارت خواسته‌شده به شکل زیر شد:

$$\left(\frac{۱}{a^۳-\sqrt{a^۳}+۱}+\frac{۱}{a^۳+\sqrt{a^۳}+۱}\right)^{۱۴۰۱}=\left(\frac{۲a^۳+۲}{a^۶+a^۳+۱}\right)^{۱۴۰۱}$$

گام حالا در عبارت به‌دست‌آمده، به جای $a^۶$ قرار می‌دهیم $a^۳+۱$ (با توجه به (I)):

$$\left(\frac{۲a^۳+۲}{\underbrace{a^۶}_{a^۳+۱}+a^۳+۱}\right)^{۱۴۰۱}=\left(\frac{۲a^۳+۲}{۲a^۳+۲}\right)^{۱۴۰۱}=۱^{۱۴۰۱}=۱$$

۷۰- گزینه ۴

استراتژی ضابطهٔ f را از حالت رادیکالی به حالت قدرمطلقی تبدیل و آن را رسم کنید تا مشخص شود در کدام بازه نزولی است. سپس ضابطهٔ وارون تابع در آن بازه به سادگی به دست می‌آید، اما باید حواستان باشد که دامنهٔ $f^{-۱}$ همان برد f است تا در دام سؤال نیفتید!

درس‌نامه ۱ برای به دست آوردن ضابطهٔ وارون یک تابع، ابتدا جای x و y را عوض و سپس y را تنها می‌کنیم. برای مثال:

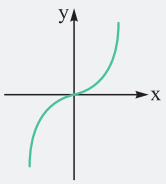
$$f(x)=x^۳+۲ \Rightarrow y=x^۳+۲$$

$$\xrightarrow{\text{جای x و y رو عوض کن.}} x=y^۳+۲ \Rightarrow y^۳=x-۲$$

$$\Rightarrow y=\sqrt[۳]{x-۲} \Rightarrow f^{-۱}(x)=\sqrt[۳]{x-۲}$$

۲ دامنهٔ تابع f برابر برد $f^{-۱}$ و برد تابع f برابر دامنهٔ $f^{-۱}$ است.

۳ نمودار تابع $y=x^۳$ به شکل مقابل است:



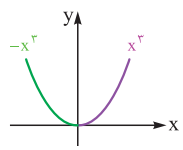
گام $\sqrt{x^۲}=|x|$، پس می‌توانیم ضابطهٔ f را ساده‌تر بنویسیم:

$$f(x)=x^۲\sqrt{x^۲}=x^۲|x|$$

گام با توجه این‌که ریشهٔ عبارت داخل قدرمطلق $x=۰$ است، پس در دو محدودهٔ $x\geq ۰$ و $x<۰$ ضابطهٔ f را ساده‌تر می‌نویسیم.

$$f(x)=x^۲|x|=\begin{cases} x^۲(x) & x\geq ۰ \\ x^۲(-x) & x<۰ \end{cases} \Rightarrow f(x)=\begin{cases} x^۳ & x\geq ۰ \\ -x^۳ & x<۰ \end{cases}$$

گام نمودار f را می‌کشیم:



گام با توجه به نمودار رسم‌شده برای f، مشخص است که f در بازهٔ $(-\infty,۰]$ نزولی است و ضابطهٔ آن در این بازه $y=-x^۳$ می‌شود. حالا ضابطهٔ $f^{-۱}$ را به دست می‌آوریم:

$$y=-x^۳ \xrightarrow{\text{جای x و y رو عوض کن.}} x=-y^۳ \Rightarrow y^۳=-x$$

$$\Rightarrow y=\sqrt[۳]{-x} \Rightarrow f^{-۱}(x)=\sqrt[۳]{-x}$$

گام اگر دوباره به نمودار f نگاه کنید، متوجه می‌شوید که برد تابع f در $(-\infty,۰]$ برابر $[۰,+\infty)$ است، پس با توجه به مورد (۲) درس‌نامه، دامنهٔ $f^{-۱}$ نیز برابر $[۰,+\infty)$ می‌شود؛ یعنی:

$$f^{-۱}(x)=\sqrt[۳]{-x}=-\sqrt[۳]{x} \; ; \; \underbrace{x\geq ۰}_{\text{همان برد f}}$$

تله *بچه‌ها هواستون باشه یهو نگفته باشین ما تابع رو توی بازهٔ $(-\infty,۰]$ می‌فواییم، پس دامنهٔ $f^{-۱}$ هم $x\leq ۰$ می‌شه. این‌جوری تو تلهٔ ۲ میفتید.*

مشاوره اکثر سؤالات تابع کنکور سراسری، سؤالاتی ترکیبی هستند، حالا یا ترکیبی بین مباحث مختلف خود تابع، مثل تابع خطی، وارون تابع، ترکیب توابع و ... یا ترکیبی با فصل‌های دیگر از جمله نامعادله، معادلهٔ گویا و گنگ، لگاریتم و ... پس لازم است دید عمیق و مفهومی به این فصل داشته باشید.

۷۱- گزینه ۱

استراتژی نقاط روی خط $x+y=a$ را به صورت $(x,a-x)$ در نظر بگیرید، سپس فاصلهٔ این نقطه از دو نقطهٔ داده‌شده را به دست آورید و مانند دستگاه دو معادله ـ دو مجهول، دو معادلهٔ به‌دست‌آمده را از هم کم کنید تا جواب حاصل شود.

درس‌نامه ۱ فاصلهٔ دو نقطهٔ $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ برابر است با:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

۲ نقطهٔ شناور: هر وقت در سؤالی به ما گفته شود که نقطهٔ A روی نمودار $y = f(x)$ قرار دارد، مختصات این نقطه را به صورت $A(x, f(x))$ در نظر می‌گیریم. برای مثال، نقاط روی تابع $f(x) = x^2 - 4x$ را به صورت $A(x, x^2 - 4x)$ فرض می‌کنیم. دقیقاً همین کار را وقتی گفته شود نقطه روی یک خط قرار دارد نیز انجام می‌دهیم، با این تفاوت که ابتدا y را تنها می‌کنیم و سپس عبارت به‌دست‌آمده را به جای $f(x)$ قرار می‌دهیم. برای مثال برای پیداکردن نقاط روی خط $3x + 5y = 7$ به این صورت عمل می‌کنیم:

$$3x + 5y = 7 \Rightarrow 5y = -3x + 7 \Rightarrow y = \frac{-3x + 7}{5}$$
$$\xrightarrow{\text{نقاط روی خط}} A(x, \frac{-3x + 7}{5})$$

گام A نقطه‌ای روی خط $x + y = a$ است، پس با استفاده از مورد (۲) درس‌نامه داریم:

$$x + y = a \Rightarrow y = a - x \xrightarrow{\text{نقاط روی خط}} A(x, a - x)$$

گام فاصلهٔ A از دو نقطهٔ $B(-3, 2)$ و $C(-1, 4)$ به ترتیب $\sqrt{29}$ و ۵ است. (مورد (۱) درس‌نامه)

$$\begin{cases} AB = \sqrt{29} \xrightarrow[B(-3,2)]{A(x,a-x)} \sqrt{(x+3)^2 + (a-x-2)^2} = \sqrt{29} \\ \Rightarrow (x+3)^2 + (a-x-2)^2 = 29 \quad (I) \\ AC = 5 \xrightarrow[C(-1,4)]{A(x,a-x)} \sqrt{(x+1)^2 + (a-x-4)^2} = 5 \\ \Rightarrow (x+1)^2 + (a-x-4)^2 = 25 \quad (II) \end{cases}$$

گام حالا دو معادلهٔ به‌دست‌آمده را از هم کم می‌کنیم:

نکته اتحاد مزدوج: $\bigcirc^2 - \square^2 = (\bigcirc - \square)(\bigcirc + \square)$

$$\underbrace{(x+3)^2 - (x+1)^2}_{\text{تجزیه با مزدوج}} + \underbrace{(a-x-2)^2 - (a-x-4)^2}_{\text{تجزیه با مزدوج}} = 4$$
$$\Rightarrow (x+3+x+1)(x+3-x-1) + (a-x-2+a-x-4)$$
$$(x - x - 2 - x + x + 4) = 4 \Rightarrow 2(2x+4) + 2(2a-2x-6) = 4$$
$$\xrightarrow{\div 2} 2x + 4 + 2a - 2x - 6 = 2 \Rightarrow 2a - 2 = 2$$
$$\Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

مشاوره ایدهٔ نقطهٔ شناور (برای مثال A نقطه‌ای روی نمودار f یا خط $ax + by = c$ است که فلان ویژگی را دارد) در سؤالات کنکور سراسری هندسهٔ تحلیلی و کاربرد مشتق استفاده می‌شود که اکثر دانش‌آموزان با آن مشکل دارند، پس پیشنهاد می‌کنیم به مورد (۲) درس‌نامهٔ این سؤال توجه ویژه‌ای داشته باشید.

۷۲- گزینه ۳

استراتژی ابتدا از دو طرف معادلهٔ $5^x = 10$ لگاریتم بگیرید تا x از توان آزاد شود! حالا از دو طرف معادلهٔ $2^{f(x)} = 20$ هم لگاریتم بگیرید تا $f(x)$ تنها شود، در آخر با استفاده از قوانین لگاریتم و معادلهٔ به‌دست‌آمده برحسب x، جواب حاصل می‌شود.

درس‌نامه ۱ در هر تساوی، برای از بین رفتن توان‌ها می‌توانیم از دو طرف تساوی لگاریتم بگیریم (مبنای لگاریتم هر مقداری می‌تواند باشد.):

$$a = b \xrightarrow{\text{از دو طرف در مبنای c لگاریتم می‌گیریم.}} \log_c a = \log_c b$$

۲ بعضی از قواعد لگاریتم را ببینید: $\log_a a = 1$, $\log_c ab = \log_c a + \log_c b$

$$\log_{b^n} a^m = \frac{m}{n} \log_b a \ , \ \log_{10} 2 + \log_{10} 5 = 1$$

گام از دو طرف معادلهٔ $5^x = 10$، در مبنای ۱۰ لگاریتم می‌گیریم:

$$5^x = 10 \Rightarrow \log_{10} 5^x = \underbrace{\log_{10} 10}_{1} \Rightarrow x(\log_{10} 5) = 1 \Rightarrow \log_{10} 5 = \frac{1}{x}$$

گام حالا از دو طرف معادلهٔ $2^{f(x)} = 20$ هم در مبنای ۱۰ لگاریتم می‌گیریم:

$$2^{f(x)} = 20 \Rightarrow \log_{10} 2^{f(x)} = \log_{10} 20$$
$$\Rightarrow f(x)(\log_{10} 2) = \log_{10}(10 \times 2) \Rightarrow f(x)(\log_{10} 2) = \underbrace{\log_{10} 10}_{1} + \log_{10} 2$$
$$\Rightarrow f(x)(\log_{10} 2) = 1 + \log_{10} 2 \quad (I)$$

گام مقدار $\log_{10} 2$ را می‌خواهیم، پس (مورد (۲) درس‌نامه):

$$\log_{10} 2 + \log_{10} 5 = 1$$

از طرفی در گام (۱) دیدیم $\log_{10} 5 = \frac{1}{x}$؛ پس:

$$\log_{10} 2 + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow \log_{10} 2 = 1 - \frac{1}{x}$$

گام حالا با جای‌گذاری $\log_{10} 2 = 1 - \frac{1}{x}$ در (I) داریم:

$$f(x)(1 - \frac{1}{x}) = \underbrace{1 + 1 - \frac{1}{x}}_{2 - \frac{1}{x}} \Rightarrow f(x) \times \frac{x-1}{x} = \frac{2x-1}{x} \Rightarrow f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$$

۷۳- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ در توابع مثلثاتی به شکل $y = a\sin(bx + c)$ یا $y = a\cos(bx + c)$ داریم:

- حداکثر مقدار تابع برابر $|a|$ و حداقل آن برابر $-|a|$ است.
- دورهٔ تناوب برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

۲ کسینوس در مضارب فردِ $\frac{\pi}{2}$، صفر می‌شود؛ یعنی:

$$\cos\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = (2k+1)\frac{\pi}{2}$$

گام با توجه به شکل تابع، در فاصلهٔ $x = \frac{3}{4}$ تا $x = \frac{5}{4}$، $\frac{1}{4}$ تناوب دیده می‌شود؛ پس:

$$\frac{T}{4} = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{T}{4} = \frac{2}{4} \Rightarrow T = 2$$

گام از ضابطهٔ $f(x) = a\cos(bx + c)$، دورهٔ تناوب برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ می‌شود؛ بنابراین:

$$\frac{2\pi}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = \pi \xrightarrow{b>0} b = \pi$$

گام مقدار تابع در $x = \frac{5}{4}$ برابر صفر است:

$$f(x) = a\cos(\underbrace{b}_{\pi}x + c) \Rightarrow a\cos(\frac{5\pi}{4} + c) = 0 \Rightarrow \cos(\frac{5\pi}{4} + c) = 0$$

$x = \frac{5}{4}$ روی شکل، دومین نقطه با طول مثبت است که cos در آن صفر شد؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، $\frac{5\pi}{4} + c$ باید برابر با دومین مضرب فردِ $\frac{\pi}{2}$، یعنی $\frac{3\pi}{2}$ باشد:

$$\frac{5\pi}{4} + c = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow c = \frac{\pi}{4}$$

بنابراین ضابطهٔ تابع تا این‌جا به صورت $f(x) = a\cos(\pi x + \frac{\pi}{4})$ می‌شود.

گام حداکثر مقدار تابع برابر $\frac{1}{4}$ است؛ پس $|a| = \frac{1}{4}$ و در نتیجه $a = \pm\frac{1}{4}$ می‌شود. از طرفی طبق نمودار، مقدار $f(0)$ مثبت است:

$$f(x) = a\cos(\pi x + \frac{\pi}{4}) \Rightarrow f(0) = a\underbrace{\cos\frac{\pi}{4}}_{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

$$f(0) > 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}a > 0 \Rightarrow a > 0 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

گام حالا خواستهٔ سؤال را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{ac}{b} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{\pi}{4}}{\pi} = \frac{1}{16}$$

۷۴- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ اگر حد تابع کسری $\frac{f}{g}$ وقتی $x \to a$، $\frac{0}{0}$ باشد، می‌توانیم از قاعدهٔ هوپیتال استفاده کنیم، یعنی اول از صورت و مخرج مشتق بگیریم و بعد حاصل حد را به دست آوریم:

$$\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} g(x) = 0 \Rightarrow \lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} \overset{\text{Hop}}{=\!=} \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

۲ مشتق توابع به شکل $\sqrt{u}$ برابر $\frac{u'}{2\sqrt{u}}$ و مشتق توابع به شکل $\sqrt[3]{u}$ برابر $\frac{u'}{3\sqrt[3]{u^2}}$ می‌شود.

اتحاد چاق و لاغر به صورت مقابل است: $(\underbrace{A \pm B}_{\text{لاغر}})(\underbrace{A^2 \mp AB + B^2}_{\text{چاق}}) = A^3 \pm B^3$

روش با جای‌گذاری $x = -1$ به $\frac{0}{0}$ می‌رسیم، پس از قاعدهٔ هوپیتال استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}}$$

$$\overset{\text{Hop}}{=\!=} \lim_{x\to -1}\frac{\frac{2}{2\sqrt{2x+3}}-\frac{3}{2\sqrt{3x+4}}}{\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}} = \frac{\frac{2}{2}-\frac{3}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = -\frac{3}{2}$$

روش *قبل از این‌که روش دوم رو توضیح بدم، باید بگم که روش ساده‌کردن برای رفع ابهام $\frac{0}{0}$ رو فیلی پیشنهاد نمی‌کنم، چون اکثراً وقت‌گیره و با استفاده از هوپیتال، سؤالای $\frac{0}{0}$ فیلی سریع‌تر حل می‌شن.*

صورت و مخرج را یک بار در مزدوج صورت و یک بار در چاق مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{\sqrt[3]{x}+1}\times\frac{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}\times\frac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}$$

$$= \frac{3}{2}\lim_{x\to -1}\frac{(2x+3)-(3x+4)}{x+1} = \frac{3}{2}\lim_{x\to -1}\frac{-x-1}{x+1} = \frac{3}{2}\times(-1) = -\frac{3}{2}$$

مشاوره رفع ابهام صفرصفرم جزء پای ثابت‌های کنکور سراسری است که به طور مستقیم یا غیرمستقیم از آن سؤال مطرح می‌شود.

۷۵- گزینه ۳

استراتژی اول با حل نامعادله‌ها و معادله‌ای که در قسمت دامنه‌ها آمده، دامنه‌ها را ساده‌تر می‌نویسیم. بعد حواسمان به دوتا چیز باید باشد: ۱ نقاط مرزی ۲ نقاطی که داخل براکت‌ها را عدد صحیح می‌کند.

درس‌نامه ۱ اگر f در $x = a$ پیوسته و g در آن ناپیوسته باشد، آن‌گاه $f \pm g$ در $x = a$ ناپیوسته است.

۲ اگر f و g در $x = a$ ناپیوسته باشند، $f+g$ یا $f-g$ در $x = a$ می‌تواند پیوسته یا ناپیوسته باشد.

۳ تابع به فرم $[f]$ در تمام نقاطی که $f \in \mathbb{Z}$ باشد ناپیوسته است مگر این‌که آن نقطه، min نسبی f باشد.

گام دامنهٔ ضابطهٔ اول، جواب نامعادلهٔ $|x^3| < x^2$ است:

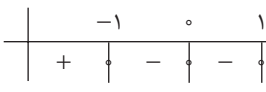
$$|x^3| - x^2 < 0 \Rightarrow |x^2 x| - x^2 < 0 \Rightarrow x^2|x| - x^2 < 0$$

$$\xrightarrow{\text{فاکتور}} x^2(|x|-1) < 0$$

ریشه‌های عبارت سمت چپ را می‌نویسیم:

$$x^2(|x|-1) = 0 \quad (x^2: \text{مرتبهٔ زوج}\ 0;\ |x|-1: x=\pm 1)$$

تعیین علامت می‌کنیم:



$$\xrightarrow{<0} (-1,1) - \{0\}$$

گام با جدول تعیین علامت، تکلیف هر سه دامنه معلوم شد:

$$f(x) = \begin{cases} |x| + [-x] & -1 < x < 1, x \neq 0 \\ 1 + \cos \pi x & x = 0, \pm 1 \\ [x^2] - [x] & x > 1 \text{ یا } x < -1 \end{cases}$$

گام ضابطهٔ پایین، کلید حل سؤال است. نقاط ناپیوستگی هر براکت را زیرش می‌نویسیم: (طبق مورد (۳) درس‌نامه)

$$\underset{\downarrow}{[x^2]} - \underset{\downarrow}{[x]}$$

$\pm\sqrt{2}$ ، ± 2

$\pm\sqrt{3}$ ، ± 3

± 2 ، ⋮

$\pm\sqrt{5}$

⋮

گام در تمام نقاط غیرمشترک (مثل $\pm\sqrt{2}$، $\pm\sqrt{3}$، $\pm\sqrt{5}$ و ...)، ما با تفریق یک تابع ناپیوسته و یک تابع پیوسته روبه‌رو هستیم که قطعاً ناپیوسته است (مورد (۱) درس‌نامه)؛ پس ضابطهٔ پایینی ما بی‌شمار نقطهٔ ناپیوستگی دارد. در نتیجه f در بی‌شمار نقطه ناپیوسته است.

۷۶- گزینه ۳

استراتژی باید تعداد اعضای چند دستهٔ دیگر را هم به دست آوریم. بعد با پیداکردن یک الگو، تعداد اعضای دستهٔ nاُم را بنویسیم. در نهایت کافی است عضو اول و عضو آخر دستهٔ سیزدهم را پیدا کنیم و میانگین آن‌ها را محاسبه کنیم.

درس‌نامه اگر تعدادی عدد متوالی داشته باشیم، میانگینشان برابر با میانگین عدد اول و عدد آخر است. مثلاً میانگین اعداد ۱۷، ۱۸، ۱۹، ... و ۵۲ برابر با $\frac{17+52}{2} = 34/5$ است.

گام تعداد عضوهای چند دستهٔ اول (به‌جز دستهٔ ۱ و ۲) را مشخص می‌کنیم:

دستهٔ ۳: ۳تا، بزرگ‌ترین ۶

دستهٔ ۴: چون بزرگ‌ترین عدد دستهٔ قبل ۶ بوده، پس ۶ عدد دارد که آخرین (بزرگ‌ترین) عدد $6+6=12$ می‌شود.

(آخرین عدد دستهٔ قبل ↑ ، تعداد اعداد این دسته ↓)

دستهٔ ۵: چون بزرگ‌ترین عدد دستهٔ قبل ۱۲ بوده، پس ۱۲ عدد دارد که آخرین (بزرگ‌ترین) عدد $12+12=24$ می‌شود.

گام با توجه به اعداد به‌دست‌آمده، الگوی بزرگ‌ترین عدد هر دسته را پیدا می‌کنیم:

$$\underset{a_3}{\underbrace{3\times 2}},\ \underset{a_4}{\underbrace{3\times 2^2}},\ \underset{a_5}{\underbrace{3\times 2^3}},\ \ldots$$

6 ، 12 ، 24

پس بزرگ‌ترین عدد دستهٔ nاُم برابر است با: $a_n = 3\times 2^{n-2}$

گام عدد اول و آخر دستهٔ سیزدهم را می‌خواهیم:

عدد اول دستهٔ ۱۳اُم $= (3\times 2^{12-2})+1 = (\text{عدد آخر دستهٔ ۱۲اُم}) + 1 = 3073$

عدد آخر دستهٔ ۱۳اُم $= 3\times 2^{13-2} = 3\times 2048 = 6144$

گام اگر تعدادی عدد متوالی داشته باشیم، میانگین برابر با «میانگین عدد اول و آخر» است، پس:

میانگین اعداد دستهٔ ۱۳اُم $= \frac{3073+6144}{2} = \frac{9217}{2} = 4608/5$

۷۷- گزینه ۳

استراتژی از طرفین تساوی $g(x) = \cdots$، مشتق می‌گیریم و بعد $x = -2$ را در آن قرار می‌دهیم. بعد با توجه به $T = 5$، حاصل دو عبارت به فرم $f'(a)$ را حساب می‌کنیم.

درس‌نامه ۱ مشتق $f(u)$ برابر با $u'.f'(u)$ است.

برای مثال مشتق $f(x^2+3x-1)$ برابر است با: $(2x+3)f'(x^2+3x-1)$

۲ اگر دورهٔ تناوب تابع f برابر T باشد، داریم:

$$\cdots = f(a-T) = f(a) = f(a+T) = f(a+2T) = \cdots$$

$$\cdots = f'(a-T) = f'(a) = f'(a+T) = f'(a+2T) = \cdots$$

گام از دو طرف معادلهٔ $g(x)=f(x+1)+f(3x+10)$ (با کمک مورد (۱) درس‌نامه) مشتق می‌گیریم.

$$g(x)=f(x+1)+f(3x+10) \xrightarrow{\text{مشتق}} g'(x)=1\times f'(x+1)+3\times f'(3x+10)$$

گام چون $g'(-2)$ را می‌خواهیم، پس در تساوی قبل، $x=-2$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$g'(-2)=f'(-1)+3f'(4)$$

گام f تابعی متناوب با دورهٔ تناوب ۵ است، پس (مورد (۲) درس‌نامه):

$$f'(-1)=f'(-1+5) \Rightarrow f'(-1)=f'(4)=\frac{3}{2}$$

حالا با جای‌گذاری در تساوی گام (۲) داریم:

$$g'(-2)=\frac{3}{2}+3\times\frac{3}{2}=\frac{12}{2}=6$$

مشاوره در کنکورهای سال‌های اخیر، سؤالات ترکیبی بین فصل‌ها مثل ترکیب مشتق و مثلثات، کاربرد مشتق و هندسهٔ تحلیلی، حد و معادلهٔ درجه۲ و ... بسیار رایج شده و لازم است حتماً خود را برای مواجهه با چنین سؤالاتی آماده کنید.

۷۸- گزینه ۳

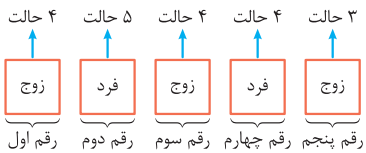
استراتژی اول مسئله را حالت‌بندی می‌کنیم. در دو حالت، ارقام یکی‌درمیان زوج و فرد می‌شوند؛ یکی حالت (زوج ـ فرد ـ زوج ـ فرد ـ زوج) و دیگری حالت (فرد ـ زوج ـ فرد ـ زوج ـ فرد) است. بعد تعداد اعداد در هر حالت را به کمک اصل ضرب به دست می‌آوریم. (این‌جا باید حواسمان باشد که در حالت اول، یعنی (زوج ـ فرد ـ زوج ـ فرد ـ زوج)، رقم سمت چپ نمی‌تواند صفر باشد.) در آخر تعداد اعداد در دو حالت را با هم جمع می‌کنیم تا جواب مسئله به دست آید.

گام طبق استراتژی در دو حالت زیر، ارقام یکی‌درمیان زوج و فرد می‌شوند:

حالت ۱: (زوج ـ فرد ـ زوج ـ فرد ـ زوج) حالت ۲: (فرد ـ زوج ـ فرد ـ زوج ـ فرد)

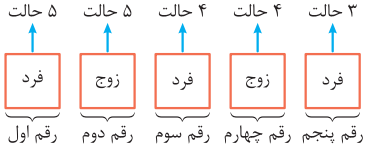
گام حالا تعداد اعداد هر حالت را جداگانه به دست می‌آوریم:

◆ **تعداد اعداد در حالت (۱)**: رقم اول شامل ۴ حالتِ $\{2,4,6,8\}$ و رقم دوم شامل ۵ حالت $\{1,3,5,7,9\}$ است. رقم سوم باید زوج غیرتکراری باشد. از ۴ رقم زوج $\{2,4,6,8\}$ یکی را به رقم اول اختصاص دادیم؛ پس ۳ حالت برای رقم سوم باقی می‌ماند. اما حواستان باشد، رقم سوم صفر هم می‌تواند باشد، پس در کل برای رقم سوم هم ۴ حالت داریم. به همین ترتیب تعداد حالت‌های دو رقم دیگر را هم مطابق شکل زیر مشخص می‌کنیم. در آخر طبق اصل ضرب تعداد اعداد در این حالت برابر می‌شود با:



$$4\times5\times4\times4\times3=960$$

◆ **تعداد اعداد در حالت (۲)**: رقم اول دارای ۵ حالتِ $\{1,3,5,7,9\}$ و رقم دوم دارای ۵ حالت $\{0,2,4,6,8\}$ است. رقم‌های سوم و پنجم، باید فردِ غیرتکراری باشند. از ۵ رقم فرد $\{1,3,5,7,9\}$ یکی را به رقم اول اختصاص دادیم، پس ۴ حالت برای رقم سوم و ۳ حالت برای رقم پنجم باقی می‌ماند. به همین ترتیب برای رقم چهارم هم ۴ حالت داریم؛ بنابراین تعداد اعداد این حالت طبق اصل ضرب می‌شود:



$$5\times5\times4\times4\times3=1200$$

گام حالا می‌توانیم بگوییم طبق اصل جمع کلاً $960+1200=2160$ عدد با ویژگی مورد نظر داریم.

مشاوره شمارش بدون شمردن، از جمله مباحثی است که تقریباً هر سال یک تست را به خود اختصاص می‌دهد و عموماً سؤالات این مبحث ساده و متوسط هستند.

۷۹- گزینه ۳

شفاف‌سازی «اگر بدانیم شمارهٔ گوی دوم از شمارهٔ گوی اول کم‌تر است، با کدام احتمال شمارهٔ گوی اول ۱۶ است؟»، یعنی احتمال این را می‌خواهیم که شمارهٔ گوی اول ۱۶ باشد، به شرط آن‌که شمارهٔ گوی دوم کوچک‌تر از شمارهٔ گوی اول باشد، پس با احتمال شرطی طرفیم.

استراتژی اول تعداد حالاتی را می‌شماریم که شمارهٔ گوی دوم از شمارهٔ گوی اول کم‌تر است. فرض کنید این تعداد m باشد، بعد تعداد حالاتی را به دست می‌آوریم که شمارهٔ گوی اول ۱۶ و شمارهٔ گوی دوم از شمارهٔ گوی اول کوچک‌تر است. فرض کنید این تعداد n باشد، در این صورت جواب برابر $\frac{n}{m}$ می‌شود.

درس‌نامه **مفهوم احتمال شرطی**: فرض کنید احتمال رخ‌دادن پیشامد A را می‌خواهیم به شرط آن‌که بدانیم پیشامد B رخ داده است، در این صورت برای به دست آوردن جواب، تعداد حالاتی که هر دو پیشامد A و B رخ می‌دهند را به تعداد حالاتی که پیشامد B رخ می‌دهد تقسیم می‌کنیم؛ یعنی:

$$P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{n(A\cap B)}{n(B)}$$

گام اول پیشامد A و B را تعریف می‌کنیم:

پیشامد A: دو گوی به طور متوالی و بدون جای‌گذاری انتخاب کنیم و شمارهٔ گوی اول ۱۶ باشد.

پیشامد B: دو گوی به طور متوالی و بدون جای‌گذاری انتخاب کنیم و شمارهٔ گوی دوم، کوچک‌تر از گوی اول باشد.

حالا ما احتمال A به شرط B یعنی $P(A\mid B)$ را می‌خواهیم که طبق درس‌نامه برابر می‌شود با:

$$P(A\mid B)=\frac{n(A\cap B)}{n(B)} \quad (*)$$

در این رابطه منظور از $n(A\cap B)$ تعداد حالاتی است که شمارهٔ گوی اول ۱۶ و شمارهٔ گوی دوم کوچک‌تر از گوی اول است.

و منظور از $n(B)$، تعداد حالاتی است که شمارهٔ گوی دوم کوچک‌تر از گوی اول است.

گام به $16\times15=240$ حالت می‌توانیم دو گوی به طور متوالی از بین ۱۶ گوی انتخاب کنیم که در نیمی از حالت‌ها شمارهٔ گوی اول کوچک‌تر و در نیم دیگری از حالت‌ها شمارهٔ گوی دوم کوچک‌تر است، پس تعداد حالات این‌که دو گوی به طور متوالی انتخاب کنیم و شمارهٔ گوی دوم از شمارهٔ گوی اول کوچک‌تر باشد، $n(B)=\frac{240}{2}=120$ تا است.

گام حالا تعداد حالاتی را می‌خواهیم که شمارهٔ گوی دوم از شمارهٔ گوی اول کوچک‌تر و شمارهٔ گوی اول ۱۶ باشد. در این حالت شمارهٔ گوی اول یک حالت دارد (چون باید ۱۶ باشد) و شمارهٔ گوی دوم ۱۵ حالت دارد (چون هر گوی با هر شماره‌ای که انتخاب شود، شمارهٔ آن کوچک‌تر از ۱۶ است)، پس $n(A\cap B)=1\times15=15$ حالت داریم.

گام حالا $n(B)=120$ و $n(A\cap B)=15$ را در رابطهٔ (*) جای‌گذاری می‌کنیم تا احتمال مورد نظر را به دست بیاوریم:

$$P(A\mid B)=\frac{15}{120}=\frac{1}{8}$$

مشاوره احتمال شرطی جزء مباحثی است که بعضی وقت‌ها به طور مستقیم (مثل همین سؤال) و بعضی وقت‌ها هم به طور غیرمستقیم و ترکیبی با مباحث و فصل‌های دیگر در کنکور از آن سؤال طرح می‌شود، پس مسلط‌بودن به مفهوم آن الزامی است.

۸۰- گزینه ۴

استراتژی با توجه به تعریف واریانس (میانگین مربعات انحراف از میانگین داده‌ها)، اول مقدار a^2+b^2 را به دست می‌آوریم؛ بعد با توجه به این‌که مجموع انحراف از میانگین داده‌ها برابر صفر است، می‌توانیم به جواب برسیم.

درس‌نامه ۱ اگر میانگین n دادهٔ x_1، x_2، ... و x_n برابر $\bar{x}$ باشد، در این صورت واریانسشان از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\sigma^2=\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2}{n}$$

۲ مجموع انحراف داده‌ها از میانگین همیشه برابر صفر است؛ یعنی:

$$(x_1-\bar{x})+(x_2-\bar{x})+(x_3-\bar{x})+\cdots+(x_n-\bar{x})=0$$

گام توان دوم انحراف از میانگین این ۶ داده به صورت ۱، b^2، ۹، ۰، a^2 و ۹ و واریانسشان برابر ۴ است، پس با توجه به مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$\sigma^2=\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_6-\bar{x})^2}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{9+a^2+0+9+b^2+1}{6}=4 \Rightarrow a^2+b^2+19=24 \Rightarrow a^2+b^2=5$$

گام a و b اعداد صحیحی هستند که $a^۲+b^۲=۵$ است، پس مقدار یکی از a و b برابر ± ۱ و مقدار دیگری برابر ± ۲ است. از طرفی توان دوم انحراف از میانگین ۴ دادهٔ دیگر ۰، ۱، ۹ و ۹ است. پس خود انحراف از میانگین آن ۴ داده می‌توانند برابر ۰، ± ۱، ± ۳ و ± ۳ باشند. حالا دقت کنید که طبق مورد (۲) درس‌نامه مجموع انحراف از میانگین داده‌ها باید صفر باشد. دو حالت داریم:

◇ **a و b هم‌علامت باشند:** در این حالت $a+b=\pm ۳$ می‌شود و مقدار $\underbrace{(a+b)}_{\pm ۳}$ برابر $\pm ۳\pm ۳\pm ۱\pm ۰$ می‌شود به هیچ وجه صفر نمی‌شود.

◇ **a و b هم‌علامت نباشند:** در این حالت می‌توانیم کاری کنیم که مجموع انحراف از میانگین‌ها صفر بشود، برای این‌که مطمئن شوید دو حالت زیر را ببینید:

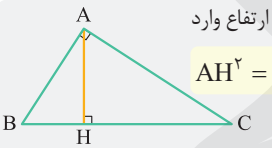
$$\underbrace{(+۲,-۱}_{a,b},-۱,-۳,+۳,۰) \text{ یا } \underbrace{(-۲,+۱}_{a,b},+۱,-۳,+۳,۰)$$

بنابراین $ab=-۲$ است.

مشاوره در چند سال اخیر، سؤالات آمار توصیفی جزء سؤالات خلاقانه و ایده‌دار کنکور سراسری به حساب می‌آیند که برای حل آن‌ها باید تسلط کاملی بر مفاهیم این فصل داشته باشید.

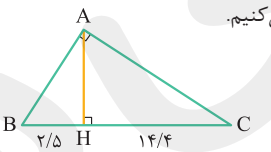
۸۱- گزینه ۲

درس‌نامه در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، اگر AH ارتفاع وارد بر وتر باشد، آن‌گاه:



$$AH^۲=BH.CH$$

کار سختی در پیش نداریم؛ اول شکل مسئله را رسم می‌کنیم. حالا به کمک درس‌نامه، می‌توانیم طول AH را به دست بیاوریم:



$$AH^۲=BH\times HC \Rightarrow AH^۲=\frac{۲۵}{۱۰}\times\frac{۱۴۴}{۱۰}$$

$$\Rightarrow AH^۲=\frac{۵^۲\times ۱۲^۲}{۱۰^۲} \Rightarrow AH=\frac{۵\times ۱۲}{۱۰}=\frac{۶۰}{۱۰}=۶$$

مشاوره روابط طولی، در مثلث قائم‌الزاویه را بلد باشید. احتمال آن‌که به طور مستقیم یا در ترکیب با سایر مبحث‌ها از آن‌ها سؤال بیاید، بسیار زیاد است.

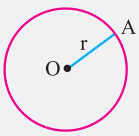
۸۲- گزینه ۱

استراتژی اول به m دو مقدار مختلف می‌دهیم تا معادلهٔ دو قطر از دایره پیدا شود. بعد محل برخورد قطرهای پیداشده را به دست می‌آوریم تا به مرکز دایره برسیم. در ادامه با محاسبهٔ فاصلهٔ مرکز از نقطهٔ $A(-۱,۱)$، شعاع دایره را پیدا می‌کنیم. در آخر محاسبهٔ محیط دایره با داشتن شعاع کار راحتی است.

درس‌نامه ۱ قطرهای دایره، مطابق شکل مقابل، همدیگر را در مرکز دایره قطع می‌کنند.



۲ اگر مطابق شکل مقابل، نقطه‌ای مثل A روی دایره باشد، فاصله‌اش از مرکز، برابر می‌شود با **شعاع دایره**:

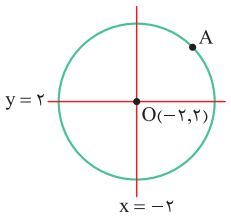


A روی دایره است. $\Rightarrow OA=r$

گام **(پیداکردن مرکز دایره)** اول به m دو مقدار مختلف می‌دهیم تا معادلهٔ دو قطر از دایره پیدا شود. این‌جا برای راحتی کار به m، ۲ و -۱ می‌دهیم:

$$(m-۲)x+(m+۱)y=۶ \begin{cases} \xrightarrow{m=۲} ۳y=۶ \Rightarrow y=۲ \\ \xrightarrow{m=-۱} -۳x=۶ \Rightarrow x=-۲ \end{cases}$$

همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید؛ این دو قطر در نقطهٔ $O(-۲,۲)$ همدیگر را قطع می‌کنند، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، نقطهٔ O مرکز دایره است.



گام **(محاسبهٔ شعاع دایره)** چون نقطهٔ $A(-۱,۱)$ روی دایره است، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، فاصله‌اش از مرکز برابر می‌شود با شعاع دایره:

$$r=OA \Rightarrow r=\sqrt{(-۲-(-۱))^۲+(۲-۱)^۲}=\sqrt{۱^۲+۱^۲}=\sqrt{۲}$$

گام **(محاسبهٔ خواستهٔ سؤال)** حالا که شعاع دایره را داریم، محیطش به راحتی محاسبه می‌شود:

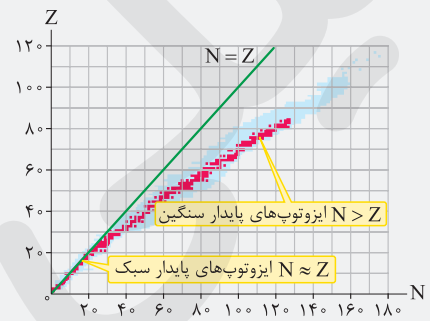
محیط دایره $=۲\pi r=۲\sqrt{۲}\pi$

۱۴۰۱ سراسری خارج

فیزیک

۱- گزینه ۴

درس‌نامه نمودار تغییرات Z (تعداد پروتون‌ها) برحسب N (تعداد نوترون‌ها) برای هسته‌های پایدار و پرتوزا (ناپایدار):



در نمودار بالا، در هسته‌های پایدار سبک عموماً $N = Z$ و در هسته‌های پایدار سنگین $N > Z$ است.

با توجه به نمودار $N - Z$ که در درس‌نامه آمده است، گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

۱) در هسته‌های پایدار سبک عموماً $N = Z$ و در هسته‌های پایدار سنگین $N > Z$ است. ✗

۲) نسبت $\frac{N}{Z}$ برای تمام عناصر یکسان نیست. این نسبت برای هسته‌های پایدار سبک عموماً برابر با یک و برای هسته‌های پایدار سنگین بزرگ‌تر از یک است. ✗

۳) در هسته‌های ناپایدار (پرتوزا)، $N > Z$ است. ✗

۴) در هسته‌های پایدار سنگین‌تر، تعداد نوترون‌ها بیشتر از تعداد پروتون‌هاست؛ پس نسبت $\frac{N}{Z}$ بزرگ‌تر است. ✓

۲- گزینه ۳

درس‌نامه نیمه‌عمر: اگر تعداد هسته‌های مادر اولیه در یک نمونهٔ پرتوزا N_0 باشد، تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده پس از مدت‌زمان t از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$n = \frac{\text{مدت زمان}}{\text{نیمه‌عمر}} = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \qquad N = \frac{N_0}{2^n} \leftarrow \text{تعداد هسته‌های باقی‌مانده}$$

(تعداد هسته‌های اولیه ↑، تعداد نیمه‌عمر ↑)

گام ابتدا تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده را به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \xrightarrow[T_{\frac{1}{2}}=45\ min]{t=3\ h=3\times60\ min} n = \frac{3\times\cancel{60}^{4}}{\cancel{45}_{3}} = 4$$

گام حالا $n = 4$ را در رابطهٔ زیر جای‌گذاری می‌کنیم تا ببینیم چه کسری از مادهٔ اولیه باقی مانده است:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{n=4} N = \frac{N_0}{2^4} = \frac{N_0}{16}$$

۳- گزینه ۴

درس‌نامه تبدیل یکای زنجیره‌ای: برای تبدیل یکای یک کمیت به یکای دیگر، از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. مثلاً برای این‌که ببینیم ۲۰ in معادل چند cm است، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

گام ابتدا تساوی بین دو یکا را می‌نویسیم، سپس کسر تبدیل مناسب را به دست می‌آوریم.

$$1\ in = 2/54\ cm \Rightarrow \frac{1\ in}{2/54\ cm} = 1 \text{ یا } \frac{2/54\ cm}{1\ in} = 1$$

گام حالا کسر تبدیل مناسب را انتخاب می‌کنیم تا پس از ساده‌شدن به یکای مورد نظرمان برسیم.

$$20\ in = 20\ \cancel{in} \times \frac{2/54\ cm}{1\ \cancel{in}} = 50/8\ cm$$

با استفاده از روش تبدیل یکای زنجیره‌ای، جرم الماس را برحسب kg به دست می‌آوریم:

$$m = 182\ \cancel{\text{قیراط}} \times \frac{200\ \cancel{mg}}{1\ \cancel{\text{قیراط}}} \times \frac{10^{-3}\ g}{1\ \cancel{mg}} \times \frac{1\ kg}{10^{3}\ \cancel{g}} = \frac{182\times200\times10^{-3}}{10^{3}}\ kg = 3/64\times10^{-2}\ kg$$

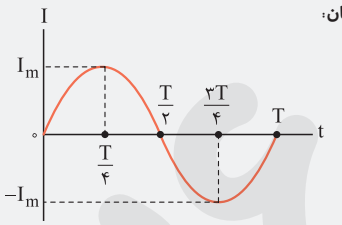
تله اگر جرم الماس را برحسب گرم به دست بیاورید، به ۱ می‌رسید.

۴- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ معادلهٔ جریان متناوب سینوسی برحسب زمان:

$$I = I_m \sin\frac{2\pi}{T}t \quad (I: \text{جریان (A)},\ t: \text{زمان (s)},\ I_m: \text{بیشینهٔ جریان (A)},\ T: \text{دوره (s)})$$

۲ نمودار جریان متناوب سینوسی برحسب زمان:



گام با استفاده از نمودار داده‌شده، بیشینهٔ جریان و دوره را مشخص می‌کنیم:

$$I_m = 2\ A \quad , \quad \frac{T}{4} = 0/01 \Rightarrow T = 0/04\ s$$

گام معادلهٔ جریان متناوب سینوسی برحسب زمان را می‌نویسیم:

$$I = I_m \sin\frac{2\pi}{T}t \xrightarrow[T=0/04\ s]{I_m=2\ A} I = 2\sin\frac{2\pi}{0/04}t \Rightarrow I = 2\sin 50\pi t$$

۵- گزینه ۱

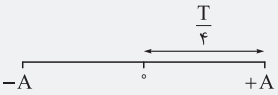
شفاف‌سازی در حرکت هماهنگ ساده، تندی نوسانگر در نقطهٔ تعادل ($x = 0$) بیشینه می‌شود.

درس‌نامه دورهٔ تناوب آونگ ساده:

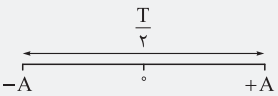
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad (T: \text{دورهٔ تناوب (S)},\ L: \text{طول آونگ (m)},\ g: \text{شتاب گرانش (m/s}^2\text{)})$$

گام ابتدا نکات زیر را بخوانید:

نکته ۱ در حرکت هماهنگ ساده، حداقل مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از انتها تا وسط پاره‌خط نوسان (بیشینهٔ تندی نوسانگر در این نقطه است.) را طی کند، برابر با $\frac{T}{۴}$ است.



۲ در حرکت هماهنگ ساده، حداقل مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از یک انتها به انتهای دیگر پاره‌خط نوسان برود، برابر با $\frac{T}{۲}$ است.



با توجه به نکات، در مدتی که نوسانگر A مسیر شکل (الف) را طی می‌کند، متحرک B مسیر شکل (ب) را طی کرده است. (توجه کنید که تندی آونگ A در $x = ۰$ بیشینه می‌شود.)

$$\Delta t = \frac{T_A}{۴} = \frac{T_B}{۲} \Rightarrow T_A = ۲T_B$$



گام حالا با استفاده از رابطهٔ دورهٔ تناوب آونگ ساده می‌توانیم بنویسیم:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{L_A}{L_B}} \xrightarrow{T_A = ۲T_B} ۲ = \sqrt{\frac{L_A}{L_B}} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = ۴$$

تله اگر نسبت $\frac{L_B}{L_A}$ را به دست بیاورید، به گزینهٔ نادرست ۴ می‌رسید.

۶- گزینه ۳

استراتژی ابتدا $f_۱$ را با استفاده از اختلاف دو بسامد تشدیدی متوالی تار به دست بیاورید، سپس با توجه به تعداد گره در تار، بسامد هماهنگ nام را محاسبه کنید.

گام ابتدا نکتهٔ زیر را بخوانید:

نکته اختلاف دو بسامد تشدیدی متوالی تار دو انتها بسته برابر با بسامد تشدیدی اول $(f_۱)$ است.

$$f_{n+۱} - f_n = f_۱$$

با توجه به نکتهٔ بالا، بسامد تشدیدی اول $(f_۱)$ تار را محاسبه می‌کنیم:

$$f_{n+۱} - f_n = f_۱ \Rightarrow f_۱ = ۲۲۵ - ۱۵۰ = ۷۵\ Hz$$

گام شمارهٔ هماهنگ تار را با توجه به نکتهٔ زیر به دست می‌آوریم:

نکته شمارهٔ هماهنگ تار مرتعش دو انتها بسته از تعداد گره‌های تار، یک عدد کم‌تر است.

$$n = \text{تعداد گره} - ۱$$

شمارهٔ هماهنگ: $n = \text{تعداد گره} - ۱ \Rightarrow n = ۵ - ۱ = ۴$

گام در آخر با توجه به نکتهٔ زیر، بسامد تشدیدی هماهنگ چهارم تار $(f_۴)$ را محاسبه می‌کنیم:

نکته بسامد تشدیدی هماهنگ nام تار دو انتها بسته، n برابر بسامد تشدیدی اول $(f_۱)$ است.

$$f_n = nf_۱$$

$$f_۴ = ۴f_۱ \Rightarrow f_۴ = ۴ \times ۷۵ = ۳۰۰\ Hz$$

تله اگر به جای $n = ۴$، مقدار $n = ۵$ را لحاظ کنید، به ۲ می‌رسید.

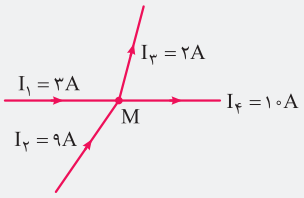
۷- گزینه ۴

«تحلیل نقش پراش مبتنی بر بحث تداخل امواج است». این جمله عیناً از کتاب درسی آمده است. کتاب درسی دربارهٔ این موضوع بیشتر از این صحبت نکرده است! شما هم فقط همین را بدانید.

مشاوره اگر چشمتان به بخش پدیدهٔ پراش در کتاب درسی خورده بود، می‌توانستید به این سؤال پاسخ درست بدهید. حتی اگر مبحثی را حذف کردید، حواستان باشد اطلاعات مقدماتی‌اش را بلد باشید؛ چون ممکن است یک سؤال ساده مثل این بیاید.

۸- گزینه ۱

درس‌نامه قاعدهٔ انشعاب: مجموع جریان‌های ورودی به یک گره (یا محل انشعاب) برابر با مجموع جریان‌های خروجی از آن گره است. مثلاً در شکل روبه‌رو، جریان $I_۱ + I_۲ = ۱۲\ A$ به گرهٔ M وارد شده و جریان $I_۳ + I_۴ = ۱۲\ A$ از آن خارج شده است.



گام طبق قاعدهٔ انشعاب (برابربودن مجموع جریان‌های ورودی به یک گره با مجموع جریان‌های خروجی از آن) در گره M، جریان $I_۱$ را به دست می‌آوریم.

$$I_{\text{ورودی}} = I_{\text{خروجی}}$$

$$I_۱ = ۱ + ۲ = ۳\ A$$

گام قاعدهٔ انشعاب را در گره N به کار می‌بریم تا جریان $I_۲$ را به دست بیاوریم.

$$I_{\text{ورودی}} = I_{\text{خروجی}}$$

$$I_۲ = ۱ + ۳ = ۴\ A$$

گام حالا قاعدهٔ انشعاب را برای گره P به کار می‌بریم تا جریان $I_۳$ را پیدا کنیم.

$$I_{\text{ورودی}} = I_{\text{خروجی}}$$

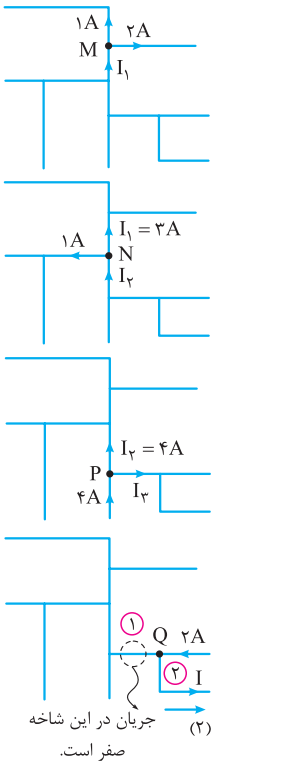
$$۴ = ۴ + I_۳ \Rightarrow I_۳ = ۰$$

گام قاعدهٔ انشعاب را برای گره Q استفاده می‌کنیم تا مقدار جریان I را پیدا و جهت آن را مشخص کنیم.

$$I_{\text{ورودی}} = I_{\text{خروجی}}$$

$$۲\ A = I$$

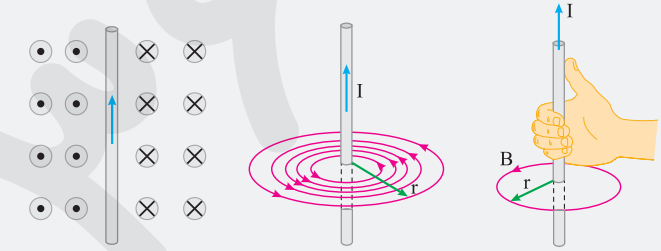
با توجه به این‌که جریان عبوری از شاخهٔ (۱) صفر است، پس جریان ۲ A باید از شاخهٔ (۲) عبور کند. بنابراین $I = ۲\ A$ و در جهت (۲) است.



۹- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ **میدان مغناطیسی در اطراف سیم حامل جریان:**

وقتی که از یک سیم، جریان الکتریکی عبور می‌کند، در اطراف آن میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود. طبق قاعدهٔ دست راست، اگر سیم را طوری در دست راست خود بگیریم که انگشت شست دست راست در جهت جریان باشد، جهت خم‌شدن چهار انگشت، جهت میدان مغناطیسی در اطراف آن را نشان می‌دهد.

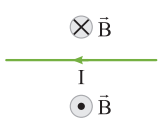


۲ **جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان:**

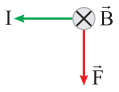
طبق قاعدهٔ دست راست، اگر چهار انگشت دست راستمان را در جهت جریان الکتریکی بگیریم و آن‌ها را مطابق شکل به طرف میدان مغناطیسی $\vec{B}$ خم کنیم، آن‌گاه انگشت شست ما جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را نشان می‌دهد.



گام جهت میدان مغناطیسی در بالای سیم درون‌سو و پایین سیم برون‌سو است. طبق قاعدهٔ دست راست، اگر انگشت شست دست راستمان را به سمت چپ بر روی سیم قرار بدهیم و چهار انگشتمان را خم کنیم، جهت میدان مغناطیسی در بالای سیم درون‌سو و در پایین سیم برون‌سو می‌شود (رد ۱ و ۴).



گام در ادامه، میدان مغناطیسی خارجی درون‌سو بر سیم اثر می‌کند. در این حالت طبق قاعدهٔ دست راست، اگر چهار انگشت دست راستمان را در جهت جریان الکتریکی (←) طوری قرار بدهیم که وقتی آن‌ها را خم می‌کنیم، در جهت میدان مغناطیسی (⊗) قرار بگیرد، آن‌گاه انگشت شستمان جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم (↓) را نشان می‌دهد.

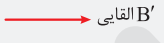


۱۰- گزینه ۱

درس‌نامه قانون لنز

◇ از قانون لنز برای تعیین جهت جریان القایی استفاده می‌شود.

الف) وقتی شار افزایشی است: میدان القایی (ثانویه) در جهت مخالف میدان اصلی (اولیه) است تا از این راه با افزایش شار مخالفت کند.



ب) وقتی شار کاهشی است: میدان القایی (ثانویه) هم‌جهت با میدان اصلی (اولیه) است تا از این راه با کاهش شار مخالفت کند.

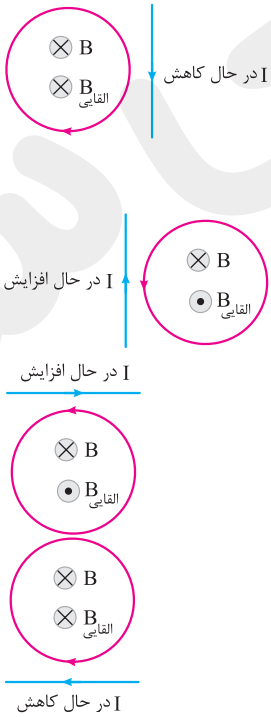


جهت جریان القایی حلقه را برای هر یک از گزینه‌ها بررسی می‌کنیم:

۱: طبق قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم درون حلقه (B)، درون‌سو است. از طرفی چون I در حال کاهش است، پس شار مغناطیسی عبوری از درون حلقه نیز در حال کاهش است؛ بنابراین طبق قانون لنز، جهت جریان القایی حلقه باید ساعتگرد باشد تا از کاهش شار جلوگیری کند *(گزینهٔ درست معلوم شد!)*.

۲ و ۳: این دو گزینه مثل هم هستند، پس با هم بررسی‌شان می‌کنیم. طبق قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم درون حلقه (B)، درون‌سو است. از طرفی چون I در حال افزایش است، پس شار مغناطیسی عبوری از درون حلقه نیز در حال افزایش است؛ بنابراین طبق قانون لنز، جهت جریان القایی حلقه باید پادساعتگرد باشد تا از افزایش شار جلوگیری کند.

۴: طبق قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم درون حلقه (B)، درون‌سو است. از طرفی چون I در حال کاهش است، پس شار مغناطیسی عبوری از درون حلقه نیز در حال کاهش است؛ بنابراین طبق قانون لنز، جهت جریان القایی حلقه باید ساعتگرد باشد تا از کاهش شار جلوگیری کند.



۱۱- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی:

گرما به منبع دماپایین (J)

$Q_H = |W| + |Q_L|$ ← گرما از منبع دمابالا (J)

کار (J)

۲ توان خروجی یک ماشین گرمایی:

$P = \frac{|W|}{\Delta t}$ ← توان خروجی (W)

مدت‌زمان (S)

گام ابتدا با استفاده از قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی، کار انجام‌شده در هر چرخه را به دست می‌آوریم:

$$Q_H = |W| + |Q_L| \xrightarrow[|Q_L|=۶۰\,J]{Q_H=۱۰۰\,J} ۱۰۰ = |W| + ۶۰ \Rightarrow |W| = ۴۰\,J$$

گام حالا توان خروجی ماشین در هر چرخه را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{|W|}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۰/۵\,s]{|W| = ۴۰\,J} P = \frac{۴۰}{۰/۵} = ۸۰\,W$$

مشاوره این سؤال عیناً از تمرین کتاب درسی است؛ حتی عددهای آن! اگر کتاب درسی را تا الان نخوانده‌اید، فرصت را از دست ندهید.

تله اگر به اشتباه، گرمای داده‌شده به منبع دماپایین را بر زمان هر چرخه تقسیم کنید، ① را به دست می‌آورید.

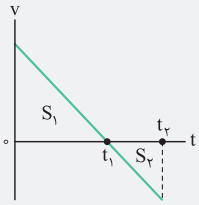
۱۲- گزینه ۱

استراتژی نمودار سرعت ـ زمان متحرک را با توجه به نمودار مکان ـ زمان آن رسم کنید و با استفاده از مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t، سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 را به دست بیاورید.

درس‌نامه ۱ سرعت متوسط: نسبت جابه‌جایی متحرک به مدت‌زمان جابه‌جایی:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

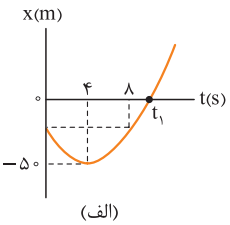
۲ مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t در یک بازهٔ زمانی، بیانگر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی است. اگر نمودار سرعت ـ زمان بالای محور t باشد، جابه‌جایی متحرک مثبت و اگر پایین محور t باشد، جابه‌جایی متحرک منفی است.



$$\begin{cases} \text{از } ۰ \text{ تا } t_1 \text{: جابه‌جایی در بازهٔ زمانی صفر تا } t_1 : \Delta x_1 = S_1 \\ \text{از } t_1 \text{ تا } t_2 \text{: جابه‌جایی در بازهٔ زمانی } t_1 \text{ تا } t_2 : \Delta x_2 = -S_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{از } ۰ \text{ تا } t_2 \text{: جابه‌جایی در بازهٔ زمانی صفر تا } t_2 : \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = S_1 - S_2$$

گام به شکل (الف) نگاه کنید و توضیحات زیر را بخوانید.



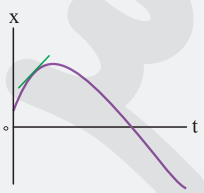
۱) سرعت متوسط متحرک در ۸ ثانیهٔ اول صفر است؛ پس طبق رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$، جابه‌جایی آن در ۸ ثانیهٔ اول صفر است (یعنی مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۰\,s$ و لحظهٔ $t' = ۸\,s$ یکسان است).

۲) سهمی نسبت به خطی که از رأس آن می‌گذرد، متقارن است؛ پس رأس سهمی در لحظهٔ $t'' = \frac{۸+۰}{۲} = ۴\,s$ است.

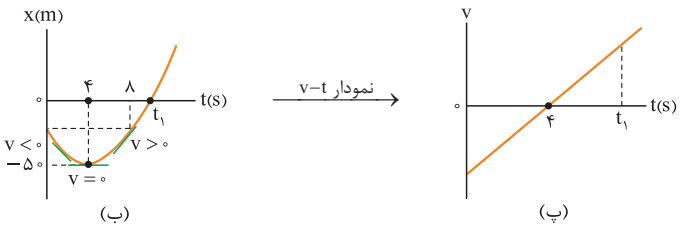
۳) طبق گفتهٔ سؤال، متحرک در لحظهٔ t_1 از مبدأ محور عبور می‌کند.

گام در گام اول، اطلاعات داده‌شده در سؤال را روی نمودار مکان ـ زمان متحرک مشخص کردیم. حالا می‌خواهیم نمودار سرعت ـ زمان متحرک را با توجه به نمودار مکان ـ زمان آن رسم کنیم. برای این کار، ابتدا نکتهٔ زیر را بخوانید.

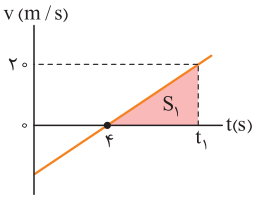
نکته شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان متحرک در هر لحظه، بیانگر سرعت متحرک در آن لحظه است.



همان‌طور که در شکل (ب) می‌بینید، شیب نمودار مکان ـ زمان متحرک در بازهٔ زمانی $(۰\,s, ۴\,s)$ منفی، در لحظهٔ $t'' = ۴\,s$ صفر و پس از لحظهٔ $t'' = ۴\,s$ مثبت است. پس نمودار سرعت ـ زمان متحرک به صورت شکل (پ) می‌شود.



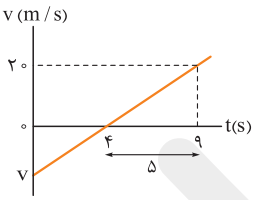
گام سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 برابر با $20\ m/s$ است و با توجه به شکل (ب)، جابه‌جایی متحرک از لحظهٔ $t''=4\ s$ تا لحظهٔ t_1 برابر با $50\ m$ است. با استفاده از مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t در بازهٔ زمانی $(4\ s, t_1)$ می‌توانیم بنویسیم (شکل ت):



(ت)

$$S_1=\Delta x_1 \xrightarrow{\Delta x_1=50\ m} \frac{20\times(t_1-4)}{2}=50 \Rightarrow t_1-4=5 \Rightarrow t_1=9\ s$$

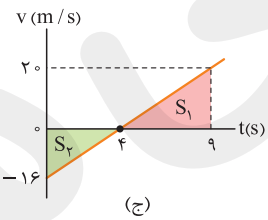
گام حالا با استفاده از تشابه مثلث‌ها، می‌توانیم سرعت اولیهٔ متحرک را به دست بیاوریم (شکل ث):



(ث)

$$\frac{v}{20}=\frac{4}{5} \xrightarrow{v<0} v=-16\ m/s$$

گام *دیگه آفرشه...* جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $t_1=9\ s$ را با استفاده از مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t به دست می‌آوریم و در آخر خواستهٔ سؤال یعنی سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $t_1=9\ s$ را با استفاده از رابطهٔ $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ محاسبه می‌کنیم (شکل ج):



(ج)

$\Delta x=S_1-S_2$: جابه‌جایی در بازهٔ زمانی صفر تا $9\ s$

$$\xrightarrow{S_1=50\ m} \Delta x=50-\frac{4\times16}{2}=18\ m$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{18}{9}=2\ m/s$$

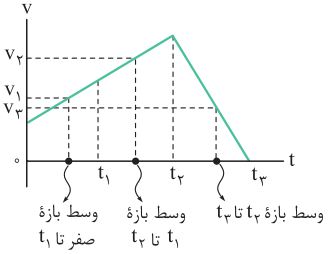
مشاوره شما می‌توانید برای تمام مسائل حرکت بر خط راست، نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم کنید، اما گاهی اوقات رسم این نمودار دشوار و وقت‌گیر است و حل مسئله را پیچیده می‌کند و گاهی اوقات هم رسم آن به سادگی امکان‌پذیر است (مثل همین سؤال) و حل مسئله را ساده می‌کند.

۱۳- گزینه ۲

با سؤال بدقلقی مواجهیم! ابتدا نکتهٔ زیر را بخوانید:

نکته اگر متحرکی با شتاب ثابت بر روی خط راست و بدون تغییر جهت حرکت کند، تندی متوسط آن در یک بازهٔ زمانی مشخص، برابر با تندی آن در لحظهٔ وسط آن بازه است.

همان‌طور که در شکل (الف) می‌بینید، حرکت متحرک از دو قسمت تشکیل شده است: ۱- بازهٔ زمانی صفر تا t_2 ۲- بازهٔ زمانی t_2 تا t_3. شتاب متحرک در هر یک از این بازه‌های زمانی ثابت است، اما اندازهٔ آن با یکدیگر متفاوت است. با توجه به نکتهٔ بالا:

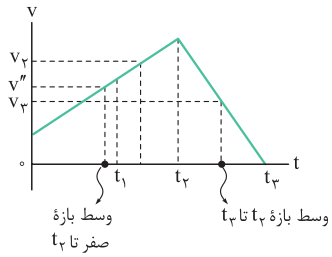


(الف)

- تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 $= v_1$
- تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 $= v_2$
- تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_2 تا t_3 $= v_3$

تا الان مشخص شد که تندی متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 (v_2) از تندی متوسط در دو بازهٔ زمانی دیگر بیشتر است (۱ و ۴ پَرا!).

اما تندی متوسط در بازهٔ زمانی صفر تا t_3! برای محاسبهٔ تندی متوسط در بازهٔ زمانی صفر تا t_3، نمی‌توانیم از نکتهٔ نوشته‌شده استفاده کنیم؛ چون شتاب متحرک در این بازهٔ زمانی ثابت نیست و تغییر می‌کند. تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_3 (v')، مقداری بین تندی متوسط آن در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 (v'') و تندی متوسط آن در بازهٔ زمانی t_2 تا t_3 (v_3) است (شکل ب)؛ یعنی: $v''<v'<v_3$



(ب)

بنابراین از بین بازه‌های زمانی داده‌شده، تندی متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 (v_2) بیشتر است.

۱۴- گزینه ۴

شفاف‌سازی نیرویی که سطح زمین بر جسم وارد می‌کند، برایند دو نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک (f) است.

درس‌نامه ۱ قانون دوم نیوتون:

$$F_{net}=ma \rightarrow \text{شتاب } (m/s^2)$$

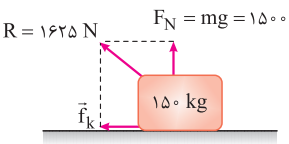
(نیروی خالص (N) ↑، ↓ جرم (kg))

۲ اندازهٔ نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند (R)، برابر با برایند دو نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک (f) است.

$$R=\sqrt{F_N^2+f^2}$$

در رابطهٔ بالا، f می‌تواند f_s، $f_{s,max}$ یا f_k باشد.

گام اندازهٔ نیرویی که سطح زمین بر جسم وارد می‌کند، برابر با برایند دو نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک (f) است. بنابراین با توجه به شکل روبه‌رو می‌توانیم بنویسیم:

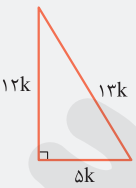


$$R=\sqrt{F_N^2+f_k^2} \xrightarrow[F_N=1500\ N]{R=1625\ N} 1625^2=(1500)^2+f_k^2$$

$$\Rightarrow (125\times13)^2=(125\times12)^2+f_k^2 \Rightarrow 125^2\times13^2=125^2\times12^2+f_k^2$$

$$\Rightarrow f_k^2=125^2[(13)^2-(12)^2] \Rightarrow f_k=125\sqrt{25}=625\ N$$

نکته در مثلث قائم‌الزاویه، اگر یکی از ضلع‌ها مضربی از ۵ $(5k)$ و ضلع دیگر مضربی از ۱۲ $(12k)$ باشد، آن‌گاه وتر این مثلث مضربی از ۱۳ $(13k)$ است.



با توجه به نکتهٔ بالا، می‌توانستیم مقدار f_k را سریع‌تر به دست بیاوریم.

$$\begin{cases}13k=1625\\12k=1500\end{cases} \Rightarrow k=125, f_k=5k \xrightarrow{k=125} f_k=5\times125=625\ N$$

گام حالا از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم و اندازهٔ F را به دست می‌آوریم:

$$F-f_k=ma \xrightarrow[a=2\ m/s^2,\ f_k=625\ N]{m=150\ kg} F-625=150\times2$$

$$\Rightarrow F-625=300 \Rightarrow F=925\ N$$

۱۵- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ جابه‌جایی در T ثانیهٔ nام در سقوط آزاد بدون سرعت اولیه (جهت $+y$ را رو به پایین فرض کردیم):

$$\Delta y=(n-0/5)gT^2$$

۲ تندی متوسط: نسبت مسافت طی‌شده به مدت‌زمان.

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t} \rightarrow \text{مسافت (m)} \rightarrow \text{مدت‌زمان (s)}$$

گام داده‌ها را در رابطهٔ زیر جای‌گذاری می‌کنیم تا جابه‌جایی گلوله در نیم ثانیهٔ سوم را به دست بیاوریم (جهت مثبت y را رو به پایین فرض کردیم): $\Delta y = (n - ۰/۵)gT^۲$

$$\xrightarrow[g=۹/۸\ m/s^۲]{n=۳,\ T=۰/۵\ s} \Delta y = (۳ - ۰/۵)(۹/۸)(۰/۵)^۲ = \frac{۵}{۸} \times ۹/۸\ m$$

گام در سقوط آزاد، جابه‌جایی در یک بازهٔ زمانی مشخص با مسافت طی‌شده در آن بازهٔ زمانی برابر است؛ بنابراین تندی متوسط گلوله در نیم ثانیهٔ سوم برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۰/۵\ s]{\ell = \frac{۵}{۸} \times ۹/۸\ m} s_{av} = \frac{\frac{۵}{۸} \times ۹/۸}{۰/۵} = ۱۲/۲۵\ m/s$$

مشاوره گاهی اوقات طراح اطلاعات اضافی به ما می‌دهد. مثلاً در این سؤال، ارتفاع ۳۰ متر تأثیری در حل مسئله ندارد و اطلاعات اضافی است. *پس هواستون به این اطلاعات اضافی باشه تا هواستون رو به هم نریزه!*

۱۶- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ **رابطهٔ مستقل از زمان در سقوط آزاد بدون سرعت اولیه** (جهت مثبت y را رو به پایین فرض کردیم):

$v^۲ = ۲g\Delta y \rightarrow$ جابه‌جایی در راستای قائم (m)

↑ سرعت نهایی (m/s)

↓ شتاب گرانش ($m/s^۲$)

۲ نیروی خالص متوسط وارد بر جسم، برابر با تغییر تکانهٔ جسم تقسیم بر زمان تغییر آن است و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{m\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$\Delta \vec{v} \rightarrow$ تغییر سرعت (m/s)، m ↑ جرم (kg)

گام ابتدا با استفاده از رابطهٔ مستقل از زمان در سقوط آزاد بدون سرعت اولیه، سرعت برخورد گلوله به سطح سنگ‌فرش‌شده را محاسبه می‌کنیم (جهت مثبت y را رو به پایین فرض کردیم):

$$v_۱^۲ = ۲g\Delta y \xrightarrow[\Delta y = ۲۰\ m]{g = ۱۰\ m/s^۲} v_۱^۲ = ۲ \times ۱۰ \times ۲۰ \Rightarrow v_۱ = ۲۰\ m/s$$

گام گلوله پس از برخورد به سطح سنگ‌فرش‌شده، با تندی $۱۰\ m/s$ از سطح جدا می‌شود. با توجه به این‌که جهت $+y$ را رو به پایین فرض کردیم، پس گلوله با سرعت $v_۲ = -۱۰\ m/s$ از سطح جدا می‌شود. بنابراین می‌توانیم بنویسیم: $\vec{F}_{av} = \frac{m\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

$$\xrightarrow[\Delta v = v_۲ - v_۱,\ v_۱ = ۲۰\ m/s,\ v_۲ = -۱۰\ m/s]{m = ۰/۲\ kg,\ \Delta t = ۰/۲\ s} F_{av} = \frac{۰/۲ \times [(-۱۰) - (۲۰)]}{۰/۲} = -۳۰\ N$$

$$\Rightarrow |F_{av}| = ۳۰\ N$$

تله اگر علامت سرعت $v_۲$ را لحاظ نکنید، ۲ شما را شکار خواهد کرد.

۱۷- گزینه ۱

شفاف‌سازی در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، مکان آن‌ها یکسان است.

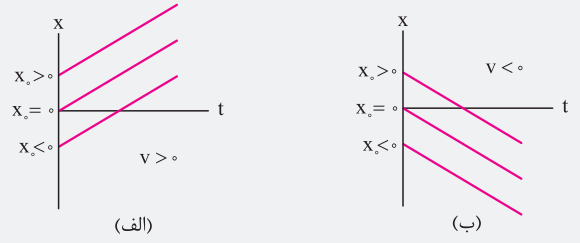
درس‌نامه ۱ **معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت بر روی خط راست:**

مکان اولیه (m) ← $x = vt + x_۰$ ← مکان متحرک در لحظهٔ t (m)

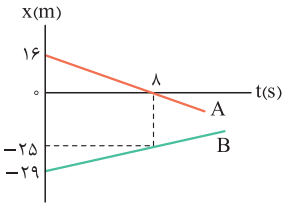
↑ زمان (s)

↓ سرعت متحرک (m/s)

۲ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که با سرعت ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت یک خط راست است. (شکل‌های الف و ب)



گام نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B به صورت یک خط راست است؛ پس این دو متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کنند (یعنی سرعت متوسط متحرک در هر بازهٔ زمانی با سرعت آن در هر لحظه یکسان است). با توجه به شکل روبه‌رو، سرعت هر یک از متحرک‌ها را به دست می‌آوریم.



$$v_A = v_{av,A} = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{۰ - ۱۶}{۸ - ۰} = -\frac{۱۶}{۸} = -۲\ m/s$$

$$v_B = v_{av,B} = \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{-۲۵ - (-۲۹)}{۸} = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}\ m/s$$

گام حالا معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x_A = v_A t + x_{۰A} \xrightarrow[x_{۰A} = ۱۶\ m]{v_A = -۲\ m/s} x_A = -۲t + ۱۶$$

$$x_B = v_B t + x_{۰B} \xrightarrow[x_{۰B} = -۲۹\ m]{v_B = \frac{۱}{۲}\ m/s} x_B = \frac{۱}{۲}t - ۲۹$$

گام

نکته وقتی دو متحرک A و B به یکدیگر می‌رسند، مکان آن‌ها یکسان است؛ یعنی: $x_A = x_B$

با توجه به نکتهٔ بالا، لحظه‌ای را که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، به دست می‌آوریم:

$$x_A = x_B \xrightarrow[x_B = \frac{۱}{۲}t - ۲۹]{x_A = -۲t + ۱۶} -۲t + ۱۶ = \frac{۱}{۲}t - ۲۹ \Rightarrow \frac{۵}{۲}t = ۴۵ \Rightarrow t = ۱۸\ s$$

گام سؤال از ما مکان دو متحرک را در لحظه‌ای که به هم می‌رسند، می‌خواهد. کافی است لحظهٔ $t = ۱۸\ s$ را در معادلهٔ مکان ـ زمان یکی از متحرک‌ها (مثلاً متحرک A) قرار بدهیم و مکان موردنظر را پیدا کنیم.

$$x_A = -۲t + ۱۶ \xrightarrow{t = ۱۸\ s} x_A = -۲(۱۸) + ۱۶ = -۲۰\ m$$

۱۸- گزینه ۲

گام ابتدا نیروی خالص وارد بر جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{net} = F - f_k \xrightarrow[f_k = ۶۰\ N]{F = ۱۰۰\ N} F_{net} = ۱۰۰ - ۶۰ = ۴۰\ N$$

گام حالا داده‌ها را در رابطهٔ زیر جای‌گذاری می‌کنیم و تغییر تکانهٔ جسم در مدت ۱ s را به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۱\ s]{F_{net} = ۴۰\ N} ۴۰ = \frac{\Delta p}{۱} \Rightarrow \Delta p = ۴۰\ \frac{kg.m}{s}$$

مشاوره بعضی از سؤالات کنکور ساده هستند (مثل این سؤال). زمانتان را سر جلسه طوری مدیریت کنید که این سؤالات ساده را از دست ندهید. راستی! وزن جسم (W) در حل این سؤال، کمکی به ما کرد؟!

۱۹- گزینه ۱

شفاف‌سازی طول عقربهٔ ساعت‌شمار برابر با شعاع دایره‌ای است که نوک عقربه طی می‌کند.

درس‌نامه تندی متحرکی که بر روی دایره‌ای به شعاع r، حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام می‌دهد، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

شعاع دایره (m)

↑

$v = \frac{۲\pi r}{T}$ ← تندی (m/s)

↓

دوره (s)

طول عقربهٔ ثانیه‌شمار، دو برابر طول عقربهٔ ساعت‌شمار است؛ یعنی شعاع دایره‌ای که نوک عقربهٔ ثانیه‌شمار طی می‌کند، دو برابر شعاع دایره‌ای است که نوک عقربهٔ ساعت‌شمار طی می‌کند. از طرفی، دورهٔ تناوب عقربهٔ ثانیه‌شمار برابر با ۶۰ s و دورهٔ تناوب عقربهٔ ساعت‌شمار برابر با $12\,h = 12\times60\times60\,s$ است؛ بنابراین با استفاده از رابطهٔ $v=\frac{2\pi r}{T}$ می‌توانیم بنویسیم:

$$v=\frac{2\pi r}{T} \xrightarrow[\text{(۲):نوک عقربهٔ ساعت‌شمار}]{\text{(۱): نوک عقربهٔ ثانیه‌شمار}} \frac{v_1}{v_2}=\frac{r_1}{r_2}\times\frac{T_2}{T_1}$$

$$\xrightarrow[T_1=60\,s\,,\ r_1=2r_2]{T_2=12\times60\times60\,s} \frac{v_1}{v_2}=2\times\frac{12\times60\times\cancel{60}}{\cancel{60}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2}=1440$$

۲۰- گزینه ۳

شفاف‌سازی چون شدت صوت A از شدت صوت B بیشتر است، پس اختلاف تراز شدت صوت A و B برابر ۱۰ dB است؛ یعنی $\beta_A-\beta_B=10\,dB$.

درس‌نامه اختلاف تراز شدت دو صوت:

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}$$

(β_2: تراز شدت صوت ۲ (dB)، I_2: شدت صوت ۲ (W/m^2)، β_1: تراز شدت صوت ۱ (dB)، I_1: شدت صوت ۱ (W/m^2))

گام ابتدا شدت صوت B (I_B) را با استفاده از اختلاف تراز شدت دو صوت A و B، به دست می‌آوریم:

$$\beta_A-\beta_B=10\log\frac{I_A}{I_B} \Rightarrow 10=10\log\frac{0/04}{I_B} \Rightarrow \frac{0/04}{I_B}=10$$

$$\Rightarrow I_B=0/004\ W/m^2$$

گام حالا اختلاف شدت دو صوت A و B را محاسبه می‌کنیم:

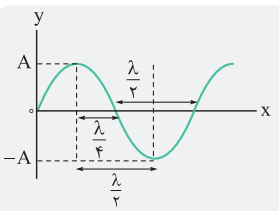
$$I_A-I_B=0/04-0/004=0/036\ W/m^2$$

$$\xrightarrow{1\,W/m^2=10^3\,mW/m^2} I_A-I_B=36\ mW/m^2$$

۲۱- گزینه ۴

استراتژی ابتدا با توجه به جهت انتشار موج، جهت حرکت ذرهٔ M را مشخص کنید، سپس از روی نقش موج، طول موج را به دست آورده و پس از آن به کمک تندی انتشار موج، دورهٔ تناوب را محاسبه کنید. در نهایت با توجه به موقعیت نوسانی ذرهٔ M تندی آن را به دست بیاورید.

درس‌نامه ۱ شکل مقابل که فاصلهٔ نقاط را برحسب طول موج نشان می‌دهد، به خاطر بسپارید.



۲ تندی نوسانگر در نقطهٔ تعادل بیشینه است و از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$v_{max}=A\omega$$

(v_{max}: دامنه (m)، ω: بسامد زاویه‌ای (rad/s))

۳ رابطهٔ بین تندی انتشار موج، دورهٔ تناوب موج و طول موج:

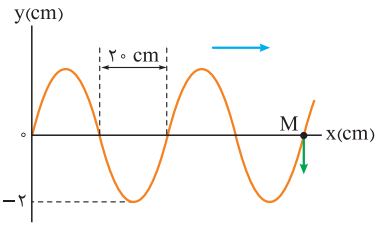
$$v=\frac{\lambda}{T}$$

(λ: طول موج (m)، T: دورهٔ تناوب (s)، v: تندی انتشار موج (m/s))

گام ابتدا نکتهٔ زیر را بخوانید.

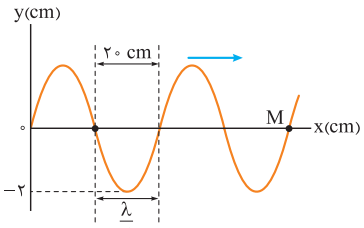
نکته اگر جهت انتشار موج به سمت راست باشد، وضعیت ذره شبیه نقاط سمت چپ خود و اگر جهت انتشار موج به سمت چپ باشد، وضعیت ذره شبیه نقاط سمت راست خود خواهد شد.

با توجه به نکتهٔ قبل و مطابق شکل (الف)، جهت حرکت ذرهٔ M به سمت پایین است.



(الف)

گام طول موج را با توجه به شکل (ب) به دست می‌آوریم:



(ب)

$$\frac{\lambda}{2}=20 \Rightarrow \lambda=40\,cm=0/4\,m$$

گام دورهٔ تناوب موج را محاسبه می‌کنیم (توجه کنید که دورهٔ تناوب موج برابر با دورهٔ تناوب هر یک از ذرات طناب است):

$$\lambda=vT \Rightarrow T=\frac{0/4}{20}=0/02\,s$$

گام ذرهٔ M در نقطهٔ تعادل قرار دارد؛ بنابراین تندی آن بیشینه است و داریم:

$$v_M=v_{max}=A\omega$$

$$\xrightarrow[\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0/02}\,rad/s]{A=2\,cm=2\times10^{-2}\,m} v_{max}=\cancel{2\times10^{-2}}\times\frac{2\pi}{\cancel{0/02}} \xrightarrow{\pi=3/14} v_M=v_{max}=6/28\,m/s$$

تله اگر جهت حرکت ذرهٔ M را اشتباه تشخیص بدهید، به ۳ می‌رسید.

۲۲- گزینه ۴

شفاف‌سازی سومین حالت برانگیخته اتم هیدروژن؛ یعنی $n=4$ و حالت پایه؛ یعنی $n=1$.

درس‌نامه ۱ انرژی الکترون در اتم هیدروژن در مدار nام:

$$E_n=\frac{-13/6\,eV}{n^2}$$

(n: شمارهٔ مدار الکترون)

۲ در اتم هیدروژن وقتی که الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر (E_U) به یک حالت مانا با انرژی کم‌تر (E_L) می‌رود، یک فوتون گسیل می‌شود. انرژی این فوتون برابر با اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و نهایی است.

$$E_U-E_L=hf$$

(f: بسامد فوتون (Hz))

نکته ۱ پایین‌ترین تراز انرژی ($n=1$) حالت پایه و ترازهای بالاتر ($n>1$) حالت‌های برانگیخته نام دارند. **۲** شمارهٔ مدار اولین، دومین، سومین و ... حالت برانگیخته در اتم هیدروژن به ترتیب برابر با $n=2$، $n=3$، $n=4$ و ... است.

با توجه به نکتهٔ بالا، شمارهٔ مدار الکترون در سومین حالت برانگیختهٔ اتم هیدروژن برابر با $n=4$ است؛ پس وقتی الکترون در اتم هیدروژن، از سومین حالت برانگیخته به حالت پایه جهش می‌کند، یعنی از تراز $n_U=4$ به تراز $n_L=1$ می‌رود. حالا داده‌ها را در رابطهٔ زیر جای‌گذاری می‌کنیم و بسامد فوتون گسیل‌شده در این جهش را به دست می‌آوریم.

$$E_U-E_L=hf \Rightarrow -\frac{13/6}{n_U^2}-\left(-\frac{13/6}{n_L^2}\right)=4\times10^{-15}\,f$$

$$\Rightarrow \frac{13/6}{(1)^2}-\frac{13/6}{(4)^2}=4\times10^{-15}\,f \Rightarrow \frac{15}{16}\times13/6=4\times10^{-15}\,f$$

$$\Rightarrow f=3/1875\times10^{15}\,Hz=3187/5\,THz$$

تله چشم به راه شماست، اگر به جای $n_U=4$، مقدار $n_U=3$ را در نظر می‌گرفتید.

۲۳- گزینه ۳

درس‌نامه بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها در اثر فوتوالکتریک:

$$K_{max} = hf - W_0$$

(hf: بسامد فوتون (Hz)، h: ثابت پلانک (J.s)، W_0: تابع کار فلز (J))

ابتدا بسامد نور و بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها در حالت دوم را نسبت به حالت اول به دست می‌آوریم:

$$f_2 = f - \frac{25}{100}f = \frac{3}{4}f$$

$$K_{max_2} = K_{max_1} - \frac{40}{100}K_{max_1} = \frac{6}{10}K_{max_1}$$

حالا معادلهٔ فوتوالکتریک را برای هر دو حالت می‌نویسیم و تابع کار فلز را محاسبه می‌کنیم.

نکته تبدیل یکای eV به J (و برعکس):

$$eV \xrightarrow{\times 1/6\times 10^{-19}} J \qquad J \xrightarrow{\div 1/6\times 10^{-19}} eV$$

$$K_{max} = hf - W_0 \Rightarrow \begin{cases} K_{max_1} = hf - W_0 \\ 0/6\,K_{max_1} = \frac{3hf}{4} - W_0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{K_{max_1}=8\times 10^{-19}\,J} \begin{cases} \underbrace{\frac{8\times 10^{-19}}{1/6\times 10^{-19}}}_{\text{تبدیل به eV}} = hf - W_0 \\ \frac{6}{10}\times \underbrace{\frac{8\times 10^{-19}}{1/6\times 10^{-19}}}_{\text{تبدیل به eV}} = \frac{3hf}{4} - W_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5 = hf - W_0 \\ 3 = \frac{3hf}{4} - W_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 = hf - W_0 \\ 4 = hf - \frac{4}{3}W_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{W_0}{3} = 1 \Rightarrow W_0 = 3\,eV$$

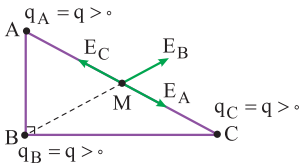
۲۴- گزینه ۱

درس‌نامه میدان الکتریکی حاصل از بار q در فاصلهٔ r از آن:

$$E = k\frac{|q|}{r^2}$$

(E: اندازهٔ میدان الکتریکی (N/C)، q: اندازهٔ بار الکتریکی (C)، r: فاصله از بار (m)، k: ثابت کولن ($\frac{N.m^2}{C^2}$))

گام میدان الکتریکی ناشی از بارهای q در سه رأس A، B و C را در وسط ضلع AC رسم می‌کنیم.



طبق رابطهٔ $E = \frac{k|q|}{r^2}$، میدان‌های الکتریکی E_A و E_C به دلیل برابربودن بارهای q_A و q_C و فاصلهٔ یکسان آن‌ها تا نقطهٔ M (وسط ضلع AC) با هم برابر است $(E_A = E_C)$ و یکدیگر را خنثی می‌کنند. بنابراین میدان برایند در نقطهٔ M تنها ناشی از بار q_B است.

گام برای محاسبهٔ میدان الکتریکی ناشی از بار q_B، نیاز به فاصلهٔ بار q_B تا نقطهٔ M داریم. با توجه به نکتهٔ زیر، فاصلهٔ بار q_B تا نقطهٔ M را به دست می‌آوریم.

نکته در مثلث قائم‌الزاویه، میانهٔ وارد بر وتر نصف وتر است.

$$r_B = BM = \frac{AC}{2}$$

همچنین ضلع AC را می‌توانیم با استفاده از رابطهٔ فیثاغورس محاسبه کنیم:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \xrightarrow{AB=60\,cm,\ BC=80\,cm} AC^2 = 60^2 + 80^2$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{3600 + 6400} \Rightarrow AC = 100\,cm$$

حالا مقدار r_B را به دست می‌آوریم:

$$r_B = \frac{AC}{2} \xrightarrow{AC=100\,cm} r_B = \frac{100}{2} = 50\,cm = 0/5\,m$$

گام بزرگی میدان الکتریکی در نقطهٔ M برابر با میدان الکتریکی حاصل از بار q_B در این نقطه است. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$E_B = \frac{k|q|}{r_B^2} \Rightarrow 9\times 10^4 = \frac{9\times 10^9 \times |q|}{(0/5)^2}$$

$$\xrightarrow{q>0} q = \frac{9\times 10^4 \times (0/5)^2}{9\times 10^9} = 2/5\times 10^{-6}\,C = 2/5\,\mu C$$

مشاوره برای حل این سؤال، علاوه بر فیزیک، کمی هندسه هم باید بلد باشید.

۲۵- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ اندازهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از میدان الکتریکی یکنواخت:

$$|\Delta V| = Ed$$

($|\Delta V|$: اندازهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)، E: میدان الکتریکی (N/C)، d: فاصلهٔ بین دو نقطه در راستای میدان الکتریکی (m))

۲ اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از میدان الکتریکی:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$$

(ΔV: اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)، ΔU_E: تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی (J)، q: بار الکتریکی (C))

حواستون باشه! در این رابطه باید q رو با علامتش بذارین!

۳ اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار از طرف میدان الکتریکی:

$$F = |q|E$$

گام تنها نیروی موثر بر ذرهٔ باردار، نیروی الکتریکی است؛ بنابراین نیروی خالص با نیروی الکتریکی برابر است. شتاب الکترون را با استفاده از قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma \xrightarrow{F_{net}=E|q|} E|q| = ma \Rightarrow 125\times 1/6\times 10^{-19} = 10^{-30}a$$

$$\Rightarrow a = \frac{125\times 1/6\times 10^{-19}}{10^{-30}} = 2\times 10^{13}\,m/s^2$$

گام حالا با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست، مدت‌زمان جابه‌جایی را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 0/1 = \frac{1}{2}\times 2\times 10^{13}\times t^2 + 0 \Rightarrow$$

$$t^2 = 10^{-14} \Rightarrow t = 10^{-7}\,s = 100\times 10^{-9}\,s = 100\,ns$$

(۳ و ۴ پَر!)

گام برای این‌که تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون در این جابه‌جایی را به دست بیاوریم، ابتدا اختلاف پتانسیل الکتریکی در این جابه‌جایی را محاسبه می‌کنیم:

$$|\Delta V| = Ed \xrightarrow[d=0/1\,m]{E=125\,N/C} |\Delta V| = 12/5\,V$$

نکته اگر در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی کاهش و اگر در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد. وقتی الکترون رها می‌شود، در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت می‌کند؛ بنابراین با توجه به نکتهٔ بالا، پتانسیل الکتریکی در این جابه‌جایی افزایش می‌یابد.

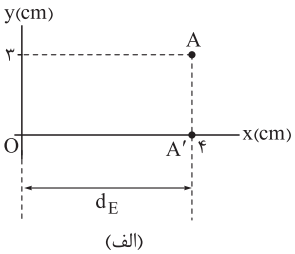
$$\Delta V > 0 \Rightarrow \Delta V = 12/5\,V$$

گام در آخر تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون در این جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta U = -1e \times 12/5\ V = -12/5\ eV$$

۲۶- گزینه ۳

گام در شکل (الف)، نقطهٔ O (مبدأ مختصات) و نقطهٔ $A\begin{vmatrix}4\ cm\\3\ cm\end{vmatrix}$ را مشخص کردیم. وقتی در جهت عمود بر میدان الکتریکی حرکت می‌کنیم، پتانسیل الکتریکی تغییر نمی‌کند، پس $V_A = V_{A'}$ است. به کمک رابطهٔ $|\Delta V| = Ed$ اندازهٔ میدان الکتریکی را به دست می‌آوریم. (d فاصلهٔ بین دو نقطه در راستای میدان (محور x) است.)

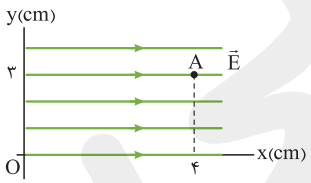


(الف)

$$|\Delta V| = |V_{A'} - V_O| = |-5-15| = 20\ V$$

$$|\Delta V| = Ed_E \Rightarrow 20 = E \times 4 \times 10^{-2} \Rightarrow E = \frac{20}{4\times10^{-2}} = 500\ N/C$$

گام خطوط میدان الکتریکی از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کم‌تر است. از آن‌جا که $V_O > V_A$ است، پس میدان الکتریکی در جهت محور x است (شکل ب).

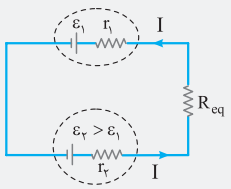


(ب)

تله دقت کنید که فاصله در راستای میدان الکتریکی را باید در نظر بگیرید. اگر فاصله را ۵ cm لحاظ کنید، به گزینهٔ ۱ نادرست می‌رسید.

۲۷- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ مدار زیر شامل دو باتری است که در جهت‌های مخالف یکدیگر بسته شده‌اند. در این مدار چون $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ است، پس جهت جریان کل مدار به صورت پادساعتگرد است و مقدار آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.



$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R_{eq} + r_1 + r_2}$$

↓ مقاومت معادل مدار (Ω)

۲ قانون اختلاف پتانسیل‌ها:

در هر حلقهٔ بسته، مجموع جبری اختلاف پتانسیل‌ها صفر است.

$$\sum V = 0 \Rightarrow \sum \varepsilon - \sum RI = 0$$

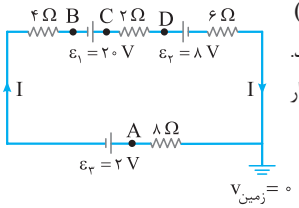
در به کار بردن این قانون، به نکات زیر توجه کنید:

۱) یک جهت چرخش اختیاری در نظر می‌گیریم. ۲) جهت جریان در هر حلقه را به دلخواه انتخاب می‌کنیم. ۳) برای نوشتن εها، با توجه به چرخش در مدار، اگر از پایانهٔ مثبت باتری خارج شویم (I → ε −|+) نیروی محرکهٔ باتری را مثبت (+ε) و اگر از پایانهٔ منفی باتری خارج شویم (I → ε −|+)، نیروی محرکهٔ باتری را منفی (−ε) در نظر می‌گیریم.

۴) برای نوشتن RIها، اگر در جهت جریان از مقاومت R عبور کنیم، چون پتانسیل الکتریکی در حال کاهش است، RI را منفی (−RI) و اگر در خلاف جهت جریان از مقاومت R عبور کنیم، چون پتانسیل الکتریکی در حال افزایش است، RI را مثبت (+RI) در نظر می‌گیریم.

اگر علامت جریان مثبت به دست آمد، یعنی جهت انتخابی درست است و اگر منفی به دست آمد، فقط جهت جریان را در شاخهٔ مورد نظر برعکس می‌کنیم.

گام با توجه به این‌که $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 + \varepsilon_3$ $(20 > 8+2)$ است، پس جهت جریان در مدار را ε_1 تعیین می‌کند. بنابراین مطابق شکل روبه‌رو، جهت جریان در مدار ساعتگرد است و مقدار آن برابر است با:



$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3}{R_{eq} + \Sigma r} = \frac{20-8-2}{4+2+6+8} = \frac{10}{20} = 0/5\ A$$

گام حالا با استفاده از قانون اختلاف پتانسیل‌ها، پتانسیل نقاط A، B، C و D را به دست می‌آوریم.

حرکت از نقطهٔ A به سمت نقطهٔ زمین در خلاف جهت جریان:

$$V_A + 8I = V_{زمین} \Rightarrow V_A + 8(0/5) = 0 \Rightarrow V_A = -4\ V$$

حرکت از نقطهٔ B به سمت نقطهٔ زمین در جهت جریان:

$$V_B + \varepsilon_1 - 2I - \varepsilon_2 - 6I = V_{زمین}$$

$$\Rightarrow V_B + 20 - 2(0/5) - 8 - 6(0/5) = 0 \Rightarrow V_B = -8\ V$$

حرکت از نقطهٔ B به سمت نقطهٔ C در جهت جریان:

$$V_B + \varepsilon_1 = V_C \Rightarrow -8 + 20 = V_C \Rightarrow V_C = +12\ V$$

حرکت از نقطهٔ C به سمت نقطهٔ D در جهت جریان:

$$V_C - 2I = V_D \Rightarrow 12 - 2(0/5) = V_D \Rightarrow V_D = 11\ V$$

بنابراین پتانسیل نقطهٔ C از پتانسیل سایر نقاط بیشتر است.

تیزبازی باتری ε_1 تنها باتری‌ای است که به مدار انرژی می‌دهد و جریان مدار را تأمین می‌کند. بنابراین نقطهٔ C که نزدیک‌ترین نقطه به پایانهٔ مثبت این باتری است، بیشترین پتانسیل را دارد.

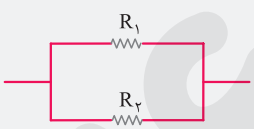
۲۸- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ مقاومت معادل دو مقاومت سری:



$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

۲ مقاومت معادل دو مقاومت موازی:

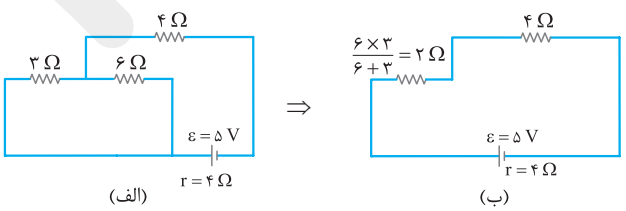


$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

۳ توان تولیدی باتری:

$$P = \frac{\varepsilon^2}{R_{eq} + r}$$

گام در حالت اول مقاومت ۳ Ω و مقاومت ۶ Ω با هم موازی هستند (شکل الف) و مقاومت معادل این دو با مقاومت ۴ Ω متوالی است (شکل ب).



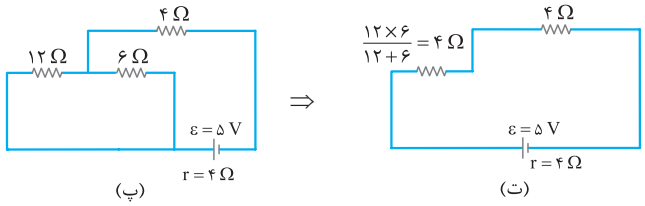
بنابراین مقاومت معادل مدار در این حالت برابر است با:

$$R_{eq} = 2 + 4 = 6\ \Omega$$

گام توان تولیدی باتری در حالت اول:

$$P_1 = \frac{\varepsilon^2}{R_{eq} + r} = \frac{(5)^2}{6+4} = \frac{25}{10}\ W$$

گام مقاومت معادل مدار در حالت دوم:



$$R'_{eq} = ۴ + ۴ = ۸\ \Omega$$

گام توان تولیدی باتری در حالت دوم:

$$P_۲ = \frac{\varepsilon^۲}{R'_{eq} + r} = \frac{(۵)^۲}{۸ + ۴} = \frac{۲۵}{۱۲}\ W$$

گام اختلاف توان تولیدی باتری در حالت‌های دوم و اول:

$$P_۲ - P_۱ = \frac{۲۵}{۱۲} - \frac{۲۵}{۱۰} = \frac{۵(۲۵) - ۶(۲۵)}{۶۰} = \frac{-۲۵}{۶۰} = \frac{-۵}{۱۲}\ W$$

یعنی توان تولیدی باتری $\frac{۵}{۱۲}\ W$ کاهش می‌یابد.

۲۹- گزینه ۴

استراتژی ابتدا جریان عبوری از مقاومت‌ها را به دست بیاورید، سپس توان مصرفی هر یک از مقاومت‌ها را با استفاده از رابطهٔ $P = RI^۲$ محاسبه کنید تا مقاومتی که بیشترین توان مصرفی را دارد، پیدا شود.

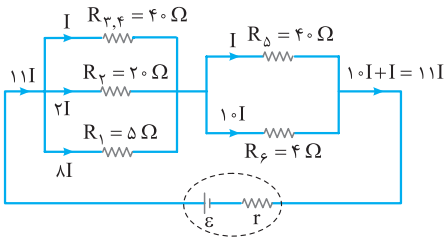
درس‌نامه ۱ در مقاومت‌های موازی، نسبت جریان عبوری از دو مقاومت برابر با وارون نسبت مقاومت‌ها است.

$$\frac{I_۱}{I_۲} = \frac{R_۲}{R_۱}$$

۲ توان مصرفی مقاومت:

$$P = RI^۲ \rightarrow \text{توان مصرفی (W)},\ R: \text{مقاومت الکتریکی (Ω)},\ I: \text{جریان الکتریکی (A)}$$

دو مقاومت $R_۳$ و $R_۴$ سری (متوالی) هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر با $(R_۳ + R_۴ = ۱۰ + ۳۰ =) ۴۰\ \Omega$ است. پس مدار را به شکل زیر ساده می‌کنیم.



جریان عبوری از مقاومت $R_۵$ را I در نظر می‌گیریم و جریان عبوری از هر یک از مقاومت‌ها را برحسب I به دست می‌آوریم.

$$\frac{I_۶}{I} = \frac{R_۵}{R_۶} \xrightarrow{R_۵ = ۴۰\ \Omega,\ R_۶ = ۴\ \Omega} I_۶ = ۱۰I$$

$$\frac{I_۲}{I_{۳,۴}} = \frac{R_{۳,۴}}{R_۲} \xrightarrow{R_{۳,۴} = ۴۰\ \Omega,\ R_۲ = ۲۰\ \Omega} I_۲ = ۲I_{۳,۴}$$

$$\frac{I_۱}{I_{۳,۴}} = \frac{R_{۳,۴}}{R_۱} \xrightarrow{R_{۳,۴} = ۴۰\ \Omega,\ R_۱ = ۵\ \Omega} I_۱ = ۸I_{۳,۴}$$

$$I_{۳,۴} + ۲I_{۳,۴} + ۸I_{۳,۴} = ۱۱I \Rightarrow I_{۳,۴} = I$$

حالا توان مصرفی هر یک از مقاومت‌ها را با استفاده از رابطهٔ $P = RI^۲$ به دست می‌آوریم. (دقت کنید که جریان عبوری از مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ یکسان و برابر با I است.)

$$P_۱ = R_۱I_۱^۲ \xrightarrow{R_۱ = ۵\ \Omega,\ I_۱ = ۸I} P_۱ = ۵ \times (۸I)^۲ = ۳۲۰I^۲$$

$$P_۲ = R_۲I_۲^۲ \xrightarrow{R_۲ = ۲۰\ \Omega,\ I_۲ = ۲I} P_۲ = ۲۰ \times (۲I)^۲ = ۸۰I^۲$$

$$P_۳ = R_۳I_۳^۲ \xrightarrow{R_۳ = ۱۰\ \Omega,\ I_۳ = I} P_۳ = ۱۰I^۲$$

$$P_۴ = R_۴I_۴^۲ \xrightarrow{R_۴ = ۳۰\ \Omega,\ I_۴ = I} P_۴ = ۳۰I^۲$$

$$P_۵ = R_۵I_۵^۲ \xrightarrow{R_۵ = ۴۰\ \Omega,\ I_۵ = I} P_۵ = ۴۰I^۲$$

$$P_۶ = R_۶I_۶^۲ \xrightarrow{R_۶ = ۴\ \Omega,\ I_۶ = ۱۰I} P_۶ = ۴ \times (۱۰I)^۲ = ۴۰۰I^۲$$

با توجه به مقادیر به‌دست‌آمده، توان مصرفی مقاومت $R_۶$ بیشتر از توان مصرفی بقیهٔ مقاومت‌ها است.

۳۰- گزینه ۱

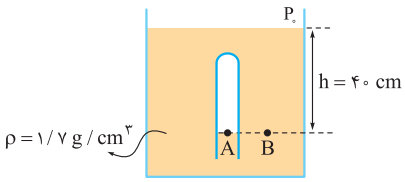
درس‌نامه ۱ فشار پیمانه‌ای: اختلاف فشار مطلق و فشار جوّ را فشار پیمانه‌ای می‌گوییم.

$$P_g = P - P_۰ \leftarrow \text{فشار پیمانه‌ای}$$
P: فشار مطلق، $P_۰$: فشار جوّ

۲ فشار مایع در عمق h از سطح آزاد مایع:

$$P = \rho g h \rightarrow \text{عمق مایع (m)}$$
ρ: چگالی مایع $(kg/m^۳)$، g: شتاب گرانش $(m/s^۲)$

گام دو نقطهٔ A و B در یک مایع هستند و هم‌ترازند؛ پس $P_A = P_B$ است.



هم‌چنین فشار پیمانه‌ای گاز برابر با اختلاف فشار مطلق و فشار جو است. بنابراین فشار پیمانه‌ای گاز برابر است با:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = \rho gh + P_۰ \Rightarrow \underbrace{P_{\text{گاز}} - P_۰}_{\text{فشار پیمانه‌ای گاز}} = \rho gh$$

گام حالا فشار پیمانه‌ای گاز را برابر با فشار حاصل از h سانتی‌متر از مایع جیوه قرار می‌دهیم و h را پیدا می‌کنیم:

$$(\rho gh)_{\text{مایع}} = (\rho gh)_{\text{جیوه}} \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} \times h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\xrightarrow[\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶\ g/cm^۳]{\rho_{\text{مایع}} = ۱/۷\ g/cm^۳,\ h_{\text{مایع}} = ۴۰\ cm} ۱/۷ \times ۴۰ = ۱۳/۶ \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = ۵\ cm$$

یعنی فشار مایع، معادل ۵ cmHg است.

تله با توجه به این‌که فشار جو در شرایط متعارف ۷۶ cmHg است، طراح با فرض این‌که ۵ cmHg را به ۷۶ اضافه یا از آن کم کنید، ۳ و ۴ را قرار داده است.

۳۱- گزینه ۱

شفاف‌سازی قایق‌ها در ابتدا ساکن هستند، پس تندی اولیهٔ آن‌ها و در نتیجه انرژی جنبشی اولیهٔ آن‌ها صفر است.

درس‌نامه ۱ قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: کار کل وارد بر یک جسم در یک جابه‌جایی معین برابر با تغییر انرژی جنبشی جسم در این جابه‌جایی است.

$$W_t = \Delta K = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$
m: جرم (kg)، $v_۱$: تندی اولیه (m/s)، $v_۲$: تندی نهایی (m/s)

۲ کار نیروی ثابت F:

$$W = F\, d \cos\theta$$
F: نیرو (N)، d: جابه‌جایی (m)، θ: زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی

گام ابتدا کار کل انجام‌شده بر روی قایق‌ها را مقایسه می‌کنیم:

$$W_t = F_{net} d\cos\theta \xrightarrow[F_{net}=F]{\theta=0^\circ \Rightarrow \cos 0^\circ = 1} W_t = Fd \xrightarrow[d_{یکسان}]{F_{یکسان}} W_{t_{سبک}} = W_{t_{سنگین}}$$

گام انرژی جنبشی نهایی قایق‌ها را با کمک قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی مقایسه می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K = K_2 - K_1 \xrightarrow{K_1=0} W_t = K_2 \xrightarrow{W_{t_{سبک}}=W_{t_{سنگین}}} K_{2_{سبک}} = K_{2_{سنگین}}$$

گام نسبت تندی نهایی قایق سبک به تندی نهایی قایق سنگین را با استفاده از رابطهٔ $K = \frac{1}{2}mv^2$ به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_{2_{سبک}}}{K_{2_{سنگین}}} = \frac{m_{سبک}}{m_{سنگین}} \times \left(\frac{v_{سبک}}{v_{سنگین}}\right)^2$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{1}{4} \times \left(\frac{v_{سبک}}{v_{سنگین}}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_{سبک}}{v_{سنگین}} = 2$$

۳۲- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ نیروی اصطکاک جنبشی: نیروی عمودی سطح (N)

$$f_k = \mu_k F_N$$

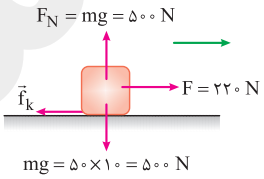
ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح

۲ معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

- x: مکان اولیه (m)
- a: شتاب (m/s²)
- v_0: سرعت اولیه (m/s)

گام با توجه به شکل مقابل، نیروی خالص وارد بر صندوق را به دست می‌آوریم:



$$F_{net} = F - f_k$$

$$\xrightarrow{f_k = \mu_k F_N} F_{net} = F - \mu_k F_N$$

$$\xrightarrow[F_N = 500\ N]{\mu_k = 0/4} F_{net} = 220 - (0/4 \times 500) = 20\ N$$

گام حالا از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم و شتاب جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow 20 = 50 \times a \Rightarrow a = 0/4\ m/s^2$$

گام به کمک معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست، جابه‌جایی جسم را به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow[a=0/4\ m/s^2, x_0=0\ m]{v_0=0\ m/s,\ t=2\ s} x = \frac{1}{2} \times 0/4 \times (2)^2 = 0/8\ m$$

گام در آخر کار نیروی F در این جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

$$W = Fd\cos\theta \xrightarrow[\theta=0^\circ \Rightarrow \cos 0^\circ = 1]{F=220\ N,\ d=0/8\ m} W = 220 \times 0/8 \times 1 = 176\ J$$

۳۳- گزینه ۳

درس‌نامه ظرفیت گرمایی: حاصل‌ضرب جرم ماده در گرمای ویژهٔ آن:

$$C = mc$$

- C: ظرفیت گرمایی (J/K)
- c: گرمای ویژه $\left(\frac{J}{kg.K}\right)$
- m: جرم (kg)

گام نسبت ظرفیت گرمایی فلز در دو حالت را می‌نویسیم و جرم اولیهٔ فلز را به دست می‌آوریم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{m_2 c_2}{m_1 c_1} \xrightarrow{c_1=c_2=c} \frac{C_2}{C_1} = \frac{m_2}{m_1} \xrightarrow[m_2=m_1-1]{C_2=C_1-0/2C_1=0/8C_1} \frac{0/8C_1}{C_1} = \frac{m_1-1}{m_1}$$

$$\Rightarrow 0/8m_1 = m_1 - 1 \Rightarrow 0/2m_1 = 1 \Rightarrow m_1 = 5\ kg$$

گام محاسبهٔ گرمای ویژهٔ فلز:

$$C_1 = m_1 c \xrightarrow[m_1=5\ kg]{C_1=2100\ J/K} 2100 = 5c \Rightarrow c = 420\ \frac{J}{kg.K}$$

۳۴- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ با توجه به معادلهٔ حالت گاز کامل $(PV = nRT)$، برای مقایسهٔ دو حالت مختلف، رابطهٔ کلی زیر را در نظر بگیرید و هر کمیتی را که در سؤال، ثابت فرض شده بود، از طرفین این رابطه حذف کنید.

فشار — حجم

$$\frac{P_1V_1}{n_1T_1} = \frac{P_2V_2}{n_2T_2}$$

تعداد مول — دما (K)

در رابطهٔ بالا، کمیت‌های فشار و حجم در طرفین رابطه کافی است یکاهای یکسانی داشته باشند، اما کمیت دما در هر دو طرف، حتماً باید برحسب کلوین باشد.

۲ رابطهٔ بین دما برحسب درجهٔ سلسیوس و کلوین:

$$T(K) = \theta(^\circ C) + 273$$

دما برحسب کلوین (K) ← دما برحسب درجهٔ سلسیوس (°C)

گام حجم گاز در حالت دوم را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V = V_2 - V_1 \Rightarrow V_2 = V_1 + \Delta V \xrightarrow[V_1=2000\ cm^3]{\Delta V = A\Delta h = 50 \times 2 = 100\ cm^3} V_2 = 2100\ cm^3$$

گام با توجه به این‌که اصطکاک پیستون ناچیز است، پس فشار گاز ثابت است؛ بنابراین با استفاده از معادلهٔ حالت گازهای کامل می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \xrightarrow[T_1=27\ ^\circ C=27+273=300\ K]{V_1=2000\ cm^3,\ V_2=2100\ cm^3} \frac{2000}{300} = \frac{2100}{T_2}$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{21 \times 300}{20} = 315\ K$$

گام در آخر خواستهٔ سؤال یعنی تغییر دمای گاز را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta T = T_2 - T_1 \xrightarrow[T_1=300\ K]{T_2=315\ K} \Delta T = 315 - 300 = 15\ K$$

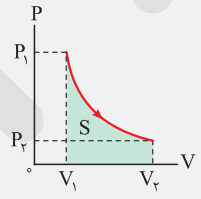
۳۵- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ انرژی درونی گاز آرمانی، فقط تابع دمای گاز است.

$$U \propto T \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

انرژی درونی (J) ← U ∝ T ← دما (K)

۲ در هر فرایند ترمودینامیکی، قدرمطلق کار انجام‌شده با مساحت سطح زیر نمودار $P - V$ در آن فرایند برابر است.



$$S = |W|$$

S ← مساحت سطح — W ← کار

۳ قانون اول ترمودینامیک:

$$\Delta U = Q + W$$

ΔU ← تغییر انرژی درونی (J) — $U_2 - U_1$ ← انرژی درونی نهایی (J) — U_1 ← انرژی درونی اولیه (J)

Q ← گرما — W ← کار محیط بر روی دستگاه

گام انرژی درونی گاز آرمانی فقط تابع دمای آن است؛ بنابراین با استفاده از معادلهٔ حالت گازهای کامل می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{P_2V_2}{P_1V_1}=\frac{T_2}{T_1}\xrightarrow{\frac{T_2}{T_1}=\frac{U_2}{U_1}}\frac{U_2}{U_1}=\frac{P_2V_2}{P_1V_1}$$

$$\xrightarrow[P_1=3\times10^5\ Pa\ ,\ V_1=1\ L]{P_2=2\times10^5\ Pa\ ,\ V_2=4\ L\ ,\ U_1=750\ J}\frac{U_2}{750}=\frac{2\times10^5\times4}{3\times10^5\times1}$$

$$\Rightarrow U_2=750\times\frac{8}{3}=2000\ J$$

گام با استفاده از مساحت زیر نمودار $P-V$، قدر مطلق کار انجام‌شده توسط محیط بر روی گاز را به دست می‌آوریم:

$$|W|=S=\frac{(3\times10^5+2\times10^5)\times(4-1)\times10^{-3}}{2}=750\ J$$

فرایند انبساطی است، پس کار محیط بر روی گاز $W=-750\ J$ است.

گام حالا قانون اول ترمودینامیک را می‌نویسیم و گرمایی را که گاز دریافت کرده است، محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta U=Q+W$$

$$\xrightarrow[W=-750\ J]{\Delta U=U_2-U_1=2000-750=1250\ J}1250=Q-750\Rightarrow Q=2000\ J$$

شیمی

۳۶- گزینه ۱

نکته شما باید حالت فیزیکی عنصرهای مهم جدول دوره‌ای در دمای $25\ ^\circ C$ را بلد باشید! برای این کار کافیه که عناصر مایع و گازی جدول رو بشناسید، سایر عناصر جامدند.

حالت فیزیکی	عنصرها
جامد	فلزهای قلیایی و قلیایی خاکی (فلزهای دستهٔ s)، فلزهای واسطه یا عناصر دستهٔ d (به‌جز جیوه)، عناصر دستهٔ f، عناصر دستهٔ p به‌جز موارد نام برده شده در حالت‌های فیزیکی مایع و گاز
مایع	برم (Br_2) و جیوه (Hg)
گاز	هیدروژن، نیتروژن، اکسیژن، فلوئور، کلر، هلیم، نئون، آرگون، کریپتون و زنون

در دمای اتاق، برم (Br_2) به حالت مایع است، در حالی که سه عنصر دیگر، جامد می‌باشند.

۳۷- گزینه ۴

عبارت‌های (ب) و (پ) درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست: (الف) هوای پاک را می‌توان محلولی از گازها در نظر گرفت، نه هوای شهرها که معمولاً آلوده و شامل ذرات گرد و غبار هم هست! (ت) *پی شه؟!!* مخلوط‌ها انواع مختلفی دارند که یکی از آن‌ها محلول‌ها هستند. جای مخلوط و محلول رو در عبارت داده‌شده، جابه‌جا گفته!

۳۸- گزینه ۱

نکته اگر اختلاف شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در یک یون، بیشتر از مقدار بار یون باشد، عدد اتمی عنصر مورد نظر را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:

$$\text{عدد اتمی}=\frac{\left(\begin{matrix}\text{بار یون}\\ \text{با علامت}\end{matrix}\right)+\left(\begin{matrix}\text{تفاوت شمار}\\ \text{نوترون‌ها و الکترون‌ها}\end{matrix}\right)-\text{عدد جرمی}}{2}$$

روش ابتدا باید عدد اتمی عنصر X را حساب کنیم:

$$\begin{cases}n+p=79\\ n-e=9\end{cases}\Rightarrow p=34$$

$$e=p+2$$

روش

$$\text{عدد اتمی}=\frac{\left(\begin{matrix}\text{بار یون}\\ \text{با علامت}\end{matrix}\right)+\left(\begin{matrix}\text{تفاوت شمار}\\ \text{نوترون‌ها و الکترون‌ها}\end{matrix}\right)-\text{عدد جرمی}}{2}=\frac{68}{2}=\frac{79-9-2}{2}=34$$

تیزبازی نیازی به این کارها نبود! با توجه به گزینه‌ها، عدد اتمی X یا ۳۴ است و یا ۳۹! با یه نگاه معلومه که ۳۹ غلطه! زیرا در این حالت، تفاوت شمار الکترون‌ها (۴۱ = ۲ + ۳۹) و نوترون‌ها (۴۰ = ۳۹ − ۷۹) برابر ۱ است و نه ۹! یا می‌تونید بگید عدد اتمی ۳۹، ۳ واحد از گاز نجیب دورهٔ چهارم ($_{36}Kr$) بیشتر است؛ بنابراین عنصر با عدد اتمی ۳۹، یک فلز در گروه ۳ جدول (فلز واسطه) است و فلزات، یون منفی (X^{2-}) تشکیل نمی‌دهند.

عنصری با عدد اتمی ۳۴ در دورهٔ چهارم جدول قرار دارد (عدد اتمی آن دو واحد کم‌تر از عدد اتمی گاز نجیب دورهٔ چهارم، یعنی $_{36}Kr$ است.)

۳۹- گزینه ۲

عبارت‌های اول و سوم[1] درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست: عبارت دوم: هرگاه مقدار گاز متان در هوای معدن زغال‌سنگ به بیش از ۵ درصد برسد، احتمال انفجار وجود دارد.

عبارت چهارم: ارزش سوختی (مقدار گرمای آزادشده به ازای سوختن یک گرم) بنزین بیشتر از زغال‌سنگ است. علاوه بر آن در سوختن بنزین، به ازای هر کیلوژول انرژی تولیدشده، مقدار کربن دی‌اکسید کم‌تری تولید می‌شود.

۴۰- گزینه ۴

همهٔ عبارت‌های داده‌شده، درست‌اند.

بررسی عبارت پنجم:

نکته در مقایسهٔ چگالی بار چند یون، اولویت با بار است، به طوری که هر چه مقدار بار یون بیشتر باشد، چگالی بار آن نیز بیشتر است. اگر مقدار بار دو یون یکسان باشد، چگالی بار یونی بیشتر است که شعاع کم‌تری دارد.

مثال: چگالی بار: $_{13}Al^{3+}>{}_{15}P^{3-}>{}_{12}Mg^{2+}>{}_{16}S^{2-}$

بار یون‌های $_{12}Mg^{2+}$ و $_{20}Ca^{2+}$ برابر است و از آن‌جایی که $_{12}Mg^{2+}$ شعاع کوچک‌تری دارد، چگالی بار آن بیشتر است. هم‌چنین بار یون‌های $_{16}S^{2-}$ و $_{8}O^{2-}$ یکسان، اما شعاع $_{16}S^{2-}$ بزرگ‌تر از $_{8}O^{2-}$ است؛ از این رو چگالی بار $_{16}S^{2-}$ کم‌تر می‌باشد.

۴۱- گزینه ۳

استراتژی ابتدا معادلهٔ واکنش‌ها را بنویس و موازنه کن. قسمت اول سؤال که یک مسئلهٔ استوکیومتری ساده‌ست و باید در واکنش سوختن پروپان از مول C_3H_8 به مول O_2 برسی. برای قسمت دوم سؤال، کافیه که با ضرب‌کردن دو معادله در عدد مناسب (در صورت لزوم)، ضریب مادهٔ مشترک در دو واکنش، یعنی CO_2 رو برابر کنی. این‌طوری مستقیم می‌تونی از روی مول C_3H_8 مصرفی در واکنش اول، جرم $MgCO_3$ تولیدی در واکنش دوم رو به دست بیاری.

گام موازنهٔ معادلهٔ واکنش‌ها و یکسان‌سازی ضریب مادهٔ مشترک در دو واکنش:

$$I)\ C_3H_8+5O_2\rightarrow \boxed{3CO_2}+4H_2O$$

$$II)\ (CO_2+MgO\rightarrow MgCO_3)\xrightarrow[\text{ضریب } CO_2 \text{ را در دو واکنش یکسان می‌کنیم.}]{\times3}$$

$$\boxed{3CO_2}+3MgO\rightarrow 3MgCO_3$$

گام به دست آوردن مول O_2 مصرفی و $MgCO_3$ تولیدی:

روش استفاده از کسر تناسب:

$$1C_3H_8\sim5O_2\sim3MgCO_3$$

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}_{C_3H_8}}=\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}_{O_2}}=\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}_{MgCO_3}}\Rightarrow\frac{0/3}{1}=\frac{x}{5}=\frac{y}{3\times84}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=0/3\times5=1/5\ mol\ O_2\\ y=0/3\times3\times84=75/6\ g\ MgCO_3\end{cases}$$

۱- بهتر بود طراح محترم در عبارت سوم، به H_2O هم اشاره می‌کرد.

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$۰/۳\ mol\ C_۳H_۸ \times \frac{۵\ mol\ O_۲}{۱\ mol\ C_۳H_۸} = ۱/۵\ mol\ O_۲$$

$$۰/۳\ mol\ C_۳H_۸ \times \frac{۳\ mol\ MgCO_۳}{۱\ mol\ C_۳H_۸} \times \frac{۸۴\ g\ MgCO_۳}{۱\ mol\ MgCO_۳} = ۷۵/۶\ g\ MgCO_۳$$

۴۲- گزینه ۲

$MPO_۴$، $MS_۲$، $ScX_۲$ و $XCl_۳$ وجود ندارند.

با توجه به فرمول MO و توضیحات داده‌شده، فلز M تنها دارای کاتیون پایدار $M^{۲+}$ است؛ بنابراین با توجه به فرمول یون‌های نیترید $(N^{۳-})$ و کربنات $(CO_۳^{۲-})$، فرمول‌های $M_۳N_۲$ و $MCO_۳$ درست و با توجه به فرمول یون‌های فسفات $(PO_۴^{۳-})$ و سولفید $(S^{۲-})$، فرمول‌های $MPO_۴$ و $MS_۲$ نادرست‌اند:

$$M^{۲+}PO_۴^{۳-} \Rightarrow M_۳(PO_۴)_۲$$

$$M^{۲+}S^{۲-} \Rightarrow MS$$

حالا بریم سراغ نافلز X:

عدد اکسایش X در $XO_۳$ برابر با +۶ است و طبق توضیحات سؤال، شمار الکترون‌های ظرفیتی X نیز برابر ۶ است؛ پس X نافلزی از گروه ۱۶ (S یا Se) است.

◇ $ScX_۲$: فلز اسکاندیم (Sc) تنها دارای کاتیون پایدار $Sc^{۳+}$ و نافلز گروه ۱۶ دارای آنیون پایدار $X^{۲-}$ است؛ بنابراین فرمول ترکیب یونی حاصل از آن‌ها $Sc_۲X_۳$ است، نه $ScX_۲$!

◇ $XCl_۳$: اگر X از گروه ۱۶ باشد، شمار کل الکترون‌های ظرفیتی این مولکول برابر ۲۷ (عددی فرد) خواهد بود و اتم X از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی نمی‌کند؛ پس این ترکیب وجود خارجی ندارد.

$$\text{شمار کل الکترون‌های ظرفیتی در } XCl_۳ = \underset{X}{۶} + (۳ \times \underset{Cl}{۷}) = ۲۷$$

◇ $CX_۲$: درسته مانند مولکول $CS_۲$!

◇ $Na_۲XO_۴$: $XO_۴^{۲-}$ می‌تواند همان یون سولفات باشد؛ پس این ترکیب هم وجود دارد.

۴۳- گزینه ۱

درس‌نامه استوکیومتری واکنش با مخلوط واکنش‌دهنده‌ها:

در واکنش‌هایی با دو یا چند واکنش‌دهنده، اگر نسبت شمار مول‌های اولیهٔ مواد با نسبت ضرایب استوکیومتری آن‌ها در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش برابر باشد، با انجام واکنش (با فرض ۱۰۰ درصد بودن بازده)، همهٔ مواد به طور کامل مصرف می‌شوند و چیزی از آن‌ها باقی نمی‌ماند. به طور مثال اگر ۲ مول گاز متان و ۴ مول گاز اکسیژن در ظرفی وارد شده و واکنش انجام شود، همهٔ گاز متان و اکسیژن اولیه مصرف می‌شوند، زیرا نسبت مول‌های اولیهٔ متان به اکسیژن با نسبت ضرایب استوکیومتری آن‌ها در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش $(\frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲})$ برابر است:

$$CH_۴(g) + ۲O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) + ۲H_۲O(g)$$

پس در سؤال‌هایی که اطلاعاتی در مورد مخلوط واکنش‌دهنده‌ها (و نه تک‌تک آن‌ها به صورت جداگانه) داده شده و گفته می‌شود که مواد به طور کامل با هم واکنش می‌دهند، باید نسبت شمار مول‌های مواد در مخلوط واکنش را با نسبت ضرایب استوکیومتری آن‌ها در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش برابر در نظر بگیریم.

معادلهٔ واکنش سوختن کامل متان به صورت زیر است:

$$CH_۴ + ۲O_۲ \rightarrow CO_۲ + ۲H_۲O$$

با توجه به این‌که متان و اکسیژن به طور کامل با هم واکنش داده‌اند، نسبت شمار مول‌های آن‌ها در مخلوط باید با نسبت ضریب استوکیومتری آن‌ها در معادله برابر باشد؛ یعنی مول اکسیژن باید دو برابر مول متان باشد:

$$CH_۴\ \text{مول} = x \Rightarrow CH_۴\ \text{جرم} = ۱۶x$$

$$O_۲\ \text{مول} = ۲x \Rightarrow O_۲\ \text{جرم} = ۳۲ \times ۲x = ۶۴x$$

$$CH_۴\ \text{جرم} + O_۲\ \text{جرم} = ۶۰\ g \Rightarrow ۱۶x + ۶۴x = ۶۰ \Rightarrow x = \frac{۶۰}{۸۰} = \frac{۳}{۴}\ mol$$

$$\left.\begin{aligned} CH_۴\ \text{حجم}: \frac{۳}{۴}\ mol CH_۴ \times \frac{۲۲/۴\ L\ CH_۴}{۱\ mol CH_۴} = ۳ \times ۵/۶\ L\ CH_۴ \\ O_۲\ \text{حجم}: ۲ \times \frac{۳}{۴}\ mol\ O_۲ \times \frac{۲۲/۴\ L\ O_۲}{۱\ mol\ O_۲} = ۶ \times ۵/۶\ L\ O_۲ \end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \text{تفاوت جرم} = ۳ \times ۵/۶ = ۱۶/۸\ L$$

۴۴- گزینه ۲

درس‌نامه فرایند تولید آمونیاک به روش هابر:

در صنعت، آمونیاک را از واکنش گازهای هیدروژن و نیتروژن تهیه می‌کنند. این واکنش به فرایند هابر معروف است.

$$N_۲(g) + ۳H_۲(g) \rightleftharpoons ۲NH_۳(g)$$

◇ این واکنش برگشت‌پذیر است و همهٔ واکنش‌دهنده‌ها به فراورده تبدیل نمی‌شوند.

◇ واکنش در دما و فشار اتاق انجام نمی‌شود. شرایط بهینهٔ فرایند هابر، دمای ۴۵۰ °C، فشار ۲۰۰ atm و در حضور کاتالیزگر آهن است.

◇ در شرایط بهینه، تنها ٪۲۸ مولی از مخلوط تعادلی واکنش را آمونیاک تشکیل می‌دهد.

◇ برای خارج‌کردن آمونیاک از مخلوط واکنش، دما را کمی پایین‌تر از نقطهٔ جوش آمونیاک (−۳۳ °C) می‌آورند.

در ضمن، گازهای هیدروژن و نیتروژن واکنش‌نداده را به محفظهٔ انجام واکنش بازمی‌گردانند.

عبارت‌های سوم و چهارم نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◇ فرایند هابر در دما و فشار اتاق انجام نمی‌شود. این موضوع، چالش اصلی هابر بود.

◇ نقطهٔ جوش: $NH_۳ > N_۲ > H_۲$

◇ فقط آمونیاک را با پایین‌آوردن دما، از مخلوط واکنش جدا می‌کنند.

◇ هابر برای جداسازی آمونیاک از مخلوط واکنش، از تفاوت نقطهٔ جوش مواد شرکت‌کننده در واکنش استفاده کرد، نه تفاوت نقطهٔ ذوب!

۴۵- گزینه ۳

باید نسبت جرم مولی آنیون به کاتیون را در $ScPO_۴$، $AlPO_۴$، $MgSO_۴$ و $CaSO_۴$ حساب کنیم:

$$\begin{cases} PO_۴^{۳-}\ \text{جرم مولی} = ۳۱ + (۴ \times ۱۶) = ۹۵\ g.mol^{-۱} \\ SO_۴^{۲-}\ \text{جرم مولی} = ۳۲ + (۴ \times ۱۶) = ۹۶\ g.mol^{-۱} \end{cases}$$

$$\frac{\text{جرم مولی آنیون}}{\text{جرم مولی کاتیون}} = \begin{cases} ScPO_۴ \rightarrow \frac{۹۵}{۴۵} \simeq ۲/۱ \\ AlPO_۴ \rightarrow \frac{۹۵}{۲۷} \simeq ۳/۵ \\ MgSO_۴ \rightarrow \frac{۹۶}{۲۴} = ۴ \\ CaSO_۴ \rightarrow \frac{۹۶}{۴۰} = ۲/۴ \end{cases}$$

۴۶- گزینه ۲

درس‌نامه روندهای تناوبی در دسته‌های s و p جدول دوره‌ای

در یک دوره از چپ به راست	در یک گروه از بالا به پایین
◇ شعاع اتمی عنصرها و اختلاف شعاع اتمی دو عنصر متوالی، کاهش می‌یابد.	◇ شعاع اتمی عنصرها افزایش می‌یابد.
◇ خصلت فلزی عنصرها، کاهش می‌یابد.	◇ خصلت فلزی عنصرها افزایش می‌یابد.
◇ واکنش‌پذیری فلزها، کاهش می‌یابد.	◇ واکنش‌پذیری فلزها افزایش می‌یابد.
◇ خصلت نافلزی عنصرها، افزایش می‌یابد.	◇ خصلت نافلزی عنصرها کاهش می‌یابد.
◇ واکنش‌پذیری نافلزها، افزایش می‌یابد.	◇ واکنش‌پذیری نافلزها کاهش می‌یابد.

به‌جز عبارت آخر، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

در فلزهای قلیایی با افزایش عدد اتمی و افزایش شمار لایه‌های الکترونی اشغال‌شده، شعاع اتمی افزایش یافته و واکنش‌پذیری فلز افزایش می‌یابد و آسان‌تر الکترون از دست می‌دهد.

۴۷- گزینه ۴

در هر مول سدیم فسفید $(Na_۳P)$، ۴ مول یون (۳ مول Na^+ و ۱ مول $P^{۳-}$) وجود دارد:

$$Na_۳P\ \text{جرم مولی} = (۳ \times ۲۳) + ۳۱ = ۱۰۰\ g.mol^{-۱}$$

$$\text{شمار کل یون‌ها} = ۵\ g\ Na_۳P \times \frac{۱\ mol\ Na_۳P}{۱۰۰\ g\ Na_۳P} \times \frac{۴\ mol\ \text{یون}}{۱\ mol\ Na_۳P} \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ \text{یون}}{۱\ mol\ \text{یون}}$$

$$= ۱/۲۰۴ \times ۱۰^{۲۳}\ \text{یون}$$

برای قسمت دوم سؤال، با توجه به این که جرم محلول ۵ کیلوگرم (۵۰۰۰ گرم) است، خواهیم داشت:

$$\text{جرم } Na^+ = 5000\,g\,Na_3P \times \frac{1\,mol\,Na_3P}{100\,g\,Na_3P} \times \frac{3\,mol\,Na^+}{1\,mol\,Na_3P} \times \frac{23\,g\,Na^+}{1\,mol\,Na^+} = 3/45\,g\,Na^+$$

$$ppm(Na^+) = \frac{\text{جرم } Na^+}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{3/45}{5000} \times 10^6 = 690$$

۴۸- گزینه ۳

استراتژی ابتدا به کمک واکنش، غلظت مولی محلول رقیق‌شده رو به دست بیار و بعد به کمک فرمول رقیق‌سازی، غلظت محلول اولیه رو حساب کن.

نکته به هنگام رقیق‌سازی محلول‌ها با آب، فقط حجم محلول تغییر می‌کند و شمار مول‌های حل‌شونده ثابت است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{مول حل‌شونده } (n) = \text{غلظت مولی } (M) \times \text{حجم محلول } (V) \Rightarrow \underbrace{M_1V_1}_{\text{غلیظ}} = \underbrace{M_2V_2}_{\text{رقیق}}$$

گام ۱ معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$2HNO_3 + Zn(OH)_2 \rightarrow Zn(NO_3)_2 + 2H_2O$$

گام ۲ به کمک واکنش، غلظت محلول رقیق‌شدهٔ نیتریک اسید را حساب می‌کنیم:

روش ۱ استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{غلظت مولی} \times \text{حجم } (L)}{\text{ضریب}}_{HNO_3} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}}_{Zn(OH)_2} \Rightarrow \frac{x \times \frac{10}{1000}}{2} = \frac{0/002}{1} \Rightarrow x = 0/4\,mol.L^{-1}$$

روش ۲ استفاده از کسر تبدیل:

$$0/002\,mol\,Zn(OH)_2 \times \frac{2\,mol\,HNO_3}{1\,mol\,Zn(OH)_2} = 0/004\,mol\,HNO_3$$

$$\text{غلظت مولی } HNO_3 = \frac{0/004\,mol}{\frac{10}{1000}\,L} = 0/4\,mol.L^{-1}$$

گام ۳ به کمک رابطهٔ رقیق‌سازی، غلظت محلول اولیه را حساب می‌کنیم:

۱۰ میلی‌لیتر را از ۲۵۰ میلی‌لیتر محلول رقیق‌شده برداشته‌ایم؛ پس غلظت ۲۵۰ میلی‌لیتر محلول رقیق‌شده همان ۰/۴ مولار است (غلظت یک محلول مشخص، به مقدار آن بستگی ندارد.) حالا به کمک رابطهٔ معروف رقیق‌سازی، غلظت محلول اولیه را حساب می‌کنیم:

$$\underbrace{M_1V_1}_{\text{غلیظ}} = \underbrace{M_2V_2}_{\text{رقیق}} \Rightarrow M_1 \times 40 = 0/4 \times 250 \Rightarrow M_1 = 2/5\,mol.L^{-1}$$

۴۹- گزینه ۱

نکته گروه‌های عاملی اکسیژن‌دار در جدول زیر آمده است:

ساختار	نام گروه عاملی (خانواده)
$-\overset{\overset{O}{\|\|}}{C}-H$	آلدهیدی
$-\overset{\overset{O}{\|\|}}{C}-$	کربونیل (کتونی)
$-O-$	اتری
$-OH$	هیدروکسیل (الکلی)
$-\overset{\overset{O}{\|\|}}{C}-OH$	کربوکسیل (اسیدی)
$-\overset{\overset{O}{\|\|}}{C}-O-$	استری

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- ترکیب مورد نظر دارای سه گروه عاملی هیدروکسیل ($-OH$)، کتونی ($-\overset{\overset{O}{\|\|}}{C}-$) و آلدهیدی ($-\overset{\overset{O}{\|\|}}{C}-H$) است.
- در ساختار ترکیب مورد نظر، ۱۰ اتم کربن، ۱۰ اتم هیدروژن و ۳ اتم اکسیژن وجود دارد:

$$\text{جرم مولی } C_{10}H_{10}O_3 = (10 \times 12) + 10 + (3 \times 16) = 178\,g.mol^{-1}$$

- شمار اتم‌های کربن و هیدروژن مولکول، یکسان و برابر ۱۰ است.
- شمار اتم‌های هیدروژن مولکول داده‌شده، مانند پنتن (C_5H_{10})، برابر ۱۰ است.

۵۰- گزینه ۲

نکته ۱ دو عضو متوالی آلکان‌ها در یک گروه CH_2 با هم تفاوت دارند. به همین دلیل تفاوت آنتالپی سوختن دو آلکان متوالی تقریباً یکسان است. مثلاً می‌توان نوشت:

$$\text{آنتالپی سوختن } C_2H_6 - \text{آنتالپی سوختن } CH_4 = \text{آنتالپی سوختن } C_3H_8 - \text{آنتالپی سوختن } C_2H_6$$

۲ برای محاسبهٔ ارزش سوختی مواد می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$\text{ارزش سوختی } (kJ.g^{-1}) = \frac{|\text{آنتالپی سوختن } (kJ.mol^{-1})|}{\text{جرم مولی } (g.mol^{-1})}$$

به کمک آنتالپی سوختن متان و اتان، می‌توان آنتالپی سوختن پروپان را حساب کرد. با توجه به این‌که تفاوت آنتالپی سوختن دو آلکان متوالی، تقریباً یکسان است، خواهیم داشت:

$$\text{آنتالپی سوختن } C_3H_8 - \text{آنتالپی سوختن } C_2H_6 = \text{آنتالپی سوختن } C_2H_6 - \text{آنتالپی سوختن } CH_4$$

$$\Rightarrow \text{آنتالپی سوختن } C_3H_8 - (-1560) = -1560 - (-890)$$

$$\Rightarrow \text{آنتالپی سوختن } C_3H_8 = -2230\,kJ.mol^{-1}$$

$$\text{ارزش سوختی } C_3H_8 = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}|}{\text{جرم مولی } C_3H_8} = \frac{2230}{44} \simeq 50/7\,kJ.g^{-1}$$

تیزبازی در این سؤال نیازی به محاسبهٔ آنتالپی سوختن C_3H_8 هم نبود! با توجه به گزینه‌ها، آنتالپی سوختن این ماده، -2230 یا -4580 است. اگر هر دو عدد را بر جرم مولی این ماده (۴۴) تقسیم کنیم، فقط ۵۰/۷ با ارزش سوختی این ماده تطابق دارد:

$$\frac{2230}{44} \simeq 50/7 \qquad \frac{4580}{44} \simeq 104$$

۵۱- گزینه ۲

نکته جدول زیر را در مورد الکل‌ها و کربوکسیلیک اسیدها ببینید:

	الکل‌ها (ROH)	کربوکسیلیک اسیدها (RCOOH)
نام و ساختار ساده‌ترین عضو	متانول: CH_3OH	متانوئیک: $HCOOH$ (فورمیک) اسید
نام و ساختار پرکابردترین عضو	اتانول: C_2H_5OH	اتانوئیک (استیک) اسید: CH_3COOH
فرمول عمومی با فرض این‌که زنجیر هیدروکربنی سیرشده (گروه آلکیل) باشد.	$C_nH_{2n+2}O$ یا $C_mH_{2m+1}OH$ $(n, m \geq 1)$	$C_nH_{2n}O_2$ یا $C_mH_{2m+1}COOH$ $(n \geq 1, m \geq 0)$

عبارت‌های سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- دومین عضو هر خانواده، جزء پرکاربردترین ترکیب‌ها در زندگی روزانه هستند.

دومین عضو الکل‌های یک‌عاملی ← اتانول (C_2H_5OH) ← ضدعفونی‌کننده و ...

دومین عضو کربوکسیلیک اسیدهای یک‌عاملی ← استیک اسید (CH_3COOH) ← اسید سرکه و ...

◆ در الکل‌ها (ROH)، بخش ناقطبی فقط می‌تواند گروه هیدروکربنی باشد (R نمی‌تواند اتم هیدروژن باشد)، اما در کربوکسیلیک اسیدها (RCOOH)، بخش ناقطبی (R)، هم می‌تواند هیدروژن و هم گروه هیدروکربنی باشد.

◆ واکنش الکل‌ها و اسیدها (واکنش استری‌شدن)، برگشت‌پذیر است و در آن، عدد اکسایش هیچ اتمی تغییر نمی‌کند: $RCOOH + R'OH \rightarrow RCOOR' + H_2O$

◆ دومین عضو کربوکسیلیک اسیدها، استیک اسید با فرمول CH_3COOH و الکلی دارای دو اتم کربن، همان اتانول با فرمول C_2H_5OH است.

$$\frac{\text{جرم مولی استیک اسید } (C_2H_4O_2)}{\text{جرم مولی اتانول } (C_2H_6O)} = \frac{60}{46} > 1$$

۵۲- گزینه ۱

عبارت‌های (الف) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) $Mg(RCOO)_2$، نمک منیزیم اسید چرب است. نمک‌های منیزیم و کلسیم اسیدهای چرب برخلاف صابون‌های جامد (نمک سدیم اسید چرب) و صابون‌های مایع (نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب) در آب حل نمی‌شوند و رسوب می‌کنند.

(ب) RCOONa (صابون جامد) در آب حل شده و یون‌های آن در آب تفکیک می‌شوند، ولی درون آب سخت (آب حاوی مقادیر زیادی از یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+})، بخش آنیونی آن ($RCOO^-$) با کاتیون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} واکنش داده و رسوب می‌کند. در ضمن قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب سخت کاهش می‌یابد، نه این‌که کلاً قدرت پاک‌کنندگی نداشته باشد.

(پ) آب سخت دارای مقادیر زیادی از یون‌های کلسیم و منیزیم است. *پتاسیم رو اضافه گفته!*

(ت) مولکول‌های چربی ناقطبی‌اند و با سر ناقطبی مولکول‌های صابون، جاذبهٔ وان‌دروالسی برقرار می‌کنند.

۵۳- گزینه ۴

برای رسیدن به واکنش اصلی، واکنش سوم را در $\frac{1}{2}$ (به خاطر $2NH_3$)، واکنش دوم را در ۳ (به خاطر $3N_2O$) ضرب می‌کنیم و در آخر به منظور حذف H_2 و O_2، واکنش اول را در $\frac{3}{2}$ ضرب می‌کنیم.

$$3') \ 2NH_3 + \frac{3}{2}O_2 \rightarrow N_2 + 3H_2O \ , \ \frac{1}{2}\Delta H_3$$

$$2') \ 3N_2O + 3H_2 \rightarrow 3N_2 + 3H_2O \ , \ 3\Delta H_2$$

$$1') \ 3H_2O \rightarrow \frac{3}{2}O_2 + 3H_2 \ , \ \frac{3}{2}\Delta H_1$$

واکنش کلی: $2NH_3 + 3N_2O \rightarrow 4N_2 + 3H_2O$

$$\Delta H(\text{واکنش کلی}) = \frac{3}{2}\Delta H_1 + 3\Delta H_2 + \frac{1}{2}\Delta H_3$$

$$= \frac{3}{2}(572) + 3(-367) + \frac{1}{2}(-1530)$$

$$= 3\underbrace{(286 - 367)}_{(-81)} - 765 = -243 - 765 = -1008 \text{ kJ}$$

۵۴- گزینه ۳

استراتژی اول سرعت واکنش را در بازه‌های ۲۰ تا ۳۰ ثانیه و ۳۰ تا ۴۰ ثانیه حساب کن! سرعت واکنش در بازهٔ ۲۵ تا ۳۰ ثانیه باید بین این دو عدد باشد.

نکته اگر زمان c بین دو زمان a و b باشد، می‌توان نوشت:

$$\xrightarrow[(a,c,b)]{\text{کاهش سرعت واکنش}} \bar{R}(a-b) = \frac{\bar{R}(a-c) + \bar{R}(c-b)}{2} \ , \ (c = \frac{a+b}{2})$$

$$\Rightarrow \bar{R}(a-c) > \bar{R}(a-b) > \bar{R}(c-b)$$

بازهٔ زمانی ۲۵ تا ۳۰ ثانیه در جدول وجود ندارد، *اما هیچ دشواری نداریم!*

با توجه به این‌که سرعت واکنش با گذشت زمان کاهش می‌یابد، می‌توان نتیجه گرفت که سرعت در بازهٔ زمانی ۲۵ تا ۳۰ ثانیه، بیشتر از بازهٔ ۳۰ تا ۴۰ ثانیه و کم‌تر از بازهٔ ۲۰ تا ۳۰ ثانیه است.

$$\text{I) } \bar{R}(30-35) > \bar{R}(30-40) > \bar{R}(35-40)$$

$$\text{II) } \bar{R}(25-30) > \bar{R}(30-35)$$

$$\text{III) } \bar{R}(20-25) > \bar{R}(20-30) > \bar{R}(25-30)$$

$$\xrightarrow{\text{III, II, I}} \bar{R}(30-40) < \bar{R}(25-30) < \bar{R}(20-30)$$

نکته سرعت متوسط واکنش از تقسیم سرعت متوسط تولید یا مصرف یک مادهٔ شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن در معادلهٔ موازنه‌شده به دست می‌آید.

$$aA + bB \rightarrow cC + dD$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d}$$

$$= \frac{-\Delta n_A}{a\Delta t} = \frac{-\Delta n_B}{b\Delta t} = \frac{\Delta n_C}{c\Delta t} = \frac{\Delta n_D}{d\Delta t}$$

سرعت واکنش از تقسیم سرعت مصرف NOBr بر ضریب استوکیومتری آن به دست می‌آید؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\bar{R}(\text{واکنش})(30-40) = \frac{\bar{R}(NOBr)}{2} = \frac{\frac{0/0204 - 0/0175}{10}}{2}$$

$$= 1/45 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$$

$$\bar{R}(\text{واکنش})(20-30) = \frac{\bar{R}(NOBr)}{2} = \frac{\frac{0/0244 - 0/0204}{10}}{2} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}.\text{s}^{-1}$$

در بین گزینه‌ها، فقط عدد ③ بین $1/45 \times 10^{-4}$ و 2×10^{-4} است.

۵۵- گزینه ۱

انحلال $CaCl_2$ در آب، گرماده و انحلال NH_4NO_3 در آب، گرماگیر است و مقدار گرمای آزادشده به ازای انحلال ۱ مول $CaCl_2$ (۸۳ kJ) بیشتر از مقدار گرمای مصرف‌شده به ازای انحلال ۱ مول NH_4NO_3 (۲۶ kJ) است؛ بنابراین فرایند انحلال تعداد مول برابری از این دو ماده در آب، در مجموع گرماده است.

بررسی سایر گزینه‌ها: ② با توجه به گرماگیربودن انحلال NH_4NO_3، از آن می‌توان برای سردکردن محل آسیب‌دیدگی و بسته‌های سرمازا استفاده کرد.

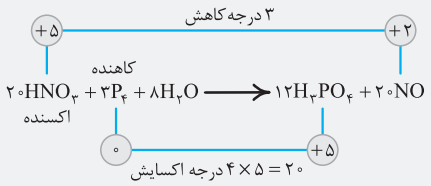
③ $0/2 \text{ mol } NH_4NO_3 \times \frac{26 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } NH_4NO_3} = 5/2 \text{ kJ}$

④ با توجه به گرماده‌بودن انحلال $CaCl_2$ در آب می‌توان گفت که انحلال‌پذیری این نمک با افزایش دما کاهش می‌یابد. در حالی که نمودار انحلال‌پذیری بسیاری از نمک‌ها بر حسب دما، صعودی است.

۵۶- گزینه ۳

درس‌نامه موازنهٔ واکنش از طریق تغییر عدد اکسایش:

به طور کلی برای موازنهٔ واکنش‌های اکسایش ـ کاهش، ابتدا تغییر عدد اکسایش اتم‌ها را حساب می‌کنیم. سپس مقدار تغییر عدد اکسایش گونهٔ کاهنده را ضریب گونهٔ اکسنده و مقدار تغییر عدد اکسایش گونهٔ اکسنده را ضریب کاهنده قرار می‌دهیم و در آخر با توجه به ضرایبی که معلوم هستند، ضرایب بقیهٔ گونه‌ها را تعیین می‌کنیم. *هواستون باشه* که اگر عنصری که عدد اکسایش آن تغییر کرده است، دارای زیروند باشد، باید تغییر عدد اکسایش آن را در زیروندش ضرب کنیم و سپس جابه‌جایی تغییر عدد اکسایش‌ها را انجام بدهیم. مثلاً در واکنش مربوط به این سؤال، هر اتم P، ۵ درجه اکسایش می‌یابد ولی با توجه به زیروند آن (P_4) باید تغییر عدد اکسایش هر مولکول P_4 را $4 \times 5 = 20$ در نظر بگیریم.



به‌جز عبارت چهارم، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

با توجه به معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش در درس‌نامه، می‌ریم سراغ بررسی عبارت‌ها:

بررسی عبارت‌ها:

◇ عدد اکسایش N و P در اسیدهای HNO_3 و H_3PO_4 برابر با $+5$ است.

نکته برای تعیین شمار الکترون‌های مبادله‌شده در یک واکنش اکسایش ـ کاهش می‌توانید از فرمول زیر استفاده کنید:

تغییر عدد اکسایش × ضریب × شمار اتم‌ها(زیروند) = شمار الکترون‌های مبادله‌شده
هر اتم در اکسنده / اکسنده / در اکسنده / بر اساس معادلهٔ موازنه‌شده

تغییر عدد اکسایش هر اتم در کاهنده × ضریب کاهنده × شمار اتم‌ها در کاهنده =

◇ در واکنش مورد نظر، P_4 اکسایش یافته و مادهٔ کاهنده است. ضریب این ماده برابر ۳ است. براساس معادلهٔ موازنه‌شده، شمار الکترون‌های مبادله‌شده در این واکنش برابر ۶۰ است:

$$\text{شمار الکترون‌های مبادله‌شده} = \text{ضریب کاهنده} \times \text{زیروند کاهنده} \times \text{تغییر عدد اکسایش هر اتم در کاهنده} = ۳ \times ۴ \times ۵ = ۶۰$$

◇ هر اتم فسفر ۵ درجه اکسایش یافته است؛ بنابراین عدد اکسایش ۱۲ اتم فسفر موجود در واکنش، در مجموع $۶۰ = ۵ \times ۱۲$ درجه تغییر کرده است. از طرفی ضریب فسفریک اسید (H_3PO_4) برابر ۱۲ است: $\frac{۶۰}{۱۲} = ۵$

◇ مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها برابر ۳۱ $(۳۱ = ۸ + ۳ + ۲۰)$ و مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها برابر ۳۲ $(۳۲ = ۲۰ + ۱۲)$ است.

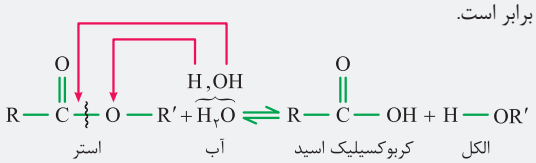
◇ مجموع تغییر عدد اکسایش اتم‌های فسفر $(۶۰ = ۵ \times ۱۲)$ با مجموع تغییر عدد اکسایش اتم‌های نیتروژن $(۶۰ = ۳ \times ۲۰)$ یکسان است.

نکته در واکنش‌های اکسایش ـ کاهش، مجموع تغییرات اعداد اکسایش گونه‌های اکسنده و کاهنده با یکدیگر برابر است.

مشاوره این مدل سؤال‌های یک یا دو واکنشی که ترکیب موازنه و عدد اکسایش است، در کنکورهای اخیر *فیلی رو پورس بوده!* معمولاً هم به صورت شمارشی و ۵عبارتی داده شده! پس نیازه که حسابی این مدل سؤال‌ها رو تمرین کنید تا سر جلسه وقت کم نیارید!

۵۷- گزینه ۴

نکته در واکنش آبکافت استرهای یک‌عاملی، ضرایب همهٔ مواد برابر ۱ است؛ یعنی ۱ مول استر با ۱ مول آب واکنش داده و ۱ مول الکل و ۱ مول کربوکسیلیک اسید تولید می‌شود. هم‌چنین شمار اتم‌های کربن استر با مجموع شمار اتم‌های کربن الکل و کربوکسیلیک اسید سازندهٔ آن برابر است.



استر داده‌شده، ۱۰ اتم کربن دارد؛ بنابراین مجموع شمار اتم‌های کربن الکل و کربوکسیلیک اسید سازندهٔ آن باید برابر ۱۰ باشد. بوتانول یک الکل ۴کربنی است؛ در نتیجه اسید سازندهٔ استر، باید ۶کربنی باشد:

فرمول عمومی اسیدها: $C_nH_{2n}O_2$ یا $C_nH_{2n+1}COOH$

$\Rightarrow C_5H_{11}COOH$ یا $C_6H_{12}O_2$

از آبکافت هر مول استر، ۱ مول اسید تولید می‌شود: $C_{10}H_{20}O_2 \rightarrow C_6H_{12}O_2$

روش ۱ استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{C_{10}H_{20}O_2}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{C_6H_{12}O_2}} \Rightarrow \frac{x}{172} = \frac{29}{116} \Rightarrow x = 43\ g$$

روش ۲ استفاده از کسر تبدیل:

$$29\ g\ C_6H_{12}O_2 \times \frac{1\ mol\ C_6H_{12}O_2}{116\ g\ C_6H_{12}O_2} \times \frac{1\ mol\ C_{10}H_{20}O_2}{1\ mol\ C_6H_{12}O_2} \times \frac{172\ g\ C_{10}H_{20}O_2}{1\ mol\ C_{10}H_{20}O_2}$$
$$= 43\ g\ C_{10}H_{20}O_2$$

۵۸- گزینه ۲

نکته ۱ هر چه E° یک نیم‌واکنش کوچک‌تر باشد، گونهٔ سمت راست آن کاهندهٔ قوی‌تری است.

۲ اگر قدرت کاهندگی فلز A از B بیشتر باشد (E° فلز A کم‌تر باشد)، فلز A می‌تواند با نمک‌های فلز B به طور طبیعی واکنش دهد.

۳ ولتاژ یا E° یک سلول گالوانی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$E^\circ(\text{سلول}) = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = E^\circ(\text{بیشتر}) - E^\circ(\text{کم‌تر})$$

عبارت‌های اول و سوم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◇ هر چه E° نیم‌سلول یک فلز کم‌تر باشد، فلز مورد نظر قدرت کاهندگی بیشتری دارد.

$$E^\circ(Mg^{2+}/Mg) < E^\circ(Zn^{2+}/Zn) < E^\circ(Co^{2+}/Co)$$

$\Rightarrow$ قدرت کاهندگی: $Mg > Zn > Co$

◇ قدرت کاهندگی فلز نقره کم‌تر از کبالت است (E° نقره بیشتر است.)؛ بنابراین واکنش فلز نقره با محلول حاوی کبالت (II)، به طور طبیعی انجام نمی‌شود.

◇ برای حفاظت کاتدی اشیای آهنی، باید از فلزی با قدرت کاهندگی بیشتر (E° کم‌تر) نسبت به فلز آهن استفاده کرد که در شرایط خوردگی، نقش آند را ایفا کند. در بین فلزهای داده‌شده، منیزیم و روی برای حفاظت کاتدی آهن مناسب‌اند که منیزیم به دلیل داشتن E° کم‌تر، گزینهٔ مناسب‌تری است.

◇ $E^\circ(\text{سلول}) = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = E^\circ(\text{بیشتر}) - E^\circ(\text{کم‌تر})$

$$E^\circ(Mg - Co) = -0/28 - (-2/37) = 2/09\ V$$

$$E^\circ(Mg - Zn) = -0/76 - (-2/37) = 1/61\ V \Rightarrow \frac{2/09}{1/61} \simeq 1/3$$

۵۹- گزینه ۱

معادله‌ها را موازنه کرده و حجم محلول H_2SO_4 مصرف‌شده در هر واکنش را حساب می‌کنیم:

(الف) $3H_2SO_4 + 2Al(OH)_3 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + 6H_2O$

$$\frac{\text{حجم (L)} \times \text{غلظت مولی}}{\underbrace{\text{ضریب} \times 1}_{H_2SO_4}} = \frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب} \times 1}_{Al(OH)_3}} \Rightarrow \frac{0/1 \times V_1}{3} = \frac{0/03}{2}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{0/09}{0/2} = 0/45\ L = 450\ mL$$

(ب) $H_2SO_4 + 2NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + 2H_2O$

$$\frac{\text{حجم} \times \text{غلظت مولی}}{\underbrace{\text{ضریب} \times 1}_{H_2SO_4}} = \frac{\text{حجم} \times \text{غلظت مولی}}{\underbrace{\text{ضریب} \times 1}_{NaOH}}$$

با توجه به این‌که در هر دو کسر، حجم محلول را داریم و از طرفی می‌خواهیم حجم محلول H_2SO_4 را برحسب میلی‌لیتر حساب کنیم، نیازی به تبدیل حجم محلول NaOH از میلی‌لیتر به لیتر نیست!

$$\frac{0/1 \times V_2}{1} = \frac{0/2 \times 300}{2} \quad V_2 = 300\ mL$$

بنابراین حجم محلول سولفوریک اسید مورد استفاده در معادلهٔ (الف) بیشتر است.

۶۰- گزینه ۲

نکته طبق نظریهٔ آرنیوس، برخی اکسیدهای فلزی (مانند Li_2O، Na_2O و BaO) با حل‌شدن در آب، یون هیدروکسید تولید می‌کنند و باز به شمار می‌آیند.

$$Li_2O + H_2O \rightarrow 2LiOH(2Li^+ + 2OH^-)$$

$$BaO + H_2O \rightarrow Ba(OH)_2(Ba^{2+} + 2OH^-)$$

برخی اکسیدهای نافلزی (مانند CO_2، N_2O_5 و SO_3) با آب واکنش داده و یون هیدرونیوم تولید می‌کنند و اسید به شمار می‌آیند:

$N_2O_5 + H_2O \rightarrow 2HNO_3 (2H^+ + 2NO_3^-)$

$SO_3 + H_2O \rightarrow H_2SO_4 (2H^+ + SO_4^{2-})$

لیتیم اکسید (Li_2O)، یک اکسید فلزی است و باز آرنیوس به حساب می‌آید. در بین گزینه‌های داده‌شده، CaO و K_2O نیز باز آرنیوس هستند.

با حل‌کردن Li_2O در آب، pH آب افزایش می‌یابد و طبق گفتهٔ سؤال از ۷ به $7 + (\frac{50}{100} \times 7) = 10/5$ می‌رسد.

$Li_2O + H_2O \rightarrow 2Li^+ + 2OH^-$

$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-10/5}$

$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-10/5}} = 10^{-3/5}$

$= 10^{-4} \times 10^{0/5} \xrightarrow[10^{0/5}=3]{\log 3 = 0/5} 3 \times 10^{-4}\ mol.L^{-1}$

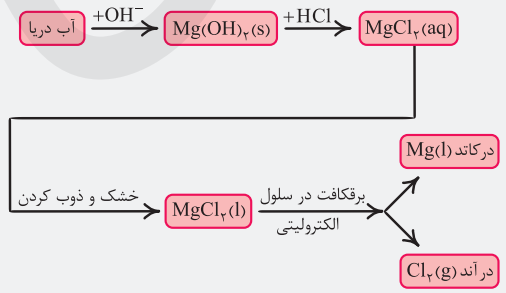
$\xrightarrow{V=2/5\ L}$ مول $OH^- = 2/5 \times 3 \times 10^{-4} = 7/5 \times 10^{-4}\ mol$

$7/5 \times 10^{-4}\ mol\ OH^- \times \frac{1\ mol\ Li_2O}{2\ mol\ OH^-} \times \frac{30\ g\ Li_2O}{1\ mol\ Li_2O}$

$\times \frac{10^3\ mg}{1\ g} = \frac{7/5 \times 15}{10} = 11/25\ mg\ Li_2O$

۶۱- گزینه ۳

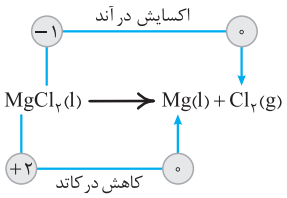
نکته مراحل تهیهٔ منیزیم از آب دریا به صورت زیر است:



عبارت‌های دوم، سوم و پنجم نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- *کاملاً درسته!*
- *پس گاز کلر چیه؟!*
- منیزیم کلرید **مذاب** برقکافت می‌شود و **نه محلول آن!**



- با توجه به شکل کتاب شیمی دوازدهم، *درسته!* گاز کلر آزادشده در طی برقکافت، در تهیهٔ هیدروکلریک اسید استفاده می‌شود. گاز کلر می‌تواند با گاز هیدروژن واکنش دهد تا HCl به دست آید[1]:

$H_2(g) + Cl_2(g) \rightarrow 2HCl(g)$

- منیزیم در آب دریا به صورت یون $(Mg^{2+}(aq))$ وجود دارد. *فود فلز منیزیم رو که نداریم!*

۶۲- گزینه ۴

درس‌نامه فرمول‌های درجهٔ یونش و ثابت یونش اسید و باز:

۱ برای اسید ضعیف HA داریم:

$K_a = \frac{[H^+]^2}{[HA]_{\text{تعادلی}}} = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]}$

M: غلظت اولیهٔ اسید یا باز) $\xrightarrow[\text{(معمولاً کوچک‌تر از } 10^{-4})]{K_a \text{ خیلی کوچک}} K_a \simeq \frac{[H^+]^2}{M}$

$\alpha = \frac{[H^+]}{M}$ ، $([H^+] = M\alpha)$

۲ برای باز ضعیف XOH داریم:

$K_b = \frac{[OH^-]^2}{[XOH]_{\text{تعادلی}}} = \frac{[OH^-]^2}{M - [OH^-]} \xrightarrow[\text{(معمولاً کوچک‌تر از } 10^{-4})]{K_b \text{ خیلی کوچک}} K_b \simeq \frac{[OH^-]^2}{M}$

$\alpha = \frac{[OH^-]}{M}$ ، $([OH^-] = M\alpha)$

گام با توجه به رابطهٔ ثابت یونش اسید و باز، به ترتیب $[H^+]$ و $[OH^-]$ در محلول آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$K_a \simeq \frac{[H^+]^2}{M} \Rightarrow 2 \times 10^{-6} = \frac{[H^+]^2}{2 \times 10^{-2}} \Rightarrow [H^+]^2 = 4 \times 10^{-8}$

$\Rightarrow [H^+] = 2 \times 10^{-4}\ mol.L^{-1}$

$K_b = \frac{[OH^-]^2}{M} \Rightarrow 4 \times 10^{-4} = \frac{[OH^-]^2}{10^{-2}} \Rightarrow [OH^-]^2 = 4 \times 10^{-6}$

$\Rightarrow [OH^-] = 2 \times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$

$\frac{[H^+]_{\text{اسید}}}{[OH^-]_{\text{باز}}} = \frac{2 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-3}} = 0/1$

گام با توجه به غلظت اولیهٔ محلول‌ها و $[H^+]$ و $[OH^-]$ در آن‌ها، درصد یونش اسید و باز را حساب می‌کنیم:

درصد یونش اسید $= \frac{[H^+]}{M} \times 100 = \frac{2 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-2}} \times 100 = 1$

درصد یونش باز $= \frac{[OH^-]}{M} \times 100 = \frac{2 \times 10^{-3}}{10^{-2}} \times 100 = 20$

$\frac{\text{درصد یونش باز}}{\text{درصد یونش اسید}} = \frac{20}{1} = 20$

۶۳- گزینه ۱

نکته در یون‌های هم‌الکترون، هر چه عدد اتمی بیشتر باشد، شعاع یون کوچک‌تر است.

مثال:

شعاع: $\underbrace{{}_7N^{3-} > {}_8O^{2-} > {}_9F^- > {}_{11}Na^+ > {}_{12}Mg^{2+} > {}_{13}Al^{3+}}_{\text{همگی ۱۰ الکترون دارند.}}$

شعاع: $\underbrace{{}_{15}P^{3-} > {}_{16}S^{2-} > {}_{17}Cl^- > {}_{19}K^+ > {}_{20}Ca^{2+} > {}_{21}Sc^{3+}}_{\text{همگی ۱۸ الکترون دارند.}}$

همهٔ یون‌های داده‌شده، ۱۰ الکترون دارند. در بین یون‌های هم‌الکترون، هر چه عدد اتمی بیشتر باشد، شعاع یون کوچک‌تر است:

شعاع: ${}_8O^{2-} > {}_9F^- > {}_{11}Na^+ > {}_{12}Mg^{2+}$

۶۴- گزینه ۴

عبارت‌های (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) در واکنش‌های گرماگیر، فراورده‌ها سطح انرژی بالاتر و در نتیجه پایداری کم‌تری دارند.

(ب) فسفر سفید، برخلاف گاز هیدروژن، در هوا و دمای اتاق می‌سوزد و این موضوع نشان می‌دهد که انرژی فعال‌سازی سوختن فسفر سفید کم‌تر است.

(پ) سرعت واکنش، یک کمیت سینتیکی است و به گرماده یا گرماگیر بودن واکنش ارتباطی ندارد.

(ت) واکنش‌های حذف CO و C_xH_y در هر دو نوع مبدل، یکسان است، اما با توجه به این‌که با استفاده از مبدل‌های کاتالیستی خودروهای بنزینی نمی‌توان اکسیدهای نیتروژن خروجی از خودروهای دیزلی را به گاز نیتروژن تبدیل کرد، مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی ساختار متفاوتی دارند و در یک قسمت از آن‌ها با ورود آمونیاک و انجام واکنش $NO + NO_2 + 2NH_3 \rightarrow 2N_2 + 3H_2O$، اکسیدهای نیتروژن به گاز N_2 تبدیل می‌شوند؛ *خلاصه این‌که* مبدل خودروهای دیزلی برخلاف خودروهای بنزینی، دومرحله‌ای‌اند.

۱- در شکل کتاب درسی فقط نشان داده شده که از گاز کلر می‌توان برای تهیهٔ هیدروکلریک اسید استفاده کرد، ولی به واکنش تهیهٔ آن اشاره نشده است. از واکنش‌های دیگری مانند $Cl_2 + H_2O \rightarrow HCl + HOCl$ نیز برای تهیهٔ هیدروکلریک اسید استفاده می‌شود.

۶۵- گزینه ۳

گام با توجه به مول تعادلی A، مول تعادلی بقیهٔ مواد را حساب می‌کنیم:

	$2A$	+	D	$\rightleftharpoons$	$2E$
مول اولیه:	۱		۰/۴۱		۰
مول تعادلی:	$1-2x$		$0/41-x$		$2x$

$$\text{مول تعادلی } A = 0/2 \Rightarrow 1-2x=0/2 \Rightarrow 2x=0/8 \Rightarrow x=0/4$$

$$\Rightarrow \text{مول تعادلی } D = 0/41-0/4=0/01$$

$$\text{مول تعادلی } E = 2\times 0/4 = 0/8$$

گام مول تعادلی مواد را در رابطهٔ ثابت تعادل قرار می‌دهیم:

حجم ظرف ۰/۵ لیتر است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$K=\frac{[E]^2}{[A]^2[D]}=\frac{(\frac{0/8}{0/5})^2}{(\frac{0/2}{0/5})^2(\frac{0/01}{0/5})}=\frac{\overset{4}{1/6}\times\overset{4}{1/6}\times 0/5}{\underset{1}{0/4}\times\underset{1}{0/4}\times 0/01}=\frac{8}{0/01}=800$$

ریاضیات

۶۶- گزینه ۳

شفاف‌سازی «نمودار $y=3x^2+(2m-1)x+m+\frac{4}{3}$ در ناحیهٔ دوم بر نیمساز آن ناحیه مماس است»، یعنی معادلهٔ $3x^2+(2m-1)x+m+\frac{4}{3}=-x$ در نقطهٔ تماس دو نمودار، ریشهٔ مضاعف دارد.

درس‌نامه ۱ معادلهٔ درجه‌دوم $ax^2+bx+c=0$ وقتی ریشهٔ مضاعف دارد که $\Delta=0$ باشد؛ مقدار این ریشهٔ مضاعف هم برابر $x=-\frac{b}{2a}$ است.

۲ طول رأس سهمی $y=ax^2+bx+c$، برابر $x=-\frac{b}{2a}$ است.

گام معادلهٔ نیمساز ناحیهٔ دوم، $y=-x$ است. طبق شفاف‌سازی، برای این‌که نمودار تابع $y=3x^2+(2m-1)x+m+\frac{4}{3}$ بر نیمساز ناحیهٔ دوم مماس باشد، باید معادلهٔ $3x^2+(2m-1)x+m+\frac{4}{3}=-x$ در نقطهٔ تماس دو نمودار، دارای ریشهٔ مضاعف باشد.

گام $-x$ را به طرف چپ معادله می‌بریم و دلتای معادلهٔ حاصل را برابر صفر می‌گذاریم تا مقادیر m به دست آید:

$$3x^2+(2m-1)x+x+m+\frac{4}{3}=0 \Rightarrow 3x^2+2mx+m+\frac{4}{3}=0$$

$$\Delta=0 \Rightarrow 4m^2-4\times 3(m+\frac{4}{3})=0 \xrightarrow{\div 4} m^2-3(m+\frac{4}{3})=0$$

$$\Rightarrow m^2-3m-4=0 \Rightarrow (m-4)(m+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m=4 \end{cases}$$

گام تابع درجه‌دوم در ناحیهٔ دوم بر نیمساز آن مماس است، پس ریشهٔ مضاعف معادلهٔ $3x^2+2mx+m+\frac{4}{3}=0$ باید منفی باشد (نقاطی که در ناحیهٔ دوم هستند، طولشان منفی است).

ریشهٔ مضاعف این معادله $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{2m}{6}=-\frac{m}{3}$ است؛ حالا برای این‌که علامت آن منفی باشد، m باید مثبت شود، پس $m=4$ قابل قبول است.

گام ضابطهٔ سهمی $y=3x^2+(2m-1)x+m+\frac{4}{3}$ به ازای $m=4$ به این صورت می‌شود:

$$y=3x^2+7x+\frac{16}{3}$$

مسئله طول رأس این سهمی را می‌خواهد که طبق مورد (۲) درس‌نامه برابر می‌شود با:

$$x_{\text{راس}}=-\frac{b}{2a}=-\frac{7}{6}$$

مشاوره معادلهٔ درجه‌دوم و تابع درجه‌دوم (سهمی)، جزء پای ثابت‌های کنکور سراسری هستند و خیلی وقت‌ها با مباحث دیگر هم ترکیب می‌شوند. به همین خاطر پیشنهاد می‌کنیم خیلی خوب این مباحث را بخوانید.

۶۷- گزینه ۴

استراتژی با توجه به این‌که سه عدد α، a و β تشکیل دنبالهٔ هندسی می‌دهند، متوجه می‌شویم که $\alpha\beta=a^2$. حالا کافی است به جای $\alpha\beta$ قرار دهیم $\frac{C}{A}=2a-1$ تا مقدار a حاصل شود.

درس‌نامه ۱ اگر x، y و z به ترتیب سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند، $xz=y^2$ می‌شود. **۲** اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $Ax^2+Bx+C=0$ با شرط $\Delta>0$ باشند، آن‌گاه جمع و ضرب ریشه‌های این معادله از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شوند:

$$S=\alpha+\beta=-\frac{B}{A} \quad \text{و} \quad P=\alpha\beta=\frac{C}{A}$$

گام سه عدد α، a و β تشکیل یک دنبالهٔ هندسی می‌دهند، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه داریم:

$$\alpha\beta=a^2 \Rightarrow P=a^2$$

گام P را از معادلهٔ درجه‌دوم $\underbrace{1}_{A}x^2+\underbrace{2(a+1)}_{B}x+\underbrace{2a-1}_{C}=0$ حساب می‌کنیم:

$$P=\frac{C}{A}=\frac{2a-1}{1}=2a-1$$

حالا با جای‌گذاری $P=2a-1$ در معادلهٔ $\alpha\beta=a^2$، مقدار a را محاسبه می‌کنیم:

$$2a-1=a^2 \Rightarrow a^2-2a+1=0 \Rightarrow (a-1)^2=0 \Rightarrow a=1$$

مشاوره در کنکورهای سراسری سال‌های اخیر، سؤالات ترکیبی زیادی مطرح می‌شود که صرفاً دانستن مفاهیم اولیهٔ فصل‌ها برای پاسخ‌دادن به آن‌ها کافی است، پس پیشنهاد می‌کنیم هیچ فصلی را به طور کامل حذف نکنید و مفاهیم اولیهٔ همهٔ فصل‌ها را بلد باشید.

۶۸- گزینه ۳

استراتژی کافی است با حل دو معادلهٔ $\alpha+\beta=1$ و $\alpha\beta=-2$، مقدار α یا β را به دست آورید، سپس با جای‌گذاری آن در معادلهٔ $4x^3+kx^2-9x-2=0$، مقدار k به دست می‌آید.

روش **گام** با توجه به دو معادلهٔ $\alpha+\beta=1$ و $\alpha\beta=-2$، به دنبال دو عدد (یعنی α و β) هستیم که جمعشان ۱+ و ضربشان ۲− شود که این دو عدد ۲+ و ۱− هستند، پس یکی از α و β برابر ۲+ و دیگری برابر ۱− است.

گام α و β ریشه‌های معادلهٔ $4x^3+kx^2-9x-2=0$ هستند، پس می‌توانیم به جای x، α و β را جای‌گذاری کنیم، ما در این‌جا به جای x قرار می‌دهیم ۱−:

$$4x^3+kx^2-9x-2=0 \xrightarrow{x=-1} -4+k+9-2=0 \Rightarrow k=-3$$

(البته با جای‌گذاری $x=+2$ هم به همین مقدار می‌رسیدیم.)

روش از معادلهٔ $\alpha\beta=-2$ نتیجه می‌گیریم $\beta=-\frac{2}{\alpha}$ است، حالا با جای‌گذاری $\beta=-\frac{2}{\alpha}$ در معادلهٔ $\alpha+\beta=1$، مقادیر قابل قبول برای α به دست می‌آیند:

$$\alpha+\beta=1 \xrightarrow{\beta=-\frac{2}{\alpha}} \alpha-\frac{2}{\alpha}=1 \xrightarrow{\times\alpha} \alpha^2-2=\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha^2-\alpha-2=0 \Rightarrow (\alpha-2)(\alpha+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha=+2 \\ \alpha=-1 \end{cases}$$

حالا مثل راه اول، با جای‌گذاری ۱− یا ۲+ در معادلهٔ $4x^3+kx^2-9x-2=0$ مقدار k به دست می‌آید.

۶۹- گزینه ۲

استراتژی اول رادیکال را از بین ببرید و آن را به قدرمطلق تبدیل کنید. با این کار ضابطهٔ تابع، قدرمطلقی می‌شود که می‌توانید آن را با بازه‌بندی تبدیل به تابعی چندضابطه‌ای کرده و سپس آن را رسم کنید. پس از رسم تابع، مشخص می‌شود که تابع در کدام بازه نزولی است و به دست آوردن ضابطهٔ وارون تابع در آن بازه هم بسیار ساده است.

درس‌نامه

۱) $\sqrt{O^2}=|O|$

۲) $|O|=\begin{cases} O & O\geq 0 \\ -O & O<0 \end{cases}$

۳) می‌توانیم یک تابع قدرمطلقی را با روش بازه‌بندی تبدیل به تابعی چندضابطه‌ای کنیم، به این صورت که ریشه‌های عبارت‌های داخل قدرمطلق‌ها را به دست می‌آوریم و با کمک آن‌ها دامنه را بازه‌بندی می‌کنیم. برای مثال در تابع $f(x)=|2x+8|-|x-3|$، ریشه‌های عبارت‌های داخل قدرمطلق $x=3$ و $x=-4$ هستند، حالا اگر این دو عدد را روی محور x در نظر بگیرید:



واضح است که اعداد حقیقی به سه قسمت $x\geq 3$، $-4\leq x<3$ و $x<-4$ تقسیم می‌شوند، حالا داریم:

$$f(x)=\begin{cases} \overbrace{|2x+8|}^{\text{مثبت}}-\overbrace{|x-3|}^{\text{مثبت}}=2x+8-(x-3) & x\geq 3 \\ \overbrace{|2x+8|}^{\text{مثبت}}-\overbrace{|x-3|}^{\text{منفی}}=2x+8+(x-3) & -4\leq x<3 \\ \overbrace{|2x+8|}^{\text{منفی}}-\overbrace{|x-3|}^{\text{منفی}}=-(2x+8)+(x-3) & x<-4 \end{cases}$$

۴) برای به دست آوردن ضابطهٔ وارون یک تابع، ابتدا جای x و y را عوض و سپس y را تنها می‌کنیم، برای مثال:

$$f(x)=x^3+2 \Rightarrow y=x^3+2 \xrightarrow{\text{جای x و y رو عوض کن}} x=y^3+2 \Rightarrow y^3=x-2$$
$$\Rightarrow y=\sqrt[3]{x-2} \Rightarrow f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x-2}$$

۵) دامنهٔ تابع f برابر برد f^{-1} و برد تابع f برابر دامنهٔ f^{-1} است.

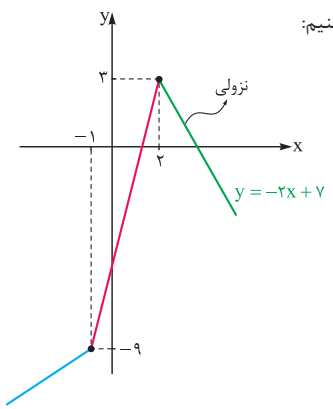
گام به جای $\sqrt{(x+1)^2}$ می‌نویسیم $|x+1|$ تا ضابطهٔ تابع به این صورت دربیاید:

$$y=\sqrt{(x+1)^2}-|3x-6|=|x+1|-|3x-6|$$

گام با استفاده از بازه‌بندی، قدرمطلق‌ها را از بین می‌بریم تا به تابعی چندضابطه‌ای برسیم: (ریشه‌های عبارت‌های داخل قدرمطلق‌ها $x=-1$ و $x=+2$ هستند، پس بازه‌های ما $x\geq 2$، $-1\leq x<2$ و $x<-1$ می‌شوند.)

$$y=\begin{cases} x+1-(3x-6) & x\geq 2 \\ x+1+(3x-6) & -1\leq x<2 \\ -(x+1)+(3x-6) & x<-1 \end{cases} \Rightarrow y=\begin{cases} -2x+7 & x\geq 2 \\ 4x-5 & -1\leq x<2 \\ 2x-7 & x<-1 \end{cases}$$

گام نمودار تابع چندضابطه‌ای را رسم می‌کنیم:



گام طبق نمودار مقابل، واضح است که تابع در بازهٔ $x\leq 2$ نزولی می‌شود. (چون شیب آن منفی است.) ضابطهٔ تابع در این بازه $y=-2x+7$ است، حالا ضابطهٔ وارون آن را به کمک مورد (۴) درس‌نامه، به دست می‌آوریم:

$$y=-2x+7 \xrightarrow{\text{جای x و y رو عوض کن}} x=-2y+7 \Rightarrow 2y=-x+7$$
$$\Rightarrow y=-\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}$$

گام با توجه به گزینه‌ها واضح است که جواب (۲) می‌شود، اما بد نیست دامنهٔ تابع را نیز به دست آوریم. طبق نمودار تابع، برد تابع در بازه‌ای که نزولی است، $(-\infty,+3]$ (یا همون $y\leq 3$) می‌شود، پس دامنهٔ وارون تابع $x\leq 3$ است. (طبق مورد ۵ درس‌نامه)

تیزبازی اصلاً نیازی به رسم تابع چندضابطه‌ای نبود، چون واضح است خطی نزولی می‌شود که شیب آن منفی باشد و فقط شیب خط $y=-2x+7$ منفی است.

۷۰- گزینه ۳

استراتژی کافی است معادلهٔ $x^3+3x-12=x$ را حل کنید تا جواب حاصل شود.

(دلیلش رو توی مورد (۳) درس‌نامه می‌بینید.)

درس‌نامه ۱) اگر f و g دو تابع صعودی باشند، $f+g$ نیز صعودی می‌شود.

۲) اگر $f'>0$ باشد، f تابعی صعودی اکید می‌شود. ۳) اگر f تابعی اکیداً صعودی باشد، نقاط تلاقی f و f^{-1} روی نیمساز ناحیهٔ اول و سوم یعنی خط $y=x$ قرار دارد، پس برای پیداکردن نقاط تلاقی f و f^{-1} کافی است معادلهٔ $f(x)=x$ را حل کنیم.

۴) فاصلهٔ دو نقطهٔ $A(x_1,y_1)$ و $B(x_2,y_2)$ برابر است با:

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

گام ابتدا از y مشتق می‌گیریم:

$$y=x^3+3x-12 \Rightarrow y'=\overbrace{3x^2+3}^{\text{همواره مثبت}}$$

مشتق تابع y همواره مثبت است، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، y تابعی صعودی اکید می‌شود. (البته می‌توانستیم بگوییم x^3 و $3x-12$ دو تابع صعودی‌اند، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه جمع آن‌ها، یعنی $x^3+3x-12$ هم تابعی صعودی می‌شود.)

گام حالا که فهمیدیم تابع ما صعودی اکید است، با توجه به مورد (۳) درس‌نامه، برای پیدا کردن نقطهٔ تلاقی تابع با وارونش، باید معادلهٔ $x^3+3x-12=x$ را حل کنیم:

$$x^3+3x-12=x \Rightarrow x^3+2x-12=0$$

حل تشریحی این معادله ساده نیست، بنابراین سعی می‌کنیم جواب این معادله را حدس بزنیم. با کمی سعی و خطا می‌بینیم که $x=2$ در این معادله صدق می‌کند.

گام در قسمت (۳) درس‌نامه گفتیم محل تقاطع یک تابع و وارون آن روی نیمساز ناحیهٔ اول و سوم قرار دارد، ما طول نقطهٔ تلاقی را $x=2$ به دست آوردیم، پس عرض آن هم $y=2$ می‌شود. در آخر فاصلهٔ نقطهٔ (۲,۲) از مبدأ مختصات، یعنی (۰,۰) را حساب می‌کنیم:

$$\sqrt{(2-0)^2+(2-0)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

۷۱- گزینه ۲

درس‌نامه ۱) اگر x واسطهٔ حسابی y و z باشد، $y+z=2x$ می‌شود.

۲) چندتا از قوانین لگاریتم را ببینید:

الف) $\log_c a+\log_c b=\log_c ab$

ب) $\log_c a=\log_c b \Rightarrow a=b$

پ) $\log_{b^n} a^m=\frac{m}{n}\log_b a$

روش گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱) اگر $\log\frac{a+3b}{4}$ واسطهٔ حسابی $\log 3b$ و $\log a$ باشد، داریم:

$$\log a+\log 3b=2\log\frac{a+3b}{4}$$
$$\Rightarrow \log 3ab=\log(\frac{a+3b}{4})^2 \Rightarrow 3ab=(\frac{a+3b}{4})^2$$
$$\Rightarrow 3ab=\frac{a^2+6ab+9b^2}{16} \Rightarrow 48ab=a^2+6ab+9b^2$$
$$\Rightarrow a^2+9b^2=42ab \Rightarrow \times$$

۲)
$$\log a+\log b=2\log(\frac{a+3b}{4})$$
$$\Rightarrow \log ab=\log(\frac{a+3b}{4})^2 \Rightarrow ab=(\frac{a+3b}{4})^2$$
$$\Rightarrow ab=\frac{a^2+6ab+9b^2}{16} \Rightarrow 16ab=a^2+6ab+9b^2$$
$$\Rightarrow a^2+9b^2=10ab \Rightarrow \checkmark$$

همین‌جا گزینهٔ درست مشخص شد، اما اگر بررسی سایر گزینه‌ها را هم می‌خواهید؛ خدمت شما:

۳) $\log\sqrt{a}+\log\sqrt{b}=2\log\frac{a+3b}{4} \Rightarrow \log\sqrt{ab}=\log(\frac{a+3b}{4})^2$

$\Rightarrow \sqrt{ab}=\frac{a^2+6ab+9b^2}{16} \Rightarrow 16\sqrt{ab}=a^2+6ab+9b^2$

$\Rightarrow a^2+9b^2=16\sqrt{ab}-6ab \Rightarrow$ ×

۴) $\log\sqrt{a}+\log\sqrt{3b}=2\log\frac{a+3b}{4}$

$\Rightarrow \log\sqrt{3ab}=\log(\frac{a+3b}{4})^2 \Rightarrow \sqrt{3ab}=(\frac{a+3b}{4})^2$

$\Rightarrow \sqrt{3ab}=\frac{a^2+6ab+9b^2}{16} \Rightarrow 16\sqrt{3ab}=a^2+6ab+9b^2$

$\Rightarrow a^2+9b^2=16\sqrt{3ab}-6ab \Rightarrow$ ×

روش گام سؤال را با یک روش سریع‌تر و خلاقانه هم می‌توانیم حل کنیم. با دیدن $a^2+9b^2=10ab$ در a^2+9b^2 و $a+3b$ در $\log\frac{a+3b}{4}$، به یاد $(a+3b)^2$ می‌افتیم:

$(a+3b)^2=a^2+6ab+9b^2 \Rightarrow a^2+9b^2=(a+3b)^2-6ab$

گام حالا می‌توانیم به جای a^2+9b^2 در تساوی $a^2+9b^2=10ab$، $(a+3b)^2-6ab$ را جای‌گذاری کنیم:

$a^2+9b^2=10ab \Rightarrow (a+3b)^2-6ab=10ab$

$\Rightarrow (a+3b)^2=16ab \Rightarrow \frac{(a+3b)^2}{16}=ab \Rightarrow (\frac{a+3b}{4})^2=ab$

در ادامه از دو طرف تساوی بالا لگاریتم می‌گیریم:

$\log(\frac{a+3b}{4})^2=\log ab \Rightarrow 2\log\frac{a+3b}{4}=\log a+\log b$

بنابراین $\log\frac{a+3b}{4}$، واسطهٔ‌حسابی $\log a$ و $\log b$ می‌شود.

تیزبازی در معادلهٔ $a^2+9b^2=10ab$ صدق می‌کند که به ازای $a=9$ و $b=1$ آن‌ها، $\log\frac{a+3b}{4}=\log 3$ می‌شود. حالا با جای‌گذاری $a=9$ و $b=1$ در گزینه‌ها، فقط ۲) درست می‌شود:

$\left.\begin{matrix}\log a=\log 9\\ \log b=\log 1\end{matrix}\right\} \Rightarrow \log a+\log b=\log 9+\log 1=\log 9=\log 3^2=2\log 3$

۷۲- گزینه ۴

استراتژی اول مقدار $\sin x$ را از معادلهٔ $\frac{1-\sin x}{1+\sin x}=4$ به دست می‌آوریم. بعد با توجه به رابطهٔ $\sin x=\frac{2\tan\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}}$ و حل معادلهٔ درجه‌دوم، مقدار $\tan\frac{x}{2}$ را محاسبه می‌کنیم.

درس‌نامه $\sin x$ را می‌توانیم به کمک رابطهٔ زیر بر حسب $\tan\frac{x}{2}$ بنویسیم:

$$\sin x=\frac{2\tan\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}}$$

گام مقدار $\sin x$ را محاسبه می‌کنیم:

$\frac{1-\sin x}{1+\sin x}=4 \Rightarrow 1-\sin x=4+4\sin x \Rightarrow -3=5\sin x \Rightarrow \sin x=-\frac{3}{5}$

گام حالا از فرمول درس‌نامه کمک می‌گیریم:

$\sin x=\frac{2\tan\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}} \Rightarrow -\frac{3}{5}=\frac{2\tan\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}} \Rightarrow -3-3\tan^2\frac{x}{2}=10\tan\frac{x}{2}$

$\Rightarrow 3\tan^2\frac{x}{2}+10\tan\frac{x}{2}+3=0 \xrightarrow{\tan\frac{x}{2}=t} 3t^2+10t+3=0$

ریشه‌های این معادله را به کمک دلتا محاسبه می‌کنیم:

$$t=\frac{-10\pm\sqrt{10^2-4(3)(3)}}{2(3)}=\frac{-10\pm 8}{6} \Rightarrow \begin{cases}t=-3\\ t=-\frac{1}{3}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\tan\frac{x}{2}=-3\\ \tan\frac{x}{2}=-\frac{1}{3}\end{cases}$$

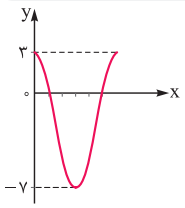
مقدار صحیح $\tan\frac{x}{2}$ را می‌خواهیم که برابر -3 می‌شود.

مشاوره یادگرفتن نسبت‌های مثلثاتی دوآلفایی و نسبت‌های مجموع و تفاضل دو کمان برای حل سؤالات مثلثات کنکور الزامی است.

۷۳- گزینه ۱

درس‌نامه در توابع مثلثاتی به شکل $y=a\sin x+b$ یا $y=a\cos x+b$ داریم:

الف) $\max=b+|a|$ ب) $\min=b-|a|$ پ) $b=\frac{\min+\max}{2}$



گام با توجه به نمودار تابع مثلثاتی، حداکثر مقدار تابع (max) برابر ۳ و حداقل مقدار تابع (min) برابر -7 است، پس با توجه به مورد (پ) درس‌نامه داریم:

$b=\frac{\min+\max}{2}=\frac{-7+3}{2}=-2$

گام همان‌طور که می‌بینید، نمودار، محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع می‌کند، پس $f(0)=3$ است:

$f(x)=a\cos x+\underbrace{b}_{-2} \xrightarrow{f(0)=3} 3=a\underbrace{\cos 0}_{1}-2 \Rightarrow 3=a-2 \Rightarrow a=5$

بنابراین ضابطهٔ تابع به این صورت شد: $f(x)=5\cos x-2$

گام حالا $f(\frac{\pi}{3})$ را محاسبه می‌کنیم:

$f(\frac{\pi}{3})=5\cos\frac{\pi}{3}-2=5\times\frac{1}{2}-2=\frac{5}{2}-2=\frac{1}{2}$

۷۴- گزینه ۲

درس‌نامه

۱) $\sin 2x=2\sin x.\cos x \quad , \quad \sin^2 x+\cos^2 x=1$

۲) نسبت‌های مثلثاتی مجموع و تفاضل دو کمان به صورت زیرند:

$\sin(x\pm y)=\sin x.\cos y\pm\cos x.\sin y$

$\cos(x\pm y)=\cos x.\cos y\mp\sin x.\sin y$

۳) جواب معادلات مثلثاتی خاص به صورت زیر است:

- $\sin x=1 \Rightarrow x=2k\pi+\frac{\pi}{2}$
- $\sin x=-1 \Rightarrow x=2k\pi-\frac{\pi}{2}$ یا $2k\pi+\frac{3\pi}{2}$
- $\sin x=\pm 1 \Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{2}$
- $\sin x=0 \Rightarrow x=k\pi$
- $\cos x=1 \Rightarrow x=2k\pi$
- $\cos x=-1 \Rightarrow x=2k\pi+\pi$
- $\cos x=0 \Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{2}$

روش گام معادله را با کمک نسبت‌های مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا (مورد (۱) و (۲) درس‌نامه) ساده‌تر می‌نویسیم:

$\sin(x+\frac{\pi}{4})=\sin x.\underbrace{\cos\frac{\pi}{4}}_{\frac{\sqrt{2}}{2}}+\cos x.\underbrace{\sin\frac{\pi}{4}}_{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x+\cos x)$

$\cos(x-\frac{\pi}{4})=\cos x.\cos\frac{\pi}{4}+\sin x.\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x+\cos x)$

با جای‌گذاری موارد به‌دست‌آمده در رابطهٔ $\sin(x+\frac{\pi}{4})\cos(x-\frac{\pi}{4})=1$ داریم:

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x+\cos x)\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x+\cos x)=1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(\sin x+\cos x)^2=1 \Rightarrow (\sin x+\cos x)^2=2$$

$$\Rightarrow \underbrace{\sin^2 x+\cos^2 x}_{1}+\underbrace{2\sin x.\cos x}_{\sin 2x}=2 \Rightarrow \sin 2x=1$$

گام حالا با توجه به مورد (۳) درس‌نامه داریم:

$$\sin 2x=1 \Rightarrow 2x=2k\pi+\frac{\pi}{2} \Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{4} \xrightarrow[k=0,1]{x\in[0,2\pi]} x=\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}$$

بنابراین مجموع جواب‌ها برابر می‌شود با: $\frac{\pi}{4}+\frac{5\pi}{4}=\frac{6\pi}{4}=\frac{3}{2}\pi$

روش **گام** می‌دانیم $\cos(\alpha)=\cos(-\alpha)$ است، پس:

$$\cos(x-\frac{\pi}{4})=\cos(\frac{\pi}{4}-x)$$

بنابراین معادلهٔ $\sin(x+\frac{\pi}{4})\cos(x-\frac{\pi}{4})=1$ به این صورت در می‌آید:

$$\sin(x+\frac{\pi}{4})\cos(\frac{\pi}{4}-x)=1 \quad (*)$$

نکته اگر 90° یا $\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$ باشد، در این صورت:

$$\sin\alpha=\cos\beta \quad \text{و} \quad \tan\alpha=\cot\beta$$

گام حالا با کمی دقت متوجه می‌شویم که $(\frac{\pi}{4}+x)+(\frac{\pi}{4}-x)=\frac{\pi}{2}$، پس می‌توانیم به جای $\cos(\frac{\pi}{4}-x)$ در معادلهٔ $(*)$ بنویسیم $\sin(\frac{\pi}{4}+x)$:

$$\sin(x+\frac{\pi}{4}).\sin(x+\frac{\pi}{4})=1 \Rightarrow \sin^2(x+\frac{\pi}{4})=1 \Rightarrow \sin(x+\frac{\pi}{4})=\pm 1$$

گام حالا به کمک مورد (۳) درس‌نامه داریم:

$$\sin(x+\frac{\pi}{4})=\pm 1 \Rightarrow x+\frac{\pi}{4}=k\pi+\frac{\pi}{2} \Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{4}$$

$$\xrightarrow[k=0,1]{x\in[0,2\pi]} \frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}$$

بنابراین مجموع جواب‌ها برابر با: $\frac{\pi}{4}+\frac{5\pi}{4}=\frac{6\pi}{4}=\frac{3\pi}{2}=$ مجموع جواب‌ها

مشاوره معادلهٔ مثلثاتی جزء پای ثابت‌های کنکور سراسری است که معمولاً با نسبت‌های دوآلفایی و نسبت‌های مجموع و تفاضل دو کمان ترکیب می‌شود.

۷۵- گزینه ۱

استراتژی اول باید چند دستهٔ دیگر را هم بنویسیم؛ بعد با پیداکردن یک الگو می‌توانیم اعضای دستهٔ سیزدهم را مشخص کنیم و میانهٔ آن‌ها را به دست آوریم.

درس‌نامه اگر تعدادی عدد متوالی داشته باشیم، میانه برابر میانگین عدد اول و عدد آخر است، برای مثال میانهٔ اعداد ۷ و ۸ و ۹ و ... و ۷۹ برابر است با: $\frac{7+79}{2}=43$

گام اعضای چند دستهٔ دیگر را هم می‌نویسیم:

$$\{1,2\},\{3,4\},\{5,6,7,8\},\{9,10,\ldots,16\},\{17,18,\ldots,32\},\ldots$$

2^1 2^2 2^3 2^4 2^5

دستهٔ اول — دستهٔ دوم — دستهٔ سوم — دستهٔ چهارم — دستهٔ پنجم

گام با توجه به دسته‌ها، واضح است که جملهٔ آخر دستهٔ nام $a_n=2^n$ می‌شود، پس جملهٔ آخر دستهٔ سیزدهم $a_{13}=2^{13}=8192$ است. جملهٔ آخر دستهٔ دوازدهم هم $a_{12}=2^{12}=4096$ است، پس جملهٔ اول دستهٔ سیزدهم، $4096+1=4097$ می‌شود.

حالا می‌توانیم اعضای دستهٔ سیزدهم را بنویسیم:

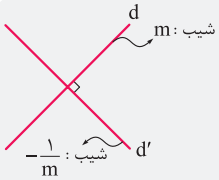
دستهٔ سیزدهم: $\{4097,4098,4099,\ldots,8192\}$

گام میانهٔ اعضای دستهٔ سیزدهم را می‌خواهیم که چون اعضای آن اعداد متوالی‌اند، طبق درس‌نامه، برابر است با: $\frac{4097+8192}{2}=6144/5$

۷۶- گزینه ۳

استراتژی کافی است قرینه و معکوس شیب خط $6y-3x=1$ را برابر با مشتق x^2-4x+5 قرار دهید تا مقدار x به دست آید؛ سپس با جای‌گذاری x به دست آمده در ضابطهٔ منحنی می‌توانید عرض نقطه را نیز محاسبه کنید.

درس‌نامه ۱ اگر خط d' بر d عمود باشد، شیب d' قرینه و معکوس شیب d می‌شود.



۲ شیب خط مماس بر منحنی f در نقطه‌ای به طول α واقع بر آن برابر $f'(\alpha)$ می‌شود.

گام شیب خط $6y-3x=1$ را به دست می‌آوریم:

$$6y-3x=1 \Rightarrow 6y=3x+1 \Rightarrow y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}$$

شیب این خط برابر $\frac{1}{2}$ است، پس شیب خط عمود بر آن برابر $-\frac{1}{\frac{1}{2}}=-2$ می‌شود (طبق مورد (۱) درس‌نامه).

گام نقطه‌ای از منحنی $y=x^2-4x+5$ را می‌خواهیم که خط مماس بر آن، بر خط $6y-3x=1$ عمود باشد. دیدیم که شیب خط عمود بر $6y-3x=1$ برابر -2 است، بنابراین باید نقطه‌ای از $y=x^2-4x+5$ را پیدا کنیم که شیب خط مماس بر آن برابر -2 شود. برای این کار معادلهٔ $y'=-2$ را حل می‌کنیم (مورد (۲) درس‌نامه):

$$(x^2-4x+5)'=-2 \Rightarrow 2x-4=-2 \Rightarrow 2x=2 \Rightarrow x=1$$

گام در آخر عرض نقطه‌ای به طول $x=1$ روی منحنی $y=x^2-4x+5$ را محاسبه می‌کنیم:

$$y=x^2-4x+5 \xrightarrow{x=1} y=2 \xrightarrow{\text{نقطه}} (1,2)$$

۷۷- گزینه ۲

درس‌نامه اگر $A(\alpha,\beta)$ نقطهٔ اکسترمم نسبی تابع $f(x)$ باشد، داریم:

الف) $f(\alpha)=\beta$

ب) $f'(\alpha)=0$

گام اول y' را به دست می‌آوریم:

$$y=ax^3+bx^2+cx+d \Rightarrow y'=3ax^2+2bx+c$$

$A(0,0)$ نقطهٔ اکسترمم نسبی تابع است، پس:

$$\begin{cases} y(0)=0 \Rightarrow a(0)^3+b(0)^2+c(0)+d=0 \Rightarrow d=0 \\ y'(0)=0 \Rightarrow 3a(0)^2+2b(0)+c=0 \Rightarrow c=0 \end{cases}$$

تا این‌جا ضابطهٔ y و y' به این صورت شد:

$$\begin{cases} y=ax^3+bx^2 \\ y'=3ax^2+2bx \end{cases}$$

گام $B(1,1)$ هم اکسترمم نسبی تابع است، پس:

$$\begin{cases} y(1)=1 \Rightarrow a(1)^3+b(1)^2=1 \Rightarrow a+b=1 \xrightarrow{\times 2} 2a+2b=2 \\ y'(1)=0 \Rightarrow 3a(1)^2+2b(1)=0 \Rightarrow 3a+2b=0 \end{cases}$$

طرفین دو رابطهٔ بالا را از هم کم می‌کنیم تا مقدار a به دست آید: $a=-2$

حالا $a=-2$ را در $a+b=1$ جای‌گذاری می‌کنیم تا مقدار b هم مشخص شود:

$$\underset{-2}{a}+b=1 \Rightarrow b=3$$

بنابراین $ab=-2\times 3=-6$ است.

۷۸- گزینه ۳

استراتژی کافی است از اصل متمم استفاده کنید، یعنی تعداد کل حالاتی که ۷ نفر می‌توانند روی ۵ صندلی در یک ردیف قرار بگیرند را منهای تعداد حالاتی کنید که دو نفر خاص کنار هم نشسته باشند.

درس‌نامه ۱ n نفر به $n!$ حالت می‌توانند روی n صندلی کنار هم بنشینند.

۲ بعضی وقت‌ها در محاسبهٔ تعداد جایگشت‌ها کنار هم بودنِ چند شیء خاص برایمان مهم است. در چنین حالتی از روش «**بسته‌بندی**» استفاده می‌کنیم. مثلاً فرض کنید می‌خواهیم ببینیم به چند طریق می‌شود ۶ نفر a، b، c، d، e و f روی ۶ صندلی بنشینند به طوری که a و b و c کنار هم باشند. برای پیداکردن جواب، کارهای زیر را انجام می‌دهیم:

الف) اول افراد را به شکل (f) (e) (d) (abc) بسته‌بندی می‌کنیم.

ب) حالا می‌گوییم ۴ بسته داریم که $4!$ جایگشت دارند. اما باید حواسمان باشد که a، b و c هم درون بستهٔ خود $3!$ جایگشت دارند. پس جواب می‌شود: $4! \times 3! = 24 \times 6 = 144$

۳ به $\binom{n}{k}$ حالت می‌توانیم k نفر از بین n نفر انتخاب کنیم به طوری که ترتیب انتخاب k نفر مهم نباشد.

۴ $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

گام فرض کنید ۷ نفر، a و b و c و d و e و f و g هستند و می‌خواهیم a و b کنار هم نباشند. اول تعداد حالاتی که ۷ نفر می‌توانند روی ۵ صندلی بنشینند را می‌شماریم. ۵ صندلی داریم، پس ابتدا به $\binom{7}{5}$ حالت، ۵ نفر انتخاب می‌کنیم تا روی ۵ صندلی بنشینند.

حالا خود این ۵ نفر هم به $5!$ حالت می‌توانند روی صندلی‌ها جابه‌جا شوند، پس تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$5! \times \binom{7}{5} \xrightarrow{\text{مورد (۴) درس‌نامه}} 5! \times \binom{7}{2} = 120 \times \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 120 \times 21 = 2520$$

گام حالا نوبت محاسبهٔ تعداد حالت‌های نامطلوب است. برای این کار تعداد حالاتی را می‌شماریم که a و b کنار هم باشند، برای این کار ابتدا به $\binom{5}{3}$ حالت، ۳ نفر دیگر از بین ۵ نفر باقی‌مانده (یعنی c و d و e و f و g) انتخاب می‌کنیم. (فرض کنید این ۳ نفر c، d و e هستند.) حالا برای این‌که a و b کنار هم باشند، آن‌ها را مطابق شکل زیر درون یک بسته قرار می‌دهیم:

(ab) (c) (d) (e)

تعداد جایگشت‌های ۴ بستهٔ بالا، $4! \times 2!$ است؛ پس تعداد کل حالت‌های نامطلوب می‌شود:

$$\underbrace{4!}_{\text{جایگشت بسته‌ها}} \times \underbrace{2!}_{\text{جایگشت a و b}} \times \binom{5}{3} = 24 \times 2 \times \binom{5}{2} = 48 \times \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 480$$

گام طبق اصل متمم، تعداد حالاتی که a و b کنار هم نیستند، برابر تعداد کل حالت‌ها منهای تعداد حالت‌هایی است که a و b کنار هم باشند، بنابراین جواب برابر $2040 = 480 - 2520$ می‌شود.

مشاوره سؤالات شمارش بدون شمردن، پای ثابت سؤالات کنکور سراسری است.

۷۹- گزینه ۲

درس‌نامه در پرتاب دو تاس، برای به دست آوردن احتمال رخدادن هر پیشامدی، اول جدولی به شکل زیر رسم کنید و داخل خانه‌های مطلوب ضربدر بزنید تا تعداد حالات مطلوب به دست آید؛ بعد حاصل را بر تعداد کل حالت‌ها تقسیم کنید.

تاس اول

تاس دوم	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱			×			×
۲			×			×
۳	×	×	×	×	×	×
۴			×			×
۵			×			×
۶	×	×	×	×	×	×

تعداد کل حالت‌های پرتاب دو تاس $6 \times 6 = 36$ تا است.

مثلاً در جدول، حالاتی را مشخص کردیم که حاصل‌ضرب اعداد روشده، مضرب ۳ باشد؛ پس احتمال این‌که دو تاس پرتاب کنیم و حاصل‌ضرب اعداد روشده مضرب ۳ شود، برابر $\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$ است.

طبق درس‌نامه، اول جدول زیر را می‌کشیم. حالا باید به دنبال خانه‌هایی باشیم که حداقل یک عدد مضرب ۳ و مجموع دو عدد روشده برابر ۷ باشد. این خانه‌ها را در جدول با × مشخص می‌کنیم. همان‌طور که می‌بینید، ۴ خانه از ۳۶ خانه علامت‌دار شده‌اند، پس احتمال مورد نظر برابر می‌شود با:

$$P = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

تاس اول

تاس دوم	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱						×
۲						
۳				×		
۴			×			
۵						
۶	×					

۸۰- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، احتمال این‌که دو پیشامد A و B هم‌زمان رخ دهند برابر حاصل‌ضرب احتمال رخدادن هر کدام از پیشامدها است، یعنی:

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

۲ اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، احتمال رخدادن پیشامد A به شرط رخدادن پیشامد B را به صورت $P(A|B)$ نمایش می‌دهیم. $P(A|B)$ از این رابطه محاسبه می‌شود:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

۳ یکی از نشانه‌هایی که به شما کمک می‌کند بفهمید با یک احتمال شرطی طرف هستید؛ وجود کلمه یا جملاتی مثل «اگر»، «می‌دانیم» و «در صورتی که» است. جملهٔ بعد از این کلمات (یا جملات) همان شرط سؤال است.

۴ **قانون جذب:**

$$A \cup (A \cap B) = A \quad , \quad A \cap (A \cup B) = A$$

۵

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

گام بعد از دیدن کلمهٔ **اگر** در صورت سؤال متوجه می‌شویم که با احتمال شرطی طرف هستیم. به هدف زدن علی را پیشامد A و به هدف زدن حسن را پیشامد B در نظر می‌گیریم. به گفتهٔ سؤال علی و حسن با احتمال‌های ۰/۶ و ۰/۴ به هدف می‌زنند، پس:

$$P(A) = 0/6 \, , \, P(B) = 0/4$$

گام به هدف زدن تیر توسط دو نفر، مستقل از هم هستند، پس احتمال این‌که هر دو نفر به هدف بزنند، برابر است با:

$$P(A \cap B) = \underbrace{P(A)}_{0/6}.\underbrace{P(B)}_{0/4} = 0/24$$

گام حالا خوب به جملهٔ زیر توجه کنید:

«اگر هر کدام از آن‌ها یک بار تیراندازی کنند و بدانیم حداقل یک تیر ($A \cup B$) به هدف اصابت کرده است، با کدام احتمال علی (A) به هدف زده است؟»

جملهٔ بالا یعنی احتمال رخدادن پیشامد A به شرط رخدادن $A \cup B$ چه‌قدر است؟ این احتمال طبق مورد (۲) درس‌نامه برابر می‌شود با:

$$P(A|A \cup B) = \frac{P(A \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} \xrightarrow{\text{قانون جذب}} = \frac{P(A)}{P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$

$$= \frac{0/6}{0/6 + 0/4 - 0/24} = \frac{0/6}{0/76} = \frac{15}{19}$$

۸۱- گزینه ۴

درس‌نامه مجموع انحراف از میانگین داده‌ها برابر صفر است.

گام توان دوم انحراف از میانگین داده‌ها برابر ۱ یا صفر است، پس خود انحراف از میانگین داده‌ها برابر $+1$، -1 یا صفر هستند.

گام داده‌ای با میانگین برابر است که انحراف از میانگین آن صفر باشد، پس باید کاری کنیم تا تعداد داده‌هایی که انحراف از میانگین آن‌ها صفر است، حداقل شود، از طرفی مجموع انحراف از میانگین داده‌ها برابر صفر است، پس حداقل تعداد داده‌هایی که انحراف از میانگین آن‌ها برابر صفر است، وقتی به دست می‌آید که ۴۱ داده انحراف از میانگین $+1$ ، ۴۱ داده انحراف از میانگین -1 و یک داده انحراف از میانگین صفر داشته باشد. بنابراین جواب برابر ۱ می‌شود.

مشاوره سؤالات آمار توصیفی در کنکورهای جدید، به جای این‌که محاسبات زیادی داشته باشند، ایده‌دار، خلاقانه و مفهومی هستند؛ به همین خاطر باید دید خیلی عمیقی به این فصل داشته باشید.

۸۲- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ معادلهٔ گستردهٔ هر دایره به صورت $x^2+y^2+ax+by+c=0$ است. برای به دست آوردن شعاع و مرکز دایره در این معادله، از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

$$O\left(-\frac{\text{ضریب } x}{2},-\frac{\text{ضریب } y}{2}\right) \quad , \quad r=\sqrt{(\text{عرض مرکز})^2+(\text{طول مرکز})^2-c}$$

↓ عدد ثابت معادلهٔ گسترده

فقط حواستان باشد، زمانی می‌توانید از رابطه‌های مذکور استفاده کنید که ضریب x^2 و y^2 برابر ۱ و عدد ثابت، سمت چپ باشد. اگر معادلهٔ گسترده این شکلی نبود، باید چنین شرایطی را خودتان بسازید. **۲** معادلهٔ دایره به مرکز $O(\alpha,\beta)$ و شعاع r به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$$

گام (پیداکردن مرکز و شعاع دایره‌های داده‌شده)

اول مرکز و شعاع دایره‌ها را به دست می‌آوریم:

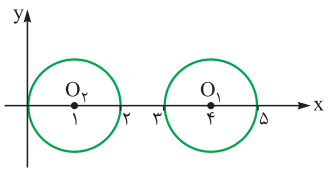
◇ $C_1: x^2-8x+y^2+15=0$

$$O_1=(-\frac{-8}{2},-\frac{0}{2})=(4,0) \ , \ r=\sqrt{4^2+0^2-15}=1$$

◇ $C_2: x^2-2x+y^2=0$

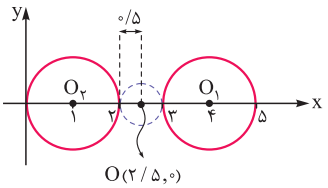
$$O_2=(-\frac{-2}{2},\frac{0}{2})=(1,0) \ , \ r=\sqrt{1^2+0^2-0}=1$$

گام (رسم دایره‌های C_1 و C_2) حالا که مرکز و شعاع دایره‌های C_1 و C_2 را داریم، می‌توانیم در دستگاه مختصات رسمشان کنیم:



گام (پیداکردن خواستهٔ سؤال)

سؤال معادلهٔ دایره‌ای را می‌خواهد که مرکزش روی محور xها و بر دو دایرهٔ C_1 و C_2 مماس‌خارج باشد؛ این دایره را مطابق شکل روبه‌رو به شکل گام دوم اضافه می‌کنیم:



همان‌طور که می‌بینید، مرکز این دایره نقطهٔ $O(2/5,0)$ و شعاعش $0/5$ است، پس معادلهٔ دایره می‌شود:

$$(x-2/5)^2+(y-0)^2=0/5^2 \Rightarrow x^2-5x+6/25+y^2=0/25$$

$$\Rightarrow x^2+y^2-5x+6=0$$

۱۴۰۲ نوبت اول

فیزیک

۱- گزینه ۲

درس‌نامه یک بار برای همیشه، کمیت‌های اصلی به همراه یکاهای آن‌ها را ببینید.

کمیت‌های اصلی و یکاهای اصلی دستگاه بین‌المللی (SI)		
کمیت	نام یکا	نماد یکا
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	s
دما	کِلوین	K
مقدار ماده	مُول	mol
جریان الکتریکی	آمپر	A
شدت روشنایی	کَندِلا (شمع)	cd

یکاهای ژول و کولن به ترتیب مربوط به کمیت‌های انرژی و بار الکتریکی بوده و یکاهای فرعی هستند (رد ۱، ۳ و ۴).

مشاوره برای پاسخ‌دادن به این‌جور سؤال‌ها به دنبال رد گزینه باشید تا سریع‌تر به جواب برسید.

۲- گزینه ۴

دوقطبی‌های مغناطیسی مواد پارامغناطیسی، به طور کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند (دوقطبی‌های مغناطیسی مواد فرومغناطیسی در ناحیه‌هایی که حوزه‌های مغناطیسی نام دارند، هم‌جهت هستند.). با قراردادن مواد پارامغناطیسی درون میدان مغناطیسی خارجی قوی، دوقطبی‌های مغناطیسی آن‌ها به مقدار مختصری در راستای خط‌های میدان مغناطیسی منظم می‌شوند؛ بنابراین مواد پارامغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند.

مشاوره این سؤال از متن کتاب درسی طراحی شده است؛ پس خط‌به‌خط کتاب درسی را بخوانید چون ممکن است سؤال ساده‌ای مثل این سؤال را از دست بدهید!

۳- گزینه ۲

از مقاومت‌های نوری (LDR) در تجهیزات گوناگونی از جمله چشم‌های الکترونیکی، دزدگیرها، کنترل‌کننده‌های خودکار و چراغ‌های روشنایی خیابان‌ها استفاده می‌شود.

مشاوره برای موفقیت در کنکور باید بر کتاب درسی مسلط باشید. همان‌طور که می‌بینید، سه سؤال اول این آزمون عیناً از کتاب درسی طراحی شده‌اند.

۴- گزینه ۱

استراتژی در سؤالاتی که تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی مشخصی را می‌خواهد، یکی از بهترین روش‌ها رسم نمودار سرعت ـ زمان متحرک است، چون با استفاده از مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t می‌توانیم مسافت پیموده‌شده و در نتیجه تندی متوسط متحرک را به دست بیاوریم.

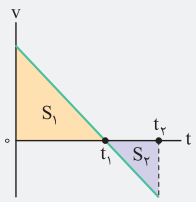
درس‌نامه ۱ معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست:

مکان اولیه (m) — سرعت اولیه (m/s) — شتاب (m/s^2)

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

۲ معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست: $v = at + v_0$

۳ مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t در یک بازهٔ زمانی، بیانگر مسافت طی‌شده توسط متحرک در آن بازهٔ زمانی است. مثلاً در نمودار سرعت ـ زمان روبه‌رو، مسافت طی‌شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 به صورت مقابل به دست می‌آید.



مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا t_1: $\ell_1 = S_1$

مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2: $\ell_2 = S_2$

$\Rightarrow$ مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا t_2: $\ell = \ell_1 + \ell_2 = S_1 + S_2$

۴ تندی متوسط: نسبت مسافت طی‌شده به مدت‌زمان. $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$

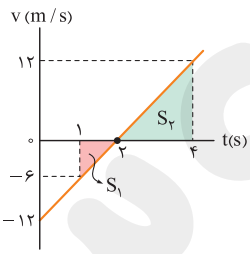
گام ۱ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک از نوع درجه۲ است؛ پس حرکت متحرک از نوع حرکت با شتاب ثابت است. ابتدا معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک را با فرم کلی معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست مقایسه می‌کنیم.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

$$x = 3t^2 - 12t + 9 \Rightarrow \frac{1}{2}a = 3 \Rightarrow a = 6\ m/s^2 \ ,\ v_0 = -12\ m/s$$

($\frac{1}{2}a$ ↓ , v_0 ↓ , x_0 ↓)

گام ۲ برای این‌که تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 1\ s$ تا $t_2 = 4\ s$ را به دست بیاوریم، به مسافت طی‌شده در این بازهٔ زمانی نیاز داریم. بهترین روش برای پیداکردن مسافت، رسم نمودار سرعت ـ زمان متحرک است؛ پس به سراغ معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک می‌رویم تا با استفاده از آن، نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم کنیم.



$$v = at + v_0 \xrightarrow[v_0 = -12\ m/s]{a = 6\ m/s^2} v = 6t - 12$$

$$v_{(t_1 = 1\ s)} = 6(1) - 12 = -6\ m/s$$

$$v_{(t_2 = 4\ s)} = 6(4) - 12 = 12\ m/s$$

گام ۳ حالا مسافت طی‌شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 1\ s$ تا $t_2 = 4\ s$ را با استفاده از مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t به دست می‌آوریم.

$$\ell = S_1 + S_2 = \frac{1 \times 6}{2} + \frac{2 \times 12}{2} = 3 + 12 = 15\ m$$

گام ۴ در آخر، خواستهٔ سؤال یعنی تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 1\ s$ تا $t_2 = 4\ s$ را محاسبه می‌کنیم.

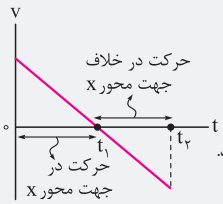
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{15}{4 - 1} = 5\ m/s$$

تله ۲ اگر سرعت متوسط متحرک را به دست بیاورید، به ۳ می‌رسید.

۵- گزینه ۴

درس‌نامه

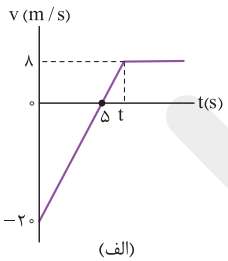
در نمودار سرعت ـ زمان



$v > 0 \Leftarrow$ متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.

$v < 0 \Leftarrow$ متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

گام ابتدا با استفاده از تشابه مثلث‌ها، لحظهٔ t را به دست می‌آوریم تا اطلاعات نمودار سرعت ـ زمان متحرک کامل شود (شکل الف).

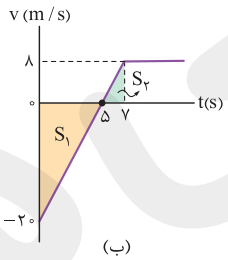


(الف)

$$\frac{8}{20} = \frac{t-5}{5} \Rightarrow t = 7\,s$$

گام سؤال از ما مدت‌زمانی را که فاصلهٔ متحرک تا مبدأ محور $(x = 0\,m)$، کم‌تر یا مساوی ۱۰ متر است، می‌خواهد؛ یعنی باید ببینیم چند ثانیه متحرک در محدودهٔ مکانی $-10\,m \le x \le 10\,m$ است.

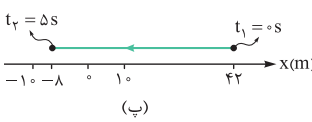
فهم ... بریم سراغ نمودار سرعت ـ زمان متحرک! همان‌طور که در شکل (ب) می‌بینید، متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 0\,s$ تا $t_2 = 5\,s$ در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند و در لحظهٔ $t_2 = 5\,s$ تغییر جهت داده و در جهت محور x به حرکت خود ادامه می‌دهد. برای این‌که ببینیم متحرک چند متر در خلاف جهت محور x حرکت کرده است، مساحت S_1 را به دست می‌آوریم.



(ب)

$$S_1 = \frac{20 \times 5}{2} = 50\,m \xrightarrow{\Delta x_1 < 0} \Delta x_1 = -50\,m$$

با توجه به این‌که متحرک در لحظهٔ $t_1 = 0\,s$ در مکان $x_1 = 42\,m$ است، پس در لحظهٔ $t_2 = 5\,s$ به مکان $x_2 = -8\,m$ می‌رسد (شکل پ).

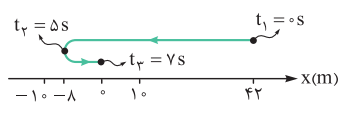


(پ)

حالا با توجه به شکل (ب)، مساحت S_2 را محاسبه می‌کنیم.

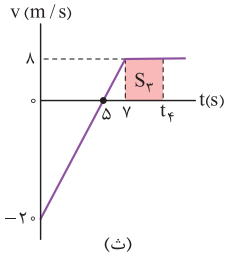
$$S_2 = \frac{2 \times 8}{2} = 8\,m \xrightarrow{\Delta x_2 > 0} \Delta x_2 = 8\,m$$

یعنی متحرک از لحظهٔ $t_2 = 5\,s$ تا لحظهٔ $t_3 = 7\,s$ به اندازهٔ 8 m در جهت محور x حرکت می‌کند و در نتیجه به مکان $x_3 = 0\,m$ می‌رسد (شکل ت).



(ت)

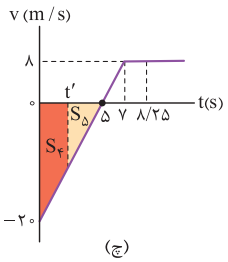
طبق خواستهٔ سؤال، باید ببینیم متحرک در چه لحظه‌ای به مکان $x_4 = 10\,m$ می‌رسد. چون متحرک در لحظهٔ $t_3 = 7\,s$ در مکان $x_3 = 0\,m$ قرار دارد، پس مساحت S_3 را برابر با 10 m قرار می‌دهیم تا لحظه‌ای را که متحرک به مکان $x_4 = 10\,m$ می‌رسد، به دست بیاوریم (شکل ث).



(ث)

$$S_3 = 10\,m \Rightarrow (t_4 - 7)(8) = 10 \Rightarrow t_4 = 8/25\,s$$

بنابراین متحرک در لحظهٔ $t_4 = 8/25\,s$ به مکان $x_4 = 10\,m$ می‌رسد (شکل ج). همان‌طور که در شکل (ج) می‌بینید، متحرک از لحظهٔ $t_1 = 0\,s$ تا t' به اندازهٔ 32 m در خلاف جهت محور x و از لحظهٔ t' تا $t_2 = 5\,s$ به اندازهٔ 18 m در خلاف جهت محور x جابه‌جا می‌شود؛ بنابراین در نمودار سرعت ـ زمان متحرک $S_4 = 32\,m$ و $S_5 = 18\,m$ است (شکل چ). با توجه به این‌که نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر با مربع نسبت تشابه آن‌ها است، لحظهٔ t' را به دست می‌آوریم.



(چ)

(ج)

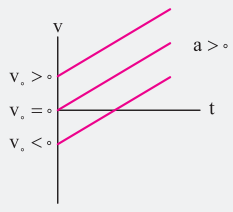
$$\frac{S_5}{S_4 + S_5} = \left(\frac{5 - t'}{5}\right)^2 \Rightarrow \frac{18}{18 + 32} = \left(\frac{5 - t'}{5}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{5 - t'}{5} \Rightarrow t' = 2\,s$$

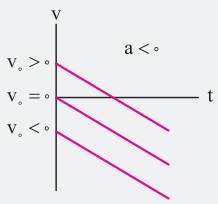
بنابراین فاصلهٔ متحرک تا مبدأ محور $(x = 0\,m)$ از لحظهٔ $t' = 2\,s$ تا لحظهٔ $t_4 = 8/25\,s$ ، یعنی به مدت $6/25\,s\,(= 8/25 - 2)$ کم‌تر یا مساوی ۱۰ متر است.

۶- گزینه ۱

درس‌نامه شیب نمودار سرعت ـ زمان متحرک در هر لحظه، بیانگر شتاب متحرک در آن لحظه است؛ بنابراین نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت یک خط راست است (شکل‌های الف و ب).

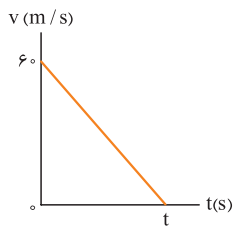


(الف)



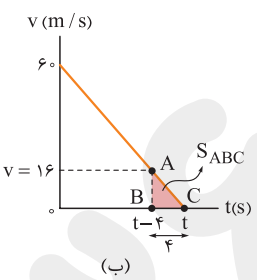
(ب)

گام سرعت اولیهٔ هواپیما $60\,m/s$ است $(v_0 = 60\,m/s)$ و پس از مدتی حرکت با شتاب ثابت، متوقف می‌شود $(a < 0$ و $v = 0\,m/s)$. با توجه به این توضیحات، نمودار سرعت ـ زمان هواپیما را رسم می‌کنیم (شکل الف).



(الف)

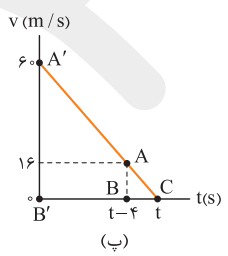
گام هواپیما 32 m پایانی مسیر مستقیم خود را در مدت 4 s طی کرده است؛ بنابراین با توجه به این‌که مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان متحرک و محور t بیانگر مسافت طی‌شده توسط متحرک است، پس $S_{ABC} = 32\,m$ است (شکل ب) و می‌توانیم بنویسیم:



(ب)

$$\frac{v \times 4}{2} = 32 \Rightarrow v = 16\,m/s$$

گام حالا از تشابه دو مثلث ABC و $A'B'C$ استفاده می‌کنیم و خواستهٔ سؤال یعنی $S_{A'B'C}$ (مسافت کل) را به دست می‌آوریم (شکل پ).



(پ)

$$\frac{S_{A'B'C}}{S_{ABC}} = \left(\frac{A'B'}{AB}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_{A'B'C}}{32} = \left(\frac{60}{16}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{A'B'C}}{32} = \frac{15 \times 15}{16} \Rightarrow S_{A'B'C} = 450\,m$$

مشاوره شما می‌توانید برای تمام مسائل حرکت بر خط راست، نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم کنید، اما گاهی اوقات رسم این نمودار دشوار و وقت‌گیر است و حل مسئله را پیچیده می‌کند و گاهی اوقات هم رسم آن به سادگی امکان‌پذیر است (مثل همین سؤال) و حل مسئله را ساده می‌کند.

۷- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ شتاب متوسط: اگر سرعت متحرکی در لحظهٔ t_1 برابر با v_1 و در لحظهٔ t_2 برابر با v_2 باشد، شتاب متوسط آن در این بازهٔ زمانی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

۲ رابطهٔ مستقل از زمان در سقوط آزاد بدون سرعت اولیه: (جهت مثبت y را رو به پایین فرض کردیم.)

$$v^2 = 2g\Delta y$$

(v: سرعت (m/s)، g: شتاب گرانش (m/s^2)، Δy: جابه‌جایی در راستای قائم (m))

۳ رابطهٔ مستقل از شتاب در سقوط آزاد: (جهت مثبت y را رو به پایین فرض کردیم.)

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{\Delta y}{\Delta t}$$

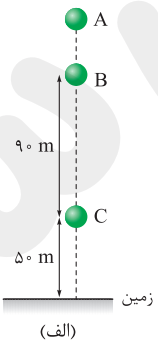
(v_1: سرعت ابتدایی (m/s)، v_2: سرعت نهایی (m/s)، Δt: مدت‌زمان (s))

۴ معادلهٔ مکان ـ زمان در سقوط آزاد بدون سرعت اولیه: (جهت مثبت y را رو به پایین فرض کردیم.)

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + y_0$$

(y: مکان اولیه (m)، t: زمان (s))

گام گلوله فاصلهٔ بین دو نقطهٔ B و C را در مدت‌زمان ۳ s طی می‌کند (شکل الف).



(الف)

با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب در سقوط آزاد و هم‌چنین شتاب متوسط می‌توانیم بنویسیم (در تمام مراحل جهت مثبت y را رو به پایین فرض کردیم):

$$\frac{v_B + v_C}{2} = \frac{۹۰}{۳} \Rightarrow v_B + v_C = ۶۰\ m/s \quad (۱)$$

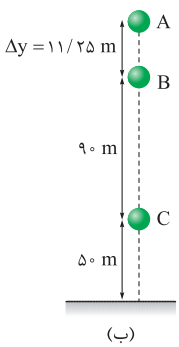
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{a=g=۱۰\ m/s^2} ۱۰ = \frac{v_C - v_B}{۳}$$

$$\Rightarrow v_C - v_B = ۳۰\ m/s \quad (۲)$$

پس با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲)، $v_B = ۱۵\ m/s$ و $v_C = ۴۵\ m/s$ است.

گام حالا با استفاده از رابطهٔ مستقل از زمان در سقوط آزاد بدون سرعت اولیه، فاصلهٔ بین دو نقطهٔ A و B را پیدا می‌کنیم.

$$v_B^2 = ۲g\Delta y$$



(ب)

$$\xrightarrow[g=۱۰\ m/s^2]{v_B=۱۵\ m/s} ۱۵^2 = ۲\times۱۰\Delta y \Rightarrow \Delta y = ۱۱/۲۵\ m$$

بنابراین با توجه به شکل (ب)، فاصلهٔ بین نقطهٔ A تا سطح زمین برابر با $۱۵۱/۲۵\ m\ (=۱۱/۲۵+۹۰+۵۰)$ است.

گام در ادامه، مدت‌زمان حرکت گلوله از نقطهٔ A تا سطح زمین را با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت سقوط آزاد بدون سرعت اولیه به دست می‌آوریم.

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + y_0 \Rightarrow ۱۵۱/۲۵ = \frac{1}{2}\times۱۰t^2 \Rightarrow t^2 = ۳۰/۲۵ \Rightarrow t = ۵/۵\ s$$

گام سؤال از ما ارتفاع گلوله ۳ s قبل از برخورد به سطح زمین را می‌خواهد. در این لحظه، گلوله به اندازهٔ $۲/۵\ s\ (=۵/۵-۳)$ حرکت می‌کند؛ پس جابه‌جایی گلوله در این مدت‌زمان را محاسبه می‌کنیم.

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + y_0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}\times۱۰\times(۲/۵)^2 = ۳۱/۲۵\ m$$

بنابراین گلوله ۳ ثانیه قبل از رسیدن به زمین از ارتفاع $۱۲۰\ m\ (=۱۵۱/۲۵-۳۱/۲۵)$ عبور می‌کند.

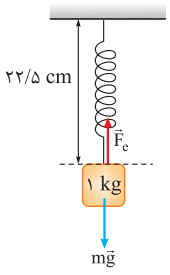
۸- گزینه ۱

درس‌نامه اندازهٔ نیروی کشسانی فنر:

$$F_e = k\Delta\ell$$

(k: ثابت فنر (N/m)، $\Delta\ell$: تغییر طول فنر (m))

گام وقتی وزنه را به انتهای فنری که از نقطهٔ ثابتی آویزان است می‌بندیم، پس از مدتی به تعادل می‌رسند. طول فنر را در این حالت به دست می‌آوریم (شکل الف).



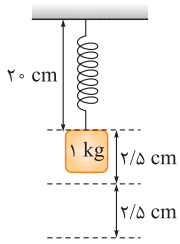
(الف)

$$F_e = mg \Rightarrow k\Delta\ell = mg \Rightarrow ۴۰۰(\ell - ۰/۲) = ۱\times۱۰$$

$$\Rightarrow \ell - ۰/۲ = ۰/۰۲۵ \Rightarrow \ell = ۰/۲۲۵\ m = ۲۲/۵\ cm$$

گام حالا اگر وزنه ـ فنر را $۲/۵\ cm$ فشرده کنیم (طول فنر به $۲۰\ cm$ برسد) سپس در این وضعیت از حال سکون رها کنیم، سامانهٔ جرم ـ فنر شروع به حرکت هماهنگ ساده می‌کند.

با توجه به این‌که فنر را از حالت تعادل به اندازهٔ $۲/۵\ cm$ فشرده کردیم، پس دامنهٔ نوسان، $۲/۵\ cm$ است؛ بنابراین طول فنر در این حرکت هماهنگ ساده از $۲۰\ cm\ (=۲۲/۵-۲/۵)$ تا $۲۵\ cm\ (=۲۲/۵+۲/۵)$ تغییر می‌کند و بیشترین طول فنر به $۲۵\ cm$ می‌رسد. در لحظه‌ای که طول فنر به $۲۵\ cm$ (بیشترین طول فنر) می‌رسد، وزنه در انتهای پاره‌خط نوسان قرار دارد؛ پس تندی آن در این لحظه صفر است (شکل ب).



(ب)

۹- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ قانون دوم نیوتون:

$$F_{net} = ma$$

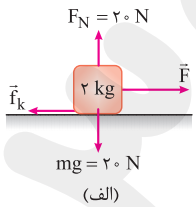
(F_{net}: نیروی خالص (N)، m: جرم (kg)، a: شتاب (m/s^2))

۲ نیروی اصطکاک جنبشی:

$$f_k = \mu_k F_N$$

(f_k: نیروی عمودی سطح (N)، μ_k: ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح)

گام در حالت اول، جسم با شتاب ثابت حرکت می‌کند (شکل الف)؛ بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر جسم از نوع نیروی اصطکاک جنبشی است و با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توانیم بنویسیم:

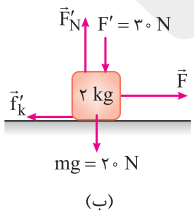


(الف)

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \xrightarrow{f_k=\mu_k F_N} F - \frac{۱}{۴}\times۲۰ = ۲a$$

$$\Rightarrow F - ۵ = ۲a \quad (۱)$$

گام در حالت دوم، جسم در حال حرکت است و نیروی عمودی $۳۰\ N$ رو به پایین بر آن وارد می‌شود و پس از واردشدن این نیرو، جسم با سرعت ثابت $(a' = ۰)$ به حرکت خود ادامه می‌دهد (شکل ب)؛ بنابراین با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توانیم بنویسیم:



(ب)

$$F_{net} = ma' \xrightarrow{a'=۰} F - f'_k = ۰$$

$$\xrightarrow[F'_N = F' + mg = ۳۰+۲۰ = ۵۰\ N]{f'_k = \mu_k F'_N,\ \mu_k = \frac{۱}{۴}} F = \frac{۱}{۴}\times۵۰ = ۱۲/۵\ N$$

گام در آخر، مقدار $F = ۱۲/۵\ N$ را در رابطهٔ (۱) جای‌گذاری می‌کنیم و شتاب جسم در حالت اول (a) را به دست می‌آوریم.

$$F - ۵ = ۲a \Rightarrow ۱۲/۵ - ۵ = ۲a \Rightarrow a = ۳/۷۵\ m/s^2$$

۱۰- گزینه ۲

درس‌نامه رابطهٔ مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست:

سرعت ابتدایی (m/s) — سرعت نهایی (m/s) — شتاب (m/s^2) — جابه‌جایی (m)

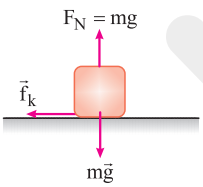
$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$$

گام ابتدا شتاب خودرو در حین ترمز را با استفاده از رابطهٔ مستقل از زمان به دست می‌آوریم.

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \xrightarrow[v_1 = 54\ km/h = 15\ m/s]{v_2 = 0\ m/s} 0 - 15^2 = 2a(22/5)$$

$$\Rightarrow -225 = 2a \times 22/5 \Rightarrow a = -5\ m/s^2$$

گام حالا با توجه به شکل مقابل و با استفاده از قانون دوم نیوتون، ضریب اصطکاک جنبشی بین لاستیک‌ها و جاده را محاسبه می‌کنیم.



$$F_{net} = ma \Rightarrow 0 - f_k = ma$$

$$\xrightarrow[a=-5\ m/s^2]{f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg} -\mu_k mg = ma$$

$$\xrightarrow[g=10\ m/s^2]{a=-5\ m/s^2} \mu_k = 0/5$$

۱۱- گزینه ۴

شفاف‌سازی چون حرکت ماهواره‌ها به صورت حرکت دایره‌ای یکنواخت است، پس شتاب حرکت ماهواره‌ها همان شتاب گرانش در محل ماهواره‌ها است.

درس‌نامه ۱ در حرکت ماهواره، مربع دورهٔ تناوب (T^2) متناسب با مکعب شعاع مدار چرخش ماهواره (r^3) است.

$$T^2 \propto r^3 \Rightarrow \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3$$

۲ اگر شتاب گرانش در فاصلهٔ r_1 از مرکز سیاره‌ای برابر با g_1 و در فاصلهٔ r_2 از مرکز همان سیاره برابر با g_2 باشد، رابطهٔ نسبتی مقابل برقرار است.

$$\frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

گام ابتدا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، شعاع مدار ماهوارهٔ A را نسبت به شعاع مدار ماهوارهٔ B به دست می‌آوریم.

$$\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2 = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 \xrightarrow{T_A = \sqrt{2}T_B} \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{1}{2}$$

گام در این‌جا حرکت ماهواره‌ها، به صورت حرکت دایره‌ای یکنواخت است و نیروی گرانشی، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند؛ بنابراین شتاب ماهواره‌ها، همان شتاب گرانش در محل ماهواره‌ها است و می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{g_B}{g_A} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{a_B}{a_A} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

۱۲- گزینه ۲

شفاف‌سازی طول پاره‌خط نوسان، ۱۰ cm است، پس دامنهٔ نوسان $(A = \frac{10}{2} =) 5\ cm$ است. هم‌چنین بیشینهٔ انرژی جنبشی نوسانگر همان انرژی مکانیکی نوسانگر است.

درس‌نامه ۱ رابطهٔ بین بسامد نوسانگر و دورهٔ تناوب آن:

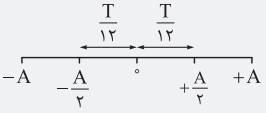
$$f = \frac{1}{T}$$

۲ انرژی مکانیکی نوسانگر:

جرم (kg) — انرژی مکانیکی (J) — دامنه (m) — بسامد (Hz)

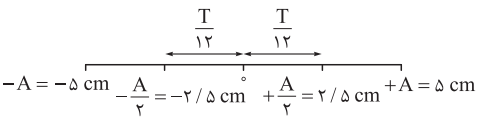
$$E = 2\pi^2 m f^2 A^2$$

۳ در حرکت هماهنگ ساده، برای این‌که نوسانگر از مکان $x = \pm\frac{A}{2}$ به مکان $x = 0$ (وضعیت تعادل) برسد، حداقل به مدت‌زمان $\frac{T}{12}$ نیاز است.



گام طول پاره‌خط نوسان ۱۰ cm و در نتیجه دامنهٔ نوسان $(A = \frac{10}{2} =) 5\ cm$ است.

از آن‌جا که تندی نوسانگر در نقطهٔ تعادل $(x = 0)$ بیشینه است، پس حداقل زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر مسافت 5 cm را طی کند، مربوط به حالتی است که نصف آن (یعنی 2/5 cm) قبل از رسیدن به نقطهٔ تعادل و نصف دیگر آن (یعنی 2/5 cm) پس از نقطهٔ تعادل باشد.



طبق گفتهٔ سؤال، این مدت‌زمان برابر با $\frac{1}{30}\ s$ است؛ بنابراین با توجه به شکل بالا می‌توانیم بنویسیم:

$$2\left(\frac{T}{12}\right) = \frac{1}{30} \Rightarrow T = \frac{1}{5}\ s$$

گام حالا بیشینهٔ انرژی جنبشی (انرژی مکانیکی) نوسانگر را محاسبه می‌کنیم.

$$K_{max} = E = 2\pi^2 m f^2 A^2$$

$$\xrightarrow[f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5\ Hz,\ A = 5\ cm = 0/05\ m]{\pi = 3,\ m = 400\ g = 0/4\ kg} K_{max} = 2 \times (3)^2 \times 0/4 \times (5)^2 \times (0/05)^2$$

$$= 2 \times 9 \times 0/4 \times 25 \times 25 \times 10^{-4} = 0/45\ J \xrightarrow{1\ J = 10^3\ mJ} K_{max} = 450\ mJ$$

۱۳- گزینه ۳

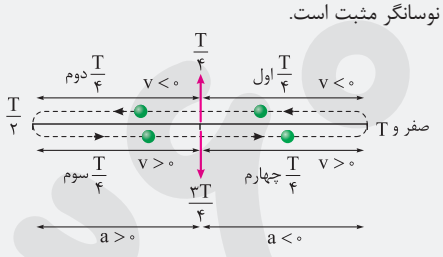
شفاف‌سازی با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر $\omega = 50\pi\ rad/s$ و $A = 0/03\ m$ است.

درس‌نامه ۱ معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده:

مکان نوسانگر (m) — دامنه (m) — بسامد زاویه‌ای (rad/s) — زمان (s) — دورهٔ تناوب

$$x = A\cos\omega t \quad , \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

۲ با توجه به شکل زیر، در $\frac{T}{4}$ های اول و چهارم شتاب نوسانگر منفی و در $\frac{T}{4}$ های دوم و سوم شتاب نوسانگر مثبت است. از طرفی در $\frac{T}{4}$ های اول و دوم سرعت نوسانگر منفی و در $\frac{T}{4}$ های سوم و چهارم، سرعت نوسانگر مثبت است.

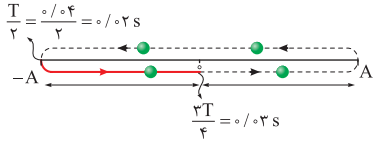


گام با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر، دورهٔ تناوب نوسانگر را به دست می‌آوریم.

$$x = A\cos\omega t \xrightarrow{x = 0/03\cos 50\pi t} \omega = 50\pi\ rad/s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 50\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{50\pi} = 0/04\ s$$

گام در $\frac{T}{4}$ سوم، بردار سرعت و شتاب نوسانگر هر دو مثبت هستند؛ بنابراین بازهٔ زمانی مورد نظر $\frac{T}{2} < t < \frac{3T}{4}$ است.

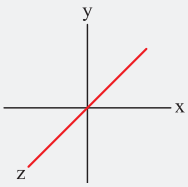


$$\frac{T}{2} < t < \frac{3T}{4} \Rightarrow 0/02\ s < t < 0/03\ s$$

مشاوره سعی کنید تمام اطلاعات حرکت بر خط راست و دینامیک نوسانگر را روی پاره‌خط نوسان تحلیل کنید و در یک صفحه به صورت خلاصه بنویسید و مرور کنید.

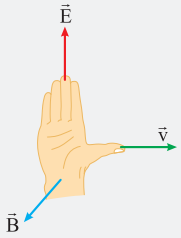
۱۴- گزینه ۱

شفاف‌سازی چون x



است، پس عبارت «موج الکترومغناطیسی در جهت محور z منتشر می‌شود»؛ یعنی $\vec{v}$ به صورت برون‌سو (⊙) است.

درس‌نامه برای تعیین جهت انتشار موج الکترومغناطیسی از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم. طبق این قاعده، چهار انگشت دست راست را در جهت میدان الکتریکی ($\vec{E}$) طوری قرار می‌دهیم که میدان مغناطیسی ($\vec{B}$) از کف دست خارج شود. در این حالت انگشت شست بازشده، جهت انتشار موج ($\vec{v}$) را نشان می‌دهد.



جهت میدان مغناطیسی موج را با استفاده از قاعدهٔ دست راست پیدا می‌کنیم *(اگر این قاعده رو بلد نیستی، درس‌نامه رو بفون).*



(در این‌جا در جهت محور z یعنی برون‌سو (⊙))

بنابراین در این لحظه، جهت میدان مغناطیسی موج به سمت چپ (در خلاف جهت محور x) است.

تیزبازی در این سؤال می‌توانید ② و ④ را به سرعت حذف کنید، چون $\vec{B}$ نمی‌تواند با $\vec{E}$ هم‌راستا باشد.

۱۵- گزینه ۲

شفاف‌سازی چون نور از خلأ وارد محیط شفاف می‌شود، پس طول موج آن کاهش می‌یابد. هم‌چنین بسامد نور در خلأ و محیط شفاف یکسان است.

درس‌نامه ۱ رابطهٔ بین طول موج، تندی انتشار موج و بسامد موج:

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

v: تندی انتشار (m/s)، f: بسامد (Hz)، λ: طول موج (m)

② نسبت ضریب شکست دو محیط با نسبت طول موج نور در آن دو محیط رابطهٔ معکوس دارد.

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

گام با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، طول موج نور در خلأ را محاسبه می‌کنیم.

$$\lambda_1 = \frac{c}{f} \xrightarrow[f=5\times10^{14}\,Hz]{c=3\times10^{8}\,m/s} \lambda_1 = \frac{3\times10^{8}}{5\times10^{14}} = 6\times10^{-7}\,m = 600\,nm$$

گام وقتی نور از خلأ وارد محیط شفاف می‌شود، تندی انتشار و در نتیجه طول موج آن کاهش می‌یابد؛ بنابراین طول موج نور در محیط شفاف (λ_2) برابر است با:

$$\lambda_2 = \lambda_1 - 150 \Rightarrow \lambda_2 = 600 - 150 = 450\,nm$$

گام حالا ضریب شکست محیط شفاف را به دست می‌آوریم.

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \xrightarrow[\lambda_1=600\,nm]{n_1=1,\lambda_2=450\,nm} \frac{n_2}{1} = \frac{600}{450} \Rightarrow n_2 = \frac{4}{3}$$

۱۶- گزینه ۳

درس‌نامه برای محاسبهٔ تندی انتشار موج عرضی در تار یا ریسمان کشیده‌شده با استفاده از قطر مقطع تار، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$v = \frac{2}{d}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}$$

v: تندی انتشار موج (m/s)، F: نیروی کشش تار (N)، d: قطر مقطع تار (m)، ρ: چگالی تار (kg/m^3)

گام ابتدا تندی انتشار موج را به دست می‌آوریم.

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow[f=200\,Hz]{\lambda=25\,cm=0/25\,m} 0/25 = \frac{v}{200} \Rightarrow v = 50\,m/s$$

گام حالا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، قطر مقطع سیم را محاسبه می‌کنیم.

$$v = \frac{2}{d}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}} \xrightarrow[\rho=8\,g/cm^3=8000\,kg/m^3]{v=50\,m/s,F=60\,N} 50 = \frac{2}{d}\sqrt{\frac{60}{8000\times3}}$$

$$\Rightarrow 50 = \frac{2}{d}\times\sqrt{\frac{1}{400}} \Rightarrow d = \frac{1}{500}\,m = 2\,mm$$

مشاوره حتماً روابط مختلف تندی انتشار موج در تار یا ریسمان کشیده‌شده را حفظ باشید تا بتوانید به سرعت به چنین سؤالاتی پاسخ بدهید.

۱۷- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های فلز در اثر فوتوالکتریک:

$$K_{max} = hf - hf_0$$

K_{max}: بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها (eV)، h: ثابت پلانک (eV.s)، f: بسامد فوتون (Hz)، f_0: بسامد آستانهٔ فلز (Hz)

② انرژی جنبشی جسمی که با تندی v حرکت می‌کند:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

m: جرم (kg)

گام بیشینهٔ سرعت فوتوالکترون‌ها را داریم؛ پس بیشینهٔ انرژی جنبشی آن‌ها را می‌توانیم محاسبه کنیم.

$$K_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \xrightarrow[v_{max}=\frac{4}{3}\times10^{6}\,m/s]{m_e=9\times10^{-31}\,kg} K_{max} = \frac{1}{2}\times9\times10^{-31}\times\frac{16}{9}\times10^{12} = 8\times10^{-19}\,J$$

سؤال به ما ثابت پلانک (h) را برحسب eV.s داده است؛ پس با استفاده از نکتهٔ زیر، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها (K_{max}) را برحسب eV به دست می‌آوریم.

نکته تبدیل یکای eV به J و برعکس.

$$eV \xrightleftharpoons[\div1/6\times10^{-19}]{\times1/6\times10^{-19}} J$$

$$K_{max} = \frac{8\times10^{-19}}{1/6\times10^{-19}} = 5\,eV$$

گام حالا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، مقدار f را به دست می‌آوریم.

$$K_{max} = hf - hf_0 \Rightarrow 5 = 4\times10^{-15}f - 4\times10^{-15}\times5\times10^{14}$$

$$\Rightarrow f = \frac{7}{4}\times10^{15} = 1/75\times10^{15}\,Hz$$

۱۸- گزینه ۲

شفاف‌سازی محدودهٔ تقریبی طول موج نور مرئی از 400 nm تا 750 nm است.

درس‌نامه انرژی یک فوتون:

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

λ: طول موج فوتون (m)

محدودهٔ تقریبی طول موج نور مرئی از ۴۰۰ nm تا ۷۵۰ nm است. با استفاده از رابطهٔ زیر، کمینه و بیشینهٔ انرژی فوتون در محدودهٔ نور مرئی را به دست می‌آوریم (*خواستون باشه که پون* hc *رو برحسب* $eV.nm$ *داریم، پس* λ *رو برحسب* nm *های گذاری می‌کنیم.*).

$$E_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}} = \frac{۱۲۴۰}{۴۰۰} = ۳/۱\,eV$$

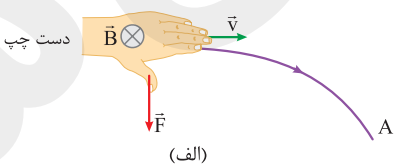
$$E_{min} = \frac{hc}{\lambda_{max}} = \frac{۱۲۴۰}{۷۵۰} \simeq ۱/۶۵\,eV$$

بنابراین انرژی فوتون در محدودهٔ نور مرئی، در محدودهٔ تقریبی $۱/۶۵\,eV \le E \le ۳/۱\,eV$ است که ② در این محدوده قرار دارد.

۱۹- گزینه ۱

درس‌نامه ① برای تشخیص جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار، از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم. طبق این قاعده اگر چهار انگشت دست راست را در جهت حرکت ذره با بار مثبت ($\vec{v}$) قرار بدهیم به طوری که وقتی آن‌ها را خم می‌کنیم، در جهت میدان مغناطیسی ($\vec{B}$) قرار بگیرد، آن‌گاه انگشت شستمان جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره ($\vec{F}$) را نشان می‌دهد. ② بار الکتریکی آلفا و پوزیترون مثبت و بار الکتریکی الکترون منفی است و گاما از لحاظ بار الکتریکی خنثی است.

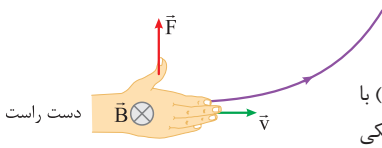
نوع بار الکتریکی هر کدام از پرتوها را با استفاده از قاعدهٔ دست راست، مشخص می‌کنیم. طبق این قاعده، اگر چهار انگشت دست راستمان را در جهت حرکت پرتو قرار بدهیم به طوری که وقتی آن‌ها را خم می‌کنیم در جهت میدان مغناطیسی قرار بگیرد، آن‌گاه انگشت شستمان جهت نیروی مغناطیسی را نشان می‌دهد. اگر این سه جهت با دست راست جور دربیاید، بار الکتریکی پرتو مثبت و اگر با دست چپ جور دربیاید، بار الکتریکی آن منفی است. در شکل (الف)، از این قاعده برای پرتو A استفاده کردیم. در شکل (الف) این سه جهت ($\vec{v}$ ، $\vec{B}$ و $\vec{F}$) با دست چپ جور درمی‌آید؛ پس بار الکتریکی پرتوی A منفی است. (② و ④ پَرَ!، چون بار الکتریکی آلفا، مثبت است.)



(الف)

پرتوی B هنگام عبور از میدان مغناطیسی، منحرف نشده است؛ پس این پرتو از لحاظ بار الکتریکی خنثی است (③ پَرپَرا!). گزینهٔ درست معلوم شد! اما برای پرتوی C هم قاعدهٔ دست راست را رسم می‌کنیم تا کامل یاد بگیرید (شکل ب).

در شکل (ب)، این سه جهت ($\vec{v}$ ، $\vec{B}$ و $\vec{F}$) با دست راست جور درمی‌آید؛ پس بار الکتریکی پرتوی C مثبت است.



(ب)

۲۰- گزینه ۴

درس‌نامه نیمه‌عمر: اگر تعداد هسته‌های مادر اولیه در یک نمونه پرتوزا N_0 باشد، تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده پس از مدت‌زمان t از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$N = \frac{N_0}{۲^n} \quad , \quad n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$$

N: تعداد هسته‌های باقی‌مانده، N_0: تعداد هسته‌های اولیه، n: تعداد نیمه‌عمر، t: مدت‌زمان (s)، $T_{\frac{1}{2}}$: نیمه‌عمر (s)

گام با توجه به این‌که ۷۵ درصد از مادهٔ پرتوزا واپاشی شده است، تعداد هسته‌های باقی‌مانده را به دست می‌آوریم.

$$N = N_0 - \frac{۷۵}{۱۰۰}N_0 = \frac{۱}{۴}N_0$$

گام حالا داده‌ها را در رابطهٔ زیر جای‌گذاری می‌کنیم و تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده را پیدا می‌کنیم.

$$N = \frac{N_0}{۲^n} \Rightarrow \frac{۱}{۴}\cancel{N_0} = \frac{\cancel{N_0}}{۲^n} \Rightarrow ۲^n = ۴ = ۲^۲ \Rightarrow n = ۲$$

گام پس تعداد ۲ نیمه‌عمر در طی ۴ سال سپری شده است. نیمه‌عمر این مادهٔ پرتوزا را به دست می‌آوریم.

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow ۲ = \frac{۴}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = ۲ \text{ سال}$$

گام در ادامه، تعداد نیمه‌عمرهایی را که سپری می‌شود تا ۱۲/۵ درصد تعداد هسته‌های اولیه فعال باقی بماند، به دست می‌آوریم.

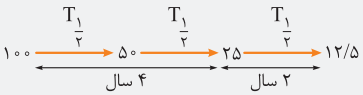
$$N = \frac{N_0}{۲^n} \xrightarrow{N = ۱۲/۵\times۱۰^{-۲}N_0 = \frac{۱}{۸}N_0} \frac{۱}{۸}\cancel{N_0} = \frac{\cancel{N_0}}{۲^n} \Rightarrow ۲^n = ۸ = ۲^۳ \Rightarrow n = ۳$$

گام در آخر مدت‌زمانی را که طول می‌کشد تا ۱۲/۵ درصد تعداد هسته‌های اولیه باقی بماند، محاسبه می‌کنیم.

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow ۳ = \frac{t}{۲} \Rightarrow t = ۶ \text{ سال}$$

بنابراین ۲(= ۴ − ۶) سال دیگر باید بگذرد تا تعداد هسته‌های باقی‌مانده، ۱۲/۵ درصد تعداد هسته‌های اولیه باشد.

تیزبازی طرحوارهٔ زیر را که برحسب درصد است، ببینید:



تله اگر به واژهٔ «دیگر» توجه نکنید، ممکن است گزینهٔ نادرست ③ را انتخاب کنید.

۲۱- گزینه ۲

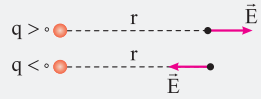
استراتژی ابتدا شکل مناسبی را رسم کنید و نقطهٔ مورد نظر را روی آن نشان بدهید، سپس اندازه و جهت میدان الکتریکی حاصل از هر یک از بارهای q_1 و q_2 را در آن نقطه مشخص کنید و در انتها اندازهٔ میدان الکتریکی خالص (برایند) را به دست بیاورید.

درس‌نامه ① **اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از یک ذرهٔ باردار q در فاصلهٔ r از آن:**

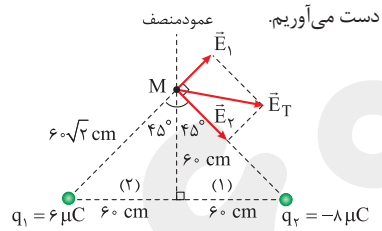
$$E = k\frac{|q|}{r^۲}$$

$|q|$: بار الکتریکی (C)، r: فاصله (m)، k: ثابت کولن $\left(\frac{N.m^۲}{C^۲}\right)$، E: اندازهٔ میدان الکتریکی (N/C)

② جهت میدان الکتریکی، از بارهای مثبت رو به خارج و به سوی بارهای منفی است.



گام میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ ناشی از بارهای q_1 و q_2 را در نقطهٔ M روی شکل نشان می‌دهیم و اندازهٔ هر یک از آن‌ها را به دست می‌آوریم.



$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^۲} \xrightarrow[r_1 = ۶۰\sqrt{۲}\,cm = ۶۰\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲}\,m]{k = ۹\times۱۰^۹\,\frac{N.m^۲}{C^۲},\ |q_1| = ۶\,\mu C = ۶\times۱۰^{-۶}\,C}$$

$$E_1 = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۶\times۱۰^{-۶}}{(۶۰\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲})^۲} = \frac{۹\times۶\times۱۰^۳}{۳۶۰۰\times۲\times۱۰^{-۴}} = \frac{۳}{۴}\times۱۰^۵\ N/C$$

$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^۲} \xrightarrow[r_2 = ۶۰\sqrt{۲}\,cm = ۶۰\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲}\,m]{k = ۹\times۱۰^۹\,\frac{N.m^۲}{C^۲},\ |q_2| = ۸\,\mu C = ۸\times۱۰^{-۶}\,C}$$

$$E_2 = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۸\times۱۰^{-۶}}{(۶۰\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲})^۲} = \frac{۹\times۸\times۱۰^۳}{۳۶۰۰\times۲\times۱۰^{-۴}} = ۱\times۱۰^۵\ N/C$$

گام میدان الکتریکی خالص (برایند) حاصل از دو میدان الکتریکی عمود بر هم $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ را به دست می‌آوریم (*خواستون باشه که مثلث‌های (۱) و (۲) قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین هستن.*).

$$E_T = \sqrt{E_1^۲ + E_2^۲} \xrightarrow[E_2 = ۱\times۱۰^۵\ N/C]{E_1 = \frac{۳}{۴}\times۱۰^۵\ N/C} E_T = ۱۰^۵\sqrt{(\frac{۳}{۴})^۲ + (۱)^۲}$$

$$\Rightarrow E_T = ۱۰^۵\sqrt{\frac{۲۵}{۱۶}} = ۱/۲۵\times۱۰^۵\ N/C$$

تله اگر در محاسبهٔ اندازهٔ میدان‌های الکتریکی E_1 و E_2، فاصلهٔ r را به اشتباه ۶۰ cm در نظر بگیریم، به گزینهٔ نادرست ۴ می‌رسیم.

۲۲- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ چگالی سطحی بار الکتریکی: تراکم بار الکتریکی در سطح یک جسم را چگالی سطحی بار الکتریکی می‌گوییم و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$\sigma = \frac{Q}{A} \quad \begin{matrix} Q \to \text{بار الکتریکی موجود در سطح (C)} \\ A \to \text{مساحت سطح } (m^2) \end{matrix}$$

۲ مساحت سطح یک کره به شعاع r: $A = 4\pi r^2$

کافیست نسبت چگالی سطحی بار دو کرهٔ A و B را بنویسیم:

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{Q_A}{Q_B} \times \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{Q_B = 0/5 Q_A,\ A = 4\pi r^2} \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{Q_A}{0/5 Q_A} \times \frac{4\pi r_B^2}{4\pi r_A^2}$$

$$\xrightarrow{r_A = 2r_B} \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = 2 \times \frac{r_B^2}{(2r_B)^2} \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

تله اگر در محاسبهٔ مساحت سطح کره، شعاع را به توان ۲ نرسانیم، به گزینهٔ نادرست ۱ می‌رسیم یا اگر نسبت $\frac{\sigma_B}{\sigma_A}$ را به دست بیاوریم، ۲ چشم به راه ماست.

۲۳- گزینه ۳

استراتژی در یک شکل، بارهای q_1 و q_2 و فاصلهٔ بین آن‌ها را روی صفحهٔ مختصات xy نشان بدهید. از آن‌جا که q_1 و q_2 همنام هستند، باید بار q_3 روی پاره‌خط AB قرار بگیرد و به بار q_1 نزدیک‌تر باشد و در آخر با استفاده از قانون کولن، F_{13} را برابر با F_{23} قرار بدهید.

درس‌نامه ۱ قانون کولن:

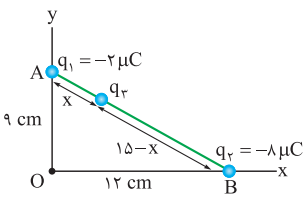
$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad \begin{matrix} |q_1||q_2| \to \text{بارهای الکتریکی (C)} \\ r^2 \to \text{فاصله (m)} \\ F \to \text{نیروی الکتریکی (N)} \end{matrix}$$

۲ اگر دو بار ذره‌ای q_1 و q_2 به فاصلهٔ r از یکدیگر قرار داشته باشند و بخواهیم نقطه‌ای را روی خط واصل دو بار یا امتداد آن به گونه‌ای تعیین کنیم که بار سوم q_3 در آن‌جا در حال تعادل بماند (یعنی نیروی خالص وارد بر آن صفر شود)، نقطهٔ مورد نظر ویژگی‌های زیر را باید داشته باشد:

۱ در صورتی که q_1 و q_2 همنام باشند، بین آن دو و اگر ناهمنام باشند، خارج از فاصلهٔ بین دو بار است. ۲ همواره به باری نزدیک‌تر است که اندازهٔ آن کوچک‌تر است.

هواستون باشه که اندازه و علامت بار q_3 در پیداکردن این نقطه تأثیری نداره.

گام در یک شکل بارهای الکتریکی و فاصله‌ها را در صفحهٔ xy نشان می‌دهیم:



$$AB = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \text{ cm}$$

گام با توجه به این‌که نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 صفر است، پس $F_{13} = F_{23}$ است؛ بنابراین با استفاده از قانون کولن می‌توانیم بنویسیم:

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{8}{(15-x)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{x} = \frac{2}{15-x} \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 5 \text{ cm}$$

تله اگر ۱ را انتخاب کردید، از کمبود دقت رنج می‌برید! ۱ فاصلهٔ بین q_2 و q_3 است، نه فاصلهٔ بین q_1 و q_3!

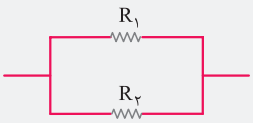
۲۴- گزینه ۱

استراتژی جریان عبوری از مقاومت ۴ اهمی را برابر I در نظر بگیرید و براساس آن جریان عبوری از مقاومت‌های ۲ Ω و ۶ Ω را به دست بیاورید، سپس نسبت توان مصرفی $(P = RI^2)$ را برای مقاومت‌های ۶ اهمی و ۴ اهمی بنویسید.

درس‌نامه ۱ تعریف مقاومت الکتریکی: نسبت اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانا به جریان الکتریکی عبوری از آن.

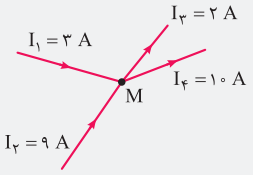
$$R = \frac{V}{I} \quad \begin{matrix} V \to \text{اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)} \\ I \to \text{جریان الکتریکی (A)} \\ R \to \text{مقاومت الکتریکی } (\Omega) \end{matrix}$$

۲ اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت‌های موازی یکسان است. $V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2$



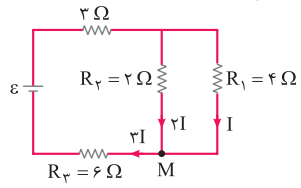
۳ توان مصرفی مقاومت الکتریکی: $P = R I^2$ (I: جریان (A))

۴ قاعدهٔ انشعاب: مجموع جریان‌هایی که به هر نقطهٔ انشعاب (گره) وارد می‌شوند برابر با مجموع جریان‌هایی است که از آن نقطهٔ انشعاب (گره) خارج می‌شوند؛ مثلاً در شکل روبه‌رو، جریان $I_1 + I_2 = 12$ A به گره M وارد شده و جریان $I_3 + I_4 = 12$ A از آن خارج شده است.



گام جریان عبوری از مقاومت R_1 را برابر I فرض می‌کنیم.

با توجه به این‌که اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های R_1 و R_2 یکسان است، می‌توانیم بنویسیم:



$$V_1 = V_2 \xrightarrow{V=RI} R_1 I_1 = R_2 I_2$$

$$\xrightarrow[R_1=4\Omega, R_2=2\Omega]{I_1=I} 4I = 2I_2 \Rightarrow I_2 = 2I$$

گام حالا قاعدهٔ انشعاب را در گره M می‌نویسیم تا جریان عبوری از مقاومت R_3 را به دست بیاوریم.

$$I_3 = I_1 + I_2 \xrightarrow[I_2=2I]{I_1=I} I_3 = I + 2I = 3I$$

گام در آخر نسبت توان مصرفی مقاومت ۶ اهمی به توان مصرفی مقاومت ۴ اهمی را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{P_3}{P_1} = \frac{R_3 I_3^2}{R_1 I_1^2} \xrightarrow[R_1=4\Omega, I_1=I]{R_3=6\Omega, I_3=3I} \frac{P_3}{P_1} = \frac{6(3I)^2}{4I^2} = \frac{54}{4} = 13/5$$

۲۵- گزینه ۴

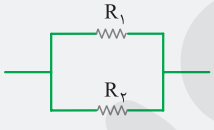
شفاف‌سازی وقتی وضعیت کلید از A به B تغییر می‌کند، مقاومت معادل مدار و جریان گذرنده از مولد تغییر می‌کند.

درس‌نامه ۱ مقاومت معادل دو مقاومت متوالی:



$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

۲ مقاومت معادل دو مقاومت موازی:

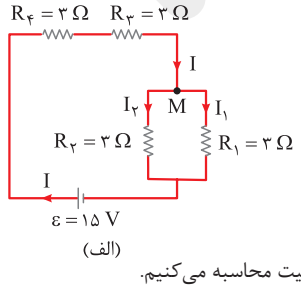


$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

۳ جریان الکتریکی گذرنده از مولد:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \quad \begin{matrix} \varepsilon \to \text{نیروی محرکهٔ مولد (V)} \\ r \to \text{مقاومت درونی مولد } (\Omega) \\ R_{eq} \to \text{مقاومت معادل مدار } (\Omega) \\ I \to \text{جریان الکتریکی (A)} \end{matrix}$$

گام وقتی کلید در وضعیت A قرار دارد، مقاومت معادل مدار و جریان‌های I_1 و I_2 را به دست می‌آوریم (شکل الف).



(الف)

R_2 و R_1 موازی

$$\Rightarrow R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3 \times 3}{3 + 3} = 1/5\ \Omega$$

$R_{1,2}$ و R_3 و R_4 متوالی

$$\Rightarrow R_{eq} = R_{1,2} + R_3 + R_4$$

$$= 1/5 + 3 + 3 \Rightarrow R_{eq} = 7/5\ \Omega$$

گام حالا جریان گذرنده از مولد را در این وضعیت محاسبه می‌کنیم.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow[R_{eq}=7/5\Omega, r=0]{\varepsilon=15\ V} I = \frac{15}{7/5} = 2\ A$$

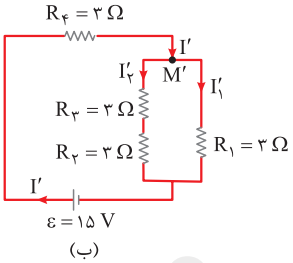
گام مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی هستند؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow 3I_1 = 3I_2 \Rightarrow I_1 = I_2$$

گام قاعدهٔ انشعاب در گره M (شکل الف):

$$I = I_1 + I_2 \xrightarrow[I=2\,A]{I_1=I_2} 2 = 2I_1 \Rightarrow I_1 = 1\,A \Rightarrow I_2 = 1\,A$$

گام وقتی کلید در وضعیت B قرار دارد، مقاومت معادل مدار و جریان‌های I'_1 و I'_2 را به دست می‌آوریم (شکل ب).



(ب)

R_2 و R_3 متوالی $\Rightarrow R_{2,3} = R_2 + R_3$

$$= 3 + 3 = 6\,\Omega$$

R_1 و $R_{2,3}$ موازی $\Rightarrow R_{1,2,3} = \dfrac{R_1 \times R_{2,3}}{R_1 + R_{2,3}}$

$$= \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2\,\Omega$$

R_4 و $R_{1,2,3}$ متوالی $\Rightarrow R'_{eq} = R_4 + R_{1,2,3} = 3 + 2 = 5\,\Omega$

گام حالا جریان گذرنده از مولد را در وضعیت کلید B محاسبه می‌کنیم.

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} \xrightarrow[R'_{eq}=5\,\Omega\,,\,r=0]{\varepsilon=15\,V} I' = \frac{15}{5} = 3\,A$$

گام مقاومت‌های R_1 و $R_{2,3}$ موازی هستند؛ پس می‌توانیم بنویسیم.

$$V_1 = V_{2,3} \Rightarrow R_1 I'_1 = R_{2,3} \times I'_2 \Rightarrow 3I'_1 = 6I'_2 \Rightarrow I'_1 = 2I'_2$$

گام قاعدهٔ انشعاب در گره M' (شکل ب):

$$I' = I'_1 + I'_2 \xrightarrow[I'=3\,A]{I'_1=2I'_2} 3 = 2I'_2 + I'_2 \Rightarrow 3 = 3I'_2$$

$$\Rightarrow I'_2 = 1\,A \quad \text{و} \quad I'_1 = 2I'_2 = 2\times1 \Rightarrow I'_1 = 2\,A$$

گام پس در وضعیت B جریان I_1 نسبت به وضعیت A، دو برابر شده، اما جریان I_2 تغییری نکرده است.

$$\frac{I'_1}{I_1} = \frac{2}{1} = 2 \quad , \quad \frac{I'_2}{I_2} = \frac{1}{1} = 1$$

۲۶- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ بزرگی میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله‌ای به طول ℓ و دور از لبه‌ها که از آن جریان I عبور می‌کند:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell}$$ (N: تعداد حلقه‌ها)

۲ ضریب القاوری (L) به مشخصات خود القاگر وابسته است و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$$ (A: سطح مقطع القاگر (m^2)، ℓ: طول القاگر (m))

گام نسبت میدان مغناطیسی درون سیم‌لولهٔ A به سیم‌لولهٔ B را به دست می‌آوریم.

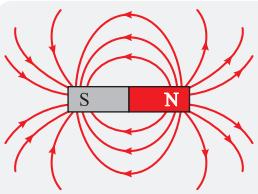
$$\frac{B_A}{B_B} = \frac{N_A}{N_B} \times \frac{I_A}{I_B} \times \frac{\ell_B}{\ell_A} = 2 \times 1 \times \frac{1}{2} = 1$$

گام نسبت ضریب القاوری (L) سیم‌لولهٔ A به سیم‌لولهٔ B را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2 \times \frac{A_A}{A_B} \times \frac{\ell_B}{\ell_A} = 2^2 \times 1 \times \frac{1}{2} = 2$$

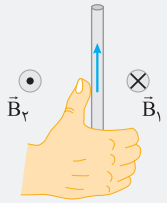
۲۷- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ خطوط میدان مغناطیسی در خارج از آهنربا از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند.



۲ قاعدهٔ دست راست برای تشخیص جهت میدان مغناطیسی در اطراف سیم راست:

انگشت شست دست راستمان را در جهت جریان قرار می‌دهیم. جهت خم‌شدن چهار انگشت دست راست جهت خطوط میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.



۳ از قانون لنز برای تعیین جهت جریان القایی استفاده می‌کنیم:

الف) وقتی شار افزایشی است:

میدان القایی (ثانویه) در جهت مخالف میدان اصلی (اولیه) است تا از این راه با افزایش شار مخالفت کند.

$\vec{B}$ اصلی ← $\vec{B}'$ القایی →

ب) وقتی شار کاهشی است:

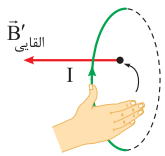
میدان القایی (ثانویه) هم‌جهت با میدان اصلی (اولیه) است تا از این راه با کاهش شار مخالفت کند.

$\vec{B}$ اصلی ← $\vec{B}'$ القایی ←

گام با توجه به این‌که جهت خطوط میدان مغناطیسی در خارج از آهنربا، از قطب N به قطب S است، پس قطب A، قطب N است.



گام جهت میدان مغناطیسی القاشده در حلقه را به کمک قاعدهٔ دست راست پیدا می‌کنیم. به این صورت که انگشت شست دست را بر روی جریان قرار می‌دهیم و جهت خم‌شدن چهار انگشت، جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.



گام میدان مغناطیسی القایی (B')، هم‌جهت با میدان مغناطیسی آهنربا است؛ بنابراین شار مغناطیسی در حال کاهش است که با دورشدن آهنربا این اتفاق رخ داده است.

۲۸- گزینه ۱

درس‌نامه جریان القایی متوسط (I) از تقسیم نیروی محرکهٔ القایی متوسط (ε) به مقاومت پیچه یا حلقه (R) به دست می‌آید.

$$I_{av} = \frac{\varepsilon_{av}}{R} \Rightarrow I_{av} = -\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$ (N: تعداد حلقه‌ها، $\Delta\Phi$: تغییرات شار (Wb)، Δt: مدت‌زمان (s))

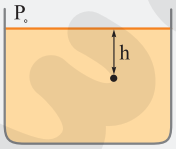
با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، جریان القایی متوسط را به دست می‌آوریم.

$$I_{av} = -\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{200}{15} \times \frac{(5\times10^{-3} - 20\times10^{-3})}{0/1} = \frac{200\times15\times10^{-3}}{15\times10^{-1}} = 2\,A$$

تله ۴ نیروی محرکهٔ القایی متوسط (ε_{av}) است، نه جریان القایی متوسط!

۲۹- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ فشار کل در عمق h از سطح آزاد مایع:



$$P = \rho g h + P_0$$ (ρ: چگالی مایع (kg/m^3)، h: عمق (m)، g: شتاب گرانش (m/s^2)، P_0: فشار هوا (Pa))

۲ فشار پیمانه‌ای (P_g): اختلاف فشار مطلق و فشار جو.

$$P_g = P - P_0$$ (P: فشار مطلق، P_0: فشار جو، P_g: فشار پیمانه‌ای)

روش گام با توجه به نمودار، فشار در عمق صفر یعنی فشار هوا برابر $1/03\times10^5$ Pa و فشار در عمق ۵۰ cm برابر $1/71\times10^5$ Pa است؛ بنابراین چگالی مایع را با استفاده از رابطهٔ زیر می‌توانیم به دست بیاوریم.

$$P = \rho g h + P_0 \Rightarrow 1/71\times10^5 = \rho\times10\times(0/5) + 1/03\times10^5$$

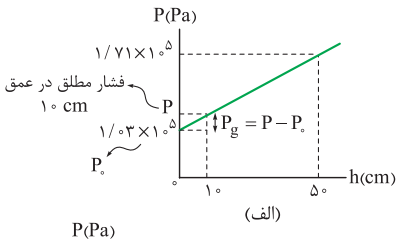
$$\Rightarrow 5\rho = 6/8\times10^4 \Rightarrow \rho = 1/36\times10^4\ kg/m^3$$

گام فشار پیمانه‌ای مایع (اختلاف فشار مطلق مایع و فشار هوا) در عمق ۱۰ cm برابر است با:

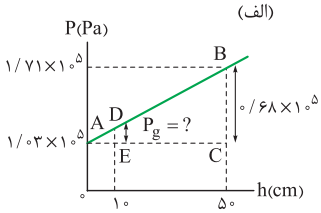
$$P_g = P - P_0 \xrightarrow{P-P_0=\rho g h} P_g = 1/36\times10^4\times10\times0/1 = 1/36\times10^4\ Pa$$

روش گام ۱ فشار پیمانه‌ای مایع در عمق ۱۰ cm را در شکل مشخص می‌کنیم (شکل الف).

گام ۲ به کمک تشابه دو مثلث ABC و ADE، فشار پیمانه‌ای در عمق ۱۰ cm (P_g) را به دست می‌آوریم (شکل ب).



(الف)



(ب)

$$\frac{DE}{AE}=\frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{P_g}{۱۰}=\frac{۰/۶۸\times۱۰^۵}{۵۰}$$

$$\Rightarrow P_g = ۱/۳۶\times۱۰^۴ \text{ Pa}$$

تیزبازی از روی نمودار، فشار پیمانه‌ای در عمق ۵۰ cm را به دست می‌آوریم.

$$P_g = P - P_۰ = ۱/۷۱\times۱۰^۵ - ۱/۰۳\times۱۰^۵ = ۶/۸\times۱۰^۴ \text{ Pa}$$

فشار پیمانه‌ای در عمق ۱۰ cm کم‌تر از $۶/۸\times۱۰^۴$ Pa است و با توجه به گزینه‌ها فقط ۴ می‌تواند درست باشد.

۳۰- گزینه ۱

گام ۱ نیرویی که ظرف به سطح افقی وارد می‌کند، برابر با مجموع وزن ظرف و وزن مایع درون آن است. با اضافه‌شدن قطرهٔ آبی به وزن $W_۱$، وزن مایع به اندازهٔ $W_۱$ افزایش می‌یابد؛ بنابراین نیروی واردشده از طرف ظرف به سطح افقی به اندازهٔ $W_۱$ افزایش می‌یابد. (۳ و ۴ پَر!)

گام ۲ تغییر فشار ناشی از اضافه‌شدن هر قطرهٔ آب، در سطح مایع و کف ظرف برابر است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta P_{\text{سطح}} = \Delta P_{\text{کف}} \Rightarrow \frac{\Delta F_{\text{سطح}}}{A_{\text{سطح}}}=\frac{\Delta F_{\text{کف}}}{A_{\text{کف}}} \Rightarrow \frac{W_۱}{۲}=\frac{\Delta F_{\text{کف}}}{۱۰\times۱۰} \Rightarrow \Delta F_{\text{کف}} = ۵۰ W_۱$$

بنابراین نیرویی که آب به کف ظرف وارد می‌کند، به اندازهٔ $۵۰ W_۱$ افزایش می‌یابد.

مشاوره معمولاً هر سال، حداقل سبک یک سؤال تازه است. سبک این سؤال هم در کنکورهای نظام جدید تازه بود.

۳۱- گزینه ۲

با استفاده از رابطهٔ انرژی جنبشی می‌توانیم بنویسیم:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲ \xrightarrow{\text{ثابت } m} K_۲ - K_۱ = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\xrightarrow[v_۱=۲\text{ m/s}, v_۲=۶\text{ m/s}]{K_۲-K_۱=۴\text{ J}} ۴=\frac{۱}{۲}m(۶^۲-۲^۲) \Rightarrow ۴=\frac{۱}{۲}m\times۳۲$$

$$\Rightarrow m = ۰/۲۵ \text{ kg} = ۲۵۰ \text{ g}$$

مشاوره برای حل این سؤال فقط به رابطهٔ $K=\frac{۱}{۲}mv^۲$ نیاز دارید؛ پس هیچ مبحثی را حذف نکنید، چون ممکن است سؤال ساده‌ای مثل این سؤال را از دست بدهید.

۳۲- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: کار کل وارد بر یک جسم در یک جابه‌جایی معین برابر با تغییر انرژی جنبشی آن است.

$$W_t = \Delta K = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

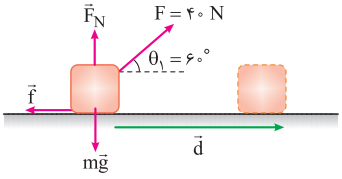
(جرم (kg)، تندی اولیه (m/s)، تندی نهایی (m/s))

۲ کار نیروی ثابت F:

$$W = F\, d \cos\theta$$

(نیرو (N)، جابه‌جایی (m)، زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی)

مطابق شکل روبه‌رو، چهار نیرو به جسم وارد می‌شود. دو نیروی وزن و نیروی عمودی سطح چون بر جابه‌جایی عمودند، پس کاری انجام نمی‌دهند و فقط دو نیروی F و نیروی اصطکاک کار انجام می‌دهند. با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی می‌توانیم بنویسیم:



$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_f = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \Rightarrow Fd\cos\theta_۱ + fd\cos\theta_۲ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲$$

$$\Rightarrow ۴۰\times۵\times\cos۶۰^\circ + f\times۵\times\cos۱۸۰^\circ = \frac{۱}{۲}\times۸\times(۲/۵)^۲ \Rightarrow ۱۰۰ - ۵f = ۲۵$$

$$\Rightarrow ۵f = ۷۵ \Rightarrow f = ۱۵ \text{ N}$$

۳۳- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ با توجه به معادلهٔ حالت گاز کامل ($PV = nRT$)، برای مقایسهٔ دو حالت مختلف، رابطهٔ کلی زیر را در نظر بگیرید و هر کمیتی را که در سؤال ثابت فرض شده بود، از طرفین این رابطه حذف کنید.

$$\frac{P_۱V_۱}{n_۱T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{n_۲T_۲}$$

(فشار ← حجم، تعداد مول ← n، دما (K) ← T)

۲ فشار مایع در عمق h از سطح آزاد مایع:

$$P = \rho g h$$

(چگالی مایع $(kg/m^۳)$ ← ρ، شتاب گرانش $(m/s^۲)$ ← g)

گام ۱ با توجه به قانون گازهای آرمانی، فشار هوای محبوس را در حالت دوم (حالتی که طول استوانهٔ تلمبه به ۴۰ cm رسیده است) محاسبه می‌کنیم (حواستون باشه که راه‌های ورودی و خروجی هوای استوانهٔ تلمبه بسته است؛ پس تعداد مول گاز ثابت می‌ماند.):

$$\frac{P_۱V_۱}{n_۱T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{n_۲T_۲} \Rightarrow P_۱V_۱ = P_۲V_۲ \xrightarrow{V=Ah} P_۱(A h_۱) = P_۲(A h_۲)$$

$$\Rightarrow P_۱h_۱ = P_۲h_۲ \Rightarrow ۱۰^۵\times۳۴ = P_۲\times۴۰ \Rightarrow P_۲ = ۸/۵\times۱۰^۴ \text{ Pa}$$

گام ۲ فشار هوای محبوس را برحسب سانتی‌متر جیوه به دست می‌آوریم.

$$P_۲ = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} \Rightarrow ۸/۵\times۱۰^۴ = ۱۳/۶\times۱۰^۳\times۱۰\times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{۸/۵\times۱۰^۴}{۱۳/۶\times۱۰^۴} = \frac{۸/۵}{۱۳/۶} = \frac{۸۵}{۱۳۶} \text{ m} = ۶۲/۵ \text{ cm}$$

$$P_{۲(\text{cmHg})} = h_{\text{جیوه(cm)}} = ۶۲/۵ \text{ cmHg}$$

۳۴- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ قانون اول ترمودینامیک:

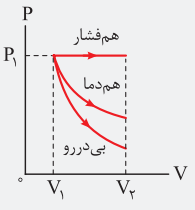
$$\Delta U = Q + W$$

(تغییر انرژی درونی گاز ← ΔU، گرما ← Q، کار محیط بر روی دستگاه ← W)

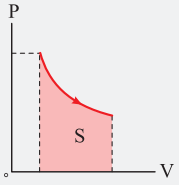
انرژی درونی گاز آرمانی فقط تابع دمای گاز است.

$$U \propto T$$

۲ نمودار P − V برای سه فرایند انبساطی هم‌فشار، هم‌دما و بی‌دررو:

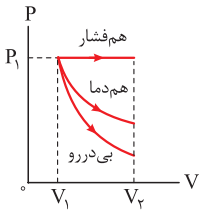


۳ مساحت زیر نمودار $P-V$ برابر با قدرمطلق کار انجام‌شده است.



$$S = |W|$$

نمودار $P-V$ ی این سه فرایند مطابق شکل مقابل است. با توجه به شکل، مساحت سطح زیر نمودار فرایند هم‌فشار بیشتر از مساحت سطح زیر نمودار فرایند هم‌دما است؛ بنابراین:



$$|W_{\text{هم‌فشار}}| > |W_{\text{هم‌دما}}|$$

هم‌چنین طبق رابطهٔ $PV = nRT$، در فرایند هم‌فشار با افزایش حجم، دما نیز افزایش می‌یابد؛ بنابراین انرژی درونی گاز نیز افزایش می‌یابد. از طرفی در فرایند هم‌دما، تغییر انرژی درونی گاز برابر با صفر است. در نتیجه می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} \Delta U_{\text{هم‌فشار}} > 0 \Rightarrow Q_{\text{هم‌فشار}} > |W_{\text{هم‌فشار}}| \\ \Delta U_{\text{هم‌دما}} = 0 \Rightarrow Q_{\text{هم‌دما}} = |W_{\text{هم‌دما}}| \end{cases} \xrightarrow{|W_{\text{هم‌فشار}}| > |W_{\text{هم‌دما}}|} Q_{\text{هم‌فشار}} > Q_{\text{هم‌دما}}$$

در فرایند بی‌دررو، $Q_{\text{بی‌دررو}} = 0$ است؛ پس می‌توانیم نتیجه بگیریم:

$$Q_{\text{هم‌فشار}} > Q_{\text{هم‌دما}} > Q_{\text{بی‌دررو}}$$

بنابراین تا این‌جا فهمیدیم که گرمای داده‌شده به گاز در فرایند هم‌فشار بیشتر از دو فرایند دیگر است (درستی الف)، انرژی درونی گاز در فرایند هم‌فشار افزایش می‌یابد (نادرستی ت) و گرمای داده‌شده به گاز در فرایند هم‌دما برابر با صفر نیست (نادرستی ب)؛ پس عبارت (پ) باید درست باشد، ولی ما دلیل آن را هم می‌گوییم:

$$\Delta U_{\text{بی‌دررو}} = W \xrightarrow[W<0]{\text{فرایند انبساطی}} \Delta U_{\text{بی‌دررو}} < 0$$

از قبل دیدیم که $\Delta U_{\text{هم‌فشار}} > 0$ و $\Delta U_{\text{هم‌دما}} = 0$ است؛ پس انرژی درونی فقط در فرایند بی‌دررو کاهش یافته است.

۳۵- گزینه ۴

ابتدا نکتهٔ زیر را بخوانید.

نکته انرژی درونی گاز آرمانی متناسب با دمای مطلق (T) و دمای مطلق طبق معادلهٔ حالت گاز کامل $(PV = nRT)$ متناسب با حاصل‌ضرب فشار در حجم گاز است.

$$U \propto T \propto PV$$

با توجه به نکتهٔ قبل، نسبت انرژی درونی گاز را در حالت B به A و حالت B به C به دست می‌آوریم.

$$\frac{U_B}{U_A} = \frac{T_B}{T_A} = \frac{P_B V_B}{P_A V_A} = \frac{2/5 \times 10^5 \times 6/6}{2/5 \times 10^5 \times 2/2} = 3 \Rightarrow U_B = 3U_A$$

$$\frac{U_B}{U_C} = \frac{T_B}{T_C} = \frac{P_B V_B}{P_C V_C} = \frac{2/5 \times 10^5 \times 6/6}{1/5 \times 10^5 \times 6/6} = \frac{2/5}{1/5} = \frac{5}{3} \Rightarrow U_B = \frac{5}{3}U_C$$

در آخر، انرژی درونی نقطه‌های A، B و C را نسبت به یکدیگر می‌نویسیم.

$$U_B = 3U_A = \frac{5}{3}U_C$$

شیمی

۳۶- گزینه ۱

شفاف‌سازی تمایل به گرفتن یا به اشتراک گذاشتن الکترون، از ویژگی‌های شیمیایی نافلزهاست، بنابراین سؤال داره به *زبون بی‌زبونی!* می‌گه که کدام عدد اتمی مربوط به یک نافلز است.

درس‌نامه مقایسهٔ **کلی** رفتار شیمیایی فلزها، نافلزها و شبه‌فلزها:

عنصر	رفتار شیمیایی
فلز	اغلب فلزها، تمایل به از دست دادن الکترون (تشکیل کاتیون) دارند.
نافلز	تمایل به گرفتن (تشکیل آنیون) یا به اشتراک گذاشتن الکترون (تشکیل مواد مولکولی یا کووالانسی) دارند.
شبه‌فلز	تمایل به اشتراک گذاشتن الکترون (تشکیل مواد مولکولی یا کووالانسی) دارند.

توجه! بین عددهای اتمی داده‌شده عدد ۱۶ مربوط به نافلز گوگرد $(_{16}S)$ است.

عددهای اتمی ۱۹ و ۳۷ که یک واحد از عدد اتمی گاز نجیب بیشتر است، مربوط به فلزهای گروه اول و به ترتیب پتاسیم و روبیدیم و عدد اتمی ۳۱ مربوط به فلز گروه ۱۳ از دورهٔ چهارم یعنی گالیم $(_{31}Ga)$ است.

مشاوره شما باید عناصر ۴ دورهٔ اول جدول (۳۶ عنصر جدول) رو به خوبی بشناسین و به عدد اتمی، موقعیت اون‌ها در جدول تناوبی و ویژگی‌هاشون تسلط کامل داشته باشید. برای این کار هم حتماً باید از عدد اتمی گازهای نجیب کمک بگیرین.

۳۷- گزینه ۳

به‌جز عبارت اول، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند. اورانیم، معروف‌ترین عنصر پرتوزای طبیعی (نه ساختگی!) است. از ایزوتوپ ^{235}U اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی استفاده می‌شود، اما فراوانی این ایزوتوپ در مخلوط طبیعی ایزوتوپ‌های اورانیم کم (کم‌تر از ۰/۷ درصد) است، به همین دلیل فرایند غنی‌سازی ایزوتوپی به منظور افزایش مقدار فراوانی این ایزوتوپ انجام می‌شود.

بررسی عبارت نادرست: فراوانی اورانیم ۲۳۵، در مخلوط طبیعی ایزوتوپ‌های آن، کم‌تر از ۰/۷ درصد است؛ بنابراین ^{235}U فراوان‌ترین ایزوتوپ اورانیم نیست.

۳۸- گزینه ۲

عبارت‌های دوم، سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: ◇ عنصر M در دورهٔ ۴ و گروه ۱۰ جدول تناوبی جای دارد.

$$_{28}M : [_{18}Ar]\,3d^8 4s^2 \Rightarrow \text{دورهٔ ۴، گروه ۱۰}$$

تیزبازی در عناصر واسطه (دستهٔ d) دورهٔ چهارم به غیر از $_{30}Zn$، مجموع رقم‌های عدد اتمی عنصر، شمارهٔ گروه را مشخص می‌کند. برای مثال در $_{28}M$ (همان $_{28}Ni$)، مجموع رقم‌های عدد اتمی برابر $10 = 8 + 2$ است؛ در نتیجه $_{28}M$، در گروه ۱۰ جدول تناوبی جای دارد.

نکته جدول زیر مقدار عدد کوانتومی فرعی را برای زیرلایه‌های گوناگون نشان می‌دهد:

نوع زیرلایه	s	p	d	f
مقدار l	۰	۱	۲	۳

◇ اعداد کوانتومی $l = 0$ و $n = 4$ مربوط به زیرلایهٔ 4s هستند؛ با توجه به آرایش الکترونی اتم‌های داده‌شده، در هر سه اتم، ۲ الکترون در زیرلایهٔ 4s وجود دارد.

$$_{27}A : [_{18}Ar]\,3d^7 4s^2,\ _{28}M : [_{18}Ar]\,3d^8 4s^2,\ _{34}X : [_{18}Ar]\,3d^{10} 4s^2 4p^4$$

◇ اتم X با گرفتن دو الکترون و تشکیل آنیون دو بار منفی، به آرایش گاز نجیب کریپتون $([_{18}Ar]\,3d^{10} 4s^2 4p^6)$ می‌رسد. در گازهای نجیب، همهٔ زیرلایه‌های اشغال‌شده، به طور کامل پر هستند.

◇ عدد کوانتومی $l = 2$ مربوط به زیرلایه‌های d است. با توجه به آرایش‌های الکترونی نوشته‌شده، در هر سه اتم فقط زیرلایهٔ 3d از الکترون اشغال شده است و در این زیرلایه، در اتم‌های A و M به ترتیب ۷ و ۸ الکترون وجود دارد.

◇ ایزوتوپ‌ها، عدد اتمی یکسانی دارند. عدد اتمی اتم‌های $_{27}A$ و $_{28}M$ که یکسان نیست. ($_{27}A$ و $_{28}M$، هر دو جزء فلزهای دستهٔ d هستند و می‌توانند با اکسیژن، ترکیب یونی تشکیل دهند.)

۳۹- گزینه ۳

در شکل داده‌شده، مولکول‌های دواتمی کوچک‌تر، گاز هیدروژن (۲۷ ذره)، مولکول‌های دواتمی بزرگ‌تر، گاز نیتروژن (۹ ذره) و مولکول‌های چهارتایی، همان گاز آمونیاک (۶ ذره) هستند.

$$N_2 + 3H_2 \rightleftharpoons 2NH_3$$

مول تعادلی: $9\times0/2=1/8$ $\quad 27\times0/2=5/4$ $\quad 6\times0/2=1/2$

بررسی گزینه‌ها: ۱) با توجه به معادلهٔ واکنش، برای تولید ۱/۲ مول آمونیاک، به ۰/۶ مول گاز نیتروژن نیاز است. (ضریب N_2، نصف آمونیاک است.)

$$1/2\ mol\ NH_3 \times \frac{1\ mol\ N_2}{2\ mol\ NH_3} = 0/6\ mol\ N_2$$

$$N_2 \text{ آغازی} = N_2 \text{ تعادلی} + N_2 \text{ مصرف‌شدهٔ} = \text{مول} \quad 1/8 + 0/6 = 2/4$$

۲) با توجه به معادلهٔ واکنش، برای تولید ۱/۲ مول آمونیاک، به $\frac{3}{2} \times 1/2 = 1/8$ مول گاز هیدروژن نیاز است:

$$1/2\ mol\ NH_3 \times \frac{3\ mol\ H_2}{2\ mol\ NH_3} = 1/8\ mol\ H_2$$

$$H_2 \text{ آغازی} = H_2 \text{ تعادلی} + H_2 \text{ مصرف‌شدهٔ} = \text{مول} \quad 1/8 + 5/4 = 7/2$$

۳) با استفاده از مول آغازی N_2 یا H_2 می‌توان شمار مول‌های آمونیاک تولیدی با فرض کامل بودن واکنش را حساب کرد. اگر واکنش برگشت‌ناپذیر باشد، به ازای مصرف کامل ۲/۴ مول گاز نیتروژن، $2/4 \times 2 = 4/8$ مول آمونیاک تولید خواهد شد. ۴) واکنش مورد نظر گرماده است؛ بنابراین با افزایش دما، طبق اصل لوشاتلیه تعادل در جهت برگشت جابه‌جا خواهد شد و شمار مول‌های آمونیاک از ۱/۲ مول نیز کم‌تر خواهد شد.

$$N_2 + 3H_2 \rightleftharpoons 2NH_3 + Q \uparrow$$

جابه‌جایی تعادل در جهت برگشت و مصرف گرما

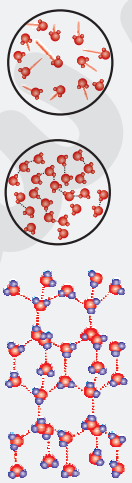
۴۰- گزینه ۲

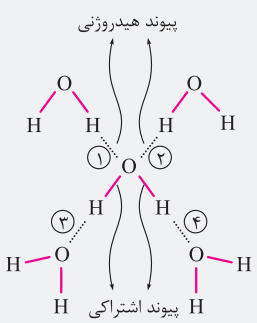
درس‌نامه بررسی آب در سه حالت جامد، مایع و گاز:

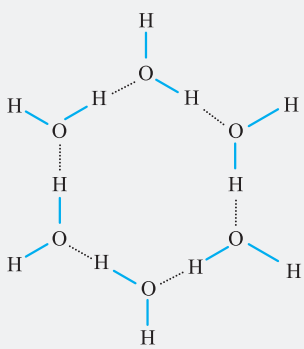
۱) در حالت گاز یا بخار، فاصلهٔ بین مولکول‌های H_2O بسیار زیاد بوده و مولکول‌ها عملاً از هم جدا هستند، گویی میان آن‌ها پیوندهای هیدروژنی وجود ندارد.

۲) در حالت مایع، فاصلهٔ بین مولکول‌های H_2O در مقایسه با حالت گاز بسیار کم‌تر است. در این حالت، مولکول‌ها پیوندهای هیدروژنی قوی دارند؛ با این وجود روی هم می‌لغزند و جابه‌جا می‌شوند.

۳) در حالت جامد، مولکول‌های آب در جاهای به نسبت ثابت قرار دارند و هر مولکول آب می‌تواند با چهار مولکول مجاور خود، **پیوند هیدروژنی** تشکیل دهد. با تشکیل پیوندهای هیدروژنی میان مولکول‌های آب در حالت جامد، شبکه‌ای با حلقه‌های شش‌ضلعی ایجاد می‌شود که داخل آن فضاهای خالی وجود دارد و **اتم‌های اکسیژن در رأس این حلقه‌ها قرار دارند.**







به دلیل وجود فضاهای خالی در ساختار یخ، **برخلاف دیگر مواد، حجم آب هنگام انجماد افزایش می‌یابد.** با توجه به ثابت‌بودن جرم آب و افزایش حجم آن به هنگام یخزدن، چگالی یخ صفر درجه نسبت به آب مایع صفر درجه، کم‌تر است.

عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست‌اند.

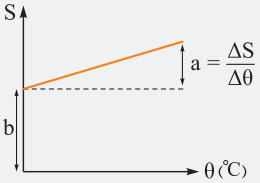
بررسی عبارت‌های نادرست: عبارت سوم: دقت کنید که پیوندهای اشتراکی، مربوط به اتم‌های موجود در یک مولکول است و دو مولکول نمی‌توانند با هم پیوند اشتراکی داشته باشند. مولکول‌های آب با جاذبه‌های بین مولکولی از نوع پیوند هیدروژنی به هم متصل‌اند.

عبارت پنجم: در حالت مایع، با این‌که مولکول‌های آب با یکدیگر پیوند هیدروژنی قوی دارند، اما روی هم می‌لغزند و جابه‌جا می‌شوند؛ بنابراین مولکول‌ها در جایگاه ثابتی قرار ندارند.

۴۱- گزینه ۱

استراتژی اول با توجه به اطلاعات داده‌شده، انحلال‌پذیری نمک (بیشترین مقدار نمک که در ۱۰۰ گرم آب حل می‌شود) را در دماهای $75\ ^\circ C$ و $0\ ^\circ C$ به دست بیار (در واقع با این کار مختصات دو نقطهٔ (θ_1, S_1) و (θ_2, S_2) رو خواهی داشت) حالا با توجه به این‌که نمودار انحلال‌پذیری این نمک به صورت خطی است، خیلی راحت با داشتن مختصات این دو نقطه، شیب خط (شیب معادلهٔ انحلال‌پذیری نمک برحسب دما) را محاسبه کن.

درس‌نامه معادلهٔ انحلال‌پذیری برحسب دما:



برای موادی مانند $NaNO_3$، Li_2SO_4 و ... که نمودار انحلال‌پذیری آن‌ها برحسب دما به صورت یک خط راست با شیب ثابت است، می‌توان معادلهٔ انحلال‌پذیری را به صورت زیر نشان داد:

معادلهٔ کلی خط راست: $y = ax + b$

معادلهٔ انحلال‌پذیری برحسب دما: $S = a\theta + b$ (S: انحلال‌پذیری، a: شیب خط، θ: دما، b: عرض از مبدأ)

شیب خط: $a = \frac{\Delta S}{\Delta \theta} = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1}$

همان‌طور که در درس ریاضی خوانده‌اید، اگر دو نقطه از یک خط را داشته باشیم، می‌توانیم معادلهٔ خط را به صورت مقابل نشان دهیم:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

معادلهٔ انحلال‌پذیری برحسب دما: $S - S_1 = \underbrace{\frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1}}_{a\ (\text{شیب خط})} (\theta - \theta_1)$

نقطهٔ اول: (θ_1, S_1)

نقطهٔ دوم: (θ_2, S_2)

گام ۱ محاسبهٔ انحلال‌پذیری در دمای $75\ ^\circ C$:

در ۷۵ گرم محلول سیرشده در این دما، ۲۵ گرم نمک و ۵۰ گرم آب وجود دارد؛ یعنی در ۵۰ گرم آب، ۲۵ گرم نمک حل شده است. انحلال‌پذیری مقدار گرم حل‌شونده به ازای ۱۰۰ گرم آب را نشان می‌دهد:

$$S(75\ ^\circ C) = 2 \times 25 = 50$$

گام ۲ محاسبهٔ انحلال‌پذیری در دمای $0\ ^\circ C$:

در ۵۰ گرم محلول سیرشده در این دما، ۱۳/۵ گرم نمک و $50 - 13/5 = 36/5$ گرم آب وجود دارد.

$$100\ g\ \text{آب} \times \frac{13/5\ g\ \text{نمک}}{36/5\ g\ \text{آب}} \simeq 37\ g\ \text{نمک}$$

خب! از اون‌جایی که نمک مورد نظر در دمای بالاتر $(75\ ^\circ C)$، انحلال‌پذیری بیشتری دارد، نمودار انحلال‌پذیری نمک برحسب دما، صعودی است و شیب معادلهٔ انحلال‌پذیری مثبت است. پس تا این‌جا ۲) و ۴) پَرا!

گام ۳ شیب معادلهٔ انحلال‌پذیری نمک را محاسبه می‌کنیم:

$$(\theta_1 = 0, S_1 = 37)(\theta_2 = 75, S_2 = 50)$$

$$\text{شیب معادلهٔ خط} = \frac{S_2 - S_1}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{50 - 37}{75 - 0} = \frac{13}{75} \simeq 0/17$$

۴۲- گزینه ۴

همهٔ عبارت‌های داده‌شده، درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: ◇ در مولکول HCN، اتم هیدروژن که نمی‌تواند اتم مرکزی باشد؛ بنابراین عنصر بعد از هیدروژن، یعنی کربن، اتم مرکزی است: $H-C\equiv N:$

◇ در فصل ۲ کتاب درسی شیمی ۱ می‌خوانیم که برخی آلاینده‌های هوا مانند $NO_2(g)$ و $SO_2(g)$ که اکسیدهای اسیدی هستند، می‌توانند با آب و اکسیژن موجود در هوا واکنش دهند و در نهایت به اسیدهای قوی HNO_3 (نیتریک اسید) و H_2SO_4 (سولفوریک اسید) تبدیل شوند، بنابراین با توجه به تشکیل باران اسیدی، در واکنش تشکیل این اسیدها، مواد گازی‌شکل شرکت دارند.

◇ در شرایط خاص، واکنش اکسیژن با برخی فلزها (مانند منیزیم) و نافلزها (مانند گوگرد) می‌تواند از نوع سوختن باشد، یعنی با آزادشدن نور و گرما همراه است.

◇ درسته، زیرا نیتروژن نسبت به اکسیژن واکنش‌پذیری کم‌تری دارد و به جوّ بی‌اثر مشهور است.

۴۳- گزینه ۱

استراتژی برای حل سؤال با روش کسر تناسب، کافیه که برای FeS، کسر مربوط به جرم به همراه درصد خلوص، برای گاز H_2S، کسر مربوط به حجم گازها در شرایط STP و برای $FeCl_2$ هم، کسر مربوط به جرم را بنویسی و سؤال رو حل کنی. اگر هم از روش کسر تبدیل استفاده می‌کنی، اول باید به کمک حجم گاز H_2S تولیدشده، جرم خالص FeS و بعد درصد خلوص FeS رو حساب کنی، برای قسمت دوم سؤال هم از روی حجم H_2S تولیدشده، به جرم $FeCl_2$ تولیدی برسی.

$$2HCl(aq) + FeS(s) \rightarrow FeCl_2(aq) + H_2S(g)$$

روش استفاده از کسر تناسب:

$$FeS \sim FeCl_2 \sim H_2S$$

$$\frac{\frac{\text{درصد خلوص}}{100}\times \text{جرم ناخالص}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{FeS}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{FeCl_2}} = \frac{\text{حجم (mL)}}{\underbrace{22400\times\text{ضریب}}_{H_2S}}$$

$$\Rightarrow \frac{3/15\times\frac{x}{100}}{1\times 88} = \frac{y}{1\times 127} = \frac{\frac{448}{100}}{22400}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{88\times 2}{3/15} = \frac{176}{3/15} \\ \xrightarrow[3/15\times 60=189>176]{\text{با توجه به گزینه‌ها}} \frac{176}{3/15} < 60 \Rightarrow x = 56 \text{ با توجه به گزینه‌ها} \\ y = \frac{127\times 2}{100} = 2/54\ g\ FeCl_2 \end{cases}$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

گام ابتدا مقدار خالص FeS را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ g\ FeS = 448\ mL\ H_2S \times \frac{1\ mol\ H_2S}{22400\ mL\ H_2S} \times \frac{1\ mol\ FeS}{1\ mol\ H_2S} \times \frac{88\ g\ FeS}{1\ mol\ FeS}$$

$$= 1/76\ g\ FeS$$

گام اکنون می‌توان درصد خلوص FeS را محاسبه کرد:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم مادهٔ خالص}}{\text{جرم مادهٔ ناخالص}}\times 100 = \frac{1/76}{3/15}\times 100 = \frac{176}{3/15} \xrightarrow[3/15\times 60=189>176]{\text{با توجه به گزینه‌ها}}$$

$$= \frac{176}{3/15} < 60 \Rightarrow \text{با توجه به گزینه‌ها، درصد خلوص ۵۶ درصد است.}$$

گام به دست آوردن جرم $FeCl_2$:

$$?\ g\ FeCl_2 = 448\ mL\ H_2S \times \frac{1\ mol\ H_2S}{22400\ mL\ H_2S} \times \frac{1\ mol\ FeCl_2}{1\ mol\ H_2S} \times \frac{127\ g\ FeCl_2}{1\ mol\ FeCl_2}$$

$$= 2/54\ g\ FeCl_2$$

۴۴- گزینه ۳

فلزهای قلیایی خاکی در گروه ۲ جدول تناوبی جای دارند و با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی، واکنش‌پذیری و بار مثبت در هستهٔ اتم آن‌ها، افزایش می‌یابند. همهٔ عنصرهای این گروه، دارای ۲ الکترون ظرفیتی هستند.

۴۵- گزینه ۱

با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال از واکنش فلز آهن با سولفوریک اسید، آهن (II) سولفات و گاز هیدروژن مطابق معادلهٔ زیر تولید می‌شود:

$$Fe(s) + H_2SO_4(aq) \rightarrow \boxed{FeSO_4(aq)} + H_2(g)$$

نمک تولیدشده در این واکنش؛ یعنی $FeSO_4$ مطابق معادلهٔ زیر با باریم نیترات واکنش می‌دهد:

$$\boxed{FeSO_4(aq)} + Ba(NO_3)_2(aq) \rightarrow Fe(NO_3)_2(aq) + BaSO_4(s)$$

روش استفاده از کسر تناسب:

با توجه به این‌که ضریب $FeSO_4$ در هر دو معادله یکسان است، می‌توانیم به طور مستقیم، بین سولفوریک اسید و باریم سولفات، تناسب برقرار کنیم. فقط *مواستون باشه* که بازده درصدی را باید در کسر مربوط به واکنش‌دهندهٔ اولیه، یعنی سولفوریک اسید ضرب کنیم:

$$H_2SO_4 \sim BaSO_4$$

$$\underbrace{\frac{\text{مول}\times\frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\text{ضریب}}}_{H_2SO_4} = \underbrace{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}}_{BaSO_4} \Rightarrow \frac{0/04\times\frac{62/5}{100}}{1} = \frac{x}{1\times 233}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4\times 62/5\times 233}{100\times 100} = \frac{250\times 233}{100\times 100} = \frac{233}{40} = \frac{200}{40} + \frac{30}{40} + \frac{3}{40}$$

$$= 5 + 0/75 + 0/075 = 5/825\ g\ BaSO_4$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

گام ابتدا به کمک معادلهٔ واکنش اول، تعداد مول $FeSO_4$ تولیدشده را حساب می‌کنیم:

$$0/04\ mol\ H_2SO_4 \times \frac{1\ mol\ FeSO_4}{1\ mol\ H_2SO_4} = 0/04\ mol\ FeSO_4$$

گام حالا به کمک معادلهٔ واکنش دوم، از مول $FeSO_4$ به جرم $BaSO_4$ می‌رسیم:

نکته در مسائلی که بازده درصدی واکنش جزء اطلاعات سؤال است، به جای استفاده از فرمول بازده، می‌توان از کسر تبدیل معادل آن استفاده کرده و مقدار عملی و نظری را به یکدیگر تبدیل کرد. مثلاً می‌توان نوشت: $\frac{\text{عملی g}}{\text{نظری g}}$ یا $\frac{\text{نظری g}}{\text{عملی g}}$ بازده درصدی $= a \Rightarrow \frac{a\ g}{100\ g}$

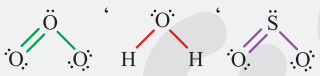
$$0/04\ mol\ FeSO_4 \times \frac{1\ mol\ BaSO_4}{1\ mol\ FeSO_4} \times \frac{233\ g\ BaSO_4\ \text{نظری}}{1\ mol\ BaSO_4}$$

$$\times \underbrace{\frac{62/5\ g\ BaSO_4\ \text{عملی}}{100\ g\ BaSO_4\ \text{نظری}}}_{\text{کسر مربوط به بازده درصدی}} = 5/825\ g\ BaSO_4$$

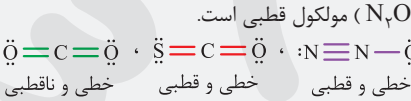
۴۶- گزینه ۳

درس‌نامه مولکول‌های سه‌اتمی می‌توانند به ۴ فرم A_2 (مثل O_2)، AB_2 (مثل CO_2، NO_2، CS_2 و ...)، A_2B (مثل N_2O، H_2O و ...) و ABC (مثل SCO و ...) موجود باشند.

۱ اگر اتم مرکزی در مولکول‌های سه‌اتمی، دارای الکترون ناپیوندی باشد، مولکول قطبی بوده و شکل آن خمیده (Vشکل) است. مولکول‌هایی مانند SO_2، H_2O، O_3 و ... دارای این شرایط هستند.



۲ اگر اتم مرکزی در مولکول سه‌اتمی، فاقد الکترون ناپیوندی باشد، به شکل خطی دیده می‌شود. در این صورت اگر اتم‌های جانبی یکسان باشند (مثل CO_2) ناقطبی و اگر اتم‌های جانبی متفاوت باشند (مثل SCO یا N_2O) مولکول قطبی است.



خطی و ناقطبی | خطی و قطبی | خطی و قطبی

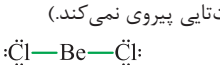
به‌جز عبارت سوم، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◇ از آن‌جا که مولکول AD_2 ساختار خطی دارد؛ پس اتم مرکزی آن، فاقد الکترون ناپیوندی بوده و با توجه به یکسان‌بودن اتم‌های جانبی، مولکولی ناقطبی بوده و گشتاور دوقطبی آن برابر با صفر است. ساختار مولکول AD_2 به صورت مقابل است: D=A=D

◇ AD_2، می‌تواند همان CO_2 باشد. اتم‌های کربن و اکسیژن هر دو در دورهٔ دوم قرار دارند.

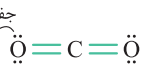
◇ *متأسفانه* نکتهٔ قسمت اول این عبارت خارج از کتاب درسی است. برخی فلزها می‌توانند با اتم‌های نافلزی، مولکول خطی به فرم AD_2 تشکیل دهند؛ مثلاً $BeCl_2$ یک مولکول با ساختار خطی است. (اتم مرکزی در این مولکول، از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی نمی‌کند.)



ولی با قسمت دوم هم می‌شد این عبارت رو رد کرد. ساختار مولکول CS_2 خطی است، ولی شعاع اتمی C از S کوچک‌تر است.

تله اگه فقط ساختار CO_2 رو تو ذهنت داشته باشی، حتماً تو این عبارت دچار اشتباه می‌شی. در این موارد برای بررسی درستی یا نادرستی عبارت، باید دنبال مثال‌هایی از کتاب درسی باشی که بتونی باهاش عبارت رو نقض کنی، اگر یک مورد رو هم پیدا کردی، عبارت غلطه ولی اگر از مثال‌های کتاب درسی مورد نقض‌کننده‌ای رو پیدا نکردی، می‌تونی عبارت رو درست در نظر بگیری.

◆ مثلاً در مولکول CO_2، اتم‌های اکسیژن جفت‌الکترون ناپیوندی دارند. ساختار لوویس مولکول CO_2 به صورت زیر است:



۴۷- گزینه ۲

نکته برای نام‌گذاری آلکان‌های شاخه‌دار:
۱ زنجیری که بیشترین تعداد اتم‌های کربن را داشته باشد، به عنوان زنجیر اصلی انتخاب می‌کنیم. ۲ شماره‌گذاری در زنجیر اصلی را از سمتی انجام می‌دهیم که زودتر به اولین شاخهٔ فرعی برسیم.

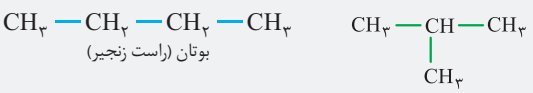
بخش اول سؤال:

روش ۱ زنجیر اصلی آلکان داده‌شده، ۹کربنی است و نام آن باید به نونان ختم شود، پس فعلاً ۳ و ۴ پُر!

روش ۲ شاخهٔ فرعی متیل، روی کربن شمارهٔ ۱ و شاخهٔ فرعی اتیل روی کربن شمارهٔ ۱ و ۲ نمی‌تواند قرار بگیرد؛ یعنی ۱ـ متیل، ۱ـ اتیل و ۲ـ اتیل رو هیچ‌گاه در آلکان‌ها نخواهیم داشت. پس ۳ و ۴ بدون این‌که کربن‌های زنجیر اصلی رو شمارش کنیم، پُر!

بخش دوم سؤال:

نکته به ترکیب‌هایی که **فرمول مولکولی** یکسانی دارند، اما ساختار آن‌ها با یکدیگر تفاوت دارد، **ایزومر یا هم‌پار** می‌گویند. به طور مثال مولکول‌های بوتان و ۲ ـ متیل پروپان با یکدیگر ایزومرند؛ زیرا با این‌که فرمول مولکولی هر دو به صورت C_4H_{10} است، اما فرمول ساختاری آن‌ها با هم کاملاً متفاوت می‌باشد.

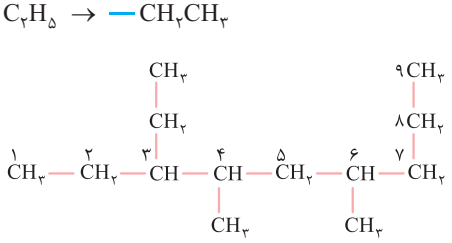


۲ـ متیل پروپان (متیل پروپان)

آلکان‌ها، هیدروکربن‌هایی سیرشده با فرمول عمومی C_nH_{2n+2} هستند و بنابراین جرم مولی آن‌ها $12n+2n+2=14n+2$ گرم بر مول است. در آلکان داده‌شده، ۱۳ اتم کربن وجود دارد؛ بنابراین جرم مولی آن برابر $(14\times13)+2=184\ g.mol^{-1}$ است.

ایزومرها یا هم‌پارها، ترکیب‌هایی هستند که فرمول مولکولی یکسان ولی فرمول ساختاری متفاوت دارند؛ بنابراین همهٔ هم‌پارهای این آلکان، ۱۳کربنه بوده و جرم مولی آن‌ها ۱۸۴ گرم بر مول است.

حالا اگر خواستید نام ترکیب رو ببینید *این‌پوری می‌شه:*



۳ـ اتیل ـ ۴ و ۶ـ دی‌متیل نونان

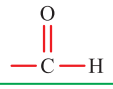
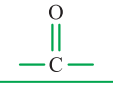
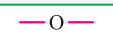
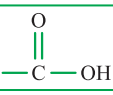
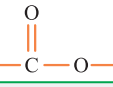
۴۸- گزینه ۳

با توجه به رابطهٔ $Q=mc\Delta\theta$ خواهیم داشت:

$$18/2\ kJ=1\ kg\times c\times(35-15)^\circ C \Rightarrow c=\frac{18/2}{20}=0/91\ J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$$

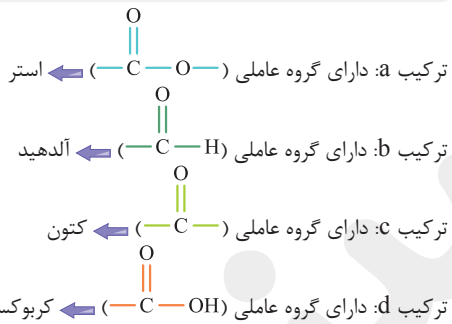
۴۹- گزینه ۲

درس‌نامه a) نام گروه‌های عاملی اکسیژن‌دار در جدول زیر آورده شده است:

ساختار	نام گروه عاملی (خانواده)
	آلدهیدی
	کربونیل (کتونی)
	هیدروکسیل (الکلی)
	اتری
	کربوکسیل (اسیدی)
	استری

b) در شمار اتم کربن یکسان، به شرطی که گروه هیدروکربنی متصل به گروه‌های عاملی، سیرشده و غیرحلقوی باشند، گونه‌های زیر با هم ایزومر (هم‌پار) هستند:

۱ آلدهیدها و کتون‌های یک‌عاملی ← فرمول عمومی: $C_nH_{2n}O$ ۲ اترها و الکل‌های یک‌عاملی ← فرمول عمومی: $C_nH_{2n+2}O$ ۳ کربوکسیلیک اسیدها و استرهای یک‌عاملی ← فرمول عمومی: $C_nH_{2n}O_2$



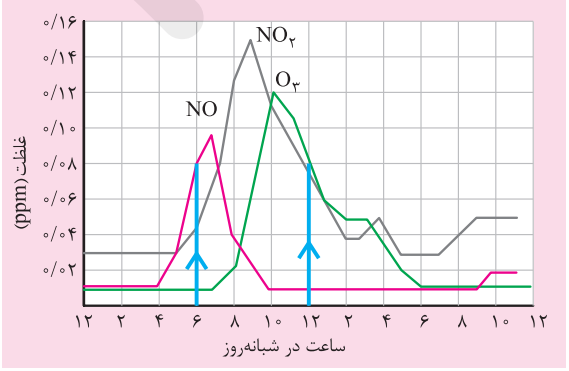
ایزومرها یا هم‌پارها، ترکیب‌هایی هستند که فرمول مولکولی یکسان ولی فرمول ساختاری متفاوت دارند؛ بنابراین دو ترکیب a و d با فرمول مولکولی $C_6H_{12}O_2$ (استر و کربوکسیلیک اسید یک‌عاملی هم‌کربن) و دو ترکیب b و c با فرمول مولکولی $C_6H_{12}O$ (آلدهید و کتون یک‌عاملی هم‌کربن) با هم ایزومر یا هم‌پارند.

۵۰- گزینه ۴

گام ۱ ابتدا باید نمودارهای مربوط به آلاینده‌های NO_2 و O_3 را در شکل مشخص کنیم: مقایسهٔ حداکثر مقدار (ماکزیمم نمودارها) این سه آلاینده، در طول یک شبانه‌روز به صورت زیر است:

$NO_2 > O_3 > NO$:مقایسهٔ حداکثر مقدار آلاینده‌ها در طول شبانه‌روز

یعنی بیشترین و کم‌ترین مقدار آلاینده در طول شبانه‌روز به ترتیب مربوط به گازهای NO_2 و NO است:



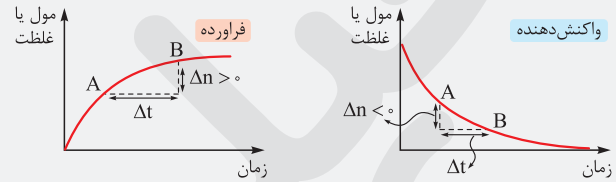
گام نسبت سرعت تغییر غلظت گازها در بازهٔ زمانی مشخص، با نسبت تغییر غلظت آن‌ها برابر است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{\bar{R}(O_2)}{\bar{R}(NO)}=\frac{0/08-0/01}{0/08-0/01}=1 \quad , \quad \frac{\bar{R}(NO_2)}{\bar{R}(NO)}=\frac{0/07-0/04}{0/08-0/01}=\frac{3}{7}$$

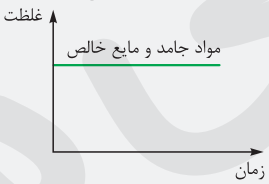
مشاوره این سؤال سینتیک از نمودار خود را بیازمایید ابتدای فصل ۴ شیمی دوازدهم طرح شده است. بنابراین تأکید می‌شه که حتماً همهٔ ما با هم بیندیشیم‌ها، خود را بیازمایید‌ها و تمرین‌های دوره‌ای کتاب درسی رو حل کنید و به نمودارها، شکل‌ها و نکات موجود در آن‌ها تسلط داشته باشید.

۵۱- گزینه ۳

نکته ۱ در یک واکنش، مطابق نمودارهای زیر، نمودار «مول یا غلظت ـ زمان» برای فراورده‌ها صعودی و برای واکنش‌دهنده‌ها نزولی است.



۲ از آن‌جا که غلظت مواد جامد (s) و مایع (l) خالص همواره مقدار ثابتی است، نمودار غلظت ـ زمان برای این مواد صعودی و یا نزولی نیست و به صورت یک خط افقی است.



۳ سرعت متوسط واکنش، از تقسیم سرعت متوسط تشکیل یا تولید یک ماده بر ضریب استوکیومتری آن به دست می‌آید.

$$aA+bB \rightarrow cC+dD$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}}=\frac{\bar{R}(A)}{a}=\frac{\bar{R}(B)}{b}=\frac{\bar{R}(C)}{c}=\frac{\bar{R}(D)}{d}$$

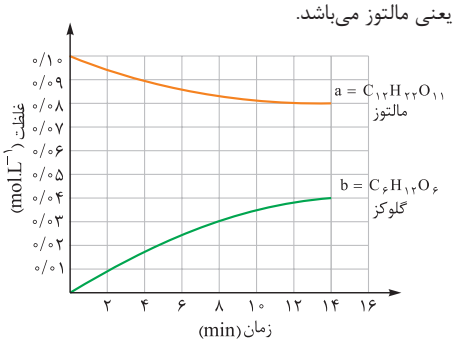
عبارت‌های اول، دوم و سوم نادرست‌اند.

گام ابتدا معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش مورد نظر را می‌نویسیم. مالتوز (قند موجود در جوانهٔ گندم)، مطابق واکنش زیر به گلوکز تبدیل می‌شود:

$$\underset{\text{مالتوز}}{C_{12}H_{22}O_{11}(aq)}+H_2O(l) \rightarrow 2\underset{\text{گلوکز}}{C_6H_{12}O_6(aq)}$$

گام مشخص می‌کنیم که منحنی‌های a و b مربوط به کدام مواد هستند.

منحنی b (نمودار صعودی) مربوط به فراوردهٔ واکنش یعنی گلوکز است. از آن‌جا که غلظت آب (مایع خالص) با گذشت زمان تغییری نمی‌کند؛ بنابراین منحنی a (نمودار نزولی) مربوط به واکنش‌دهندهٔ محلول در آب یعنی مالتوز می‌باشد.



گام **بررسی عبارت‌ها:**

◆ ضریب مالتوز در معادلهٔ واکنش برابر ۱ است؛ بنابراین سرعت متوسط واکنش با سرعت مصرف مالتوز (نمودار a) برابر است:

$$\bar{R}(\text{واکنش})=\bar{R}(C_{12}H_{22}O_{11})=\frac{-(0/08-0/1\ mol.L^{-1})}{10\times60\ s}$$

$$=\frac{2\times10^{-2}}{6\times10^{2}}=\frac{1}{3}\times10^{-4}\simeq3/3\times10^{-5}\ mol.L^{-1}.s^{-1}$$

◆ با توجه به معادلهٔ واکنش، برای تشکیل ۰/۰۲ مول گلوکز به ۰/۰۱ مول مالتوز نیاز است:

مول مالتوز = مول اولیهٔ مالتوز − مول مصرف‌شدهٔ مالتوز = ۰/۱−۰/۰۱=۰/۰۹

◆ ۵ دقیقهٔ چهارم، یعنی بازهٔ زمانی ۱۵ تا ۲۰ دقیقه! می‌دانیم با گذشت زمان سرعت یک واکنش کاهش می‌یابد. با توجه به نمودار داده‌شده می‌توانیم سرعت واکنش را در بازهٔ ۹ تا ۱۴ دقیقه به دست آوریم. سرعت در بازهٔ ۱۵ تا ۲۰ دقیقه باید کم‌تر از این مقدار باشد.

$$\bar{R}(\text{واکنش})=\frac{\bar{R}(C_6H_{12}O_6)}{2}=\frac{\frac{(0/04-0/035)\ mol.L^{-1}}{5\ min}}{2}=\frac{10^{-3}}{2}$$

$$=5\times10^{-4}\ mol.L^{-1}.min^{-1}$$

$$\Rightarrow \bar{R}(\text{واکنش})(15-20\ min)<5\times10^{-4}\ mol.L^{-1}.min^{-1}$$

عدد داده‌شده در عبارت سوم $(2/4\times10^{-3})$ بیشتر از 5×10^{-4} است.

◆ در معادلهٔ واکنش، ضریب گلوکز $(C_6H_{12}O_6)$ دو برابر مالتوز $(C_{12}H_{22}O_{11})$ است.

توجه: در صورت سؤال گفته شده نمودار (مول ـ زمان)، اما محور عمودی نمودار رسم‌شده، غلظت است نه مول! که البته تأثیری در حل سؤال ندارد.

۵۲- گزینه ۴

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◆ فقط گروه OH، آب‌دوست است و سایر قسمت‌های مولکول، ناقطبی و آب‌گریز هستند؛ بنابراین بخش آب‌گریز بر بخش آب‌دوست غلبه دارد.

نکته مقایسهٔ مقدار آنتالپی پیوندها

به طور کلی برای مقایسهٔ مقدار آنتالپی پیوندها، شما باید دو عامل زیر رو بلد باشین:

۱ تعداد پیوند بین دو اتم (مرتبهٔ پیوند): هر چه تعداد پیوند بین دو اتم بیشتر باشد، آنتالپی پیوند بیشتر خواهد بود. به عبارت دیگر آنتالپی پیوند سه‌گانه بیشتر از دوگانه و آنتالپی پیوند دوگانه بیشتر از یگانه است.

آنتالپی پیوند: $C\equiv C\ (838) > C=C\ (614) > C-C\ (348)$

۲ شعاع اتم‌های تشکیل‌دهندهٔ پیوند: به طور کلی هر چه شعاع اتم‌های تشکیل‌دهندهٔ پیوند کوچک‌تر باشد، انرژی لازم برای شکستن آن بیشتر و در نتیجه آنتالپی پیوند نیز بیشتر می‌شود.

شعاع اتمی: $H<O<C$

$$\Rightarrow \text{آنتالپی پیوند (kJ.mol}^{-1}\text{)}: O-H\ (464) > C-H\ (415) > C-O\ (380) > C-C\ (348)$$

◆ در ساختار مولکول مورد نظر ۵ نوع پیوند $C-C$ ، $C\equiv C$ ، $C-H$ ، $C-O$ و $O-H$ وجود دارد. در میان این پیوندها، آنتالپی پیوند دوگانه $C\equiv C$ از همه بیشتر است و دشوارتر شکسته می‌شود.

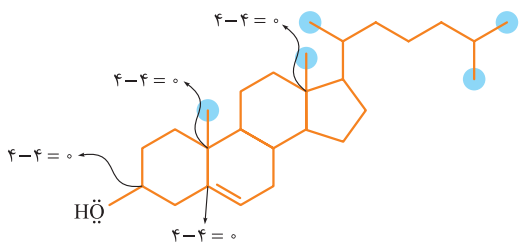
آنتالپی پیوند: $C\equiv C > O-H > C-H > C-O > C-C$

◆ در ساختار این ترکیب ۵ گروه CH_3 (با رنگ آبی مشخص شده است) و ۲ جفت‌الکترون ناپیوندی (مربوط به اتم اکسیژن) وجود دارد.

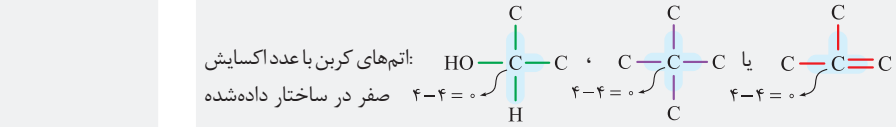
$$\frac{5}{2}=2/5$$

◆ ترکیب مورد نظر در مجموع دارای ۲۷ اتم کربن است و در ساختار آن ۴ اتم کربن با عدد اکسایش صفر وجود دارد.

$$\frac{27}{4}=6/75$$



تله باید دقت کنید که در ساختار داده‌شده، عدد اکسایش اتم کربنی که به گروه $(HO-)$ متصل است هم، برابر صفر!

اتم‌های کربن با عدد اکسایش صفر در ساختار داده‌شده: 

اگر حواستون نباشه و فقط عدد اکسایش اتم‌های کربنی که هر کدام به ۴ اتم کربن دیگه متصل‌اند را صفر در نظر بگیرید، به جای کسر $\frac{۲۷}{۴}=۶/۷۵$ به کسر $\frac{۲۷}{۳}=۹$ می‌رسید و این عبارت رو به اشتباه غلط در نظر می‌گیرید!

مشاوره شکل داده‌شده، ساختار کلسترول را نشان می‌دهد. این ساختار و عبارت دوم این سؤال را در تمرین‌های دوره‌ای فصل ۲ شیمی یازدهم می‌بینید. باز هم تأکید می‌کنیم که حتماً همهٔ خود را بیازمایید و تمرین‌های دوره‌ای کتاب‌های درسی رو با دقت بررسی کنید و بهشون تسلط داشته باشید.

۵۳- گزینه ۱

براساس قانون هس، در سمت چپ معادلهٔ واکنش اصلی، $۳C$ وجود دارد؛ بنابراین معادلهٔ اول باید در ۳ ضرب شود. با توجه به این‌که $C_۳H_۸$ در سمت راست معادلهٔ واکنش اصلی وجود دارد، واکنش دوم را باید وارونه کنیم و در آخر برای ایجاد $۴H_۲$ در سمت چپ معادله، باید واکنش سوم را وارونه و در ۴ ضرب کنیم و در نهایت با جمع ΔH واکنش‌های جانبی، ΔH واکنش اصلی را به دست آوریم:

$$۳C + ۳O_۲ \rightarrow ۳CO_۲ \quad , \quad ۳\Delta H_۱$$
$$۳CO_۲ + ۴H_۲O \rightarrow C_۳H_۸ + ۵O_۲ \quad , \quad -\Delta H_۲$$
$$۴H_۲ + ۲O_۲ \rightarrow ۴H_۲O \quad , \quad -۴\Delta H_۳$$

واکنش اصلی: $۳C + ۴H_۲ \rightarrow C_۳H_۸$

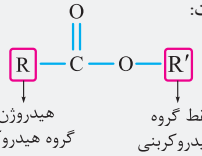
$$\Delta H(\text{کلی}) = ۳\Delta H_۱ - \Delta H_۲ - ۴\Delta H_۳$$
$$= ۳(-۳۹۴) - (-۲۰۵۶) - ۴(۲۴۵) = -۱۱۸۲ + ۲۰۵۶ - ۹۸۰ = -۱۰۶\ \text{kJ}$$

۵۴- گزینه ۳

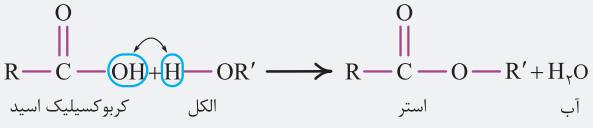
درس‌نامه استرها:

۱) استرها دسته‌ای از ترکیب‌های آلی هستند که در ساختارشان گروه عاملی استری $(-C(=O)-O-)$ وجود دارد.

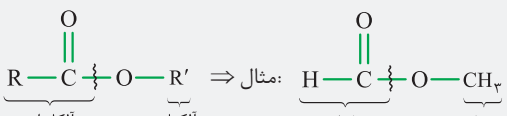
۲) فرمول ساختاری استرهای یک‌عاملی به صورت زیر است:



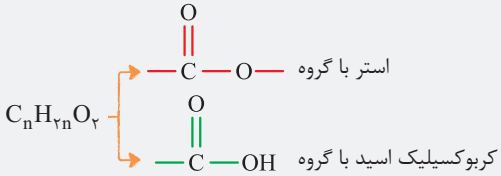
۳) استرها از واکنش الکل‌ها با کربوکسیلیک اسیدها به دست می‌آیند:



۴) نام استرها شامل دو قسمت و بر وزن «آلکیل آلکانوات» است. ابتدا نام بخش الکلی سازندهٔ استر با توجه به شمار اتم‌های کربن، بر وزن آلکیل و سپس نام بخش اسیدی سازندهٔ استر با توجه به شمار اتم‌های کربن، بر وزن آلکانوات آورده می‌شود.

نام استر: متیل متانوات ⇒ مثال: 

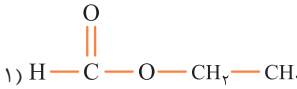
۵) استرها و کربوکسیلیک اسیدهای یک‌عاملی با تعداد کربن برابر، فرمول مولکولی یکسان $(C_nH_{۲n}O_۲)$ داشته و ایزومر یا هم‌پار یکدیگرند.

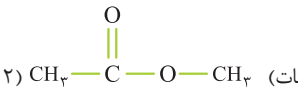


۶) از آن‌جا که کربوکسیلیک اسیدها برخلاف استرها، H متصل به اکسیژن دارند، می‌توانند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی تشکیل دهند و بنابراین نقطهٔ جوش بالاتری از استرهای هم‌کربن خود دارند.

به‌جز عبارت دوم، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: ◆ برای $C_۳H_۶O_۲$ می‌توان دو ساختار استری در نظر گرفت:

۱)  اتیل متانوات (اتیل فورمات)

۲)  متیل اتانوات (متیل استات)

◆ در استرها پیوند $O-H$، $N-H$ یا $F-H$ وجود ندارد؛ بنابراین نیروی بین مولکولی آن‌ها از نوع پیوند هیدروژنی نیست بلکه از نوع وان‌دروالسی است.

◆ متیل استات از واکنش متانول با استیک اسید به دست می‌آید.

◆ استری با فرمول $C_۳H_۶O_۲$ با پروپانوئیک اسید  ایزومر است، اما برخلاف پروپانوئیک اسید نمی‌تواند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی برقرار کند؛ از این‌رو نقطهٔ جوش پایین‌تری دارد.

۵۵- گزینه ۲

عبارت‌های سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◆ براساس مدل آرنیوس می‌توان اسید و باز را تشخیص داد، اما نمی‌توان دربارهٔ میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول اظهار نظر کرد.

◆ باریم اکسید (BaO) یک اکسید فلزی و بازی است. کاغذ pH در محلول‌های بازی به رنگ آبی درمی‌آید.

◆ در شرایط یکسان دما و غلظت، هر چه یک اسید تک‌ظرفیتی قوی‌تر باشد، ثابت یونش (K_a) بزرگ‌تری دارد و $[H^+]$ در آن بیشتر است.

◆ استیک اسید، یک اسید ضعیف بوده و به مقدار ناچیزی در آب یونیده می‌شود؛ بنابراین یک محلول الکترولیت ضعیف (با رسانایی کم) در آب ایجاد می‌کند ولی اتانول (الکل) به صورت کاملاً مولکولی در آب حل می‌شود و یونی از فرایند انحلال آن در آب، حاصل نمی‌شود، بنابراین محلول آن در آب، محلولی غیرالکترولیت است.

مشاوره در عبارت سوم، منظور طراح از شرایط یکسان برای دو اسید، علاوه بر دما و غلظت، ظرفیت یکسان دو اسید هم بوده است. چون در صورت یکسان در نظر نگرفتن ظرفیت اسیدها، ممکن است K_a برای یک اسید بزرگ‌تر باشد ولی $[H^+]$ در محلول آن کم‌تر باشد. برای مثال در شرایط یکسان دما و غلظت، $[H^+]$ در $H_۲SO_۴$ (اسید دوظرفیتی) بیشتر از $[H^+]$ در HI (اسید یک‌ظرفیتی) است؛ ولی HI اسید قوی‌تری است.

۵۶- گزینه ۳

استراتژی اول برای محلول نیتریک اسید از روی فرمول $[H^+]=M.n.\alpha$، $[H^+]$ رو به دست بیار. از اون‌جا که pH دو محلول اسیدی برابره؛ پس $[H^+]$ برای HA رو هم داری. بعد از رابطهٔ ثابت تعادل (K_a)، غلظت مولار HA رو به دست بیار و به خواستهٔ سؤال برس.

گام به دست آوردن $[H^+]$ در اسید HA:

$$HNO_3 : [H^+] = M.n.\alpha \xrightarrow{\alpha=1,n=1} [H^+] = M = 10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

در نتیجه $[H^+]$ در اسید HA هم برابر با 10^{-3} مولار است.

گام به دست آوردن K_a در اسید HA:

با توجه به این‌که کلمهٔ «تقریب» در سؤال ذکر شده، می‌توان نوشت:

$$HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$$

$$K_a = \frac{[H^+]\times[A^-]}{[HA]} = \frac{[H^+]^2}{M-[H^+]} \Rightarrow 2\times10^{-4} = \frac{(10^{-3})^2}{M}$$

صرف نظر می‌کنیم.

$$= 2\times10^{-4} = \frac{10^{-6}}{M} \Rightarrow M = 0/005\ mol.L^{-1}$$

گام رسیدن به خواستهٔ سؤال:

$$\frac{\text{غلظت مولی HA}}{\text{غلظت مولی } HNO_3} = \frac{0/005}{0/001} = 5$$

تله سنجش ۳ را به عنوان جواب سؤال داده ولی راستش طراح در این سؤال و گزینه‌هاش *فیلی سوتی بدی داده*. اگر در رابطهٔ ثابت تعادل از $[H^+]$ در مخرج صرف نظر نکنیم، به ۴ یعنی عدد ۶ می‌رسیم!

بدون صرف نظر کردن $[H^+]$ در مخرج رابطهٔ ثابت تعادل داریم:

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M-[H^+]} \Rightarrow 2\times10^{-4} = \frac{(10^{-3})^2}{M-10^{-3}}$$

$$\Rightarrow 2\times10^{-4} = \frac{10^{-6}}{M-10^{-3}} \Rightarrow 2M - 2\times10^{-3} = 10^{-2}$$

$$\Rightarrow M = \frac{10^{-2}+2\times10^{-3}}{2} = \frac{(10\times10^{-3})+(2\times10^{-3})}{2} = 6\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow \frac{M(HA)}{M(HNO_3)} = \frac{6\times10^{-3}}{10^{-3}} = 6$$

۵۷- گزینه ۴

شوینده‌های خورنده در واکنش با رسوب‌ها، فراورده‌های محلول در آب یا گازی تولید می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ در ساختار پاک‌کننده‌های غیرصابونی SO_3Na-R-، حلقهٔ بنزنی و در نتیجه پیوندهای $C=C$ وجود دارد؛ از این‌رو سیرنشده به حساب می‌آیند.

۲ نمک‌های فسفات به منظور افزایش قدرت پاک‌کنندگی به شوینده‌ها اضافه می‌شود.

۳

نکته

عملکرد پاک‌کننده‌ها:
- صابونی و غیرصابونی ← فقط برهم‌کنش بین ذره‌ها
- خورنده ← هم برهم‌کنش بین ذره‌ها و هم واکنش با آلاینده‌ها

تله پاک‌کننده‌های صابونی تنها براساس برهم‌کنش بین ذره‌ها عمل می‌کنند و با آلاینده‌ها واکنش نمی‌دهند؛ بنابراین قدرت پاک‌کنندگی صابون، به میزان توانایی آن در انجام برهم‌کنش‌های بین ذره‌ای با آلاینده‌های موجود در محیط بستگی دارد نه انجام واکنش شیمیایی با اون‌ها! *هواستون باشه تو دام این عبارت‌ها نیفتید!*

۵۸- گزینه ۱

گام باز اولیه، قوی و تک‌ظرفیتی (MOH) است؛ بنابراین هر مول از آن با یک مول نیتریک اسید (HNO_3) به طور کامل خنثی می‌شود و pH آن به ۷ می‌رسد:

در محلول باز اولیه (MOH): $[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-10}$

$$\xrightarrow{[H^+][OH^-]=10^{-14}} [OH^-] = 10^{-4} \Rightarrow \text{غلظت محلول} = 10^{-4}\ mol.L^{-1}$$

$$\text{MOH مول} = 100\ L\times10^{-4}\ mol.L^{-1} = 10^{-2}\ mol \Rightarrow HNO_3 \text{ مول} = 10^{-2}\ mol$$

$$\Rightarrow HNO_3 \text{ جرم} = 10^{-2}\ mol \times \frac{63\ g}{1\ mol} = 63\times10^{-2}\ g$$

گام اسید اولیه، قوی و تک‌پروتون‌دار (HA) است؛ بنابراین هر مول از آن با ۱ مول سدیم هیدروکسید (NaOH) به طور کامل خنثی شده و pH آن به ۷ می‌رسد:

در محلول اولیهٔ اسید (HA): $[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-4}\ mol.L^{-1}$

$$\Rightarrow \text{غلظت محلول} = 10^{-4}\ mol.L^{-1}$$

$$\text{HA مول} = 100\ L\times10^{-4}\ mol.L^{-1} = 10^{-2}\ mol \Rightarrow NaOH \text{ مول} = 10^{-2}\ mol$$

$$\Rightarrow NaOH \text{ جرم} = 10^{-2}\ mol \times \frac{40\ g}{1\ mol} = 40\times10^{-2}\ g$$

گام محاسبهٔ نسبت جرم HNO_3 به NaOH:

$$\frac{HNO_3 \text{ جرم}}{NaOH \text{ جرم}} = \frac{63\times10^{-2}}{40\times10^{-2}} = \frac{63}{40} = \frac{60}{40}+\frac{3}{40} = 1/5+0/075 = 1/575$$

۵۹- گزینه ۲

نکته ۱

در سلول گالوانی:
- الکترود با E° کوچک‌تر ← آند سلول
- الکترود با E° بزرگ‌تر ← کاتد سلول

۲ هر چه اختلاف مقدار E° کاتد و آند در یک سلول گالوانی بیشتر باشد، براساس رابطهٔ $emf = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}}$، مقدار ولتاژ سلول گالوانی (emf) بیشتر خواهد بود.

در سلول‌های گالوانی، الکترود با E° کم‌تر، نقش آند و الکترود با E° بیشتر، نقش کاتد را دارد. با توجه به این‌که در سری الکتروشیمیایی، از بالا به پایین، E° الکترودها کاهش می‌یابد، خواهیم داشت:

سلول $(A-D)$: A کاتد $\Leftarrow E^\circ(A)$ بیشتر — A / D

سلول $(D-M)$: M کاتد $\Leftarrow E^\circ(M)$ بیشتر — M / D

سلول $(A-M)$: A آند $\Leftarrow E^\circ(A)$ کم‌تر — M / A

پس جایگاه عنصرهای داده‌شده در سری الکتروشیمیایی به صورت زیر است:

$E^\circ: M > A > D$ — M / A / D — emf بیشتر

هر چه تفاوت E° دو الکترود بیشتر باشد، emf سلول حاصل از آن‌ها بیشتر خواهد بود.

۶۰- گزینه ۴

درس‌نامه تعیین عدد اکسایش به روش رسم ساختار لوویس:

برای تعیین عدد اکسایش اتم‌ها، در مواد مولکولی یا یون‌های چنداتمی از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

شمار الکترون‌های نسبت داده شده به اتم − شمار الکترون‌های ظرفیت اتم = عدد اکسایش اتم

برای تعیین شمار الکترون‌های نسبت داده شده به هر اتم، پس از رسم ساختار لوویس گونهٔ مورد نظر، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱ به ازای هر جفت‌الکترون پیوندی میان دو اتم یکسان، یک الکترون به هر اتم نسبت می‌دهیم.

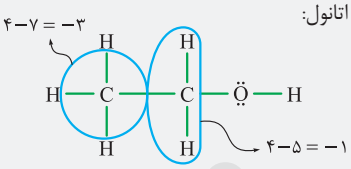
۲ به ازای هر جفت‌الکترون پیوندی میان دو اتم متفاوت، هر دو الکترون را به اتم با خصلت نافلزی بیشتر، نسبت می‌دهیم.

توجه: مقایسهٔ خصلت نافلزی چند عنصر زیر را *بلد باشین*؛

خصلت نافلزی: $F > O > N > Cl > Br > I > S > C > H$

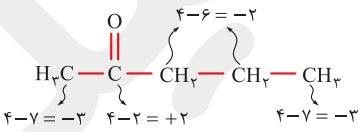
۳ همهٔ الکترون‌های ناپیوندی روی هر اتم را به همان اتم نسبت می‌دهیم.

مثال: محاسبهٔ عدد اکسایش اتم‌های کربن در اتانول:

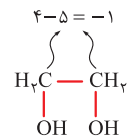


باید همهٔ گزینه‌ها را بررسی کنیم:

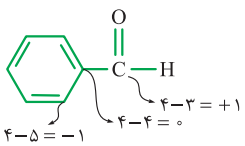
۱ ـ ۲ـ پنتانون



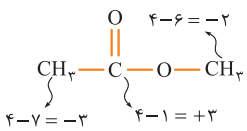
۲ اتیلن گلیکول



۳ بنزآلدهید



۴ متیل استات



مشاوره اگر روش محاسبهٔ عدد اکسایش اتم‌ها را در ساختار لوویس گونه‌ها بلد باشی ولی مولکول‌ها و گونه‌های موجود در کتاب درسی رو نشناسی و روی ساختارشون تسلط نداشته باشی، نمی‌تونی این مدل سؤال‌ها رو حل کنی. پس روی به خاطر سپردن نام و ساختار مولکول‌ها و یون‌های چنداتمی به خصوص مولکول‌های آلی حسابی کار کن.

۶۱- گزینه ۳

براساس مدل دریای الکترونی، ساختار فلزها، آرایش منظمی از **کاتیون‌ها** در **سه بعد** است که در فضای میان آن‌ها، **سست‌ترین الکترون‌های موجود در اتم** (الکترون‌های ظرفیت)، دریایی را ساخته‌اند و در آن آزادانه جابه‌جا می‌شوند.

۶۲- گزینه ۱

نکته ۱ هر چه نیروهای جاذبهٔ میان ذره‌های سازندهٔ یک مادهٔ خالص، قوی‌تر باشد، تفاوت نقطهٔ ذوب و جوش آن بیشتر بوده و بنابراین در گسترهٔ دمایی بیشتری به حالت مایع است.

۲ مواد مولکولی، نقطهٔ ذوب و جوش پایین‌تری نسبت به مواد یونی دارند و گسترهٔ دمایی که در آن، مواد مولکولی به حالت مایع هستند، خیلی کم‌تر از گسترهٔ دمایی مایع‌بودن مواد یونی است.

هر ماده‌ای که در گسترهٔ دمایی بیشتری به حالت مایع باشد (تفاوت بین نقطهٔ ذوب و جوش آن بیشتر باشد)، می‌تواند انرژی گرمایی را بیشتر (برای مدت طولانی‌تری) نگه دارد.

H_2O، N_2 و HF جزء مواد مولکولی هستند و گسترهٔ دمایی که در آن، این مواد به حالت مایع هستند، خیلی کم‌تر از گسترهٔ دمایی مایع‌بودن ترکیب‌های یونی، مانند KCl است.

۶۳- گزینه ۲

نکته تنها عاملی که می‌تواند مقدار ثابت تعادل (K) را در یک واکنش تعادلی، تغییر دهد، دما است.

اثر تغییر دما بر ثابت تعادل

۱) اگر با افزایش دما، ثابت تعادل افزایش یابد، واکنش در جهت رفت گرماگیر بوده و $K_{جدید} > K_{اولیه}$ می‌باشد.

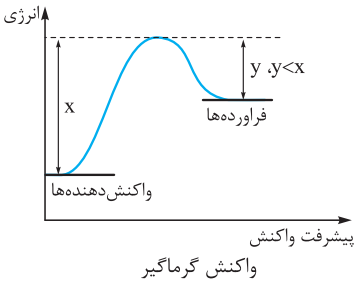
۲) اگر با افزایش دما، ثابت تعادل کاهش یابد، واکنش در جهت رفت گرماده (و در جهت برگشت گرماگیر) بوده و $K_{جدید} < K_{اولیه}$ می‌باشد.

موارد اول، دوم و پنجم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: **موارد اول و دوم:** *از اون‌جایی* که با افزایش دما، ثابت تعادل افزایش یافته است، نتیجه می‌گیریم که واکنش گرماگیر ($\Delta H > 0$) است.

مورد سوم: طبق اصل لوشاتلیه، در واکنش‌های گرماگیر، با افزایش دما، تعادل در جهت مصرف گرما؛ یعنی در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

موارد چهارم و پنجم: در واکنش‌های گرماگیر، محتوا یا سطح انرژی فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر بوده و سطح انرژی فراورده‌ها به سد انرژی یا همان ذرهٔ تشکیل‌شده در قلهٔ نمودار انرژی، نزدیک‌تر است.



واکنش گرماگیر

۶۴- گزینه ۱

کاتالیزگر این موارد را تغییر می‌دهد.	کاتالیزگر این موارد را تغییر نمی‌دهد.
کاهش: انرژی فعال‌سازی واکنش؛ سطح انرژی ذرهٔ تشکیل‌شده در قلهٔ نمودار انرژی؛ زمان انجام واکنش	سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها؛ ΔH واکنش؛ مقدار نهایی فراورده‌ها
افزایش: سرعت واکنش؛ پایداری ذرهٔ تشکیل‌شده در قلهٔ نمودار انرژی	

تله ممکنه دچار اشتباه شوید که: چون کاتالیزگر سرعت واکنش را زیاد می‌کند، پس در حضور آن، فراوردهٔ بیشتری هم تولید می‌شود، که کاملاً برداشت نادرستیه. کاتالیزگر، سرعت واکنش را زیاد می‌کند، *یعنی کاری می‌کنه که* واکنش‌دهنده‌ها در زمان کم‌تری به فراورده تبدیل شوند. این‌که چه مقدار فراورده تولید می‌شه *دیگه به کاتالیزگر ربطی نداره.*

۶۵- گزینه ۳

گام برای قسمت اول سؤال، کافیه رابطهٔ ثابت تعادل را بنویسیم و با جای‌گذاری غلظت‌های تعادلی، مقدار K را به دست بیاریم: $X_2(g) + 3D_2(g) \rightleftharpoons 2A(g)$

$$K = \frac{[A]^2}{[X_2][D_2]^3} = \frac{(\frac{1/5}{3})^2}{(\frac{0/6}{3})(\frac{0/5}{3})^3} = \frac{(0/5)^2}{(0/2)(\frac{0/5}{3})^3} = \frac{3^3}{0/1} = 270$$

گام برای قسمت دوم سؤال، فرض رو بر این قرار می‌دهیم که در ابتدای واکنش خبری از $A(g)$ نبوده و فقط واکنش‌دهنده‌ها در ظرف واکنش وجود داشته‌اند! حالا فقط کافیه مقدار مول D_2 مصرفی (لازم) برای تولید ۱/۵ مول A را به دست آوریم:

$$\text{مول مصرفی } D_2 = 1/5 \text{ mol A} \times \frac{3 \text{ mol } D_2}{2 \text{ mol A}} = 2/25 \text{ mol } D_2$$

گام در نهایت با داشتن مقدار مول مصرفی D_2 و مول تعادلی آن، مقدار مول D_2 در آغاز واکنش به دست می‌آید:

$$\text{مول اولیهٔ } D_2 = \text{مول تعادلی } D_2 + \text{مول مصرفی } D_2 = 0/5 + 2/25 = 2/75 \text{ mol } D_2$$

ریاضیات

۶۶- گزینه ۲

استراتژی سه جملهٔ متوالی دنبالهٔ هندسی را a، aq و $aq^۲$ در نظر بگیرید. با ضرب این جملات در ۴، ۸، ۱۶ سه جملهٔ $۴a$، $۸aq$ و $۱۶aq^۲$، تشکیل یک دنبالهٔ حسابی می‌دهند؛ پس $۲(۸aq) = ۴a + ۱۶aq^۲$ می‌شود که با به دست آوردن مقدار q از این معادله، جواب به سادگی به دست می‌آید.

درس‌نامه اگر a، b و c تشکیل یک دنبالهٔ حسابی بدهند، داریم: $a + c = ۲b$

گام سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی را a، aq و $aq^۲$ در نظر می‌گیریم. با ضرب این جملات در ۴، ۸ و ۱۶، سه جملهٔ $۴a$، $۸aq$ و $۱۶aq^۲$ حاصل می‌شود. به گفتهٔ سؤال این سه جمله، یک دنبالهٔ حسابی تشکیل می‌دهند، پس با توجه به درس‌نامه داریم:

$$۴a + ۱۶aq^۲ = ۲(۸aq) \Rightarrow ۴a + ۱۶aq^۲ = ۱۶aq$$

$$\xrightarrow{\div ۴a} ۱ + ۴q^۲ = ۴q \Rightarrow ۴q^۲ - ۴q + ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow (۲q-۱)^۲ = ۰ \Rightarrow ۲q - ۱ = ۰ \Rightarrow q = \frac{۱}{۲}$$

گام $q = \frac{۱}{۲}$ است، پس سه جملهٔ دنبالهٔ هندسی و سه جملهٔ دنبالهٔ حسابی به صورت زیر می‌شوند:

دنبالهٔ هندسی: $a, aq, aq^۲ \xrightarrow{q=\frac{۱}{۲}} a, \frac{۱}{۲}a, \frac{۱}{۴}a$

دنبالهٔ حسابی: $۴a, ۸aq, ۱۶aq^۲ \xrightarrow{q=\frac{۱}{۲}} ۴a, ۴a, ۴a$

گام مجموع مربعات سه جملهٔ دنبالهٔ هندسی برابر مجموع جملات دنبالهٔ حسابی است، پس باید بنویسیم:

$$a^۲ + (\frac{۱}{۲}a)^۲ + (\frac{۱}{۴}a)^۲ = (۴a) + (۴a) + (۴a)$$

$$\Rightarrow a^۲ + \frac{۱}{۴}a^۲ + \frac{۱}{۱۶}a^۲ = ۱۲a \Rightarrow \frac{\overset{۷}{\cancel{۲۱}}}{\underset{۱۶}{\cancel{۱۶}}}a^{\overset{a}{\cancel{۲}}} = \overset{۴}{\cancel{۱۲}}\overset{۱}{\cancel{a}} \Rightarrow \frac{۷}{۱۶}a = ۴ \Rightarrow a = \frac{۶۴}{۷}$$

پس جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی، $\frac{۶۴}{۷}$ است.

۶۷- گزینه ۴

استراتژی کافی است طول و عرض رأس سهمیِ $y = kx^۲ - ۴x - ۶$ را به جای x و y خط $y = -۴x - ۴$ قرار دهید.

درس‌نامه در سهمی $y = ax^۲ + bx + c$:

الف) طول رأس سهمی برابر است با: $x_S = -\frac{b}{۲a}$

ب) عرض رأس سهمی برابر است با: $y_S = -\frac{\Delta}{۴a}$

گام با توجه به درس‌نامه، طول و عرض رأس سهمیِ $y = \underset{a}{k}x^۲ \underset{b}{-۴}x \underset{c}{-۶}$ را به دست می‌آوریم:

طول رأس: $x_S = \frac{۴}{۲k} = \frac{۲}{k}$

عرض رأس: $y_S = -\frac{۱۶ + ۲۴k}{۴k} = -\frac{۴ + ۶k}{k} = -\frac{۴}{k} - \frac{۶k}{k} = -\frac{۴}{k} - ۶$

گام رأس سهمی، روی خط $y = -۴x - ۴$ قرار دارد، پس می‌توانیم $x = x_S = \frac{۲}{k}$ و $y = y_S = -\frac{۴}{k} - ۶$ را در ضابطهٔ این خط جای‌گذاری کنیم:

$$y = -۴x - ۴ \Rightarrow -\frac{۴}{k} - ۶ = -۴(\frac{۲}{k}) - ۴ \Rightarrow -\frac{۴}{k} - ۶ = -\frac{۸}{k} - ۴$$

$$\xrightarrow{\times(-۱)} \frac{۴}{k} + ۶ = \frac{۸}{k} + ۴ \Rightarrow ۶ - ۴ = \frac{۸}{k} - \frac{۴}{k} \Rightarrow ۲ = \frac{۴}{k} \Rightarrow k = ۲$$

گام حالا با جای‌گذاری $k = ۲$ در $y_S = -\frac{۴}{k} - ۶$، عرض رأس سهمی به دست می‌آید:

$$y_S = -\frac{۴}{k} - ۶ = -\frac{۴}{۲} - ۶ = -۲ - ۶ = -۸$$

۶۸- گزینه ۳

استراتژی دستگاه دو معادله ـ دو مجهول $\begin{cases} x^۲ + ۲x - ۳m = ۰ \\ x^۲ + ۶x + m = ۰ \end{cases}$ را حل کنید تا مقدار ریشهٔ مشترک و مقدار m به دست آید. در آخر با جای‌گذاری مقدار m و حل دو معادلهٔ درجه‌دومِ حاصل، مقدار ریشه‌های غیرمشترک هم به دست می‌آید.

درس‌نامه برای به دست آوردن ریشهٔ مشترک دو معادلهٔ $f(x) = ۰$ و $g(x) = ۰$، کافی است دستگاه مقابل را حل کنید: $\begin{cases} f(x) = ۰ \\ g(x) = ۰ \end{cases}$

گام برای به دست آوردن مقدار m، ابتدا باید ریشهٔ مشترک دو معادله را پیدا کنیم. برای پیداکردن ریشهٔ مشترک دو معادله، طبق درس‌نامه، کافی است دستگاه زیر را حل کنیم:

$$\begin{cases} x^۲ + ۶x + m = ۰ \\ x^۲ + ۲x - ۳m = ۰ \end{cases} \Rightarrow \overset{\times ۳}{\begin{cases} ۳x^۲ + ۱۸x + ۳m = ۰ \\ x^۲ + ۲x - ۳m = ۰ \end{cases}}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع}} ۴x^۲ + ۲۰x = ۰ \Rightarrow ۴x(x+۵) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \ \times \\ x = -۵ \ \checkmark \end{cases}$$

$x = ۰$ غیر قابل قبول است، چون در صورت سؤال گفته این دو معادله، یک ریشهٔ مشترک **غیر صفر** دارند.

گام ریشهٔ مشترک دو معادله $x = -۵$ است، پس حق داریم آن را در یکی از معادله‌های $x^۲ + ۶x + m = ۰$ یا $x^۲ + ۲x - ۳m = ۰$ جای‌گذاری کنیم تا مقدار m به دست آید:

$$x^۲ + ۶x + m = ۰ \xrightarrow{x=-۵} ۲۵ - ۳۰ + m = ۰ \Rightarrow m = ۵$$

گام در دو معادلهٔ درجه‌دوم، به جای m قرار می‌دهیم ۵ و ریشه‌های آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x^۲ + ۶x + m = ۰ \\ x^۲ + ۲x - ۳m = ۰ \end{cases} \xrightarrow{m=۵} \begin{cases} x^۲ + ۶x + ۵ = ۰ \\ x^۲ + ۲x - ۱۵ = ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x+۱)(x+۵) = ۰ \\ (x-۳)(x+۵) = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -۱ \\ x = -۵ \\ x = ۳ \\ x = -۵ \end{cases}$$

بنابراین ریشه‌های غیرمشترک دو معادله $x = -۱$ و $x = ۳$ است که اختلاف آن‌ها $۳ - (-۱) = ۴$ می‌شود.

۶۹- گزینه ۴

استراتژی مجموعه جواب نامعادلهٔ $-۲ < \frac{۲}{x^۲ - ۳x + ۲} < ۰$ را به دست آورید.

گام برای این‌که ببینیم در چه بازه‌ای، نمودار تابع $y = \frac{۲}{x^۲ - ۳x + ۲}$، بین دو خط افقیِ $y = ۰$ و $y = -۲$ قرار دارد، کافی است نامعادلهٔ $-۲ < \frac{۲}{x^۲ - ۳x + ۲} < ۰$ را حل کنیم.

گام برای به دست آوردن مجموعه جواب این نامعادله، باید یک بار سمت راست نامعادله و یک بار هم سمت چپ آن را حل کنیم و از جواب‌های به‌دست‌آمده، اشتراک بگیریم. اول سمت راست نامعادله را حل می‌کنیم:

$$\frac{۲}{x^۲ - ۳x + ۲} < ۰ \Rightarrow \frac{۲}{(x-۱)(x-۲)} < ۰$$

جدول تعیین علامت می‌کشیم:

	۱		۲	
	+	‖	−	‖ +

به دنبال قسمت‌های منفی هستیم پس: $x \in (۱,۲)$ (I)

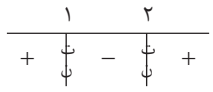
گام حالا سمت چپ نامعادله را حل می‌کنیم:

$$-۲ < \frac{۲}{x^۲ - ۳x + ۲} \Rightarrow \frac{۲}{x^۲ - ۳x + ۲} + ۲ > ۰ \Rightarrow \frac{۲ + ۲x^۲ - ۶x + ۴}{x^۲ - ۳x + ۲} > ۰$$

$$\Rightarrow \frac{۲x^۲ - ۶x + ۶}{x^۲ - ۳x + ۲} > ۰$$

حالا ریشه‌های صورت و مخرج را حساب می‌کنیم. دلتای معادلهٔ $2x^2-6x+6=0$ برابر $\Delta=-12<0$ است، پس ریشه ندارد. در مورد معادلهٔ x^2-3x+2 هم می‌توانیم بگوییم؛ چون مجموع ضرایبش صفر است، ریشه‌هایش برابر $x_1=1$ و $x_2=2$ می‌شوند.

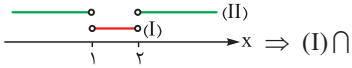
در ادامه جدول تعیین علامت می‌کشیم:



این‌جا به دنبال قسمت‌های مثبت هستیم، پس:

$$x\in(-\infty,1)\cup(2,+\infty) \qquad (II)$$

گام در آخر از دو بازهٔ به‌دست‌آمده اشتراک می‌گیریم تا مجموعه جواب نامعادله به دست بیاید:



$$\Rightarrow (I)\cap(II)=\varnothing$$

مجموعه جواب نامعادله تهی است، یعنی هیچ مقدار صحیحی در این نامعادله صدق نمی‌کند.

تیزبازی نیازی به حل‌کردن نامعادلهٔ سمت چپ نبود. با حل‌کردن سمت راست نامعادله، بازهٔ $(1,2)$ برای x به دست آمد. در اشتراک‌گرفتن هم قرار نیست عضوی به بازه اضافه شود *(برعکس امکان داره یه چیزایی حذف بشه!)*

چون بازهٔ $(1,2)$ شامل هیچ عدد صحیحی نیست، پس بعد از اشتراک هم هیچ عدد صحیحی ندارد. در نتیجه مجموعه جواب نامعادلهٔ $\frac{2}{x^2-3x+2}<-2<0$ هم شامل هیچ عدد صحیحی نیست و جواب صفر می‌شود!

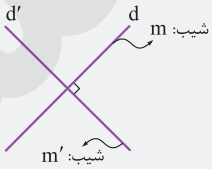
۷۰- گزینه ۳

استراتژی اول یک شکل برای سؤال رسم کنید و فرض کنید مختصات نقطهٔ D، $D(\alpha,\beta)$ است. حالا با توجه به این‌که $AD\perp AB$ و $AD=AB$ است، جواب حاصل می‌شود.

درس‌نامه ۱ شیب خط گذرنده از دو نقطهٔ $A(x_1,y_1)$ و $B(x_2,y_2)$ برابر است با:

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

۲ اگر دو خط d و d' بر هم عمود باشند، حاصل‌ضرب شیب‌هایشان -1 می‌شود:

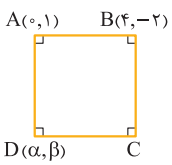


$$\Rightarrow m.m'=-1 \text{ یا } m=-\frac{1}{m'}$$

۳ فاصلهٔ دو نقطهٔ $A(x_1,y_1)$ و $B(x_2,y_2)$ برابر است با:

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

گام ابتدا یک شکل فرضی برای سؤال رسم می‌کنیم:



فرض کنید مختصات نقطهٔ D، $D(\alpha,\beta)$ است. نقطهٔ D در ربع سوم قرار دارد، پس α و β هر دو منفی هستند.

گام شیب دو خط AB و AD را به کمک مورد (۱) درس‌نامه، به دست می‌آوریم:

$$m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}\ \underset{B(4,-2)}{\overset{A(0,1)}{=}}\ \frac{-2-1}{4-0}=-\frac{3}{4}$$

$$m_{AD}=\frac{y_D-y_A}{x_D-x_A}\ \underset{D(\alpha,\beta)}{\overset{A(0,1)}{=}}\ \frac{\beta-1}{\alpha-0}=\frac{\beta-1}{\alpha}$$

این دو خط بر هم عمودند، پس حاصل‌ضرب شیب‌هایشان -1 می‌شود (طبق مورد (۲) درس‌نامه):

$$-\frac{3}{4}\times\frac{\beta-1}{\alpha}=-1\Rightarrow\frac{\beta-1}{\alpha}=\frac{4}{3}\Rightarrow\beta-1=\frac{4}{3}\alpha \quad (*)$$

گام طول دو پاره‌خط AB و AD را به کمک مورد (۳) درس‌نامه، به دست می‌آوریم:

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

$$\underset{B(4,-2)}{\overset{A(0,1)}{}}\ \sqrt{(4-0)^2+(-2-1)^2}=\sqrt{\underbrace{16+9}_{25}}=5$$

$$AD=\sqrt{(x_D-x_A)^2+(y_D-y_A)^2}\ \underset{D(\alpha,\beta)}{\overset{A(0,1)}{}}\ \sqrt{(\alpha-0)^2+(\beta-1)^2}$$

$$\sqrt{\alpha^2+(\beta-1)^2}=5$$

طول اضلاع مربع برابرند، پس $AD=AB$ می‌شود:

گام حالا با توجه به (*)، به جای $\beta-1$ در تساوی به‌دست‌آمده، قرار می‌دهیم $\frac{4}{3}\alpha$:

$$\sqrt{\alpha^2+(\frac{4}{3}\alpha)^2}=5\Rightarrow\sqrt{\alpha^2+\frac{16}{9}\alpha^2}=5\Rightarrow\sqrt{\frac{25}{9}\alpha^2}=5\Rightarrow|\frac{5}{3}\alpha|=5$$

در گام ۱ گفتیم α منفی است، پس $|\frac{5}{3}\alpha|=-\frac{5}{3}\alpha$ می‌شود: $-\frac{5}{3}\alpha=5\Rightarrow\alpha=-3$

بنابراین طول نقطهٔ D، -3 است.

۷۱- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ $\log_b a=c\Leftrightarrow a=b^c$

۲ برای تابع f داریم: $f^{-1}(\alpha)=\beta\Leftrightarrow f(\beta)=\alpha$

بنابراین برای محاسبهٔ $f^{-1}(\alpha)$، کافی است معادلهٔ $f(x)=\alpha$ را حل کنیم که جوابش همان خواستهٔ ما یعنی $f^{-1}(\alpha)$ می‌شود.

۳ برای این‌که ببینیم تابع $y=f(x)$ در کدام نقطه محور yها را قطع می‌کند، کافی است به جای x قرار دهیم صفر، به عبارت دیگر تابع $y=f(x)$ در $f(0)$ محور yها را قطع می‌کند.

گام طبق مورد (۳) درس‌نامه، نمودار $y=g^{-1}of^{-1}(x)$ در $g^{-1}(f^{-1}(0))$ محور yها را قطع می‌کند.

گام ابتدا باید مقدار $f^{-1}(0)$ را به دست آوریم. برای این‌کار طبق مورد (۲) درس‌نامه، معادلهٔ $f(x)=0$ را حل می‌کنیم:

$$f(x)=0\Rightarrow\log_{10}(2x-5)=0\Rightarrow 2x-5=10^0=1\Rightarrow 2x=6\Rightarrow x=3$$

بنابراین: $f^{-1}(0)=3$

گام پس $g^{-1}(f^{-1}(0))=g^{-1}(3)$ می‌شود. برای به دست آوردن $g^{-1}(3)$، معادلهٔ $g(x)=3$ را حل می‌کنیم:

$$g(x)=3\Rightarrow x+\sqrt{2x-4}=3\Rightarrow\sqrt{2x-4}=3-x \quad (*)$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 2x-4=x^2-6x+9\Rightarrow x^2-8x+13=0$$

$$\xrightarrow{\Delta=12}\begin{cases}x=\dfrac{8+\overbrace{\sqrt{12}}^{2\sqrt{3}}}{2}=4+\sqrt{3} & \times\\ x=\dfrac{8-\overbrace{\sqrt{12}}^{2\sqrt{3}}}{2}=4-\sqrt{3} & \checkmark\end{cases}$$

$x=4+\sqrt{3}$، «غ.ق.ق» است چون در تساوی (*) صدق نمی‌کند، بنابراین $x=4-\sqrt{3}$ و در نتیجه $g^{-1}(3)=4-\sqrt{3}$ است.

۷۲- گزینه ۱

استراتژی با توجه به این‌که $f^{-1}(10)=-1$ است، $f(-1)=10$ می‌شود. از طرفی دو تابع f و g در نقطه‌ای به طول ۱ متقاطع‌اند که در این صورت $f(1)=g(1)$ می‌شود. با حل دستگاه دو معادله و دو مجهول به‌دست‌آمده از این دو معادله، مقادیر a و b به دست می‌آیند.

درس‌نامه ۱ $f^{-1}(\alpha)=\beta\Leftrightarrow f(\beta)=\alpha$

۲ اگر دو تابع f و g در نقطه‌ای به طول $x=\alpha$ متقاطع باشند، $f(\alpha)=g(\alpha)$ می‌شود.

۳ $a^{\square}=a^{\bigcirc}\Rightarrow\square=\bigcirc$

گام نمودار f، نمودار g را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، $f(1)=g(1)$ می‌شود: $2+2^{b-a}=-1-3+8\Rightarrow 2+2^{b-a}=4$

$$\Rightarrow 2^{b-a}=2^1\Rightarrow b-a=1 \quad (I)$$

گام از $f^{-1}(10)=-1$، طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم نتیجه بگیریم $f(-1)=10$ است:

$$f(-1)=10\Rightarrow 2+2^{b+a}=10\Rightarrow 2^{b+a}=8=2^3\Rightarrow b+a=3 \quad (II)$$

گام حالا دستگاه دو معادله و دو مجهول حاصل از رابطه‌های (I) و (II) را حل می‌کنیم تا مقادیر a و b به دست بیایند:

$$\begin{cases}b-a=1\\ b+a=3\end{cases}\xrightarrow{\text{جمع}}2b=4\Rightarrow b=2$$

با جای‌گذاری $b=2$ در $b-a=1$، a را هم حساب می‌کنیم: $\underset{2}{b}-a=1\Rightarrow a=1$

پس $2b-a=2\times 2-1=3$ می‌شود.

۷۳- گزینه ۴

استراتژی اول $x^۳+۸$ را با استفاده از اتحاد چاق و لاغر باز کنید، بعد با مخرج‌مشترک‌گیری و طرفین‌وسطین، جواب را به دست آورید.

درس‌نامه ۱ اتحاد چاق و لاغر به صورت زیر است:

$$A^۳ \pm B^۳ = (A \pm B)(A^۲ \mp AB + B^۲)$$

۲ برای فهمیدن علامت ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲+bx+c=۰$، باید حواسمان به سه چیز باشد؛ Δ، مجموع ریشه‌ها (همان $S=-\frac{b}{a}$) و حاصل‌ضرب ریشه‌ها (همان $P=\frac{c}{a}$). خوب است یک بار همهٔ حالت‌های ممکن برای علامت ریشه‌ها را در جدول زیر ببینید:

علامت ریشه‌ها	شرط(ها)
معادله ریشه ندارد.	$\Delta<۰$
معادله ریشهٔ مضاعف مثبت دارد.	$\Delta=۰$ و $S>۰$
معادله ریشهٔ مضاعف منفی دارد.	$\Delta=۰$ و $S<۰$
معادله دو ریشهٔ متمایز مثبت دارد.	$\Delta>۰$ و $S>۰$ و $P>۰$
معادله دو ریشهٔ متمایز منفی دارد.	$\Delta>۰$ و $S<۰$ و $P>۰$
معادله دو ریشهٔ مختلف‌العلامت (یک ریشهٔ مثبت و یک ریشهٔ منفی) دارد.	$P<۰$

گام اول $x^۳+۸$ را با استفاده از اتحاد چاق و لاغر باز می‌کنیم:

$$x^۳+۸=(x+۲)(x^۲-۲x+۴)$$

گام در معادلهٔ اصلی به جای $x^۳+۸$ قرار می‌دهیم $(x+۲)(x^۲-۲x+۴)$ و مخرج‌مشترک می‌گیریم:

$$\frac{۱}{x+۲}-\frac{x^۲-۹x-۲}{(x+۲)(x^۲-۲x+۴)}=\frac{۶x}{x^۲-۲x+۴}$$

$$\Rightarrow \frac{x^۲-۲x+۴}{(x+۲)(x^۲-۲x+۴)}-\frac{x^۲-۹x-۲}{(x+۲)(x^۲-۲x+۴)}=\frac{۶x(x+۲)}{(x+۲)(x^۲-۲x+۴)}$$

$$\Rightarrow \frac{\overbrace{x^۲-۲x+۴-x^۲+۹x+۲}^{۷x+۶}}{(x+۲)(x^۲-۲x+۴)}=\frac{۶x^۲+۱۲x}{(x+۲)(x^۲-۲x+۴)}$$

مخرج‌های دو طرف را خط می‌زنیم: $۷x+۶=۶x^۲+۱۲x \Rightarrow ۶x^۲+۵x-۶=۰$

گام حالا باید علامت ریشه‌های معادلهٔ $۶x^۲+۵x-۶=۰$ را به دست آوریم. در این معادله، $P=\frac{c}{a}=\frac{-۶}{۶}=-۱$، یعنی $P<۰$ است، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، این معادله دارای دو ریشهٔ مختلف‌العلامت، یعنی یک ریشهٔ مثبت و یک ریشهٔ منفی است.

دقت کنید که در حل معادلهٔ گویا، باید حواسمان باشد که جواب‌های نهایی ریشه‌های مخرج نباشند. در این سؤال تنها ریشهٔ مخرج $x=-۲$ است ولی هیچ‌کدام از جواب‌های نهایی (یعنی ریشه‌های معادلهٔ $۶x^۲+۵x-۶=۰$) برابر -۲ نیستند، پس هر دو جواب به‌دست‌آمده قابل قبول‌اند.

مشاوره کلید طلایی حل معادلات گویا، استفاده از اتحادها، تجزیه، مخرج مشترک‌گیری و طرفین وسطین‌کردن است.

۷۴- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ در توابع مثلثاتی به شکل $y=a+b\sin(cx+d)$ یا $y=a+b\cos(cx+d)$ داریم:

الف) $\max = a+|b|$ ب) $\min = a-|b|$

پ) $a=\frac{\max+\min}{۲}$ ت) $T=\frac{۲\pi}{|c|}$

ث) در قله‌ها یا دره‌های نمودارهای سینوسی یا کسینوسی (قله و دره)، مقدار $\sin(cx+d)$ یا $\cos(cx+d)$، برابر ± ۱ می‌شود.

۲ برای به دست آوردن دورهٔ تناوب یک تابع سینوسی یا کسینوسی از روی نمودار، از جدول زیر استفاده می‌کنیم:

یک تناوب کامل	نصف تناوب	یک چهارم تناوب

۳ اگر تابع f در $x=\alpha$ صعودی باشد، $f'(\alpha)>۰$ و اگر نزولی باشد، $f'(\alpha)<۰$ می‌شود.

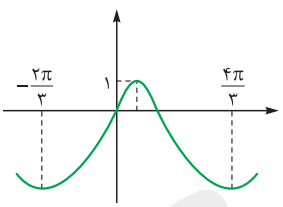
۴ مشتق $\cos(u)$ برابر $-u'\sin(u)$ می‌شود.

گام نمودار تابع از مبدأ مختصات (نقطهٔ $(۰,۰)$) می‌گذرد؛ پس:

$$y=a+b\cos(cx-\frac{\pi}{۳}) \xrightarrow{(۰,۰)} ۰=a+b\cos(-\frac{\pi}{۳})$$

$$\xrightarrow{\cos(-\alpha)=\cos(\alpha)} ۰=a+b\underbrace{\cos(\frac{\pi}{۳})}_{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow a+\frac{b}{۲}=۰ \Rightarrow b=-۲a \quad (*)$$

گام با توجه به نمودار تابع، واضح است که $\max+\min$ در این تابع منفی است، حالا با توجه به قسمت (پ) درس‌نامه، $a=\frac{\max+\min}{۲}$ است، پس علامت a منفی می‌شود.



گام حداکثر مقدار تابع برابر ۱ است:

$$\max = a+|b|=۱$$

با توجه به (*)، می‌توانیم به جای b قرار دهیم $-۲a$: $a+|-۲a|=۱$

a منفی است، پس $-۲a$ مثبت می‌شود، بنابراین به جای $|-۲a|$ (مثبت) در تساوی بالا می‌نویسیم $-۲a$:

$$\begin{cases} a-۲a=۱ \Rightarrow -a=۱ \Rightarrow a=-۱ \\ b=-۲a=-۲\times(-۱)=۲ \end{cases}$$

گام حالا ضابطهٔ تابع را دوباره می‌نویسیم:

$$y=a+b\cos(cx-\frac{\pi}{۳}) \Rightarrow y=-۱+۲\cos(cx-\frac{\pi}{۳})$$

طبق مورد (۱ ـ ت) درس‌نامه، دورهٔ تناوب این تابع برابر $\frac{۲\pi}{|c|}$ است، از طرفی با توجه به نمودار تابع، از $x=-\frac{۲\pi}{۳}$ تا $x=\frac{۴\pi}{۳}$ یک تناوب کامل داریم، پس ۲π:

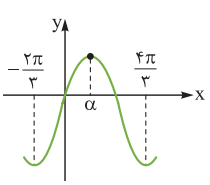
$$T=\frac{۴\pi}{۳}-(-\frac{۲\pi}{۳})=\frac{۴\pi}{۳}+\frac{۲\pi}{۳}=\frac{۶\pi}{۳}=۲\pi$$

و در نتیجه:

$$\frac{۲\pi}{|c|}=۲\pi \Rightarrow |c|=۱ \Rightarrow c=\pm ۱ \quad (I)$$

گام حالا برای این‌که علامت c را بفهمیم، دو روش داریم:

روش همان‌طور که در نمودار مقابل می‌بینید؛ α دقیقاً وسط $-\frac{۲\pi}{۳}$ و $\frac{۴\pi}{۳}$ است، پس $\alpha=\frac{-\frac{۲\pi}{۳}+\frac{۴\pi}{۳}}{۲}=\frac{\pi}{۳}$ می‌شود.



حالا طبق قسمت (ث) درس‌نامه، مقدار $\cos(cx-\frac{\pi}{3})$ باید به ازای $x=\frac{\pi}{3}$ برابر ± 1 شود.

با توجه به (I)، یک بار به جای c قرار می‌دهیم $+1$ و بار دیگر به جای c قرار می‌دهیم -1 تا ببینیم کدام درست است:

$$\cos(cx-\frac{\pi}{3})=\begin{cases}\xrightarrow{c=1} \cos(x-\frac{\pi}{3})\\ \xrightarrow{c=-1} \cos(-x-\frac{\pi}{3})\end{cases}$$

$$\xrightarrow{x=\frac{\pi}{3}}\begin{cases}\cos(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{3})=\cos(0)=1 \ \checkmark\\ \cos(-\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{3})=\cos(-\frac{2\pi}{3})=-\frac{1}{2} \ \times\end{cases}$$

بنابراین $c=1$ قابل قبول است و جواب برابر $b(c-a)=2(1-(-1))=4$ می‌شود.

روش نمودار $y=-1+2\cos(cx-\frac{\pi}{3})$ در $x=0$ صعودی است، پس مشتق آن به ازای $x=0$ باید مثبت شود:

$$y'=-2c\sin(cx-\frac{\pi}{3})\xrightarrow{x=0}-2c\sin(-\frac{\pi}{3})>0$$

$$\Rightarrow -2c\times(-\frac{\sqrt{3}}{2})>0 \Rightarrow \sqrt{3}c>0 \Rightarrow c>0$$

c باید مثبت باشد، پس $c=1$ قابل قبول است. ادامهٔ حل هم مثل روش اول است.

۷۵- گزینه ۴

استراتژی اول به جای $\cos(\frac{17\pi}{8}+x)$ بنویسید $\cos(\frac{\pi}{8}+x)$. بعد $\cos(\frac{\pi}{8}+x)$ را تبدیل به سینوس کنید، در آخر با استفاده از روابط دوآلفایی، معادله را ساده کنید تا جواب به سادگی به دست آید.

درس‌نامه ۱ برای ساده‌کردن زاویهٔ نسبت‌های مثلثاتی می‌توانیم هر مضرب زوج دلخواهی از π را اضافه یا کم کنیم.

۲ برای تبدیل کسینوس به سینوس از این رابطه استفاده می‌کنیم: $\cos\alpha=\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)$

۳ $\sin\alpha.\cos\alpha=\frac{1}{2}\sin 2\alpha$

۴ فرم کلی جواب‌های معادلات مثلثاتی را در جدول زیر ببینید:

$\sin A=\sin B \Rightarrow$	$\begin{cases}A=2k\pi+B\\ A=2k\pi+(\pi-B)\end{cases}$
$\cos A=\cos B \Rightarrow$	$A=2k\pi\pm B$
$\tan A=\tan B \Rightarrow$	$A=k\pi+B$

گام با کمک مورد (۱) درس‌نامه داریم:

$$\cos(\frac{17\pi}{8}+x)=\cos(\frac{16\pi}{8}+\frac{\pi}{8}+x)=\cos(\underbrace{2\pi}_{\text{مضرب زوج }\pi}+\frac{\pi}{8}+x)=\cos(\frac{\pi}{8}+x)$$

حالا با استفاده از مورد (۲) درس‌نامه، کسینوس را به سینوس تبدیل می‌کنیم:

$$\cos(\frac{\pi}{8}+x)=\sin(\frac{\pi}{2}-(\frac{\pi}{8}+x))=\sin(\frac{3\pi}{8}-x)$$

گام در معادلهٔ اصلی، به جای $\cos(\frac{17\pi}{8}+x)$، قرار می‌دهیم $\sin(\frac{3\pi}{8}-x)$:

$$\sin(\frac{3\pi}{8}-x)\cos(\frac{3\pi}{8}-x)=\cos^2(\frac{\pi}{3}) \quad (*)$$

با توجه به مورد (۳) درس‌نامه، داریم:

$$\sin(\frac{3\pi}{8}-x)\cos(\frac{3\pi}{8}-x)=\frac{1}{2}\sin(2(\frac{3\pi}{8}-x))=\frac{1}{2}\sin(\frac{3\pi}{4}-2x)$$

از طرفی $\cos^2(\frac{\pi}{3})=(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$ است، بنابراین معادلهٔ (*) به صورت زیر می‌شود:

$$\frac{1}{2}\sin(\frac{3\pi}{4}-2x)=\frac{1}{4} \Rightarrow \sin(\frac{3\pi}{4}-2x)=\frac{1}{2}$$

گام به جای $\frac{1}{2}$ قرار می‌دهیم $\sin\frac{\pi}{6}$ و معادلهٔ مثلثاتی به‌دست‌آمده را حل می‌کنیم:

$$\sin(\frac{3\pi}{4}-2x)=\sin(\frac{\pi}{6}) \Rightarrow \begin{cases}\frac{3\pi}{4}-2x=2k\pi+\frac{\pi}{6}\\ \frac{3\pi}{4}-2x=2k\pi+\underbrace{\pi-\frac{\pi}{6}}_{\frac{5\pi}{6}}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}-2x=2k\pi+\underbrace{\frac{\pi}{6}-\frac{3\pi}{4}}_{-\frac{7\pi}{12}}\\ -2x=2k\pi+\underbrace{\frac{5\pi}{6}-\frac{3\pi}{4}}_{\frac{\pi}{12}}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=-k\pi+\frac{7\pi}{24}\\ x=-k\pi-\frac{\pi}{24}\end{cases} \xrightarrow{x\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]} \begin{cases}x=\frac{7\pi}{24}\\ x=-\frac{\pi}{24}\end{cases}$$

بنابراین جمع جواب‌های این معادله، برابر $-\frac{\pi}{24}+\frac{7\pi}{24}=\frac{6\pi}{24}=\frac{\pi}{4}$ است.

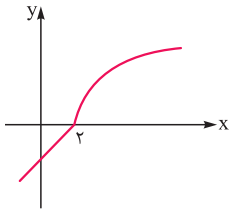
مشاوره کلید طلایی حل سؤالات معادلهٔ مثلثاتی، ساده‌کردن معادله است که برای این کار معمولاً باید اتحادهای مثلثاتی و روش ساده‌کردن نسبت‌های مثلثاتی را بلد باشید.

۷۶- گزینه ۲

درس‌نامه اگر $k>0$ باشد، برای رسم نمودار $y=f(x+k)$، تابع $f(x)$ را k واحد به چپ و برای رسم نمودار $y=f(x-k)$، تابع $y=f(x)$ را k واحد به راست می‌بریم.

گام با توجه به نمودار تابع، $g(2)=0$ می‌شود، پس اگر $g(\square)=0$ باشد، $\square=2$ است. حالا داریم:

$$g(f(g(x+2)))=0 \Rightarrow f(g(x+2))=2 \quad (*)$$



گام $f(x)=|\frac{1}{2}x-1|$ است، حالا به جای xهای این معادله قرار می‌دهیم $g(x+2)$ تا $f(g(x+2))$ به دست آید:

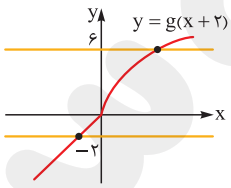
$$f(x)=|\frac{1}{2}x-1| \xrightarrow{x=g(x+2)} f(g(x+2))=|\frac{1}{2}g(x+2)-1|$$

حالا با جای‌گذاری تساوی بالا در (*) داریم:

$$|\frac{1}{2}g(x+2)-1|=2 \Rightarrow \begin{cases}\frac{1}{2}g(x+2)-1=2 \Rightarrow g(x+2)=6\\ \frac{1}{2}g(x+2)-1=-2 \Rightarrow g(x+2)=-2\end{cases}$$

پس باید تعداد جواب‌های دو معادلهٔ $g(x+2)=6$ و $g(x+2)=-2$ را به دست آوریم.

گام نمودار $y=g(x)$ را ۲ واحد به چپ می‌بریم تا نمودار $y=g(x+2)$ به دست آید (طبق درس‌نامه):



با توجه به نمودار رسم‌شده، معادلهٔ $g(x+2)=6$ یا $g(x+2)=-2$، دو جواب دارد. (یک جواب برای $g(x+2)=6$ و یک جواب برای $g(x+2)=-2$)

۷۷- گزینه ۱

استراتژی کافی است معادلهٔ خط $f(x)$ و $f^{-1}(x)$ را بنویسید و از هم‌ارزی پرتوان استفاده کنید.

درس‌نامه ۱ معادلهٔ خط با طول از مبدأ p و عرض از مبدأ q به صورت زیر است:

$$\frac{x}{p}+\frac{y}{q}=1$$

۲ **هم‌ارزی پرتوان**: برای محاسبهٔ حد در بی‌نهایت یک تابع کسری (مثلاً $\lim_{x\to\infty}\frac{f}{g}$)، کافی است در صورت و مخرج، فقط جملهٔ با بزرگ‌ترین توان x را نگه دارید و بقیهٔ جملات را حذف کنید. برای مثال:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{4x-3}{5x+2}=\lim_{x\to\infty}\frac{4x}{5x}=\frac{4}{5}$$

۳ برای به دست آوردن ضابطهٔ وارون تابع f به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

الف) ابتدا به جای $f(x)$ قرار می‌دهیم y.

ب) حالا جای xها و yها را عوض می‌کنیم.

پ) بعد y را تنها می‌کنیم و به جای آن می‌نویسیم $f^{-1}(x)$.

۴ اگر وارون یک تابع را وارون کنیم، خود تابع به دست می‌آید، یعنی: $(f^{-1})^{-1}=f$

گام معادلهٔ خط f^{-1} را می‌نویسیم. طول از مبدأ این خط، m و عرض از مبدأ آن، π است، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه داریم:

$$\frac{x}{m}+\frac{y}{\pi}=1 \Rightarrow \frac{y}{\pi}=-\frac{x}{m}+1 \xrightarrow{\times\pi} y=-\frac{\pi}{m}x+\pi$$

بنابراین $f^{-1}(x)=-\frac{\pi}{m}x+\pi$ می‌شود.

گام حالا وارون f^{-1} را به دست می‌آوریم تا f حاصل شود (مورد (۳) و (۴) درس‌نامه):

$$f^{-1}(x)=-\frac{\pi}{m}x+\pi \Rightarrow y=-\frac{\pi}{m}x+\pi \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ عوض می‌کنیم.}} x=-\frac{\pi}{m}y+\pi$$

y را تنها می‌کنیم:

$$\frac{\pi}{m}y=-x+\pi \xrightarrow{\times\frac{m}{\pi}} y=-\frac{m}{\pi}x+m \Rightarrow f(x)=-\frac{m}{\pi}x+m$$

گام به جای f و f^{-1}، ضابطه‌های آن‌ها را قرار می‌دهیم:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f^{-1}(x)}{f(x)}=\pi \Rightarrow \lim_{x\to\infty}\frac{-\frac{\pi}{m}x+\pi}{-\frac{m}{\pi}x+m}=\pi$$

از هم‌ارزی پرتوان استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{-\frac{\pi}{m}x}{-\frac{m}{\pi}x}=\pi \Rightarrow \frac{\frac{\pi}{m}}{\frac{m}{\pi}}=\pi \Rightarrow \frac{\pi^2}{m^2}=\pi \Rightarrow m^2=\pi \Rightarrow m=\pm\sqrt{\pi}$$

با توجه به نمودار، m سمت چپ محور yها است، پس m منفی و در نتیجه $m=-\sqrt{\pi}$ می‌شود.

۷۸- گزینه ۱

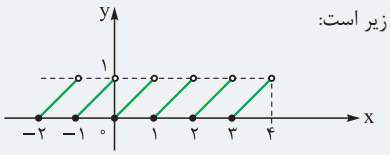
استراتژی اول قدرمطلق‌ها را از بین ببرید، بعد ضابطهٔ بالایی را رسم کنید که با توجه به نمودار آن، جواب حاصل می‌شود.

درس‌نامه ۱ بعضی از قوانین جزءصحیح را در زیر ببینید:

الف) $0\le \square-[\square]<1$

ب) $[\square]=a \xrightarrow{a\in\mathbb{Z}} a\le \square<a+1$

۲ نمودار تابع $y=x-[x]$ به شکل زیر است:



۳ برای این‌که تابع f در $x=a$ پیوسته باشد، باید حد راست، حد چپ و مقدار آن در $x=a$ با هم برابر باشند: $\lim_{x\to a^+}f(x)=\lim_{x\to a^-}f(x)=f(a)$

۴ تابع f وقتی در $\mathbb{R}$ پیوسته است که در همهٔ نقاط پیوسته باشد.

گام $x-[x]$ مثبت است، زیرا طبق مورد (۱ ـ الف) درس‌نامه، $0\le x-[x]<1$ است، پس $|\underbrace{x-[x]}_{\text{مثبت}}|=x-[x]$ می‌شود.

گام حالا به سراغ ضابطهٔ پایینی می‌رویم. اول یک a کم و اضافه می‌کنیم:

$$x-[x-a]=x-a-[x-a]+a$$

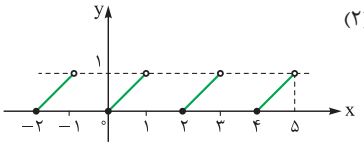
دوباره، طبق مورد (۱ـ الف) درس‌نامه، $0\le (x-a)-[x-a]<1$ است، اما $a<-1$ است، پس $x-a-[x-a]+a<0$ می‌شود که عبارتی منفی است، بنابراین:

$$|\overbrace{x-a-[x-a]+a}^{x-[x-a]}|=-x+[x-a]$$

گام حالا ضابطهٔ تابع f را بدون قدرمطلق می‌نویسیم:

$$\Rightarrow f(x)=\begin{cases}x-[x] & [x]\text{زوج}\\ -x+[x-a] & [x]\text{فرد}\end{cases}$$

نمودار ضابطهٔ به‌دست آمده (با توجه به مورد (۲) درس‌نامه) به صورت مقابل می‌شود:



گام با توجه به نمودار رسم‌شده، برای این‌که f در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، باید مقدار آن در اعداد فرد، از جمله در $x=1$، برابر ۱ شود. $[1]=1$ فرد است، پس سراغ ضابطهٔ پایینی می‌رویم:

$$f(1)=1 \xrightarrow{f(x)=-x+[x-a]} -1+[1-a]=1 \Rightarrow [1-a]=2$$

$$\xrightarrow{\text{درس‌نامهٔ (۱-ب)}} 2\le 1-a<3 \xrightarrow{-1} 1\le -a<2 \xrightarrow{\times(-1)} -2<a\le -1$$

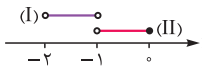
اما با توجه به شرط $a<-1$، این محدوده به شکل $\underbrace{(-2<a<-1)}_{(I)}$ می‌شود.

گام به علاوه، یک شرط دیگر هم داریم. برای این‌که f در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، باید حد چپ آن در اعداد زوج، از جمله در $x=2$ برابر صفر شود. $[2^-]=1$ فرد است، پس دوباره سراغ ضابطهٔ پایینی می‌رویم:

$$\lim_{x\to 2^-}f(x)=0 \xrightarrow{f(x)=-x+[x-a]} -2+[2-a]=0 \Rightarrow [2-a]=2$$

$$\xrightarrow{\text{مورد (۱-ب) درس‌نامه}} 2\le 2-a<3 \xrightarrow{-2} 0\le -a<1 \xrightarrow{\times(-1)} \underbrace{-1<a\le 0}_{(II)}$$

گام از بازه‌های (I) و (II) اشتراک می‌گیریم:



$$\Rightarrow (I)\cap(II)=\varnothing$$

اشتراک دو بازهٔ به‌دست‌آمده تهی است، پس به ازای هیچ مقدار a، تابع f در $\mathbb{R}$ پیوسته نمی‌شود.

مشاوره پیشنهاد می‌کنیم حتماً به قواعد قدرمطلق و تابع جزء صحیح (*همون براکت*) مسلط باشید، چون جدیداً بسیاری از سؤالات حد و پیوستگی، با این دو مبحث ترکیب می‌شوند.

۷۹- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ نقاط بحرانی: نقاط بحرانی، نقاطی از دامنهٔ تابع هستند که مشتق در آن‌ها وجود ندارد و یا وجود دارد و مقدار آن برابر صفر است؛ به عبارت دیگر برای پیداکردن نقاط بحرانی یک تابع، باید به دنبال دو دسته از نقاط باشیم؛ دستهٔ اول نقاط مشتق‌ناپذیر، دستهٔ دوم، نقاط مشتق‌پذیری که مقدار مشتق آن‌ها صفر است.

۲ برای پیداکردن نقاط بحرانی تابع کسری $y=\frac{f}{g}$، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

الف) اول از y مشتق می‌گیریم؛

ب) بعد ریشه‌های صورت y' را به دست می‌آوریم؛ (خوب الان احتمالاً می‌پرسید چرا ریشه‌های مخرج y' رو به دست نمیاریم؟ جواب اینه که ریشه‌های مخرج y'، ریشه‌های مخرج y هم هستند، پس توی دامنهٔ تابع قرار ندارند.)

پ) حالا ریشه‌های صورت y' که عضو دامنهٔ تابع باشند، طول نقاط بحرانی هستند.

۳ برای پیداکردن نقاط بحرانی یک تابع چندضابطه‌ای، باید حواسمان به مشتق‌پذیری تابع در نقاط مرزی باشد. (نقاط مرزی در تابع چندضابطه‌ای، نقاطی هستند که ضابطهٔ تابع در آن‌ها عوض می‌شود.)

۴ مشتق تابع کسری $\frac{f}{g}$ به صورت $\frac{f'g-fg'}{g^2}$ است.

گام قدرمطلق را با بازه‌بندی از بین می‌بریم و تابع f را به صورت چندضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x)=\frac{x}{1-x|x|} \Rightarrow f(x)=\begin{cases}\frac{x}{1-x(x)}=\frac{x}{1-x^2} & x\ge 0\\ \frac{x}{1-x(-x)}=\frac{x}{1+x^2} & x<0\end{cases}$$

گام از f مشتق می‌گیریم:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x}{1-x^2} & x\ge 0\\ \frac{x}{1+x^2} & x<0\end{cases} \Rightarrow f'(x)=\begin{cases}\frac{1\times(1-x^2)-x(-2x)}{(1-x^2)^2} & x\ge 0\\ \frac{1\times(1+x^2)-x(2x)}{(1+x^2)^2} & x<0\end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\begin{cases}\frac{1+x^2}{(1-x^2)^2} & x\ge 0\\ \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} & x<0\end{cases}$$

گام ریشه‌های صورت هر کدام از دو ضابطه را به دست می‌آوریم:

ریشه ندارد. $x^۲+۱=۰$:صورت ضابطهٔ بالایی

$x^۲-۱=۰ \Rightarrow x^۲=۱$:صورت ضابطهٔ پایینی

$\Rightarrow \begin{cases} x=۱ \text{ غ ق ق چون در این ضابطه } x<۰ \text{ است.} \\ x=-۱ \checkmark \end{cases}$

گام حالا باید مشتق‌پذیری f در $x=۰$ (نقطهٔ مرزی) را هم بررسی کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to ۰^+} f(x)=\lim\limits_{x\to ۰^+}\dfrac{x}{۱-x^۲}=\dfrac{۰}{۱}=۰ \\ \lim\limits_{x\to ۰^-} f(x)=\lim\limits_{x\to ۰^-}\dfrac{x}{۱+x^۲}=\dfrac{۰}{۱}=۰ \\ f(۰)=\dfrac{۰}{۱}=۰ \end{array}\right\} \Rightarrow f \text{ در } x=۰ \text{ پیوسته است.}$$

$$\left.\begin{array}{l} f'_+(۰)=\dfrac{۱+۰}{(۱-۰)^۲}=۱ \\ f'_-(۰)=\dfrac{۱-۰}{(۱+۰)^۲}=۱ \end{array}\right\} \Rightarrow \text{مشتق چپ و راست } f \text{ در } x=۰ \text{ برابرند.}$$

پس f در $x=۰$ مشتق‌پذیر است.

بنابراین تنها نقطهٔ بحرانی تابع f، $x=-۱$ است.

۸۰- گزینه ۳

شفاف‌سازی منظور از «شیب نیم‌خط‌های مماس چپ و راست f در $x=\frac{۳}{۴}$»، همان مشتق‌های چپ و راست f در $x=\frac{۳}{۴}$ است.

استراتژی اول قدرمطلق را در سمت راست و چپ $x=\frac{۳}{۴}$ از بین ببرید، بعد با استفاده از مشتق‌های عامل صفرشونده، اختلاف مشتق راست و چپ f در $x=\frac{۳}{۴}$ را برابر $۲\sqrt{۶}$ قرار دهید.

درس‌نامه ۱ **مشتق عامل صفرشونده:** اگر مشتق تابع $y=f.g$ در $x=a$ را بخواهیم و مقدار f در $x=a$ برابر صفر باشد، کافی است فقط از f مشتق بگیریم و بعد به جای xها قرار دهیم a. برای مثال اگر مشتق $f(x)=(x^۲-۱)\sqrt{x+۳}$ در $x=۱$ را بخواهیم، داریم:

$$f(x)=\underbrace{(x^۲-۱)}_{\text{عامل صفرشونده}}\sqrt{x+۳} \Rightarrow f'(x)=\underbrace{۲x}_{\text{مشتق }x^۲-۱}\times\sqrt{x+۳}$$

$$\xrightarrow{x=۱} f'(۱)=۲\times\sqrt{۴}=۴$$

۲ مشتق $\sqrt{u}$ به صورت $\frac{u'}{۲\sqrt{u}}$ است.

گام ضابطهٔ f در $x\to\frac{۳}{۴}^+$ به صورت زیر است: (در $x\to\frac{۳}{۴}^+$، مقدار $۴x-۳$ مثبت است، پس $|۴x-۳|=۴x-۳$ می‌شود.)

$$f(x)=(۴x-۳)\sqrt{ax}$$

حالا مشتق راست f در $x=\frac{۳}{۴}$ را به دست می‌آوریم:

$$f(x)=\underbrace{(۴x-۳)}_{\text{عامل صفرشونده}}\sqrt{ax} \Rightarrow f'(x)=۴\sqrt{ax} \xrightarrow{x=\frac{۳}{۴}} f'_+(\tfrac{۳}{۴})=۴\sqrt{\tfrac{۳}{۴}a}=۲\sqrt{۳a}$$

گام ضابطهٔ f در $x\to\frac{۳}{۴}^-$ به صورت زیر است: (در $x\to\frac{۳}{۴}^-$، مقدار $۴x-۳$ منفی است، پس $|۴x-۳|=-۴x+۳$ می‌شود.)

$$f(x)=(-۴x+۳)\sqrt{ax}$$

حالا مشتق چپ f در $x=\frac{۳}{۴}$ را به دست می‌آوریم:

$$f(x)=\underbrace{(-۴x+۳)}_{\text{عامل صفرشونده}}\sqrt{ax} \Rightarrow f'(x)=-۴\sqrt{ax}$$

$$\xrightarrow{x=\frac{۳}{۴}} f'_-(\tfrac{۳}{۴})=-۴\sqrt{\tfrac{۳}{۴}a}=-۲\sqrt{۳a}$$

گام اختلاف مشتق چپ و راست f در $x=\frac{۳}{۴}$ برابر $۲\sqrt{۶}$ است:

$$f'_+(\tfrac{۳}{۴})-f'_-(\tfrac{۳}{۴})=۲\sqrt{۶} \Rightarrow ۲\sqrt{۳a}-(-۲\sqrt{۳a})=۲\sqrt{۶}$$

$$\Rightarrow ۴\sqrt{۳a}=۲\sqrt{۶} \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۱۶\times۳a=۴\times۶ \Rightarrow ۴۸a=۲۴ \Rightarrow a=\frac{۱}{۲}$$

۸۱- گزینه؟

شفاف‌سازی «نمودار تابع $f(x)=(m^۲-۱)x^۲+(۲-m)x+۵$ محور xها را در α و β قطع می‌کند»؛ یعنی α و β ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $(m^۲-۱)x^۲+(۲-m)x+۵=۰$ هستند.

درس‌نامه ۱ اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲+bx+c=۰$ با شرط $\Delta>۰$ باشند، داریم:

ضرب ریشه‌ها: $P=\alpha\beta=\frac{c}{a}$ جمع ریشه‌ها: $S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$

۲ برای به دست آوردن حد بی‌نهایت یک تابع، از جدول زیر کمک می‌گیریم:

$\frac{\text{عدد ناصفر مثبت}}{۰^-}=-\infty$	$\frac{\text{عدد ناصفر مثبت}}{۰^+}=+\infty$
$\frac{\text{عدد ناصفر منفی}}{۰^-}=+\infty$	$\frac{\text{عدد ناصفر منفی}}{۰^+}=-\infty$

گام با توجه به مورد (۱) درس‌نامه، مجموع α و β برابر است با:

$$\underbrace{(m^۲-۱)}_{a}x^۲+\underbrace{(۲-m)}_{b}x+\underbrace{۵}_{c}=۰ \Rightarrow S=\alpha+\beta=-\frac{۲-m}{m^۲-۱}=\frac{m-۲}{m^۲-۱}$$

گام می‌خواهیم مجموع α و β، یعنی $\frac{m-۲}{m^۲-۱}$ بیشترین مقدار باشد، ولی:

$$\lim_{m\to ۱^-}\frac{m-۲}{m^۲-۱}=\frac{۱-۲}{۱^--۱}=\frac{-۱}{۰^-}=+\infty$$

بنابراین عبارت $\frac{m-۲}{m^۲-۱}$ بیشترین مقدار ندارد و سؤال غلط است!

مشاوره متأسفانه جدیداً در کنکور، سؤالات غلط زیاد دیده می‌شود!! به همین خاطر پیشنهاد می‌کنیم اگر احساس کردید جواب در گزینه‌ها نیست، وقتتان را تلف نکنید؛ سؤال را رها کنید.

۸۲- گزینه ۲

استراتژی چیزی که سؤال می‌گوید معادل این است که ۵ نفر a، b، c، d و e در یک ردیف بنشینند به طوری که دو نفر خاص کنار همدیگر باشند. آن دو نفر را a و b در نظر می‌گیریم و افراد را به این صورت بسته‌بندی می‌کنیم: (a,b) , c , d , e

در آخر جایگشت ۴ بسته را در جایگشت افراد درون بستهٔ (a,b) ضرب می‌کنیم.

درس‌نامه ۱ n نفر به $n!$ حالت می‌توانند روی n صندلی کنار هم بنشینند.

۲ بعضی وقت‌ها در محاسبهٔ تعداد جایگشت‌ها، کنار هم بودن چند شیء خاص برایمان مهم است. در چنین حالتی از روش «**بسته‌بندی**» استفاده می‌کنیم. مثلاً فرض کنید می‌خواهیم ببینیم به چند طریق می‌شود ۶ نفر a، b، c، d، e و f روی ۶ صندلی بنشینند به طوری که a، b و c کنار هم باشند. برای پیداکردن جواب، کارهای زیر را انجام می‌دهیم:

الف) افراد را به شکل (a,b,c) , d , e , f بسته‌بندی می‌کنیم.

ب) حالا می‌گوییم ۴ بسته داریم که $۴!$ جایگشت دارند. اما باید حواسمان باشد که a، b و c هم در بستهٔ خودشان $۳!$ جایگشت دارند؛ پس جواب می‌شود: $۳!\times۴!=۶\times۲۴=۱۴۴$

گام طبق استراتژی فرض می‌کنیم قرار است ۵ نفرِ a، b، c، d و e در یک ردیف بنشینند به طوری که a و b کنار همدیگر باشند؛ پس طبق درس‌نامه این ۵ نفر را به صورت مقابل بسته‌بندی می‌کنیم: (a,b) , c , d , e

گام کل بسته‌ها $۴!$ و دو نفر a و b در بستهٔ خودشان $۲!$ جایگشت دارند، پس جواب می‌شود: $۴!\times۲!=۲۴\times۲=۴۸$

تله اگر $۲!$ جایگشت a و b در بستهٔ خودشان را در نظر نمی‌گرفتیم به گزینهٔ اشتباه ۱ می‌رسیدیم.

۸۳- گزینه؟

درس‌نامه معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲+bx+c=۰$ به شرطی دو ریشهٔ حقیقی و متمایز دارد که دلتایش بزرگ‌تر از صفر باشد؛ یعنی: $\Delta=b^۲-۴ac>۰$

گام طبق درس‌نامه، معادلهٔ $\underset{a}{۱}x^۲\underset{b}{-m}x\underset{c}{+n}=۰$ به شرطی دو ریشهٔ حقیقی و متمایز دارد که دلتایش بزرگ‌تر از صفر باشد:

$$b^۲-۴ac>۰ \Rightarrow (-m)^۲-۴(۱)(n)>۰ \Rightarrow m^۲>۴n \quad (*)$$

گام می‌دانیم در پرتاب تاس، یکی از اعداد ۱ تا ۶ رو می‌شود، پس می‌توانیم در نامساوی (*) به جایِ n، اعداد ۱ تا ۶ را جای‌گذاری کنیم و ببینیم در هر حالت برای m چند مقدار قابل قبول پیدا می‌شود:

$n=۱ \xrightarrow{(*)} m^۲>۴ \Rightarrow m=۳,۴,۵,۶$: ۴ حالت

$n=۲ \xrightarrow{(*)} m^۲>۸ \Rightarrow m=۳,۴,۵,۶$: ۴ حالت

$n=۳ \xrightarrow{(*)} m^۲>۱۲ \Rightarrow m=۴,۵,۶$: ۳ حالت

$n=۴ \xrightarrow{(*)} m^۲>۱۶ \Rightarrow m=۵,۶$: ۲ حالت

$n=۵ \xrightarrow{(*)} m^۲>۲۰ \Rightarrow m=۵,۶$: ۲ حالت

$n=۶ \xrightarrow{(*)} m^۲>۲۴ \Rightarrow m=۵,۶$: ۲ حالت

پس در « $۴+۴+۳+۲+۲+۲=۱۷$ » حالت، خواستهٔ مسئله برآورده می‌شود.

گام در پرتاب دو تاس کلاً ۳۶ حالت وجود دارد. همان‌طور که در گام دوم دیدید در ۱۷ حالت از این ۳۶ حالت، خواستهٔ مسئله برآورده می‌شود، پس احتمال مورد نظر برابر $\frac{۱۷}{۳۶}$ است که متأسفانه در گزینه‌ها نیست!

۸۴- گزینه ۱

استراتژی اول $P(B'|A')$ را به کمک موردهای (۲)، (۳) و (۴) درس‌نامه بازش می‌کنیم، تا جایی که فقط $P(A)$ و $P(B)$ ببینیم. بعد با جای‌گذاری $P(A)=\frac{۱}{۶}$ و $P(B)=\frac{۱}{۴}$ در تساوی به‌دست‌آمده جواب مسئله را پیدا می‌کنیم.

درس‌نامه

۱) اگر A و B دو پیشامد ناسازگار از فضای نمونه‌ای S باشند، در این صورت: $P(A\cap B)=۰$

۲) اگر A و B دو پیشامد از یک فضای نمونه‌ای باشند، احتمال رخ‌دادن پیشامد A به شرطِ رخ‌دادنِ پیشامد B را به صورت $P(A|B)$ نمایش می‌دهیم. $P(A|B)$ از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

۳) $(A\cup B)'=A'\cap B'$

۴) $P(A\cup B)$ و $P(A')$ به صورت زیر باز می‌شوند:

$$P(A')=۱-P(A) \quad \text{و} \quad P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

گام طبق استراتژی، اول $P(B'|A')$ را به کمک موردهای (۲)، (۳) و (۴) درس‌نامه بازش می‌کنیم؛ تا جایی که فقط $P(A)$ و $P(B)$ ببینیم:

$$P(B'|A')=\frac{P(B'\cap A')}{P(A')}=\frac{P((A\cup B)')}{۱-P(A)}=\frac{۱-P(A\cup B)}{۱-P(A)}$$

$$=\frac{۱-[P(A)+P(B)-P(A\cap B)]}{۱-P(A)} \quad (*)$$

گام به گفتهٔ سؤال A و B دو پیشامد ناسازگارند، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه $P(A\cap B)=۰$ می‌شود.

از طرفی سؤال می‌گوید $P(A)=\frac{۱}{۶}$ و $P(B)=\frac{۱}{۴}$ است. حالا با جای‌گذاری این دو مقدار به همراه $P(A\cap B)=۰$ در تساوی (*)، خواستهٔ مسئله را به دست می‌آوریم:

$$P(B'|A')=\frac{۱-[\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۴}-۰]}{۱-\frac{۱}{۶}}=\frac{۱-\frac{۵}{۱۲}}{\frac{۵}{۶}}=\frac{\frac{۷}{\cancel{۱۲}^{۲}}}{\frac{۵}{\cancel{۶}_{۱}}}=\frac{۷}{۱۰}=۰/۷$$

۸۵- گزینه ۳

درس‌نامه اگر میانگین n دادهٔ $x_۱$، $x_۲$، ... و x_n برابر $\bar{x}$ باشد، در این صورت واریانس $(\sigma^۲)$ و ضریب تغییراتشان (CV) از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$\sigma^۲=\frac{(x_۱-\bar{x})^۲+(x_۲-\bar{x})^۲+\cdots+(x_n-\bar{x})^۲}{n}$$

$$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}$$

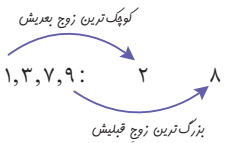
گام در مرحلهٔ اول باید از پنج عددِ فردِ $\{۱,۳,۵,۷,۹\}$، چهار عدد انتخاب کنیم و به عنوان اعداد دستهٔ اول انتخابشان کنیم. اگر ۵ جزء اعداد انتخابی باشد، هیچ جوره نمی‌توانیم به اعداد غیرتکراری برسیم. مثلاً اگر اعداد انتخابی ۱,۳,۵,۷ باشند، طبق صورت سؤال به جای ۱ باید ۲ و در نتیجه به جای ۳ هم باید ۴ بگذاریم:

$$\overset{۲}{\cancel{۱}},\overset{۴}{\cancel{۳}},۵,۷$$

حالا باید به جای ۵ و ۷ بزرگ‌ترین عدد زوج قبل از خودشان، یعنی ۴ و ۶ را جای‌گذاری کنیم که عدد تکرارِی ۴ به وجود می‌آید. *هر ۴ عدد دیگه‌ای که ۵ جزءشون باشه رو انتخاب کنیم، باز هم همین مشکل رو داریم؛ پس حق نداریم ۵ رو انتخاب کنیم.*

گام حالا که فهمیدیم ۵ نباید جزء اعداد انتخابی باشد، می‌توانیم بگوییم اعداد دستهٔ اول این‌ها هستند: **دستهٔ اول**: ۱,۳,۷,۹

گام حالا اعداد دستهٔ دوم را می‌سازیم. به جای ۱ و ۹ مجبوریم ۲ و ۸ را بنویسیم؛ ببینید:



پس به جای ۳، عدد ۴ و به جای ۷ هم عدد ۶ را جای‌گذاری می‌کنیم تا به اعداد دستهٔ دوم برسیم: **دستهٔ دوم**: ۲,۴,۶,۸

گام ضریب تغییرات دستهٔ اول را در سه مرحله به دست می‌آوریم:

◇ محاسبهٔ $\bar{x}_۱$:

$$\bar{x}_۱=\frac{۱+۳+۷+۹}{۴}=۵$$

◇ محاسبهٔ $\sigma_۱$:

$$\sigma_۱^۲=\frac{(۱-۵)^۲+(۳-۵)^۲+(۷-۵)^۲+(۹-۵)^۲}{۴}=\frac{۴۰}{۴}=۱۰$$

$$\Rightarrow \sigma_۱=\sqrt{۱۰}$$

◇ محاسبهٔ $(CV)_۱$:

$$(CV)_۱=\frac{\sigma_۱}{\bar{x}_۱}=\frac{\sqrt{۱۰}}{۵}$$

گام حالا نوبت محاسبهٔ ضریب تغییرات دستهٔ دوم است:

◇ محاسبهٔ $\bar{x}_۲$:

$$\bar{x}_۲=\frac{۲+۴+۶+۸}{۴}=۵$$

◇ محاسبهٔ $\sigma_۲$:

$$\sigma_۲^۲=\frac{(۲-۵)^۲+(۴-۵)^۲+(۶-۵)^۲+(۸-۵)^۲}{۴}=\frac{۲۰}{۴}=۵ \Rightarrow \sigma_۲=\sqrt{۵}$$

نکته اگر n داده، یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت d بسازند، واریانسشان را می‌توانیم مستقیماً از رابطهٔ مقابل حساب کنیم:

$$\sigma^۲=\frac{n^۲-۱}{۱۲}d^۲$$

۴ عدد ۲,۴,۶,۸ در دستهٔ دوم یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت ۲ می‌سازند، پس طبق نکتهٔ بالا می‌توانستیم واریانسشان را مستقیماً حساب کنیم:

$$\sigma_۲^۲=\frac{۴^۲-۱}{۱۲}\times ۲^۲=\frac{۱۵}{۱۲}\times ۴=۵$$

◇ محاسبهٔ $(CV)_۲$:

$$(CV)_۲=\frac{\sigma_۲}{\bar{x}_۲}=\frac{\sqrt{۵}}{۵}$$

بنابراین نسبت ضریب تغییرات دستهٔ اول به دستهٔ دوم برابر می‌شود با:

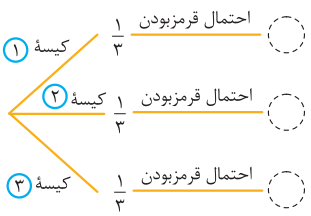
$$\frac{(CV)_۱}{(CV)_۲}=\frac{\frac{\sqrt{۱۰}}{\cancel{۵}}}{\frac{\sqrt{۵}}{\cancel{۵}}}=\frac{\sqrt{۱۰}}{\sqrt{۵}}=\sqrt{\frac{۱۰}{۵}}=\sqrt{۲}$$

۸۶- گزینه ۴

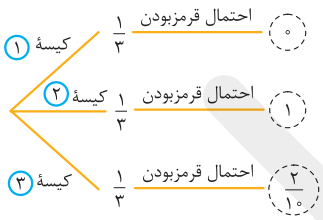
شفاف‌سازی کیسهٔ دوم همهٔ گوی‌هایش قرمز است، پس «یک گوی خارج می‌کنیم و می‌بینیم که قرمز است با کدام احتمال همهٔ گوی‌های آن کیسه قرمز است؟»، یعنی احتمال این‌که گوی قرمز خارج‌شده از کیسهٔ دوم باشد، چه‌قدر است؟

درس‌نامه **قانون بیز:** در «فرم شرطیِ احتمال کل» اول احتمال کل را به کمک نمودار درختی حساب کنید، بعد شاخهٔ مطلوب را به احتمال کل تقسیم کنید.

گام طبق شفاف‌سازی باید احتمال این‌که گوی قرمز خارج‌شده از کیسهٔ دوم باشد، یعنی $P(\text{قرمزبودن گوی خارج‌شده} \mid \text{کیسهٔ دوم})$ را حساب کنیم؛ پس با فرم شرطیِ احتمال کل طرف هستیم. اول باید احتمال قرمزبودن گوی خارج‌شده را به دست بیاوریم. سه کیسه داریم پس احتمال انتخاب هر کدامشان $\frac{1}{3}$ است، بنابراین تا این‌جا نمودار درختی این شکلی می‌شود:



گام حالا باید در هر یک از دایره‌های توخالی بالا احتمال قرمزبودن یک مهره را بنویسیم. در شاخهٔ اول احتمال قرمزبودن یک مهره صفر است، چون کیسهٔ اول اصلاً مهرهٔ قرمز ندارد (*همشون سبزن*)؛ پس در شاخهٔ اول صفر می‌گذاریم. به همین ترتیب در شاخه‌های دوم و سوم به ترتیب اعداد $\frac{10}{10}=1$ و $\frac{2}{10}$ و $\frac{2}{2+8}=\frac{2}{10}$ را می‌نویسیم تا نمودار درختی به این صورت کامل بشود:



بنابراین احتمال قرمزبودن مهرهٔ خارج‌شده می‌شود:

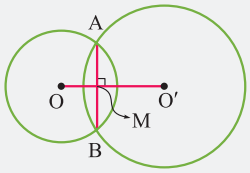
$$P(\text{قرمز}) = (\tfrac{1}{3}\times 0)+(\tfrac{1}{3}\times 1)+(\tfrac{1}{3}\times \tfrac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{10}_{5}}) = \tfrac{1}{3}+\tfrac{1}{15}=\tfrac{6}{15}=\tfrac{2}{5}$$

گام حالا طبق قانون بیز، شاخهٔ مطلوب، یعنی شاخهٔ کیسهٔ دوم را به احتمال کل تقسیم می‌کنیم:

$$P(\text{قرمزبودن گوی خارج‌شده} \mid \text{کیسهٔ دوم}) = \frac{1\times\frac{1}{3}}{\frac{2}{5}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{6}$$

۸۷- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ دو دایره متقاطع با خط‌المرکزین OO' و وتر مشترک AB را در شکل مقابل ببینید. در چنین وضعیتی همیشه خط‌المرکزین (OO') عمودمنصفِ وتر مشترک (AB) است. این یعنی در شکل مقابل $OO' \perp AB$ و M وسط AB است.



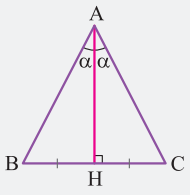
۲ معادلهٔ دایره به مرکز $O(\alpha,\beta)$ و شعاع r به این صورت نوشته می‌شود:

$$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$$

۳ هر وقت می‌خواستید، محل برخورد یک منحنی مثل f را با محور xها پیدا کنید، در معادلهٔ f، y را صفر بگذارید و معادلهٔ حاصل را حل کنید. برای پیداکردن محل برخورد f با محور yها هم باید x را صفر بگذارید.

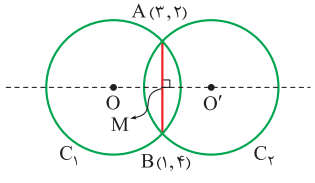
۴ اگر دو خط بر هم عمود باشند، شیبشان قرینه معکوسِ هم است.

۵ در هر مثلث متساوی‌الساقین مثل ABC در شکل مقابل، ارتفاع وارد بر قاعده (ارتفاع AH) نیمساز و میانه هم هست، یعنی در شکل مقابل $BH=HC$ است.



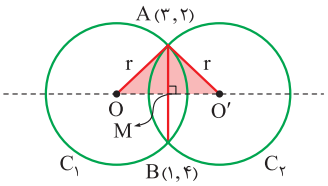
۶ معادلهٔ خطی که از نقطهٔ $A(x_0,y_0)$ می‌گذرد و شیبش m است، به این صورت نوشته می‌شود: $y-y_0=m(x-x_0)$

گام **(رسم شکل فرضی و تحلیل آن)** شکل فرضیِ مقابل را می‌کشیم.



طبق مورد (۱) درس‌نامه دو چیز می‌توانیم بگوییم؛ اول این‌که خط‌المرکزینِ OO' بر وتر مشترک AB عمود و دوم این‌که M، وسط AB است.

گام **(محاسبهٔ شعاع دایره‌ها)** به گفتهٔ سؤال فاصلهٔ بین مراکز دو دایره (OO' در شکل مقابل)، دو برابر فاصلهٔ بین نقاط تقاطع دایره‌ها (نقاط A و B) است، بنابراین می‌توانیم بنویسیم:



$$OO' = 2AB = 2\sqrt{(3-1)^2+(2-4)^2} = 2\sqrt{8} = 4\sqrt{2}$$

در ادامه خوب به مثلث متساوی‌الساقینِ رنگی نگاه کنید. طبق مورد (۵) درس‌نامه، در این مثلث ارتفاع AM، میانه هم هست؛ یعنی: $MO = MO' = \frac{OO'}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

از طرفی M هم وسط AB است، پس:

$$MA = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{8}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \quad (\sqrt{8}\ \text{قبلاً شد})$$

حالا که طول MA و MO را داریم می‌توانیم به کمک قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ AOM، r را به دست بیاوریم:

$$r^2 = MA^2 + MO^2 = (\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 = 10 \Rightarrow r = \sqrt{10}$$

گام **(پیداکردن مختصات پارامتری O)** طبق شکل گام ۲، O روی خط‌المرکزین دو دایره قرار دارد؛ پس برای پیداکردن مختصات پارامتریِ آن باید اول معادلهٔ OO' را بنویسیم. OO' بر AB عمود است بنابراین شیبش قرینه معکوسِ شیب خط AB است:

$$m_{AB} = \frac{y_A-y_B}{x_A-x_B} = \frac{2-4}{3-1} = -1 \xrightarrow{m_{OO'}=-\frac{1}{m_{AB}}} m_{OO'} = 1$$

از طرفی OO' از M که وسط AB قرار دارد هم می‌گذرد، پس مختصات نقطهٔ M را هم به دست می‌آوریم:

$$M = \frac{A+B}{2} = \frac{(3,2)+(1,4)}{2} = \frac{(4,6)}{2} = (2,3)$$

حالا می‌توانیم بگوییم OO' از نقطهٔ $M(2,3)$ می‌گذرد و شیبش ۱ است؛ پس طبق مورد (۶) درس‌نامه معادله‌اش به این صورت نوشته می‌شود:

$$y-3=1(x-2) \Rightarrow y=x+1$$

O روی خط $y=x+1$ قرار دارد، بنابراین مختصات پارامتری آن به صورت $O(\alpha,\alpha+1)$ می‌شود.

گام **(پیداکردن مرکز دایره‌ها)** فاصلهٔ نقطهٔ $O(\alpha,\alpha+1)$ از $A(3,2)$ را مساویِ $r=\sqrt{10}$ می‌گذاریم تا α پیدا شود:

$$OA = r \Rightarrow \sqrt{(\alpha-3)^2+\underbrace{((\alpha+1)-2)^2}_{\alpha-1}} = \sqrt{10}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} (\alpha-3)^2+(\alpha-1)^2=10 \Rightarrow 2\alpha^2-8\alpha+\cancel{10}=\cancel{10}$$

$$\Rightarrow 2\alpha(\alpha-4)=0 \Rightarrow \alpha=0,4$$

اگر دو مقدار به‌دست‌آمده برای α را در $O(\alpha,\alpha+1)$ جای‌گذاری کنیم، مختصات O و O' به این صورت می‌شود: $O(0,1)\ ,\ O'(4,5)$

گام **(نوشتن معادلهٔ دایره‌ها)** حالا که مرکز و شعاع دایره‌ها را داریم، می‌توانیم به کمک مورد (۲) درس‌نامه معادله‌هایشان را بنویسیم:

$$C_1: (x-0)^2+(y-1)^2=(\sqrt{10})^2 \Rightarrow x^2+(y-1)^2=10$$

$$C_2: (x-4)^2+(y-5)^2=(\sqrt{10})^2 \Rightarrow (x-4)^2+(y-5)^2=10$$

گام **(محاسبهٔ خواستهٔ سؤال)** طبق مورد (۳) درس‌نامه برای به دست آوردن نقطه یا نقطه‌های برخورد دایره‌های C_1 و C_2 با محور xها، $y=0$ را در معادلهٔ آن‌ها جای‌گذاری می‌کنیم:

$$C_1: y=0 \Rightarrow x^2+1=10 \Rightarrow x^2=9 \Rightarrow x=\pm 3$$

همین‌جا معلوم می‌شود که فاصلهٔ بین نقاط برخورد دایرهٔ C_1 با محور xها برابر $3-(-3)=6$ است، پس دیگر نیازی به جای‌گذاری $y=0$ در معادلهٔ دایرهٔ C_2 نداریم.

۱۴۰۲ نوبت دوم داخل

فیزیک

۱- گزینه ۲

استراتژی در مسائل واپاشی، عدد جرمی قبل از فرایند را با مجموع عددهای جرمی پس از فرایند و هم‌چنین عدد اتمی قبل از فرایند را با مجموع عددهای اتمی پس از فرایند برابر قرار بدهید و مجهول را پیدا کنید.

تعداد نوکلئون‌ها در طی فرایند واپاشی هسته‌ای پایسته است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$^{11}_{6}C \rightarrow {}^{11}_{5}B + {}^{A}_{Z}X$$

$$\text{عدد جرمی: } 11 = 11 + A \Rightarrow A = 0$$
$$\text{عدد اتمی: } 6 = 5 + Z \Rightarrow Z = 1$$
$$\Rightarrow {}^{0}_{1}X$$

ذرهٔ گسیل‌شده، $^{0}_{1}X$ است؛ یعنی این ذره پوزیترون (β^+) است.

تله اگر ① را انتخاب کردید، سخت در اشتباه هستید، چون نماد پروتون، $^{1}_{1}p$ است.

۲- گزینه ۳

شفاف‌سازی گلوله در حداکثر ارتفاع خود از سطح زمین متوقف می‌شود؛ بنابراین انرژی جنبشی آن در این ارتفاع صفر است.

درس‌نامه ۱ انرژی پتانسیل گرانشی: اگر جسمی با جرم m در ارتفاع h نسبت به سطح زمین قرار بگیرد، آن‌گاه انرژی پتانسیل گرانشی آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید (مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین فرض کردیم):

$$U = mgh$$
(m): جرم (kg) — (m): ارتفاع — (m/s^2): شتاب گرانش

۲ انرژی جنبشی جسمی که با تندی v در حال حرکت است:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$
(kg): جرم

۳ انرژی مکانیکی: به مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم، انرژی مکانیکی می‌گوییم.

$$E = K + U$$
(J): انرژی جنبشی — (J): انرژی پتانسیل

اگر از نیروهای اتلافی (مثل نیروی مقاومت هوا) صرف نظر کنیم، انرژی مکانیکی جسم پایسته می‌ماند:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

گام مقاومت هوا ناچیز است؛ پس انرژی مکانیکی گلوله پایسته است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم (در تمام مراحل مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین در نظر گرفتیم):

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\xrightarrow[K_2 = K_1 - \frac{30}{100}K_1 = 0/7K_1]{U_1 = 0} K_1 = 0/7K_1 + U_2 \Rightarrow 0/3K_1 = U_2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{10} \times \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 \xrightarrow[g = 10\ m/s^2]{h_2 = 42\ m} \frac{3}{20}v_1^2 = 10 \times 42 \Rightarrow v_1^2 = 2800$$

گام حداکثر ارتفاع گلوله از سطح زمین هنگامی است که تندی آن در آن ارتفاع صفر شود؛ در نتیجه انرژی جنبشی آن نیز در این ارتفاع صفر است $(K_3 = 0)$؛ بنابراین با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی می‌توانیم بنویسیم: $E_1 = E_3 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_3 + U_3$

$$\xrightarrow[K_3 = 0]{U_1 = 0} K_1 = U_3 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_3$$

$$\xrightarrow[g = 10\ m/s^2]{v_1^2 = 2800} \frac{1}{2} \times 2800 = 10h_3 \Rightarrow h_3 = 140\ m$$

۳- گزینه ۲

درس‌نامه انبساط طولی یک جسم جامد:

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta\theta$$
(α: ضریب انبساط طولی ($1/^\circ C$ یا $1/K$) — L_1: طول اولیه (m) — $\Delta\theta$: تغییرات دما ($^\circ C$ یا K))

با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، اختلاف بیشترین و کم‌ترین دمای پل را به دست می‌آوریم:

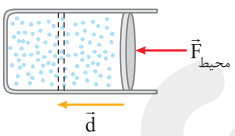
$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta\theta \xrightarrow[\alpha = 1/25 \times 10^{-5}\ K^{-1}]{\Delta L = 900/9 - 900 = 0/9\ m} \frac{0/1}{0/9} = 1/25 \times 10^{-5} \times \frac{100}{900} \times \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = 80\ ^\circ C$$

۴- گزینه ۱

درس‌نامه قانون اول ترمودینامیک:

$$\Delta U = Q + W$$
(Q: گرما — W: کار محیط بر روی دستگاه (گاز))



شکل روبه‌رو، یک فرایند تراکمی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل روبه‌رو، کاری که محیط بر روی گاز در فرایندهای تراکمی انجام می‌دهد، مثبت است.

$$W_{\text{محیط بر روی گاز}} = F_{\text{محیط}} d\cos\theta \xrightarrow{\theta = 0^\circ} W_{\text{محیط بر روی گاز}} > 0$$

۳ و ۴ پَر!

حالا باید تغییر انرژی درونی گاز را در فرایندهای تراکم هم‌فشار و تراکم بی‌دررو بررسی کنیم.

تراکم بی‌دررو: در فرایند بی‌دررو، گرمایی بین گاز و محیط مبادله نمی‌شود $(Q = 0)$؛ بنابراین طبق قانون اول ترمودینامیک، انرژی درونی گاز در فرایند تراکم بی‌دررو افزایش می‌یابد (در واقع گاز در این فرایند از محیط انرژی می‌گیرد، اما نه به صورت گرما، بلکه از طریق کاری که محیط بر روی آن انجام می‌دهد).

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[W > 0]{Q = 0} \Delta U > 0$$

۲ پَر پَر!

گزینهٔ درست معلوم شد! اما تنبلی نکن بیا ببین چرا درسته!

تراکم هم‌فشار: فشار گاز در طی فرایند هم‌فشار ثابت است و گرما و کار هر دو مبادله می‌شوند. گاز در فرایند تراکم هم‌فشار، مقداری انرژی از طریق کاری که محیط بر روی آن انجام می‌دهد، دریافت می‌کند و مقداری انرژی از طریق گرما از دست می‌دهد. برای این‌که فشار گاز ثابت بماند، باید گرمایی که گاز از دست می‌دهد، بیشتر از کاری که محیط بر روی آن انجام می‌دهد باشد. بنابراین طبق قانون اول ترمودینامیک، انرژی درونی گاز در فرایند تراکم هم‌فشار کاهش می‌یابد.

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[W > 0]{|Q| > |W|,\ Q < 0} \Delta U < 0$$

۵- گزینه ۲

شفاف‌سازی متحرک B، ۲ s دیرتر از متحرک A به حرکت درآمده است، پس اگر مدت‌زمان t برای متحرک A بگذرد، برای متحرک B مدت‌زمان $t-2$ سپری می‌شود.

درس‌نامه معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

(شتاب: m/s^2، مکان اولیه: m، زمان: s، سرعت اولیه: m/s)

گام ۱ متحرک‌های A و B از یک نقطه ($x_{0A} = x_{0B}$) با شتاب ثابت شروع به حرکت کرده‌اند، اما متحرک B، ۲ s دیرتر از متحرک A! پس وقتی که ۶ s از حرکت متحرک A می‌گذرد، متحرک B، ۴ s در حرکت بوده است. طبق گفتهٔ سؤال، ۶ s پس از حرکت متحرک A، دو متحرک به هم می‌رسند؛ پس مکان دو متحرک در این لحظه یکسان است و با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت این دو متحرک می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{2}a_A t_A^2 + v_{0A}t_A + x_{0A} \xrightarrow{v_{0A}=0\ m/s} x_A = \frac{1}{2}a_A t_A^2 + x_{0A} \\ x_B = \frac{1}{2}a_B t_B^2 + v_{0B}t_B + x_{0B} \xrightarrow{v_{0B}=0\ m/s} x_B = \frac{1}{2}a_B t_B^2 + x_{0B} \end{cases}$$

$$\xrightarrow[x_{0A}=x_{0B}]{x_A=x_B} \frac{1}{2}a_A t_A^2 + x_{0A} = \frac{1}{2}a_B t_B^2 + x_{0B}$$

$$\xrightarrow[t_A=6\,s,\,t_B=4\,s]{a_A=a,\,a_B=a+0/5\,(m/s^2)} a(6)^2 = (a+0/5)(4)^2$$

$$\Rightarrow 9a = 4a + 2 \Rightarrow 5a = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{5}\,m/s^2 = 0/4\,m/s^2$$

گام ۲ سؤال از ما فاصلهٔ دو متحرک را در لحظه‌ای که ۱۰ s از حرکت متحرک A می‌گذرد، می‌خواهد. با توجه به این‌که متحرک B، ۲ s دیرتر از متحرک A به حرکت درآمده است، پس برای متحرک B تا این لحظه، ۸ s سپری شده است. مکان هر یک از متحرک‌ها در این لحظه را محاسبه می‌کنیم:

$$x_A = \frac{1}{2}a_A t_A^2 + v_{0A}t_A + x_{0A}$$

$$\xrightarrow[t_A=10\,s]{a_A=a=0/4\,m/s^2,\,v_{0A}=0\,m/s} x_A = \frac{1}{2}(0/4)(10)^2 + x_{0A} = 20 + x_{0A}(m)$$

$$x_B = \frac{1}{2}a_B t_B^2 + v_{0B}t_B + x_{0B}$$

$$\xrightarrow[v_{0B}=0\,m/s,\,t_B=8\,s]{a_B=a+0/5=0/4+0/5=0/9\,m/s^2} x_B = \frac{1}{2}(0/9)(8)^2 + x_{0B} = 28/8 + x_{0B}(m)$$

گام ۳ حالا فاصلهٔ دو متحرک یعنی $x_B - x_A$ را به دست می‌آوریم:

فاصلهٔ دو متحرک A و B: $x_B - x_A = 28/8 + x_{0B} - (20 + x_{0A})$

$$\xrightarrow{x_{0B}=x_{0A}}$$ فاصلهٔ دو متحرک A و B:

$$x_B - x_A = 28/8 + x_{0B} - 20 - x_{0A} = 8/8\,m$$

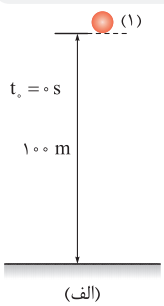
۶- گزینه ۴

درس‌نامه جابه‌جایی در ثانیهٔ nام در سقوط آزاد بدون سرعت اولیه (جهت مثبت y را رو به پایین فرض کردیم):

$$\Delta y = (n - 0/5)g$$

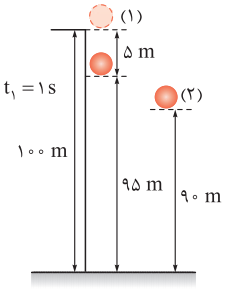
در رابطهٔ بالا، اگر $g = 10\,m/s^2$ باشد، متحرک در ثانیه‌های اول، دوم، سوم و ... به ترتیب به اندازهٔ 5 m، 15 m، 25 m و ... جابه‌جا می‌شود.

گلولهٔ (۱) در لحظهٔ $t_0 = 0\,s$ از فاصلهٔ ۱۰۰متری زمین رها می‌شود (شکل الف).



(الف)

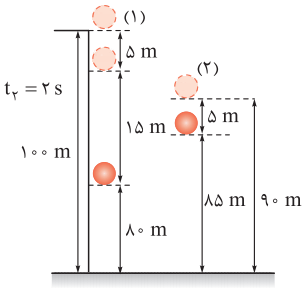
یک ثانیه بعد ($t_1 = 1\,s$)، گلولهٔ (۲) از فاصلهٔ ۹۰متری زمین (۱۰ m پایین‌تر از مکان اولیهٔ گلولهٔ اول) رها می‌شود. در این یک ثانیه گلولهٔ اول به اندازهٔ 5 m پایین آمده و به فاصلهٔ ۹۵متری زمین رسیده است (شکل ب).



(ب)

یک ثانیه بعد ($t_2 = 2\,s$)، گلولهٔ اول به اندازهٔ 15 m و گلولهٔ دوم به اندازهٔ 5 m به سمت پایین می‌آیند و به ترتیب در فاصلهٔ ۸۰ متری و ۸۵ متری زمین قرار می‌گیرند (شکل پ).

همان‌طور که در شکل‌های (ب) و (پ) می‌بینید، از لحظهٔ رهاشدن گلولهٔ (۲) (شکل ب) تا لحظه‌ای که گلولهٔ (۱) به زمین می‌رسد، فاصلهٔ دو گلوله ابتدا کاهش می‌یابد، سپس افزایش می‌یابد.



(پ)

۷- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست:

$$v = at + v_0$$

(شتاب: m/s^2، سرعت اولیه: m/s)

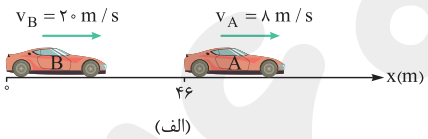
۲ معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت بر روی خط راست:

$$x = vt + x_0$$

(سرعت: m/s، مکان اولیه: m)

در ابتدا هر دو خودرو با سرعت ثابت در حال حرکت هستند. وقتی فاصلهٔ بین دو خودرو به 46 m می‌رسد، نوع حرکت خودروی A تغییر می‌کند و با شتاب ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و خودروی B یک ثانیه پس از خودروی A نوع حرکتش تغییر می‌کند و با شتاب ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد؛ بنابراین می‌توانیم نتیجه بگیریم که در این یک ثانیه، خودروی A با شتاب ثابت و خودروی B با سرعت ثابت در حال حرکت‌اند.

با توجه به شکل (الف)، مکان هر یک از خودروها در لحظهٔ $t = 1\,s$ را با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها به دست می‌آوریم:



(الف)

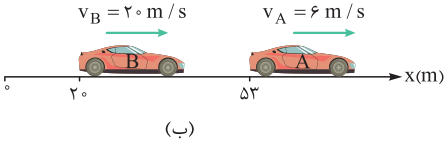
$$x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{0A}t + x_{0A}$$

$$\xrightarrow[x_{0A}=46\,m]{a_A=-2\,m/s^2,\,v_{0A}=8\,m/s} x_A = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 8t + 46 = -t^2 + 8t + 46$$

$$\xrightarrow{t=1\,s} x_A = -(1)^2 + 8(1) + 46 = 53\,m$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} \xrightarrow[x_{0B}=0\,m]{v_B=20\,m/s} x_B = 20t \xrightarrow{t=1\,s} x_B = 20(1) = 20\,m$$

از این لحظه ($t = 1\,s$) به بعد، خودروی B با شتاب ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. پس با توجه به شکل (ب)، معادلهٔ مکان ـ زمان خودروی B پس از لحظهٔ $t = 1\,s$ را می‌نویسیم:



(ب)

$$x'_B = \frac{1}{2}a_B t'^2 + v_{0B}t' + x'_{0B}$$

$$\xrightarrow[x'_{0B}=20\,m]{a_B=-4\,m/s^2,\,v_{0B}=20\,m/s} x'_B = \frac{1}{2}(-4)t'^2 + 20t' + 20$$

$$= -2t'^2 + 20t' + 20$$

برای این‌که معادلهٔ مکان ـ زمان خودروی A پس از لحظهٔ $t=1\,s$ را بنویسیم، به سرعت آن در این لحظه نیاز داریم *(چون سرعت اولیه‌اش می‌شه)*. با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان، سرعت خودروی A در لحظهٔ $t=1\,s$ را به دست می‌آوریم:

$$v_A = a_A t + v_{0A} \xrightarrow[v_{0A}=8\,m/s,\ t=1\,s]{a_A=-2\,m/s^2} v_A = -2(1)+8 = 6\,m/s$$

حالا با توجه به شکل (ب)، می‌توانیم معادلهٔ مکان ـ زمان خودروی A پس از لحظهٔ $t=1\,s$ را بنویسیم:

$$x'_A = \frac{1}{2}a_A t'^2 + v'_{0A}t' + x'_{0A}$$

$$\xrightarrow[x'_{0A}=53\,m]{a_A=-2\,m/s^2,\ v'_{0A}=6\,m/s} x'_A = \frac{1}{2}(-2)t'^2 + 6t' + 53 = -t'^2 + 6t' + 53$$

وقتی دو خودروی A و B به هم می‌رسند، مکان آن‌ها یکسان است $(x'_A = x'_B)$؛ پس معادلهٔ مکان ـ زمان دو خودرو را برابر با یکدیگر قرار می‌دهیم تا لحظهٔ به هم رسیدن را به دست بیاوریم:

$$x'_A = x'_B \Rightarrow -t'^2 + 6t' + 53 = -2t'^2 + 20t' + 20$$

$$\Rightarrow t'^2 - 14t' + 33 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t' = 11\,s & \times \\ t' = 3\,s & \checkmark \end{cases}$$

دو خودروی A و B قبل از لحظهٔ $t'=11\,s$ متوقف می‌شوند، به خاطر همین $t'=11\,s$ غیر قابل قبول است. در آخر خواستهٔ سؤال یعنی سرعت خودروی B در لحظهٔ $t'=3\,s$ را محاسبه می‌کنیم:

$$v_B = a_B t' + v_{0B} \xrightarrow[t'=3\,s,\ v_{0B}=20\,m/s]{a_B=-4\,m/s^2} v_B = -4(3)+20 = 8\,m/s$$

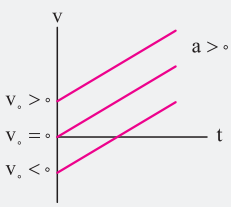
۸- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ اگر سرعت متحرکی در لحظهٔ t_1 برابر با v_1 و در لحظهٔ t_2 برابر با v_2 باشد، آن‌گاه شتاب متوسط آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

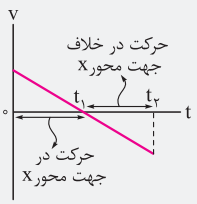
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

(تغییرات سرعت (m/s) در صورت، مدت‌زمان (s) در مخرج)

۲ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت یک خط راست است.



۳ در نمودار سرعت ـ زمان



$v>0$ ← متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.

$v<0$ ← متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

ابتدا اطلاعاتمان را راجع به دو متحرک A و B کامل می‌کنیم. نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B به صورت یک خط راست است؛ پس حرکت این دو متحرک از نوع حرکت با شتاب ثابت است. با توجه به نمودار سرعت ـ زمان آن‌ها، شتاب متحرک B را محاسبه می‌کنیم:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_B = \frac{0-(-16)}{8-0} = 2\,m/s^2$$

حالا که شتاب متحرک B را حساب کردیم، معادلهٔ سرعت ـ زمان آن را نیز می‌نویسیم:

$$v_B = a_B t + v_{0B} \xrightarrow[v_{0B}=-16\,m/s]{a_B=2\,m/s^2} v_B = 2t - 16$$

معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک A را نیز می‌نویسیم:

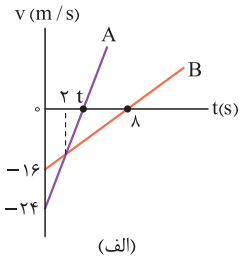
$$v_A = a_A t + v_{0A} \xrightarrow{v_{0A}=-24\,m/s} v_A = a_A t - 24$$

نمودار سرعت ـ زمان این دو متحرک را ببینید. سرعت دو متحرک A و B در لحظهٔ $t=2\,s$ با هم برابر شده است $(v_A = v_B)$. بنابراین با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان آن‌ها می‌توانیم بنویسیم:

$$v_A = v_B \xrightarrow[v_B=2t-16]{v_A=a_A t-24} a_A t - 24 = 2t - 16$$

$$\xrightarrow{t=2\,s} 2a_A - 24 = 2(2) - 16 \Rightarrow 2a_A = 12 \Rightarrow a_A = 6\,m/s^2$$

شتاب متحرک A را هم پیدا کردیم. حالا به سراغ سؤال می‌رویم! سؤال راجع به بازهٔ زمانی است که دو متحرک A و B در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند؛ پس باید این بازهٔ زمانی را پیدا کنیم. با توجه به شکل (الف)، سرعت متحرک A در لحظهٔ t صفر می‌شود و متحرک A در این لحظه تغییر جهت داده و در جهت محور x به حرکت خود ادامه می‌دهد. با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک A، لحظهٔ t را به دست می‌آوریم:



(الف)

$$v_A = 6t - 24 \xrightarrow{v_A=0\,m/s} 0 = 6t - 24 \Rightarrow t = 4\,s$$

همان‌طور که در نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B می‌بینید، در بازهٔ زمانی $t=4\,s$ تا $t'=8\,s$ متحرک A در جهت محور x و متحرک B در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، پس در این بازهٔ زمانی این دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند. حالا برای این‌که ببینیم فاصلهٔ این دو متحرک در این بازهٔ زمانی چگونه تغییر می‌کند، ابتدا مکان هر یک از آن‌ها را در لحظهٔ $t=4\,s$ با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها به دست می‌آوریم:

$$x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{0A}t + x_{0A}$$

$$\xrightarrow[v_{0A}=-24\,m/s]{a_A=6\,m/s^2,\ x_{0A}=0\,m} x_A = \frac{1}{2}(6)t^2 - 24t + 0 = 3t^2 - 24t$$

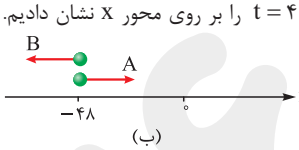
$$\xrightarrow{t=4\,s} x_A = 3(4)^2 - 24(4) = 48 - 96 = -48\,m$$

$$x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{0B}t + x_{0B}$$

$$\xrightarrow[v_{0B}=-16\,m/s]{a_B=2\,m/s^2,\ x_{0B}=0\,m} x_B = \frac{1}{2}(2)t^2 - 16t + 0 = t^2 - 16t$$

$$\xrightarrow{t=4\,s} x_B = (4)^2 - 16(4) = 16 - 64 = -48\,m$$

در شکل (ب)، موقعیت این دو متحرک در لحظهٔ $t=4\,s$ را بر روی محور x نشان دادیم. همان‌طور که می‌بینید، متحرک B در مکان $-48\,m$ و در حال حرکت در خلاف جهت محور x و متحرک A در مکان $-48\,m$ تغییر جهت داده و در جهت محور x شروع به حرکت می‌کند.



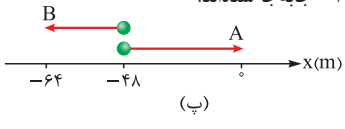
(ب)

حالا مکان دو متحرک A و B را در لحظهٔ $t'=8\,s$ به دست می‌آوریم:

$$x_A = 3t^2 - 24t \xrightarrow{t'=8\,s} x'_A = 3(8)^2 - 24(8) = 192 - 192 = 0\,m$$

$$x_B = t^2 - 16t \xrightarrow{t'=8\,s} x'_B = (8)^2 - 16(8) = 64 - 128 = -64\,m$$

در شکل (پ) موقعیت این دو متحرک در لحظهٔ $t'=8\,s$ را بر روی محور x نشان دادیم. همان‌طور که می‌بینید، در بازهٔ زمانی ۴ s تا ۸ s متحرک A از مکان $-48\,m$ به مکان $0\,m$ و متحرک B از مکان $-48\,m$ به مکان $-64\,m$ جابه‌جا شده‌اند.



(پ)

با توجه به شکل (پ)، متحرک A، $48\,m$ در جهت محور x و متحرک B، $16\,m$ در خلاف جهت محور x در این بازهٔ زمانی جابه‌جا شده‌اند. پس در مجموع $64\,m$ $(=48+16)$ از هم دور شده‌اند.

مشاوره سؤالات حرکت بر خط راست این آزمون از دو متحرک تشکیل شده است. معمولاً این‌جور سؤال‌ها وقت‌گیر هستند، پس اگر دیدید وقتتان را می‌گیرد، در انتهای آزمون به آن پاسخ دهید و وقتتان را صرف سؤالات دیگر کنید.

۹- گزینه ۲

درس‌نامه در جدول زیر، چهار کمیت مربوط به حرکت ماهواره به دور زمین بررسی شده است.

کمیت	رابطه	تناسب
وزن	$W=\frac{GM_em}{r^2}$	$W\propto\frac{1}{r^2}$
شتاب	$a=\frac{GM_e}{r^2}$	$a\propto\frac{1}{r^2}$
تندی	$v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}$	$v\propto\frac{1}{\sqrt{r}}$
دورهٔ گردش	$T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_e}}$	$T\propto\sqrt{r^3}$

در جدول بالا، G ثابت گرانش عمومی، M_e جرم زمین، m جرم ماهواره و r فاصله تا مرکز زمین است.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) تندی ماهواره در گردش به دور زمین، با جذر فاصلهٔ آن از مرکز زمین نسبت **وارون** دارد. ۳) شتاب حرکت ماهواره با **مجذور** فاصلهٔ آن از مرکز زمین نسبت **وارون** دارد. ۴) وزن یک ماهواره با **مجذور** فاصلهٔ آن از مرکز زمین رابطهٔ عکس دارد.

۱۰- گزینه ۱

درس‌نامه نیروی خالص وارد بر جسم برابر با تغییر تکانهٔ جسم تقسیم بر زمان تغییر آن است و از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$\vec{F}_{net}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

گام ابتدا تکانهٔ متحرک در لحظه‌های $t_1=1\,s$ و $t_2=3\,s$ را به دست می‌آوریم:

$$\vec{p}=(3t-6)\vec{i}\xrightarrow{t_1=1\,s}\vec{p}_1=(3(1)-6)\vec{i}=-3\vec{i}$$
$$\xrightarrow{t_2=3\,s}\vec{p}_2=(3(3)-6)\vec{i}=3\vec{i}$$

گام حالا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، نیروی خالص متوسط در بازهٔ زمانی $t_1=1\,s$ تا $t_2=3\,s$ را به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_{net}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}=\frac{\vec{p}_2-\vec{p}_1}{t_2-t_1}\xrightarrow[t_1=1\,s,\,t_2=3\,s]{\vec{p}_1=-3\vec{i},\,\vec{p}_2=3\vec{i}}\vec{F}_{net}=\frac{3\vec{i}-(-3\vec{i})}{3-1}=\frac{6\vec{i}}{2}=3\vec{i}\ (N)$$

مشاوره قرار نیست از همهٔ اطلاعات برای حل سؤال استفاده کنیم؛ مثلاً در حل این سؤال به جرم متحرک کاری نداشتیم و طراح اطلاعات اضافی داده است.

۱۱- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ **نیروی اصطکاک جنبشی:**

ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح

$$f_k=\mu_k F_N$$

نیروی عمودی سطح (N)

۲ اندازهٔ نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند (R)، برابر با برایند دو نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک (f) است.

$$R=\sqrt{F_N^2+f^2}$$

در رابطهٔ بالا، f می‌تواند f_s، $f_{s,max}$ یا f_k باشد.

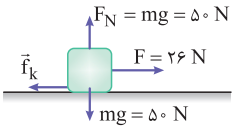
۳ **قانون دوم نیوتون:**

جرم (kg)

$$F_{net}=ma$$

نیروی خالص (N) — شتاب (m/s^2)

گام وقتی جسم حرکت می‌کند، نیروی اصطکاک جنبشی بر آن وارد می‌شود. در این حالت با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توانیم شتاب جسم در حین حرکت را به دست بیاوریم:



$$F_{net}=ma\Rightarrow F-f_k=ma$$
$$\xrightarrow{f_k=\mu_kF_N=\mu_kmg}F-\mu_kmg=ma$$
$$\xrightarrow[F=26\,N,\,\mu_k=0/4]{m=5\,kg,\,g=10\,m/s^2}26-0/4\times5\times10=5a$$
$$\Rightarrow 6=5a\Rightarrow a=\frac{6}{5}=1/2\,m/s^2$$

گام در حین حرکت، سطح به جسم نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) را وارد می‌کند؛ بنابراین نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، برایند این دو نیرو است:

$$R=\sqrt{F_N^2+f_k^2}\xrightarrow[f_k=\mu_kF_N=\frac{4}{10}\times50=20\,N]{F_N=mg=50\,N}R=\sqrt{50^2+20^2}$$
$$=\sqrt{2900}=10\sqrt{29}\,N$$

تله اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح را ۰/۵ در نظر بگیرید، به گزینهٔ نادرست ۲ می‌رسید.

۱۲- گزینه ۲

درس‌نامه نیروی مرکزگرا در حرکت دایره‌ای یکنواخت:

$$F_C=\frac{mv^2}{r}$$

در حرکت دایره‌ای یکنواخت خودرو بر روی سطح افقی، نیروی اصطکاک ایستایی، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند. با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، اندازهٔ این نیرو را به دست می‌آوریم.

$$F_C=\frac{mv^2}{r}\xrightarrow[v=18\times\frac{10}{36}=5\,m/s]{m=2\times10^3\,kg,\,r=20\,m}F_C=\frac{\cancel{2}\times\cancel{10^2}\times(5)^2}{\cancel{20}}=2500\,N$$

۱۳- گزینه ۳

شفاف‌سازی در طول تار ۳ شکم تشکیل شده، یعنی شمارهٔ هماهنگ ۳ است.

درس‌نامه ۱ برای محاسبهٔ بسامد تشدیدی هماهنگ nام (f_n) با استفاده از بسامد تشدیدی اصلی (f_1) در تار مرتعش دو انتها بسته، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$f_n=nf_1$$

تعداد شکم در طول تار مرتعش دو انتها بسته برابر با شمارهٔ هماهنگ (n) است.

۲ **بسامد تشدیدی هماهنگ nام در تار مرتعش دو انتها بسته:**

شمارهٔ هماهنگ ← $f_n=\frac{nv}{2L}$ ← تندی انتشار (m/s)

طول تار (m)

گام سه شکم در طول تار ایجاد شده است، پس تار بسامد تشدیدی هماهنگ سوم ($n=3$) خود را انجام می‌دهد. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$f_n=nf_1\Rightarrow300=3\times f_1\Rightarrow f_1=100\,Hz$$

گام در آخر داده‌ها را در رابطهٔ زیر جای‌گذاری می‌کنیم و تندی انتشار موج عرضی در تار را به دست می‌آوریم:

$$f_n=\frac{nv}{2L}\xrightarrow[L=60\,cm=0/6\,m]{f_n=300\,Hz,\,n=3}300=\frac{3v}{2\times0/6}\Rightarrow v=120\,m/s$$

۱۴- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ **شدت صوت در فاصلهٔ r از چشمهٔ صوت:**

شدت صوت (W/m^2) — توان چشمهٔ صوتی (W)

$$I=\frac{P_{av}}{4\pi r^2}$$

فاصله از چشمهٔ صوت (m)

۲ رابطهٔ اختلاف تراز شدت دو صوت:

تراز شدت صوت ۲ (dB)

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}$$

شدت صوت ۲ (W/m^2)

شدت صوت ۱ (W/m^2)

تراز شدت صوت ۱ (dB)

گام ابتدا نسبت $\frac{I_2}{I_1}$ را به دست می‌آوریم:

$$I=\frac{P_{av}}{4\pi r^2}\Rightarrow\frac{I_2}{I_1}=\frac{P_{av_2}}{P_{av_1}}\times(\frac{r_1}{r_2})^2\xrightarrow[r_2=\frac{1}{2}r_1]{P_{av_2}=2P_{av_1}}\frac{I_2}{I_1}=\frac{2}{1}\times(\frac{1}{\frac{1}{2}})^2\Rightarrow\frac{I_2}{I_1}=8$$

گام حالا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، اختلاف تراز شدت دو صوت را محاسبه می‌کنیم:

$$\beta_2-\beta_1=10\log\frac{I_2}{I_1}\xrightarrow{\frac{I_2}{I_1}=8}\beta_2-\beta_1=10\log 8$$

$$\xrightarrow{\log 8=\log 2^3=3\log 2,\ \log 2=0/3}\beta_2-\beta_1=10\times3\times0/3=9\ dB$$

بنابراین تراز شدت صوت ۹ dB افزایش می‌یابد.

تله با توجه به این‌که تراز شدت صوت ۹ dB افزایش یافته، ② به عنوان تلهٔ تستی مطرح شده تا به اشتباه ۹ برابر را انتخاب کنید.

۱۵- گزینه ۳

شفاف‌سازی با توجه به این‌که دورهٔ تناوب آونگ افزایش یافته است، پس طول آونگ افزایش یافته است.

درس‌نامه دورهٔ تناوب آونگ ساده:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

دورهٔ تناوب (s) ← T

طول آونگ (m) ← L

شتاب گرانش (m/s^2) ← g

گام طول آونگ تغییر کرده است و در اثر این تغییر، دورهٔ تناوب آن افزایش می‌یابد.

طبق رابطهٔ $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$، برای این‌که دورهٔ تناوب آونگ ساده افزایش پیدا کند، باید طول آن افزایش یابد؛ بنابراین طول آونگ افزایش می‌یابد و می‌توانیم بنویسیم:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\Rightarrow\frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}\xrightarrow[L_2=L_1+17(cm)]{T_2=T_1+12/5\times10^{-2}T_1=\frac{9}{8}T_1}\frac{9}{8}=\sqrt{\frac{L_1+17}{L_1}}$$

$$\Rightarrow\frac{81}{64}=\frac{L_1+17}{L_1}\Rightarrow81L_1=64L_1+64\times17\Rightarrow\cancel{17}L_1=64\times\cancel{17}$$

$$\Rightarrow L_1=64\ cm=0/64\ m$$

گام حالا می‌توانیم دورهٔ تناوب آونگ قبل از تغییر طول را به دست بیاوریم:

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}\xrightarrow[g=\pi^2\ m/s^2]{L_1=0/64\ m}T_1=2\pi\sqrt{\frac{0/64}{\pi^2}}=2\times0/8=1/6\ s$$

تله اگر به اشتباه T_2 را محاسبه کنید، به ④ می‌رسید.

۱۶- گزینه ۱

شفاف‌سازی با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر: $x=A\cos\frac{5\pi}{\omega}t$

درس‌نامه ۱ فرم کلی معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده:

$$x=A\cos\omega t\quad\text{و}\quad\omega=\frac{2\pi}{T}$$

دامنه (m) ← A

بسامد زاویه‌ای (rad/s) ← ω

دورهٔ تناوب (s) ← T

۲ تندی متوسط: نسبت مسافت طی‌شده به زمان.

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}$$

مسافت (m) ← ℓ

مدت‌زمان (s) ← Δt

گام با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر، دورهٔ تناوب نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$x=A\cos5\pi t\xrightarrow{x=A\cos\omega t}\omega=5\pi\ rad/s$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow5\pi=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=0/4\ s$$

گام بازهٔ زمانی داده‌شده را برحسب دورهٔ تناوب به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{t_2-t_1}{T}\xrightarrow[T=0/4\ s]{t_2-t_1=0/2\ s}\frac{\Delta t}{T}=\frac{0/2}{0/4}=\frac{1}{2}\Rightarrow\Delta t=\frac{T}{2}$$

گام حالا مسافت طی‌شده در این بازهٔ زمانی را با استفاده از تندی متوسط نوسانگر محاسبه می‌کنیم:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=0/2\ s]{s_{av}=1/5\ m/s}\ell=1/5\times0/2=0/3\ m=3\ cm$$

گام در آخر با توجه به نکتهٔ زیر، دامنهٔ نوسان را به دست می‌آوریم.

نکته مسافتی که نوسانگر هماهنگ ساده در مدت‌زمان نصف دورهٔ تناوب $(\frac{T}{2})$ طی می‌کند، برابر با 2A است.

$$\Delta t=\frac{T}{2}\Rightarrow\ell=2A\xrightarrow{\ell=3\ cm}2A=3\Rightarrow A=1/5\ cm$$

۱۷- گزینه ۴

شفاف‌سازی مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا هر یک از ذرات تار یک نوسان کامل انجام دهند، برابر با دورهٔ تناوب موج است.

درس‌نامه دورهٔ تناوب و بسامد معکوس یکدیگرند:

$$T=\frac{1}{f}$$

دورهٔ تناوب (s) ← T

بسامد (Hz) ← f

گام با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، بسامد تشدیدی هماهنگ اول تار (f) را به دست می‌آوریم:

$$f=\frac{nv}{2L}\xrightarrow[L=50\ cm=0/5\ m]{n=1,\ v=250\ m/s}f=\frac{250}{2\times0/5}=250\ Hz$$

گام مدت‌زمانی که هر یک از ذرات تار یک نوسان کامل انجام می‌دهد، برابر با دورهٔ تناوب موج است. بنابراین دورهٔ تناوب موج را با استفاده از بسامد آن محاسبه می‌کنیم:

$$T=\frac{1}{f}\xrightarrow{f=250\ Hz}T=\frac{1}{250}=0/004\ s=4\ ms$$

۱۸- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ انرژی الکترون در اتم هیدروژن در مدار nام:

$$E_n=-\frac{13/6\ eV}{n^2}$$

شمارهٔ مدار الکترون ← n

۲ در اتم هیدروژن وقتی که الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر (E_U) به یک حالت مانا با انرژی کم‌تر (E_L) می‌رود، یک فوتون گسیل می‌شود. انرژی این فوتون برابر با اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و نهایی است: $E_U-E_L=hf$

هم‌چنین اگر به الکترونی که در یک حالت مانا با انرژی کم‌تر (E_L) قرار دارد، فوتونی با انرژی E_U-E_L بتابانیم، الکترون با دریافت این انرژی به یک حالت مانا با انرژی بیشتر (E_U) می‌رود.

این الکترون وقتی از مدار n به مدار n' می‌رود، فوتونی با انرژی ۱۲/۷۵ eV گسیل می‌کند، بنابراین با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر می‌توانیم n و n' را پیدا کنیم:

$$E_U-E_L=12/75\ eV\xrightarrow[E_L=-\frac{E_R}{n'^2}]{E_U=-\frac{E_R}{n^2}}-\frac{E_R}{n^2}-(-\frac{E_R}{n'^2})=12/75$$

$$\xrightarrow{E_R=13/6\ eV}\frac{13/6}{n'^2}-\frac{13/6}{n^2}=12/75$$

$$\Rightarrow13/6(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})=12/75\Rightarrow\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}=\frac{\cancel{12/75}^{\times0/85}}{\cancel{13/6}^{\times0/85}}=\frac{15}{16}$$

$$\Rightarrow n'=1\ ,\ n=4$$

۱۹- گزینه ۲

درس‌نامه بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها در اثر فوتوالکتریک:

تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی در خلأ (m/s) ← ثابت پلانک $(eV.s)$

$$K_{max}=\frac{hc}{\lambda}-W_{\circ}$$

طول موج (m) ← تابع کار فلز (eV)

کافی است دو بار از معادلهٔ فوتوالکتریک استفاده کنیم و دستگاه تشکیل بدهیم.

$$K_{max}=\frac{hc}{\lambda}-W_{\circ} \xrightarrow{W_{\circ}=۴\,eV,\ \lambda_۲=\frac{۱}{۲}\lambda_۱} \begin{cases} K_{max_۱}=\frac{hc}{\lambda_۱}-۴ \\ ۶K_{max_۱}=\frac{۲hc}{\lambda_۱}-۴ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -۶K_{max_۱}=-\frac{۶hc}{\lambda_۱}+۲۴ \\ ۶K_{max_۱}=\frac{۲hc}{\lambda_۱}-۴ \end{cases} \Rightarrow \frac{۴hc}{\lambda_۱}=۲۰$$

$$\xrightarrow[c=۳\times۱۰^{۸}\,m/s]{h=۴\times۱۰^{-۱۵}\,eV.s} \frac{۴\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۸}}{\lambda_۱}=۵$$

$$\Rightarrow \lambda_۱=\frac{۱۲}{۵}\times۱۰^{-۷}\,m \Rightarrow \lambda_۱=۲۴۰\times۱۰^{-۹}\,m=۲۴۰\,nm$$

۲۰- گزینه ۴

برای استفاده از اورانیم به عنوان سوخت در نیروگاه‌های هسته‌ای یا استفاده در انفجارهای هسته‌ای، باید فراوانی ایزوتوپ ۲۳۵ را در یک نمونهٔ اورانیم افزایش بدهیم. به فرایند افزایش درصد یا غلظت ایزوتوپ ۲۳۵ در یک نمونه، غنی‌سازی می‌گوییم.

تله ایزوتوپ‌های یک عنصر را نمی‌توانیم به یکدیگر تبدیل کنیم. اگر به این نکته توجه نکنید، ممکن است گزینهٔ ۲ نادرست را انتخاب کنید. *طراح زرنگ به مفهوم!*

مشاوره این سؤال از متن کتاب درسی طراحی شده است. خط‌به‌خط کتاب درسی را بخوانید تا سؤال ساده‌ای مثل این سؤال را از دست ندهید.

۲۱- گزینه ۳

استراتژی ابتدا نسبت بار الکتریکی خازن در دو حالت $(\frac{Q_۲}{Q_۱})$ را محاسبه کنید، سپس نسبت انرژی آن در دو حالت $(\frac{U_۲}{U_۱})$ را به دست بیاورید و در آخر کسر تغییر انرژی خازن را پیدا کنید.

درس‌نامه ۱ رابطهٔ بار الکتریکی با ظرفیت خازن و اختلاف پتانسیل دو سر آن:

بار الکتریکی (C) ← ظرفیت خازن (F)

$$Q=CV$$

اختلاف پتانسیل دو سر خازن (V)

۲ انرژی ذخیره‌شده در خازن:

انرژی (J)

$$U=\frac{۱}{۲}QV$$

گام با توجه به این‌که نسبت اختلاف پتانسیل الکتریکی در دو حالت $(\frac{V_۲}{V_۱})$ معلوم است، نسبت بار الکتریکی خازن در دو حالت $(\frac{Q_۲}{Q_۱})$ را محاسبه می‌کنیم.

$$Q=CV \Rightarrow \frac{Q_۲}{Q_۱}=\frac{C_۲}{C_۱}\times\frac{V_۲}{V_۱} \xrightarrow[\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{۳}{۴}]{C_۲=C_۱} \frac{Q_۲}{Q_۱}=\frac{۳}{۴}$$

گام حالا نسبت انرژی خازن در حالت دوم به حالت اول را پیدا می‌کنیم.

$$U=\frac{۱}{۲}QV \Rightarrow \frac{U_۲}{U_۱}=\frac{Q_۲}{Q_۱}\times\frac{V_۲}{V_۱} \xrightarrow[\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{۳}{۴}]{\frac{Q_۲}{Q_۱}=\frac{۳}{۴}} \frac{U_۲}{U_۱}=\frac{۳}{۴}\times\frac{۳}{۴}=\frac{۹}{۱۶}$$

گام در آخر با توجه به این‌که انرژی خازن کاهش یافته است، کسر تغییر انرژی آن را به دست می‌آوریم:

$$U_۲=\frac{۹}{۱۶}U_۱ \Rightarrow \frac{U_۱-U_۲}{U_۱}=\frac{U_۱-\frac{۹}{۱۶}U_۱}{U_۱}=\frac{\frac{۷}{۱۶}U_۱}{U_۱}=\frac{۷}{۱۶}$$

مشاوره تست‌های مربوط به خازن در اغلب کنکورهای چند سال اخیر به چشم می‌خورند. پس توجه ویژه‌ای به مبحث خازن داشته باشید.

۲۲- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از میدان الکتریکی:

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی (J) ← اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}$$

بار الکتریکی (C)

خواستون باشه! توی این رابطه باید بار q رو با علامتش بذارین.

۲ اگر ذره‌ای با بار الکتریکی منفی در جهت میدان الکتریکی حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش و اگر در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

انرژی پتانسیل الکتریکی این بار الکتریکی در حرکت از نقطهٔ A تا نقطه B افزایش یافته است. با توجه به این‌که علامت این بار الکتریکی منفی است، پس در جهت میدان الکتریکی حرکت کرده است (رد ۱ و ۲). با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، مقدار V_B-V_A را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q} \xrightarrow[q=-۲۰\times۱۰^{-۹}\,C]{\Delta U=۲\times۱۰^{-۳}\,J} V_B-V_A=\frac{۲\times۱۰^{-۳}}{-۲۰\times۱۰^{-۹}}=-۱۰^{۵}\,V$$

تیزبازی علامت این بار الکتریکی منفی است و انرژی پتانسیل الکتریکی آن در حرکت از نقطهٔ A تا نقطهٔ B افزایش یافته است؛ بنابراین این بار الکتریکی در جهت میدان الکتریکی حرکت کرده است (رد ۱ و ۲). هم‌چنین با توجه به این‌که با حرکت در جهت میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد، پس $V_B<V_A$ و در نتیجه $V_B-V_A<۰$ است. بنابراین فقط ۴ می‌تواند درست باشد.

۲۳- گزینه ۱

استراتژی ۱ میدان الکتریکی حاصل از بار $q_۱$ در نقطهٔ M را $E_۱$ می‌نامیم و میدان الکتریکی حاصل از بارهای $q_۲$ و $q_۳$ در نقطهٔ M را برحسب $E_۱$ می‌نویسیم، سپس میدان الکتریکی خالص هر سهٔ آن‌ها (E) را به دست می‌آوریم.

۲ در حالتی که بار $q_۲$ حذف شده، میدان الکتریکی خالص (E') حاصل از بارهای $q_۱$ و $q_۳$ در نقطهٔ M را برحسب $E_۱$ می‌نویسیم.

۳ نسبت $\frac{E'}{E}$ را پیدا می‌کنیم.

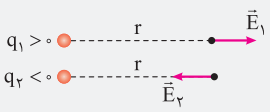
درس‌نامه ۱ اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از یک ذرهٔ باردار q در فاصلهٔ r از آن:

اندازهٔ میدان الکتریکی (N/C) ← اندازهٔ بار الکتریکی (C)

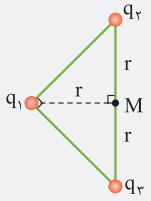
$$E=k\frac{|q|}{r^{۲}}$$

ثابت کولن $(\frac{N.m^{۲}}{C^{۲}})$ ← فاصله (m)

۲ جهت میدان الکتریکی، از بارهای مثبت رو به خارج و به سوی بارهای منفی است.



۳ در یک مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین، میانهٔ وارد بر وتر، نصف وتر است و همچنین میانه و عمودمنصف بر هم منطبق هستند.



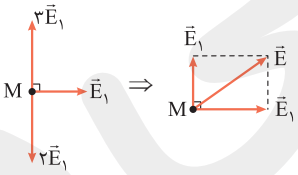
گام میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 در نقطهٔ M را E_1 می‌نامیم: $E_1 = k\frac{q_1}{r^2}$

سپس میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای q_2 و q_3 در نقطهٔ M را برحسب E_1 می‌نویسیم:

$$E_2 = k\frac{q_2}{r^2} \xrightarrow{q_2=2q_1} E_2 = 2E_1$$

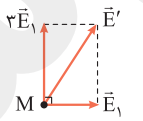
$$E_3 = k\frac{q_3}{r^2} \xrightarrow{q_3=3q_1} E_3 = 3E_1$$

گام میدان الکتریکی خالص ناشی از هر سه بار را در نقطهٔ M به دست می‌آوریم:



$$\Rightarrow E = \sqrt{E_1^2 + E_1^2} = \sqrt{2}E_1$$

گام بعد از حذف بار q_2، میدان الکتریکی خالص ناشی از بارهای q_1 و q_3 در نقطهٔ M را به دست می‌آوریم:



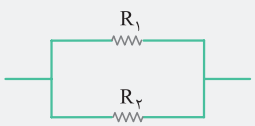
$$E' = \sqrt{E_1^2 + (3E_1)^2} = \sqrt{10E_1^2} = \sqrt{10}E_1$$

گام نسبت $\frac{E'}{E}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{E'}{E} = \frac{\sqrt{10}E_1}{\sqrt{2}E_1} = \sqrt{5}$$

۲۴- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ مقاومت معادل دو مقاومت موازی R_1 و R_2:



$$R_{eq} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

۲ مقاومت معادل دو مقاومت متوالی R_1 و R_2:

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

۳ تعریف مقاومت الکتریکی: نسبت اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک رسانا به جریان الکتریکی عبوری از آن.

$$R = \frac{V\ (\text{اختلاف پتانسیل الکتریکی})}{I\ (\text{جریان الکتریکی})} \rightarrow (\Omega)\ \text{مقاومت الکتریکی}$$

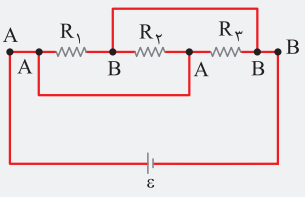
۴ جریان الکتریکی خروجی از باتری:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$$

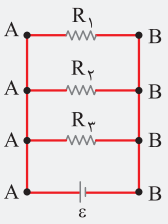
ε: نیروی محرکهٔ مولد (V)، I: جریان الکتریکی (A)، R_{eq}: مقاومت معادل مدار (Ω)، r: مقاومت درونی مولد (Ω)

۵ ساده‌کردن شکل مدار به روش نام‌گذاری نقاط هم‌پتانسیل:

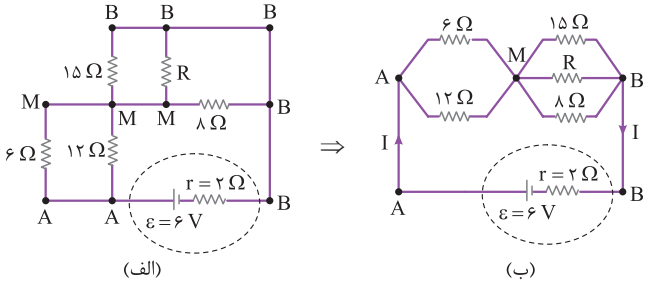
برای این کار، نقاطی از مدار را که با سیم به یکدیگر وصل شده‌اند، با یک نام مشترک در نظر می‌گیریم، بعد از نام‌گذاری چنین نقاطی از مدار، دو سر مولد یا دو سر مدار را مبنا قرار داده و سایر اجزای مدار را بین نقطه‌های نام‌گذاری‌شده، جای‌گذاری می‌کنیم تا شکل ساده‌تری از مدار به دست بیاید.



$\Rightarrow$



گام نقاط هم‌پتانسیل را نام‌گذاری می‌کنیم (شکل الف) و شکل ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم (شکل ب).



گام مقاومت معادل حاصل از دو مقاومت موازی ۶ اُهمی و ۱۲ اُهمی را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{AM} = \frac{6\times12}{6+12} = \frac{72}{18} = 4\,\Omega$$

گام اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل آن‌ها برابر است. هم‌چنین از آن‌جا که اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های ۶ اُهمی و ۸ اُهمی برابر است، می‌توانیم بنویسیم:

$$V_{AM} = V_{MB} \Rightarrow R_{AM}\times I_{AM} = R_{MB}\times I_{MB}$$

$$\xrightarrow{I_{AM}=I_{MB}=I,\ R_{AM}=4\,\Omega} R_{MB} = 4\,\Omega$$

بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با: $R_{eq} = R_{AM} + R_{MB} = 4+4 = 8\,\Omega$

گام حالا جریان الکتریکی گذرنده از مولد (I) را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \xrightarrow[R_{eq}=8\,\Omega,\ r=2\,\Omega]{\varepsilon=6\ V} I = \frac{6}{8+2} = 0/6\ A$$

در ادامه اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و M را با استفاده از رابطهٔ $V = RI$ پیدا می‌کنیم:

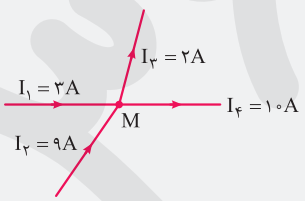
$$V_{AM} = R_{AM}\times I \xrightarrow[I=0/6\ A]{R_{AM}=4\,\Omega} V_{AM} = 4\times0/6 = 2/4\ V$$

گام در آخر جریان گذرنده از مقاومت ۸ اُهمی را به دست می‌آوریم:

$$I_{8\,\Omega} = \frac{V_{MB}}{8} \xrightarrow{V_{MB}=V_{AM}=2/4\ V} I_{8\,\Omega} = \frac{2/4}{8} = 0/3\ A$$

۲۵- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ قاعدهٔ انشعاب: مجموع جریان‌هایی که به هر نقطهٔ انشعاب (گره) وارد می‌شوند برابر با مجموع جریان‌هایی است که از آن نقطهٔ انشعاب (گره) خارج می‌شوند؛ مثلاً در شکل روبه‌رو، جریان $I_1 + I_2 = 12\ A$ به گره M وارد شده و جریان $I_3 + I_4 = 12\ A$ از آن خارج شده است.



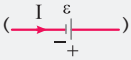
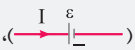
۲ قانون اختلاف پتانسیل‌ها: در هر حلقهٔ بسته، مجموع جبری اختلاف پتانسیل‌ها صفر است.

$$\sum V = 0 \Rightarrow \sum\varepsilon - \sum RI = 0$$

در به کار بردن این قانون، به نکات زیر توجه کنید:

۱) یک جهت چرخش اختیاری در نظر می‌گیریم.

۲) جهت جریان را در هر حلقه به دلخواه انتخاب می‌کنیم.

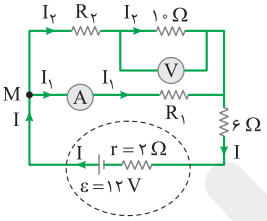
۳) برای نوشتن ε ها، با توجه به جهت چرخش در مدار، اگر از پایانهٔ مثبت باتری خارج شویم () نیروی محرکهٔ باتری را مثبت (+ε) و اگر از پایانهٔ منفی باتری خارج شویم ()، نیروی محرکهٔ باتری را منفی (−ε) در نظر می‌گیریم.

۴) برای نوشتن RIها، اگر در جهت جریان از مقاومت R عبور کنیم، چون پتانسیل الکتریکی در حال کاهش است، RI را منفی (−RI) و اگر در خلاف جهت جریان از مقاومت R عبور کنیم، چون پتانسیل الکتریکی در حال افزایش است، RI را مثبت (+RI) در نظر می‌گیریم. اگر علامت جریان مثبت به دست آمد، یعنی جهت انتخابی درست است و اگر منفی به دست آمد، فقط جهت جریان در شاخهٔ مورد نظر را برعکس می‌کنیم.

گام با استفاده از رابطهٔ $I=\frac{V}{R}$، جریانی را که از مقاومت ۱۰ اُهمی می‌گذرد، به دست می‌آوریم:

$$I=\frac{V}{R}\xrightarrow[R=10\,\Omega]{V=5\,V} I_2=\frac{5}{10}=0/5\,A$$

گام قانون گره (انشعاب) را در نقطهٔ M می‌نویسیم. (حواستون باشه! از شاخه‌ای که ولت‌سنج آرمانی قرار دارد، جریان الکتریکی عبور نمی‌کند.)



$$I=I_1+I_2\xrightarrow[I_2=0/5\,A]{I_1=0/25\,A} I$$
$$=0/25+0/5=0/75\,A$$

گام قانون اختلاف پتانسیل‌ها را در حلقهٔ پایین مدار به کار می‌بریم و در جهت ساعتگرد از اجزای مدار می‌گذریم.

$$-I_1R_1-6I-rI+\varepsilon=0$$
$$\xrightarrow[r=2\,\Omega,\varepsilon=12\,V]{I_1=0/25\,A,I=0/75\,A} -0/25R_1-6\times0/75-2\times0/75+12=0$$
$$\Rightarrow 6=0/25R_1\Rightarrow R_1=24\,\Omega$$

تیزبازی مقاومت R_1 با مجموع مقاومت‌های R_2 و $10\,\Omega$ به طور موازی بسته شده‌اند؛ پس داریم:

$$V_{R_1}=V_{R_2}+V_{10\,\Omega}\Rightarrow V_{R_1}>V_{10\,\Omega}\Rightarrow I_1R_1>5$$
$$\Rightarrow 0/25R_1>5\Rightarrow R_1>20\,\Omega$$

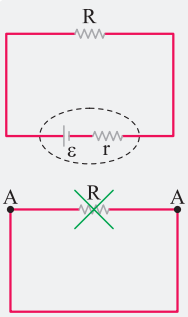
پس تنها جواب ممکن ۴ است.

۲۶- گزینه ۳

شفاف‌سازی وقتی کلید را می‌بندیم، مقاومت الکتریکی R اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.

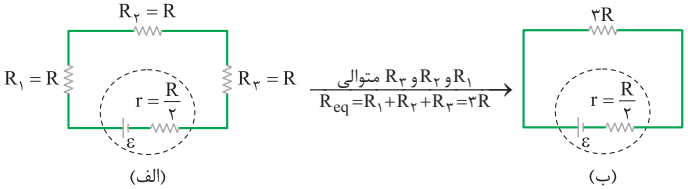
درس‌نامه ۱ اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر با اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت معادل خارجی است.

$$V_{\text{باتری}}=V_R$$



۲ اتصال کوتاه: اگر دو سر مقاومتی را با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل کنیم، پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت الکتریکی یکسان شده و در نتیجه اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن صفر می‌شود. در این حالت مقاومت کوتاه شده و از مدار حذف می‌گردد.

گام در ابتدا کلید باز است و مقاومت R_2 در مدار حضور دارد (شکل الف). با توجه به این‌که اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر با اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت معادل خارجی است، پس به سراغ مقاومت معادل مدار در این حالت می‌رویم (شکل ب).



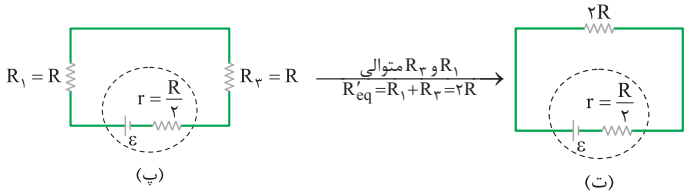
(الف) (ب)

گام حالا جریان خروجی از باتری را محاسبه می‌کنیم تا بتوانیم با استفاده از آن، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت ۳R را که برابر با اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری است، به دست بیاوریم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\xrightarrow[r=\frac{R}{2}]{R_{eq}=3R} I=\frac{\varepsilon}{3R+\frac{R}{2}}=\frac{2\varepsilon}{7R}$$

و $V_{\text{باتری}}=R_{eq}I\xrightarrow[I=\frac{2\varepsilon}{7R}]{R_{eq}=3R} V_{\text{باتری}}=(3R)(\frac{2\varepsilon}{7R})=\frac{6}{7}\varepsilon$

گام در حالت دوم، وقتی کلید را می‌بندیم، پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت R_2 یکسان شده و در نتیجه اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن صفر می‌شود. در این حالت مقاومت R_2 اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود (شکل پ). مانند گام اول، به سراغ مقاومت معادل مدار در این حالت می‌رویم (شکل ت).



(پ) (ت)

گام حالا جریان خروجی از باتری در حالت دوم را محاسبه می‌کنیم تا بتوانیم با استفاده از آن، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت ۲R را که برابر با اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری است، به دست بیاوریم.

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}\xrightarrow[r=\frac{R}{2}]{R'_{eq}=2R} I'=\frac{\varepsilon}{2R+\frac{R}{2}}=\frac{2\varepsilon}{5R}$$

و $V'_{\text{باتری}}=R'_{eq}I'\xrightarrow[I'=\frac{2\varepsilon}{5R}]{R'_{eq}=2R} V'_{\text{باتری}}=(2R)(\frac{2\varepsilon}{5R})=\frac{4}{5}\varepsilon$

گام در آخر خواستهٔ سؤال یعنی نسبت $\frac{V'_{\text{باتری}}}{V_{\text{باتری}}}$ را محاسبه می‌کنیم و تمام!

$$\frac{V'_{\text{باتری}}}{V_{\text{باتری}}}=\frac{\frac{4}{5}\varepsilon}{\frac{6}{7}\varepsilon}=\frac{14}{15}$$

۲۷- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچهٔ مسطح:

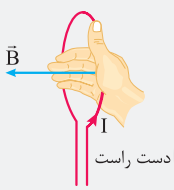
$$B=\frac{\mu_0 NI}{2R}$$

(تراوایی مغناطیسی خلأ $\frac{T.m}{A}$) ← | → تعداد حلقه‌ها

جریان الکتریکی (A) →

↓ شعاع (m)

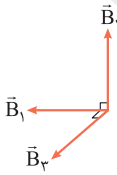
۲ برای تشخیص جهت میدان مغناطیسی در اطراف حلقهٔ حامل جریان از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم. طبق این قاعده، اگر انگشت شست دست راست را در جهت جریان قرار بدهیم، جهت خم‌شدن چهار انگشت دست راست، جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.



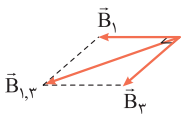
گام با توجه به این‌که جریان عبوری از هر حلقه و شعاع آن‌ها با یکدیگر یکسان است، پس میدان مغناطیسی حاصل از هر حلقه در مرکز حلقه‌ها (نقطهٔ O) نیز یکسان است و می‌توانیم بنویسیم:

$$B_1=B_2=B_3=B=\frac{\mu_0 NI}{2R}=\frac{12\times10^{-7}\times1\times0/5}{2\times(0/15)}=2\times10^{-6}\ T$$

گام طبق قاعدهٔ دست راست، اگر انگشت شست دست راست را در جهت جریان قرار بدهیم، جهت خم‌شدن چهار انگشت جهت میدان مغناطیسی در مرکز حلقه را نشان می‌دهد. جهت میدان مغناطیسی ناشی از سه حلقه را به دست می‌آوریم.

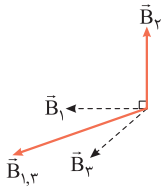


گام برایند میدان مغناطیسی ناشی از $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_3$ را محاسبه می‌کنیم.



$$B_{1,3}=\sqrt{B_1^2+B_3^2}\xrightarrow{B_1=B_3=B} B_{1,3}=B\sqrt{2}$$
$$\xrightarrow{B=2\times10^{-6}\ T} B_{1,3}=2\sqrt{2}\times10^{-6}\ T$$

گام $\vec{B}_{۱,۳}$ بر $\vec{B}_۲$ عمود است، پس برایند میدان مغناطیسی ناشی از $\vec{B}_{۱,۳}$ و $\vec{B}_۲$ را به دست می‌آوریم:



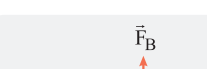
$$B_T = \sqrt{B_{۱,۳}^۲ + B_۲^۲} = \sqrt{(۲\sqrt{۲}\times۱۰^{-۶})^۲ + (۲\times۱۰^{-۶})^۲}$$

$$\Rightarrow B_T = ۲\times۱۰^{-۶}\sqrt{(\sqrt{۲})^۲ + (۱)^۲} = ۲\sqrt{۳}\times۱۰^{-۶}\ T$$

۲۸- گزینه ۴

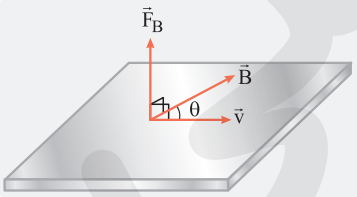
گام برای این‌که الکترون بدون انحراف در مسیر حرکت کند، باید نیرویی که از طرف میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی به الکترون وارد می‌شود، با هم برابر و در خلاف جهت هم باشند.

ذرهٔ باردار و نیروهای واردشده را به صورت مقابل در نظر می‌گیریم (چون ذرهٔ باردار منفی است، پس جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره، در خلاف جهت میدان الکتریکی است.)

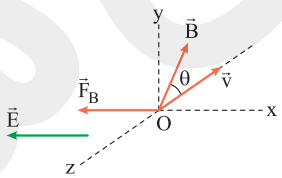


گام

نکته نیرویی که از طرف میدان مغناطیسی بر ذرهٔ باردار وارد می‌شود، هم بر راستای حرکت ذره و هم بر میدان مغناطیسی عمود است.



با توجه به نکتهٔ بالا، نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون $(\vec{F}_B)$ بر صفحه‌ای که بردار $\vec{v}$ و بردار $\vec{B}$ تشکیل می‌دهند، عمود است؛ بنابراین میدان مغناطیسی $(\vec{B})$ و راستای حرکت $(\vec{v})$ باید به صورت روبه‌رو در صفحهٔ yoz باشند تا نیروی مغناطیسی به سمت چپ باشد.

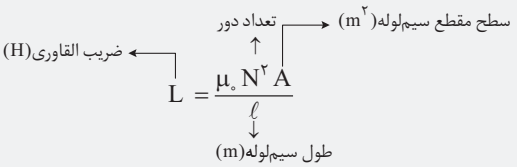


همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، میدان الکتریکی عمود بر راستای حرکت است ($\vec{E}$ در خلاف جهت محور x و $\vec{v}$ و $\vec{B}$ در صفحهٔ yoz است). اما $\vec{v}$ و $\vec{B}$ هر زاویهٔ دلخواهی به غیر از صفر و ۱۸۰° می‌توانند داشته باشند.

۲۹- گزینه ۱

شفاف‌سازی عدد ۱۵/۷ به ما آلارم می‌دهد که مقدار π را باید ۳/۱۴ در نظر بگیریم.

درس‌نامه ضریب القاوری سیم‌لولهٔ آرمانی و بدون هسته:



$$L = \frac{\mu_۰ N^۲ A}{\ell}$$

کافیست داده‌ها را در رابطهٔ زیر جای‌گذاری کنیم و ضریب القاوری سیم‌لوله را به دست بیاوریم (*تبدیل واحد یادت نره!*).

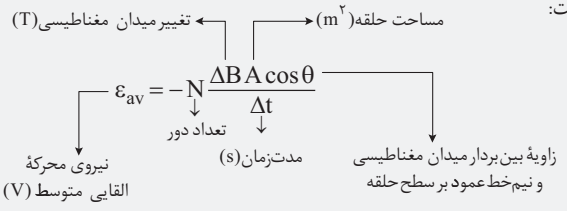
$$L = \frac{\mu_۰ N^۲ A}{\ell} \xrightarrow[\mu_۰=۴\pi\times۱۰^{-۷}\frac{T.m}{A},\ell=۱۵/۷\times۱۰^{-۲}\ m]{N=۱۰۰۰,\ A=۸\times۱۰^{-۴}\ m^۲}$$

$$L = \frac{۴\pi\times۱۰^{-۷}\times(۱۰۰۰)^۲\times۸\times۱۰^{-۴}}{۱۵/۷\times۱۰^{-۲}}$$

$$= \frac{۴\times۳/۱۴\times۱۰^{-۷}\times۱۰^۶\times۸\times۱۰^{-۴}}{۱/۵۷\times۱۰^{-۱}} = ۶/۴\times۱۰^{-۳}\ H = ۶/۴\ mH$$

۳۰- گزینه ۲

درس‌نامه نیروی محرکهٔ القایی متوسط برای پیچه یا سیم‌لوله‌ای که از N دور مشابه تشکیل شده است:



$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta B A\cos\theta}{\Delta t}$$

برای تبدیل گاوس به تسلا (و برعکس) به صورت مقابل عمل می‌کنیم: $G \xrightleftharpoons[\times۱۰^۴]{\div۱۰^۴} T$

کافیست داده‌ها را در رابطهٔ زیر جای‌گذاری کنیم:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta B A\cos\theta}{\Delta t} \xrightarrow[A=\pi r^۲=۳/۱۴\times۱۰^{-۲}\ m^۲,\theta=۹۰^\circ-۳۰^\circ=۶۰^\circ]{N=۱,\ \Delta B=-۶۰۰۰\times۱۰^{-۴}\ T,\Delta t=۱۵/۷\times۱۰^{-۳}\ s}$$

$$\varepsilon_{av} = -۱\times\frac{(-۶۰۰۰\times۱۰^{-۴})\times ۳/۱۴\times۱۰^{-۲}\times\cos۶۰^\circ}{۱۵/۷\times۱۰^{-۳}} = ۰/۶\ V$$

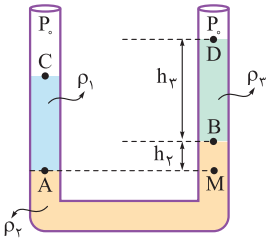
تله اگر به اشتباه θ را ۳۰° در نظر بگیرید، به گزینهٔ نادرست ۱ می‌رسید.

۳۱- گزینه ۱

گام نقاط C و D در سطح آزاد مایع‌ها هستند و فشار این دو نقطه یکسان و برابر با $P_۰$ است.

$$P_C = P_D = P_۰$$

گام فشار در نقاط A و M، به دلیل این‌که در یک مایع و در یک تراز قرار دارند، با هم برابر است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:



$$P_A = P_M \Rightarrow P_A = P_B + \rho_۲ g h_۲$$
$$\Rightarrow P_A > P_B$$

گام فشار در نقطهٔ B ناشی از فشار هوا و مایع $\rho_۲$ است؛ بنابراین داریم:

$$P_B = P_۰ + \rho_۲ g h_۳ \xrightarrow{P_۰=P_C} P_B = P_C + \rho_۲ g h_۳ \Rightarrow P_B > P_C$$

پس در نتیجه $P_A > P_B > P_C = P_D$ است.

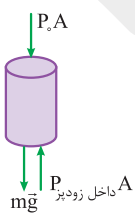
تیزبازی با توجه به این‌که $P_C = P_D = P_۰$ است، ۲ رد می‌شود، چون $P_C > P_D$ نیست. هم‌چنین ۳ و ۴ هم رد می‌شوند؛ چون در این دو گزینه، با توجه به این‌که $P_C = P_D$ است، $P_A = P_B$ می‌شود که درست نیست.

۳۲- گزینه ۴

درس‌نامه به اختلاف فشار مطلق (P) و فشار جو $(P_۰)$، فشار پیمانه‌ای می‌گوییم و آن را با P_g نشان می‌دهیم.

$$P_g = P - P_۰$$

شکل مقابل وضعیت وزنه را که روی روزنه قرار دارد، نشان می‌دهد. برای این‌که وزنه در تعادل باشد، باید برایند نیروهای وارد بر وزنه صفر باشد؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:



$$P_۰A + mg = P_{\text{داخل زودپز}}A$$

$$\Rightarrow P_۰ + \frac{mg}{A} = P_{\text{داخل زودپز}} \Rightarrow \frac{mg}{A} = \underbrace{P_{\text{داخل زودپز}} - P_۰}_{P_g = \text{فشار پیمانه‌ای بخار داخل زودپز}}$$

$$\Rightarrow P_g = \frac{mg}{A} \Rightarrow ۱۰^۵ = \frac{m\times۱۰}{۵\times۱۰^{-۶}} \Rightarrow m = ۵\times۱۰^{-۲}\ kg = ۵۰\ g$$

مشاوره تمام تمرین‌ها، مثال‌ها، شکل‌ها و ... کتاب درسی را بخوانید. این سؤال مشابه تمرین کتاب درسی است.

۳۳- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ کار نیروی ثابت F:

$$W = F d \cos\theta$$

(F: نیرو (N)، d: جابه‌جایی (m)، θ: زاویهٔ بین نیرو و جابه‌جایی)

۲ قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: کار کل وارد بر یک جسم در یک جابه‌جایی معین برابر با تغییر انرژی جنبشی آن است.

$$W_t = \Delta K$$

با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی می‌توانیم بنویسیم (کار نیروی وزن و نیروی عمودی سطح چون بر جابه‌جایی عمود هستند، صفر است):

$$W_t = \Delta K \Rightarrow \cancel{W_{mg}} + \cancel{W_{F_N}} + W_F + W_{f_k} = \Delta K$$

$$\Rightarrow F d \cos 37^\circ + f_k d \cos 180^\circ = \Delta K$$

$$\Rightarrow 6000 \times 5 \times 0/8 + 4000 \times 5 \times (-1) = \Delta K$$

$$\Rightarrow \Delta K = 24000 - 20000 = 4000\ J$$

۳۴- گزینه ۴

درس‌نامه طبق قانون پایستگی انرژی، جمع جبری گرماهای مبادله‌شده تا رسیدن به حالت تعادل، برابر با صفر است.

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow m_1 c_1(\theta - \theta_1) + m_2 c_2(\theta - \theta_2) + m_3 c_3(\theta - \theta_3) = 0$$

طبق قانون پایستگی انرژی، جمع جبری گرماهای مبادله‌شده تا رسیدن به حالت تعادل، برابر با صفر است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow m_{آب} c_{آب}(\theta - \theta_{آب}) + m'_{آب} c_{آب}(\theta - \theta'_{آب}) + m_{ظرف} c_{ظرف}(\theta - \theta_{ظرف}) = 0$$

$$\Rightarrow 80 \times 10^{-3} \times 4200(\theta - 20) + 20 \times 10^{-3} \times 4200(\theta - 80) + 300 \times 10^{-3} \times 400(\theta - 32) = 0$$

$$\xrightarrow{\div 4000 \times 10^{-3}} 84(\theta - 20) + 21(\theta - 80) + 30(\theta - 32) = 0$$

$$\Rightarrow 84\theta - 1680 + 21\theta - 1680 + 30\theta - 960 = 0 \Rightarrow 135\theta = 4320 \Rightarrow \theta = 32\ ^\circ C$$

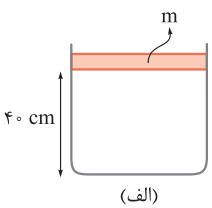
۳۵- گزینه ۳

درس‌نامه با توجه به معادلهٔ حالت گاز کامل $(PV = nRT)$، برای مقایسهٔ دو حالت مختلف، رابطهٔ کلی مقابل را در نظر بگیرید و هر کمیتی را که در سؤال ثابت فرض شده بود، از طرفین این رابطه حذف کنید.

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2}$$

(P: فشار، V: حجم، n: تعداد مول، T: دما (K))

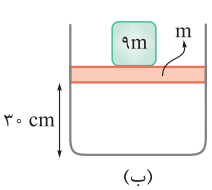
گام در حالت اول، فشار گاز زیر پیستون برابر با مجموع فشار هوا و فشار ناشی از وزن پیستون قرارگرفته در بالای گاز است. با توجه به شکل (الف)، فشار گاز و حجم گاز در حالت اول را به دست می‌آوریم (جرم پیستون را m فرض می‌کنیم).



(الف)

$$P_1 = \frac{mg}{A} + P_0 \ ,\ V_1 = 40 \times A = 40A$$

گام فشار گاز و حجم گاز در حالت دوم را که وزنه‌ای با جرم ۹ برابر جرم پیستون روی آن قرار داده‌ایم، به دست می‌آوریم (شکل ب).



(ب)

$$P_2 = \frac{(9m + m)g}{A} + P_0 = \frac{10mg}{A} + P_0 \ ,\ V_2 = A \times 30 = 30A$$

گام حالا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، P_0 را به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \xrightarrow{\substack{n_1 = n_2 \\ T_1 = T_2}} P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow (P_0 + \frac{mg}{A}) \times \cancel{40}^{4} A$$

$$= (P_0 + \frac{10mg}{A}) \times \cancel{30}^{3} A \Rightarrow 4P_0 + \frac{4mg}{A} = 3P_0 + \frac{30mg}{A} \Rightarrow P_0 = \frac{26mg}{A}$$

$$\Rightarrow P_0 = \frac{26 \times 1/75 \times 10}{50 \times 10^{-4}} = 9/1 \times 10^4\ Pa$$

شیمی

۳۶- گزینه ۲

نکته

تعیین تعداد الکترون‌های ظرفیتی اتم‌ها

- اگر آرایش الکترونی به زیرلایهٔ s ختم شود: الکترون‌های ظرفیت = الکترون‌های زیرلایهٔ $(n-1)d$ در صورت وجود + الکترون‌های زیرلایهٔ ns
- اگر آرایش الکترونی به زیرلایهٔ p ختم شود: الکترون‌های ظرفیت = مجموع الکترون‌های آخرین زیرلایه‌های s (ns) و p (np)

گام ابتدا آرایش الکترون‌های ظرفیتی اتم X و عدد اتمی آن را به دست می‌آوریم:

بیست و چهارمین عنصر جدول تناوبی، کروم $(_{24}Cr)$ است که آرایش الکترون‌های ظرفیت آن به صورت $3d^5 4s^1$ است؛ بنابراین عنصر X فلزی واسطه است و آرایش الکترونی آن به $(n-1)\,d^5 ns^1$ ختم می‌شود.

$$_{24}Cr : [_{18}Ar]\ \underbrace{3d^5 4s^1}_{\text{الکترون‌های ظرفیتی}}$$

روش عنصر X، فلزی واسطه بوده و بنابراین یون پایدار آن کاتیون است و طبق اطلاعات داده‌شده در سؤال با تبدیل‌شدن به کاتیون، شمار الکترون‌های آن با شمار الکترون‌های نخستین عنصر واسطهٔ دورهٔ پنجم جدول برابر می‌شود؛ بنابراین عنصر X در دورهٔ پنجم قرار دارد $(n = 5)$ و آرایش الکترونی آن به $4d^5 5s^1$ ختم شده و عدد اتمی آن ۴۲ است:

$$_{42}X : [_{36}Kr]\ \underbrace{4d^5 5s^1}_{\text{الکترون‌های ظرفیتی}}$$

روش نخستین عنصر واسطهٔ دورهٔ پنجم (Y)، در گروه ۳ قرار دارد و عدد اتمی آن، ۳ واحد بیشتر از گاز نجیب دورهٔ چهارم $(_{36}Kr)$ است؛ بنابراین عدد اتمی آن ۳۹ = ۳ + ۳۶ است.

از طرفی عنصر X همانند عنصر $_{24}Cr$ در گروه ۶ جدول قرار دارد که با توجه به اطلاعات داده‌شده با از دست دادن الکترون و تبدیل‌شدن به کاتیون، شمار الکترون‌های آن به ۳۹ رسیده است؛ بنابراین:

عدد اتمی عنصر X : ۳۹ + ۳ = ۴۲

- ۳: اختلاف شمارهٔ گروه دو عنصر X و Y
- ۳۹: عدد اتمی عنصر Y (نخستین عنصر واسطهٔ دورهٔ ۵)

گام به دست آوردن شمار نوترون‌های اتم $^{96}_{42}X$: شمار نوترون‌ها = ۹۶ − ۴۲ = ۵۴

۳۷- گزینه ۳

طیف نشری خطی، وسیلهٔ شناسایی عنصرها است، دقیقاً مثل بارکد یا خط نماد روی بسته‌های مواد غذایی و کالاها! (که اطلاعاتی مانند نوع کالا، قیمت، تاریخ انقضا و ... در آن درج شده است.) یعنی طیف نشری خطی و خط نماد، از نظر این‌که وسیلهٔ شناسایی هستند، به هم شبیه‌اند ولی طیف نشری خطی عنصرها، کاربردی در خط نماد کالاها ندارد و در آن استفاده نشده است!

تله در حاشیهٔ یکی از صفحه‌های فصل ۱ کتاب درسی شیمی دهم می‌خوانیم که کاربرد طیف‌های نشری خطی از برخی جنبه‌ها مانند کاربرد خط نماد (بارکد) روی جعبه یا بستهٔ مواد غذایی و کالاهاست؛ بنابراین طیف نشری خطی و خط نماد روی بستهٔ کالاها فقط از نظر کاربرد، شبیه هم‌اند. طراح در این عبارت با جابه‌جایی کلمات، مفهوم جملهٔ کتاب درسی را به شکل هوشمندانه‌ای تغییر داده و گفته که یکی از کاربردهای طیف نشری خطی در «خط نماد» روی بستهٔ کالاهاست که *غلط!* و باید خیلی دقیق *باشی تا تو دام این عبارت نیفتی!*

بررسی سایر گزینه‌ها: ① هر عنصر (چه فلز، چه نافلز و چه شبه‌فلز) طیف نشری خطی ویژهٔ خود را دارد؛ یعنی تعداد خطوط و محل قرارگیری آن‌ها (طول موج خط‌های طیفی) در طیف نشری خطی برای هر عنصر اختصاصی است و مانند اثر انگشت می‌توان از این طیف‌ها برای شناسایی عنصرها استفاده کرد. ② در ناحیهٔ مرئی طیف نشری خطی هر یک از اتم‌های H و Li، ۴ خط یا نوار رنگی وجود دارد. ④ رنگ شعلهٔ نمک‌ها به دلیل وجود عنصر فلزی در آن‌هاست، بنابراین با استفاده از تغییر رنگ شعله، می‌توان به وجود عنصر **فلزی** (نه نافلزی!) در آن پی برد.

۳۸- گزینه ۴

نکته **تعیین شمارهٔ دوره و گروه عنصرها با استفاده از عدد اتمی گازهای نجیب:**

تعیین شمارهٔ دوره: کافی است عدد اتمی عنصر مورد نظر را بین عدد اتمی دو گاز نجیب قرار دهیم، شمارهٔ دورهٔ عنصر با شمارهٔ دورهٔ گاز نجیب بعد از آن یکسان است.

عدد اتمی گازهای نجیب: ۲ (دورهٔ ۱) ۱۰ (دورهٔ ۲) ۱۸ (دورهٔ ۳) ۳۶ (دورهٔ ۴) ۵۴ (دورهٔ ۵) ۸۶ (دورهٔ ۶) ۱۱۸ (دورهٔ ۷)

تعیین شمارهٔ گروه: برای تعیین شمارهٔ گروه:

① اگر عدد اتمی عنصر مورد نظر یک یا دو واحد بیشتر از عدد اتمی یکی از گازهای نجیب باشد، شمارهٔ گروه عنصر به ترتیب برابر ۱ یا ۲ است:

مثال: ${}_{19}X$: $19-18=1 \Rightarrow$ شمارهٔ گروه عنصر ${}_{19}X = 1$

(۱۸ Ar عدد اتمی)

② عنصرهایی که در دو ردیف در پایین جدول قرار دارند (عنصرهای ۵۷ تا ۷۰ و ۸۹ تا ۱۰۲ جدول) را می‌توان متعلق به گروه ۳ دانست.

③ برای بقیهٔ عنصرها که عدد اتمی آن‌ها بیش از ۲ واحد از عدد اتمی گاز نجیب قبل از خود بیشتر است، باید اختلاف عدد اتمی عنصر و گاز نجیب **هم‌دوره‌اش** را از عدد ۱۸ کم کنیم:

مثال: ${}_{47}A \Rightarrow$ شمارهٔ گروه $= 18-(54-47)=11$

(عدد اتمی عنصر — گاز نجیب هم‌دوره)

گام ۱ ابتدا شمارهٔ دوره و گروه عنصر X در جدول دوره‌ای را به دست می‌آوریم:

تعیین شمارهٔ دورهٔ عنصر X: عنصرهایی با عددهای اتمی ۱۹ تا ۳۶ در دورهٔ چهارم قرار دارد؛ بنابراین عنصر X مانند ${}_{28}Ni$ متعلق به دورهٔ چهارم است.

تعیین شمارهٔ گروه عنصر X: عنصر X با نخستین عنصر ساخت بشر، یعنی تکنسیم با عدد اتمی ۴۳ (${}_{43}Tc$) هم‌گروه است و هر دو متعلق به گروه ۷ جدول دوره‌ای‌اند.

${}_{43}Tc \Rightarrow$ شمارهٔ گروه $= 18-(54-43)=18-11=7$

(عدد اتمی تکنسیم — گاز نجیب هم‌دوره)

گام ۲ با توجه به شمارهٔ دوره و گروه عنصر X، آرایش الکترونی آن را می‌نویسیم. عنصر X در دورهٔ چهارم و گروه ۷ قرار دارد، بنابراین آرایش الکترونی آن به $3d^5 4s^2$ ختم شده و همان منگنز (${}_{25}Mn$) است:

$X: {}_{25}Mn : [{}_{18}Ar]\, 3d^5 4s^2$

گام ۳ با توجه به فرمول‌های شیمیایی داده‌شده در گزینه‌ها، بار کاتیون X^{n+} را تشخیص داده و آرایش الکترونی آن را می‌نویسیم. با توجه به بار یون‌های O^{2-}، Cl^- و فرمول‌های داده‌شده در گزینه‌ها، X می‌تواند دو نوع کاتیون دو بار مثبت (X^{2+}) و سه بار مثبت (X^{3+}) تشکیل دهد.

$X: {}_{25}Mn : [{}_{18}Ar]\, 3d^5 4s^2$

$X_2O_3 \Rightarrow X^{3+} : [{}_{18}Ar]\, 3d^4$

$XCl_2 \Rightarrow X^{2+} : [{}_{18}Ar]\, 3d^5$

تیزبازی با یه نگاه به گزینه‌ها می‌شه فهمید که عنصر X یک فلز واسطه است و از آن‌جا که در آرایش الکترونی کاتیون فلزهای واسطه، زیرلایهٔ ns وجود ندارد، ① و ② سریع حذف می‌شن. از اون‌جایی که عنصر X مانند ${}_{43}Tc$ متعلق به گروه ۷ جدوله، آرایش الکترونی آن به $(n-1)d^5 ns^2$ و با توجه به دو گزینهٔ باقی‌مانده آرایش الکترونی کاتیون‌های X^{2+} و X^{3+} آن به ترتیب به $(n-1)d^5$ و $(n-1)d^4$ ختم می‌شه، پس جواب می‌شه ④ و تمام!

۳۹- گزینه ۱

بررسی گزینه‌ها: ① با توجه به شکلی که در فصل ۲ کتاب درسی شیمی دهم در رابطه با لایهٔ اوزون آورده شده است، از هر ۵ پرتو فرابنفش، ۴تای آن‌ها توسط اوزون جذب شده و فقط یکی از آن‌ها می‌تواند فرار کند؛ پس *می‌شه* گفت حدود $\frac{4}{5} \times 100 = 80$ درصد تابش فرابنفش توسط لایهٔ اوزون جذب می‌شود *که بیشتر از ۷۵ درصده!*



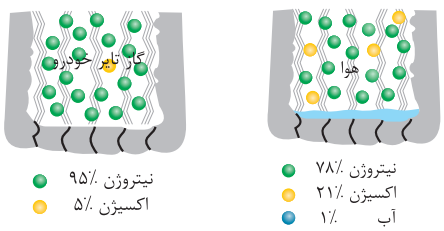
② در فرایند هابر (تهیهٔ NH_3 از گازهای N_2 و H_2)، باید فراورده (آمونیاک) را از مخلوط جدا کنیم که برای این کار (مایع‌شدن آمونیاک)، دما را باید کمی پایین‌تر از نقطهٔ جوش آمونیاک (حدود $-34\ ^\circ C$) بیاوریم. دقت کنید که در این فرایند دما را به هیچ وجه نباید پایین‌تر از دمای جوش نیتروژن ($-196\ ^\circ C$) و هیدروژن ($-253\ ^\circ C$) آورد، چون *این‌طوری* این گازها نیز مایع شده و با آمونیاک مایع *قاطی‌پاتی!* می‌شوند.

نکته مقایسهٔ نقطهٔ جوش مواد شرکت‌کننده در واکنش تولید آمونیاک *این‌پوریاست؛*

نقطهٔ جوش: $NH_3 > N_2 > H_2$

$-34\ ^\circ C \quad -196\ ^\circ C \quad -253\ ^\circ C$

③ نسبت درصد گاز نیتروژن در هوا به درصد این گاز در تایر خودرو حدود $\frac{78}{95}$ است که قطعاً با ۹۵ / ۰ برابر نیست.



④ گاز نیتروژن (N_2)، فراوان‌ترین جزء سازندهٔ هواکره است که واکنش‌پذیری ناچیزی دارد، اما در صنعت، مواد مختلفی از آن تهیه می‌کنند.

مشاوره ① و ③، تحلیل‌های عددی از شکل‌های کتاب درسی است که تاکنون به این صورت در کنکور مطرح نشده بودن، متأسفانه طراحان کنکور برای پررنگ‌کردن اهمیت کتاب درسی، رو به طرح این عبارت‌های غیراستاندارد برده‌اند! *پی بگیم؟!* از اهمیت کتاب درسی غافل نشید.

۴۰- گزینه ۴

ابتدا معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش‌ها را می‌نویسیم:

I) $N_2 + O_2 \rightarrow 2NO$

II) $2NO + O_2 \rightarrow 2NO_2$

روش استفاده از کسرهای تناسب:

ضریب مادهٔ مشترک (NO)، در دو واکنش برابر است (نیازی به یکسان‌سازی ضریب این ماده در واکنش‌ها نداریم)؛ بنابراین می‌توانیم به طور مستقیم بین واکنش‌دهنده‌های واکنش (I) و فراوردهٔ واکنش (II)، برای قسمت دوم سؤال، روابط استوکیومتری بنویسیم:

$1\ mol\ N_2, 1\ mol\ O_2 \sim 2\ mol\ NO \sim 2\ mol\ NO_2$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{O_2-N_2}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{NO}} = \frac{\text{حجم}}{\underbrace{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}}_{NO_2}}$$

نکته در مسائل استوکیومتری واکنش، در مواردی که به جای جرم یک ماده، مجموع یا تفاوت جرم دو ماده خواسته شده یا داده می‌شود، کسر تناسب مربوط به جرم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{\text{مجموع جرم دو ماده}}{(\text{جرم مولی مادهٔ ۲} \times \text{ضریب مادهٔ ۲}) + (\text{جرم مولی مادهٔ ۱} \times \text{ضریب مادهٔ ۱})} \\ \dfrac{\text{تفاوت جرم دو ماده}}{(\text{جرم مولی مادهٔ ۲} \times \text{ضریب مادهٔ ۲}) - (\text{جرم مولی مادهٔ ۱} \times \text{ضریب مادهٔ ۱})} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{0/125}{\underbrace{(1\times32)}_{O_2}-\underbrace{(1\times28)}_{N_2}}=\frac{x}{\underbrace{2\times30}_{NO}}=\frac{x'}{\underbrace{2\times22/4}_{NO_2}}\Rightarrow \frac{\overbrace{\frac{1}{8}}^{0/125}}{\underbrace{4}_{\frac{1}{32}}}=\frac{x}{2\times30}=\frac{x'}{2\times22/4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=\frac{2\times30}{32}=\frac{15}{8}=\frac{16}{8}-\frac{1}{8}=2-0/125=1/875\ g\ NO \\ x'=\frac{2\times22/4}{32}=\frac{22/4}{16}=1/4\ L\ NO_2 \end{cases}$$

روش استفاده از کسر تبدیل: برای قسمت اول سؤال با توجه به معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش (I)، به ازای واکنش ۱ مول یا ۲۸ گرم N_2 با ۱ مول یا ۳۲ گرم O_2، ۲ مول گاز NO حاصل می‌شود؛ یعنی اگر تفاوت جرم دو گاز N_2 و O_2 در آغاز واکنش برابر با ۴ = ۲۸ − ۳۲ گرم باشد، ۲ مول گاز NO خواهیم داشت؛ بنابراین:

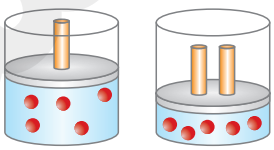
$$0/125\ g\left(\begin{matrix}\text{تفاوت جرم}\\ O_2\ \text{و}\ N_2\end{matrix}\right)\times\frac{2\ mol\ NO}{4\ g\left(\begin{matrix}\text{تفاوت جرم}\\ O_2\ \text{و}\ N_2\end{matrix}\right)}\times\frac{30\ g\ NO}{1\ mol\ NO}=1/875\ g\ NO$$

قسمت دوم سؤال هم که یک مسئلهٔ استوکیومتری ساده است:

$$1/875\ g\ NO\times\frac{1\ mol\ NO}{30\ g\ NO}\times\underbrace{\frac{2\ mol\ NO_2}{2\ mol\ NO}}_{\text{در واکنش (II)}}\times\frac{22/4\ L\ NO_2}{1\ mol\ NO_2}=1/4\ L\ NO_2$$

۴۱- گزینه ۳

فاصلهٔ بین مولکول‌های یک نمونهٔ گازی، به فشار آن بستگی دارد، به طوری که هر چه فشار وارده بر یک گاز بیشتر باشد، فاصلهٔ بین مولکول‌های آن کم‌تر شده و حجم نمونهٔ گازی کاهش می‌یابد.



بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) گازها حجم معینی ندارند، ولی مایع‌ها حجم معینی دارند. ۲) با افزایش فشار بر یک نمونه گاز، فاصلهٔ بین مولکول‌های آن کم می‌شود و نه حجم مولکول‌ها! شکل مقابل را ببینید:

۴) در دما و فشار ثابت، حجم شمار **مول‌های یکسانی** از دو گاز با هم برابر است نه حجم جرم‌های یکسانی از دو گاز! جرم مولی CO و CO_2 با هم متفاوت است؛ بنابراین در یک گرم از آن‌ها، تعداد مول یکسانی وجود ندارد.

۴۲- گزینه ۴

گام معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم: $Ba(OH)_2+2HCl\rightarrow BaCl_2+2H_2O$

گام جرم $Ba(OH)_2$ در محلول را به دست می‌آوریم:

با توجه به این‌که چگالی محلول برابر با $1\ g.mL^{-1}$ است، لذا ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول، جرمی معادل با ۲۰۰ گرم دارد. با توجه به فرمول ppm می‌توان نوشت:

$$ppm_{Ba(OH)_2}=\frac{\text{جرم } Ba(OH)_2}{\text{جرم محلول}}\times10^6\Rightarrow 21375=\frac{x}{200}\times10^6$$

$$\Rightarrow x=42750\times10^{-4}\ g$$

گام با استفاده از روابط استوکیومتری از جرم $Ba(OH)_2$ به حجم محلول HCl می‌رسیم.

روش استفاده از کسر تناسب: $Ba(OH)_2\sim2HCl$

برای $Ba(OH)_2$ کسر تناسب مربوط به جرم و برای HCl کسر تناسب مربوط به غلظت مولی را می‌نویسیم:

$$\underbrace{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}}_{Ba(OH)_2}=\underbrace{\frac{\text{حجم}\times\text{غلظت مولی}}{1\times\text{ضریب}}}_{HCl}\Rightarrow\frac{\overbrace{42750\times10^{-4}}^{21375}}{1\times171}=\frac{\overbrace{0/1}^{0/4}\times x}{2\times1}$$

$$\Rightarrow x=\frac{21375}{171}\times10^{-3}\ (L)=\frac{21375}{171}(mL)>100\Rightarrow$$ ۴

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$\overbrace{42750}^{250}\times10^{-4}\ g\ Ba(OH)_2\times\frac{1\ mol\ Ba(OH)_2}{\underbrace{171}_{1}\ g\ Ba(OH)_2}\times\frac{2\ mol\ HCl}{1\ mol\ Ba(OH)_2}$$

$$\times\frac{1\ L\ HCl(aq)}{0/4\ mol\ HCl}\times\frac{1000\ mL}{1\ L}=\frac{21375}{171}>100\Rightarrow$$ ۴

نکته ۱) برای تبدیل درصد جرمی و غلظت ppm به یکدیگر از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$ppm=\text{درصد جرمی}\times10^4$$

۲) برای تبدیل درصد جرمی و غلظت مولار یک محلول به یکدیگر از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$M(\text{غلظت مولار})=\frac{10\overbrace{ad}^{\text{درصد جرمی محلول}}\rightarrow\text{چگالی محلول }(g/mL)}{\text{جرم مولی حل‌شونده}}$$

می‌توانیم ابتدا غلظت مولی محلول باریم هیدروکسید را به دست آورده و سپس محاسبات را انجام بدیم.

$$\text{غلظت مولی}=\frac{10ad}{\text{جرم مولی}},\ a=ppm\times10^{-4}$$

$$\Rightarrow \text{غلظت مولی } Ba(OH)_2=\frac{10\times21375\times10^{-4}\times1}{171}=\frac{21375}{171}\times10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

روش استفاده از کسر تناسب: $Ba(OH)_2\sim2HCl$

$$\underbrace{\frac{\text{حجم}\times\text{غلظت مولی}}{1\times\text{ضریب}}}_{Ba(OH)_2}=\underbrace{\frac{\text{حجم}\times\text{غلظت مولی}}{1\times\text{ضریب}}}_{HCl}$$

$$\Rightarrow\frac{21375\times\overbrace{10^{-3}}^{0/2}\times200}{171\times1}=\frac{\overbrace{0/4}^{0/2}\times x}{2\times1}\Rightarrow x=\frac{21375}{171}>100\Rightarrow$$ ۴

روش روش استفاده از کسر تبدیل:

$$\overbrace{200}^{2}\ mL\ Ba(OH)_2(aq)\times\frac{\frac{21375}{171}\times\overbrace{10^{-3}}^{10^{-2}}\ mol\ Ba(OH)_2}{1\ L\ Ba(OH)_2(aq)}$$

$$\times\frac{2\ mol\ HCl}{1\ mol\ Ba(OH)_2}\times\frac{1\ L\ HCl(aq)}{\underbrace{0/4}_{0/2}\ mol\ HCl}=\frac{21375}{171}>100\Rightarrow$$ ۴

۴۳- گزینه ۱

نکته در جدول زیر برخی از ویژگی‌های آب (H_2O) در مقایسه با هیدروژن سولفید (H_2S)، در فشار ۱ atm آمده است:

ماده	آب	هیدروژن سولفید
فرمول شیمیایی	H_2O	H_2S
مدل فضاپرکن		
قطبیت مولکول	قطبی	قطبی
گشتاور دوقطبی (μ)	1/85D	0/97D
جرم مولی ($g.mol^{-1}$)	۱۸	۳۴
حالت فیزیکی (۲۵ °C)	مایع	گاز
نقطهٔ جوش (°C)	۱۰۰	−۶۰

دلیل تفاوت نقطهٔ جوش مواد مولکولی *برمی‌گرده* به قدرت نیروهای بین مولکولی آن‌ها! از آن‌جایی که نیروی بین مولکولی آب (H_2O) برخلاف هیدروژن سولفید (H_2S) از نوع پیوند هیدروژنی است، آب نقطهٔ جوش بالاتری دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها: ② ساختار هر دو مولکول، خمیده (V‌شکل) است. ③ با این‌که شعاع اتمی و جرم مولی اتم گوگرد از اکسیژن بیشتر است ولی به دلیل وجود پیوندهای هیدروژنی میان مولکول‌های آب، نقطهٔ جوش آب بسیار بالاتر از نقطهٔ جوش هیدروژن سولفید می‌باشد. در واقع نقش بسزا در تفاوت نقطهٔ جوش *رو پیوند هیدروژنی داره!* ④ هر دو مولکول H_2O و H_2S قطبی‌اند ولی گشتاور دوقطبی آب (۱/۸۵D) بیشتر از گشتاور دوقطبی هیدروژن سولفید (۰/۹۷D) است؛ یعنی تفاوت گشتاور دوقطبی‌شون زیاده!
اما مولکول‌های CS_2 و CO_2 هر دو ناقطبی بوده و تفاوت گشتاور دوقطبی آن‌ها برابر صفر است.

۴۴- گزینه ۲

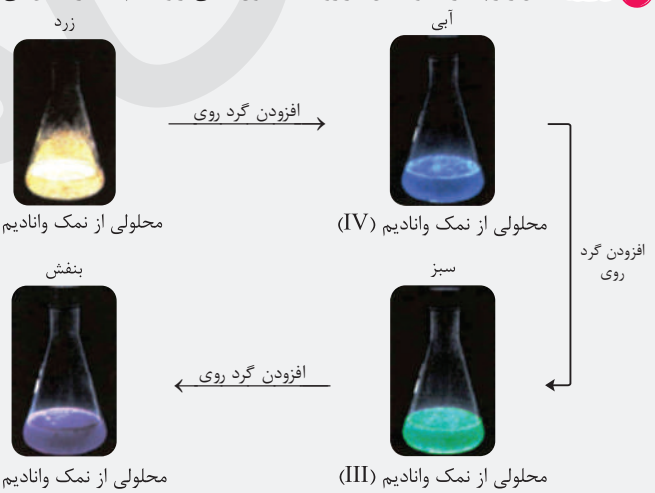
عبارت‌های (الف) و (ب) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) آرایش الکترونی کاتیون پایدار فلزهای اصلی (فلزهای دستهٔ s و p) به ns^2 یا ns^2np^6 یا $(n-1)d^{10}$ یا $1s^2$ ختم می‌شود.

مثال:
$_{20}Ca:[_{18}Ar]4s^2 \Rightarrow {}_{20}Ca^{2+}:[_{18}Ar]$
$_{31}Ga:[_{18}Ar]3d^{10}4s^24p^1 \Rightarrow {}_{31}Ga^{3+}:[_{18}Ar]3d^{10}$
$_{50}Sn:[_{36}Kr]4d^{10}5s^25p^2 \Rightarrow {}_{50}Sn^{2+}:[_{18}Ar]4d^{10}5s^2$

(ب) یون‌های پایدار $_{31}Ga$ و $_{30}Zn$ به ترتیب $_{31}Ga^{3+}$ و $_{30}Zn^{2+}$ است که آرایش الکترونی هر دو به $3d^{10}$ ختم می‌شود:
$_{30}Zn:[_{18}Ar]3d^{10}4s^2 \Rightarrow {}_{30}Zn^{2+}:[_{18}Ar]3d^{10}$
$_{31}Ga:[_{18}Ar]3d^{10}4s^24p^1 \Rightarrow {}_{31}Ga^{3+}:[_{18}Ar]3d^{10}$

نکته شکل زیر پیشرفت واکنش فلز روی با محلول نمکی از وانادیم (V) را نشان می‌دهد:



◇ با گذشت زمان، عدد اکسایش وانادیم در هر مرحله، ۱ واحد کاهش می‌یابد؛ بنابراین **نمک وانادیم** در هر مرحله، **نقش اکسنده** را دارد.
◇ **فلز روی** در این واکنش‌ها به یون Zn^{2+} اکسید می‌شود و بنابراین **نقش کاهنده** را دارد.

(پ) لزوماً در واکنش فلز روی با محلول نمک وانادیم، رنگ محلول از زرد (محلول نمک وانادیم (V)) به بنفش (محلول نمک وانادیم (II)) تغییر نمی‌کند و بستگی به مقدار فلز روی دارد. در ضمن در این واکنش، فلز روی اکسایش می‌یابد و نه محلول نمک وانادیم! نمک وانادیم نقش اکسنده را دارد و کاهش می‌یابد.

نکته روش گیاه‌پالایی برای استخراج فلزهای Ni و Zn نامناسب ولی برای استخراج فلزهای Au و Cu مناسب است.

(ت) طبق اطلاعات کتاب درسی، روش گیاه‌پالایی برای استخراج فلزهای نیکل (Ni) و روی (Zn) مناسب نیست.

۴۵- گزینه ۳

A و D (مواد اولیهٔ واکنش) دو مادهٔ محلول در آب هستند (مخلوط آن‌ها با آب از نوع محلول است). در اثر واکنش این دو ماده با یکدیگر، یک مخلوط ناهمگن تشکیل شده؛ پس نتیجه می‌گیریم که مادهٔ M نامحلول در آب بوده و انحلال‌پذیری آن از دو مادهٔ A و D، قطعاً کم‌تر است.

مثال:
$\underbrace{H_2SO_4(aq)+Ba(OH)_2(aq)}_{\text{محلول}} \rightarrow \underbrace{BaSO_4(s)+2H_2O(l)}_{\text{مخلوط ناهمگن}}$

۴۶- گزینه ۱

گام اول بریم سراغ موازنهٔ معادلهٔ *چغر و بدبدن* داده‌شده!

۱) به ترتیب موازنهٔ K ،Cr و S:
$\frac{5}{}H_2SO_4+\frac{2}{}K_2CrO_4+\text{—}NaNO_2$
$\rightarrow \frac{1}{}Cr_2(SO_4)_3+\frac{2}{}K_2SO_4+\text{—}NaNO_3+\text{—}H_2O$

۲) موازنهٔ H:
$\frac{5}{}H_2SO_4+\frac{2}{}K_2CrO_4+\text{—}NaNO_2$
$\rightarrow \frac{1}{}Cr_2(SO_4)_3+\frac{2}{}K_2SO_4+\text{—}NaNO_3+\frac{5}{}H_2O$

۳) موازنهٔ Na، N و O: ضریب دو مادهٔ دارای این سه عنصر، مجهول است و نمی‌توان ضریب این دو ماده را به طور مستقیم تعیین کرد. با توجه به این‌که Na و N فقط در ساختار این دو ماده وجود دارند، ضریب آن‌ها باید با هم برابر باشد. این ضریب را a در نظر گرفته و با نوشتن معادلهٔ مربوط به موازنهٔ اکسیژن، a را به دست می‌آوریم:
موازنهٔ O: $(5\times4)+(2\times4)+2a=(4\times3)+(2\times4)+3a+5$
$28+2a=25+3a \Rightarrow a=3$

در نهایت، معادلهٔ موازنه‌شده به صورت زیر است:
$5H_2SO_4+2K_2CrO_4+3NaNO_2$
$\rightarrow Cr_2(SO_4)_3+2K_2SO_4+3NaNO_3+5H_2O$
مجموع ضرایب $=5+2+3+1+2+3+5=21$

گام برای قسمت دوم سؤال، باید بازده درصدی واکنش رو محاسبه کنیم.

روش استفاده از کسر تناسب: باید کسر تناسب‌های مربوط به جرم را برای $NaNO_2$ و $Cr_2(SO_4)_3$ بنویسیم و در صورت کسر واکنش‌دهنده $NaNO_2$، کسر «بازده درصدی/۱۰۰» را ضرب کنیم.

$3NaNO_2 \sim Cr_2(SO_4)_3$

$$\frac{\text{جرم}\times\frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{NaNO_2}}=\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{Cr_2(SO_4)_3}} \Rightarrow \frac{\overset{\circ/4}{\cancel{82/8}}\times\frac{x}{100}}{\underset{1}{\overset{207}{\cancel{3\times69}}}}=\frac{141/12}{1\times392}$$

$$\Rightarrow x=\frac{\overset{35280}{\cancel{141120}}}{\underset{1}{\cancel{4}\times392}}=\frac{35280}{392} \Rightarrow \text{با توجه به گزینه‌ها، ۷۵ یا ۹۰} \Rightarrow x=90$$

تیزبازی بچه‌ها تا جایی که می‌شه سر جلسهٔ آزمون، خودتون رو درگیر محاسبهٔ ضرب و تقسیم‌های طولانی نکنید. مثلاً این‌جا حاصل $\frac{35280}{392}$ که بازده درصدی واکنش هست، با توجه به گزینه‌ها، ۷۵ یا ۹۰ می‌شه، خب! انجام ضرب 90×392 راحت‌تره! و جوابش هم اتفاقاً می‌شه ۳۵۲۸۰، پس بازده ۹۰ درصده و تمام!

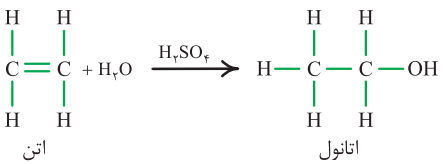
روش استفاده از کسر تبدیل: اول با استفاده از محاسبات استوکیومتری، مقدار نظری فراورده $(Cr_2(SO_4)_3)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\overset{\circ/4}{\cancel{82/8}}\,g\,NaNO_2\times\frac{1\,mol\,NaNO_2}{\underset{1}{\cancel{69}}\,g\,NaNO_2}\times\frac{1\,mol\,Cr_2(SO_4)_3}{\underset{1}{\cancel{3}}\,mol\,NaNO_2}\times\frac{392\,g\,Cr_2(SO_4)_3}{1\,mol\,Cr_2(SO_4)_3}$$
$$=156/8\,g$$

مقدار عملی $Cr_2(SO_4)_3$، ۱۴۱/۱۲ گرم است؛ بنابراین:
$$\text{بازده درصدی}=\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}}\times100=\frac{141/12}{156/8}\times100$$
$$\xrightarrow{156/8\times90=14112} (\text{بازده درصدی واکنش})\ x=\%90$$

۴۷- گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها: ① اتانول از واکنش اتن با آب در حضور اسید (نه باز!) تولید می‌شود:



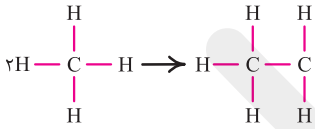
۲) همهٔ آلکن‌ها به دلیل داشتن پیوند دوگانهٔ کربن ـ کربن سیرنشده‌اند؛ بنابراین همهٔ آن‌ها با برم مایع واکنش می‌دهند. به شمار اتم‌های کربن بستگی *ندارد که!* ۳) نفت کوره دارای مولکول‌های بزرگ‌تری نسبت به نفت سفید است و نقطهٔ جوش بالاتری دارد؛ بنابراین اگر در یک دمای مشخص، نفت کوره به صورت بخار باشد، یعنی دما بالاتر از نقطهٔ جوش نفت کوره باشد، قطعاً آن دما، بالاتر از نقطهٔ جوش نفت سفید نیز خواهد بود و نفت سفید هم به صورت بخار است.

نفت کوره > گازوئیل > نفت سفید > بنزین و خوراک پتروشیمی ؛مقایسهٔ اندازه و جرم مولکول

۴) در برج تقطیر، از پایین به بالا، دما کاهش می‌یابد. از طرفی در ارتفاعات بالاتر برج، مولکول‌های سبک‌تر (مانند بنزین و خوراک پتروشیمی) خارج می‌شوند؛ پس روند تغییر دما و اندازهٔ مولکول‌های خروجی، مانند یکدیگر است.

۴۸- گزینه ۲

در سمت چپ معادله، ۸ پیوند $C-H$ داریم که ۶تای آن‌ها، با پیوندهای $C-H$ سمت راست معادله ساده می‌شوند:



$$\Delta H = +۶۵\ kJ$$

نکته

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [۲\Delta H(C-H)] - [\Delta H(C-C) + \Delta H(H-H)]$$

$$\Rightarrow ۶۵ = ۲\Delta H(C-H) - ۳۴۸ - ۴۳۵ \Rightarrow ۲\Delta H(C-H) = ۸۴۸$$

$$\Rightarrow \Delta H(C-H) = ۴۲۴\ kJ.mol^{-۱}$$

تیزبازی با توجه به گزینه‌ها، در این سؤال می‌شه بدون حساب کتاب و سریع‌تر به جواب رسید. می‌دانیم که به طور کلی، هر چه شعاع اتم‌های تشکیل‌دهندهٔ پیوند کووالانسی، کوچک‌تر باشند، انرژی لازم برای شکستن آن و در نتیجه آنتالپی پیوند بیشتر است؛ بنابراین:

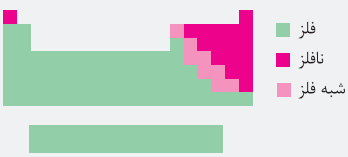
شعاع اتمی: $H < C \Rightarrow$ آنتالپی پیوند $(kJ.mol^{-۱})$: $H-H\ (۴۳۵) > H-C > C-C\ (۳۴۸)$

پس میانگین آنتالپی پیوند $C-H$ که سؤال از ما خواسته، عددی بزرگ‌تر از ۳۴۸ (رد ۳) و ۴) و کوچک‌تر از ۴۳۵ (رد ۱) است که می‌شه ۲) و تمام!

۴۹- گزینه ۴

درس‌نامه شبه‌فلزها:

۱) همهٔ شبه‌فلزها به دستهٔ p جدول دوره‌ای تعلق دارند. **این عنصرها در جدول دوره‌ای همانند مرزی بین فلزها و نافلزها قرار دارند.**



۲) عنصرهایی که در سمت راست این شبه‌فلزها قرار گرفته‌اند، نافلز و عنصرهایی که در سمت چپ این شبه‌فلزها قرار گرفته‌اند، فلز هستند (البته به‌جز هیدروژن که یک نافلز است).

۳) *بدانید و آگاه باشید!* که در هر دوره (به‌جز دورهٔ اول که شامل H و He است و دورهٔ هفتم که چند عنصر با ویژگی‌های نامشخص *دارد!*) حداقل یک عنصر شبه‌فلز وجود دارد.

۴) همانند فلزها ← خواص فیزیکی ← شبه‌فلزها ← رفتار شیمیایی ← همانند نافلزها

روند تغییر خصلت فلزی و نافلزی در عناصر جدول دوره‌ای

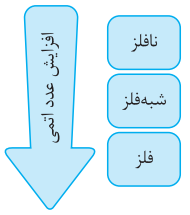
در یک دوره از چپ به راست:
- خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها کاهش می‌یابد.
- خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها افزایش می‌یابد.

در یک گروه از بالا به پایین:
- خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها افزایش می‌یابد.
- خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها کاهش می‌یابد.

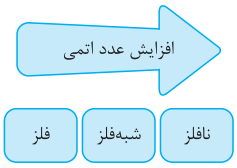
همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- همهٔ شبه‌فلزها در دستهٔ p جدول دوره‌ای قرار دارند.
- می‌دانیم که در یک گروه از بالا به پایین، خاصیت فلزی عنصرها افزایش می‌یابد و گروه‌هایی که دارای هر سه نوع عنصر فلزی، نافلزی و شبه‌فلزی هستند، با عنصرهای نافلزی شروع شده و به عنصرهای فلزی ختم می‌شوند؛ پس عدد اتمی یک عنصر فلزی، به یقین بیشتر از عدد اتمی نافلز هم‌گروه آن است.



- برم $(_{۳۵}Br)$ تنها نافلز مایع جدول دوره‌ای است. این عنصر در دورهٔ چهارم قرار دارد. تنها عنصر گازی این دوره، گاز نجیب است که واکنش‌پذیری ناچیزی دارد.
- در یک دوره از چپ به راست، خصلت فلزی عنصرها کاهش و خصلت نافلزی آن‌ها افزایش می‌یابد.



بنابراین عنصرهای سمت چپ شبه‌فلز X در یک دوره، یا شبه‌فلز و یا فلز هستند و با توجه به این‌که خواص فیزیکی شبه‌فلزها بیشتر به فلزها شبیه است، به طور کلی می‌توان گفت که عنصرهای سمت چپ شبه‌فلز X، خواص فیزیکی فلزات را دارند.

۵۰- گزینه ۲

گام ابتدا معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش را نوشته و جدول تغییرات مقدار مول مواد را می‌نویسیم:

	$۴NH_۳$	$+$	$۵O_۲$	$\rightarrow$	$۴NO$	$+$	$۶H_۲O$
$t=۰$	$۰/۲$		$۰/۲۵$		۰		۰
$t=۳۰\ s$	$۰/۲-۴x$		$۰/۲۵-۵x$		$۴x$		$۶x$

مجموع $= ۰/۴۵ + x$

گام حالا با توجه به رابطهٔ سرعت یکی از مواد (مثلاً $NH_۳$)، x را حساب می‌کنیم:

نکته سرعت متوسط واکنش از تقسیم سرعت متوسط تولید یا مصرف یک مادهٔ شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن در معادلهٔ موازنه‌شده به دست می‌آید.

$$aA + bB \rightarrow cC + dD$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d}$$

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(NH_۳)}{۴} \Rightarrow \bar{R}(NH_۳) = ۴ \times ۰/۰۲ = ۰/۰۸\ mol.L^{-۱}.min^{-۱}$$

$$\text{مول } NH_۳ \text{ مصرف‌شده} = ۳۰\ s \times \frac{۱\ min}{۶۰\ s} \times \frac{۰/۰۸\ mol.L^{-۱}}{۱\ min} \times ۲\ L = ۰/۰۸\ mol$$

$$\Rightarrow ۴x = ۰/۰۸ \Rightarrow x = ۰/۰۲$$

گام با به دست آمدن پارامتر x، مجموع مول مواد گازی در ظرف که همهٔ مواد شرکت‌کننده در واکنش هستند، را به دست می‌آوریم:

$$\text{مجموع شمار مول‌های گازی پس از ۳۰ ثانیه} = ۰/۴۵ + x = ۰/۴۵ + ۰/۰۲ = ۰/۴۷\ mol$$

گام برای قسمت دوم سؤال، با توجه به فرض ثابت‌بودن سرعت واکنش، کافیه که با توجه به مقدار اولیه و مصرفی یکی از مواد واکنش‌دهنده تا ثانیهٔ ۳۰، مقدار باقی‌ماندهٔ آن را به دست بیاریم و با استفاده از رابطهٔ سرعت، زمان لازم برای مصرف این مقدار باقی‌مانده را حساب کنیم. با گذشت ۳۰ ثانیه، ۰/۰۸ مول آمونیاک مصرف شده و $۰/۱۲ = ۰/۰۸ - ۰/۲$ مول آن باقی مانده است؛ حالا باید ببینیم که چه‌قدر زمان نیاز است تا ۰/۱۲ مول آمونیاک دیگر هم مصرف شود:

روش ۲

$$?\ s = ۰/۱۲\ mol \times \frac{۱\ min}{۰/۰۸\ mol.L^{-۱} \times ۲L} \times \frac{۶۰\ s}{۱\ min} = ۴۵\ s$$

روش ۳

$$\bar{R}(NH_۳) = \frac{|\Delta n(NH_۳)|}{\Delta t} \Rightarrow ۰/۰۸ \times ۲\ mol.min^{-۱}$$

$$= \frac{۰/۱۲}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = ۰/۷۵\ min \times \frac{۶۰\ s}{۱\ min} = ۴۵\ s$$

۵۱- گزینه ۱

درس‌نامه در رابطه با **سرعت واکنش** نکات زیر را به خاطر بسپاریم:

۱) سرعت متوسط تولید یا مصرف یک ماده، با ضریب استوکیومتری آن ماده در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش، متناسب است. برای مثال در واکنش $A + ۲B \rightarrow C$، سرعت متوسط مصرف B در یک بازهٔ زمانی خاص، ۲ برابر سرعت متوسط مصرف A است.

۲) شیب نمودار «مول یا غلظت ـ زمان»، بیانگر سرعت متوسط تولید یا مصرف یک ماده بوده و متناسب با ضریب استوکیومتری آن ماده است.

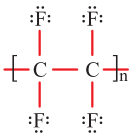
۳) سرعت متوسط واکنش از تقسیم سرعت متوسط تولید یا مصرف یک ماده بر ضریب استوکیومتری آن در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش، به دست می‌آید. برای مثال در واکنش $۲A + C \rightarrow ۳B$؛ داریم:

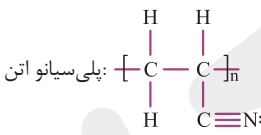
$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_A}{۲} = \frac{\bar{R}_C}{۱} = \frac{\bar{R}_B}{۳}$$

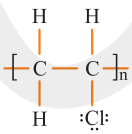
با توجه به درس‌نامهٔ بالا، همهٔ عبارت‌های داده‌شده، درست و از مفاهیم اولیهٔ سرعت واکنش هستند که *باید بلدشون باشید!*

۵۲- گزینه ۳

در ساختار هر سه پلیمر گفته‌شده، جفت‌الکترون ناپیوندی وجود دارد:

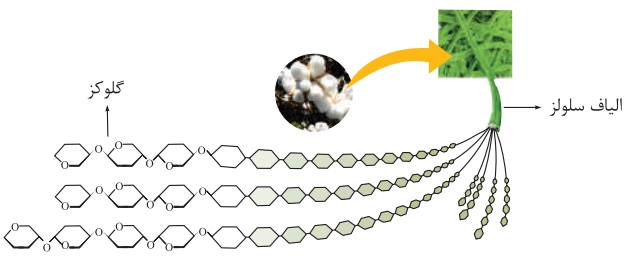
پلی‌تترافلوئورو اتن:


پلی‌سیانو اتن:


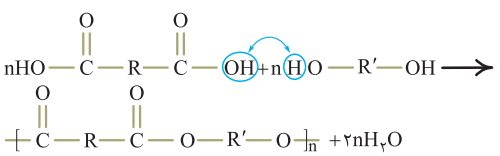
پلی‌وینیل کلرید:


بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) به طور کلی، تعداد مونومرهایی که در ساختار هر مولکول پلیمر به هم متصل شده‌اند، مشخص نیست؛ به همین دلیل، برای پلیمرها نمی‌توان فرمول مولکولی دقیقی نوشت.

اگر به شکل الیاف پنبه هم دقت کنید، می‌بینید که طول زنجیرهای آن با هم برابر نیست!



۲) روغن زیتون برخلاف پلی‌اتن و انسولین، پلیمر نیست و جرم مولی آن از هر دو ماده کم‌تر است. ۴) در تشکیل پلیمرها، لزوماً اتم‌های کربن مونومرها به هم متصل نمی‌شود؛ مثلاً در تشکیل پلی‌استرها از دی‌اسیدها و دی‌الکل‌ها، اتم کربن به اتم اکسیژن متصل شده و گروه عاملی استری را می‌سازد؛ به عبارت دیگر اتم اکسیژن باعث اتصال مونومرها به یکدیگر می‌شود.



مشاوره ۱)، ۲) و ۴) این سؤال، عبارت‌های روتینی نیستند ولی اگر به مفاهیم اصلی کتاب درسی تسلط کافی داشته باشی، با خوندن ۳)، می‌تونی به یقین درستی اون رو تأیید کنی.

۵۳- گزینه ۴

◆ افزودن $I^-(aq)$ به محلول هیدروژن پراکسید برای تجزیهٔ آن: تأثیر استفاده از کاتالیزگر

$$۲H_۲O_۲(aq) \rightarrow ۲H_۲O(l) + O_۲(g)$$

◆ سوزاندن الیاف آهن در محفظهٔ اکسیژن: تأثیر غلظت بر سرعت واکنش: الیاف آهن گداخته در هوا نمی‌سوزند ولی در محفظهٔ اکسیژن خالص می‌سوزند.

◆ سوزاندن گرد آهن از طریق پاشیدن آن بر روی شعله: تأثیر سطح تماس بر سرعت واکنش: گرد آهن پاشیده‌شده بر شعله به خاطر سطح تماس بالا با حرارت شعله می‌سوزد.

۵۴- گزینه ۲

عبارت‌های (الف) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) ترکیب داده‌شده دارای ۱۶ اتم کربن و ۱۶ پیوند $C-H$ است. *هواستون باشه* که ترکیب مورد نظر در مجموع ۱۷ اتم هیدروژن دارد که یکی از آن‌ها به نیتروژن و ۱۶تای دیگر به کربن متصل‌اند.

تله در ساختار ترکیب داده‌شده، اتم گوگردی وجود دارد که ۴ پیوند اشتراکی تشکیل داده است؛ بنابراین اگر می‌خواهید از فرمول برای تعیین شمار اتم‌های هیدروژن استفاده کنید، باید حواستون باشه که برخلاف اتم اکسیژن، اتم گوگرد در این‌جا (به خاطر ۴ پیوند اشتراکی) **بر روی شمار اتم‌های هیدروژن تأثیر دارد** و در فرمول کلی، به خاطر گوگرد، ۲ اتم هیدروژن را نیز باید اضافه کنید؛ یعنی:

$$\text{شمار اتم‌های هیدروژن} = ۲(\text{تعداد حلقه‌ها}) + ۲ - (\text{تعداد پیوندهای دوگانه}) + \underbrace{۲}_{\text{به خاطر گوگرد}} + (\text{تعداد اتم‌های نیتروژن}) - ۴(\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه})$$

$$= ۲(۸ + ۳) + ۳ + ۲ - ۲ = ۱۷ \quad (۲ \times ۱۶)$$

اگر این ۲ اتم هیدروژن را محاسبه نکنید، شمار اتم‌های هیدروژن ۱۵تا می‌شه و عبارت (الف) رو به اشتباه غلط در نظر می‌گیرید. پس بهتره، در مواردی که ساختار ترکیب آلی دارای گروه‌های جدید (مثل $-S-\overset{\overset{O}{\|}}{}$) است، شمار اتم‌های H رو از روی شکل به دست بیارید نه فرمول.

(ب) یکی از حلقه‌ها، ۵کربنی خواهد شد، در حالی که حلقهٔ بنزنی ()، ۶ اتم کربن دارد.

(پ) مولکول داده‌شده، ۱۶ اتم کربن دارد، در حالی که آلکان مورد نظر، ۱۴کربنی است.

۳، ۶ـ دی‌اتیل ـ ۴ـ متیل نونان

(۲×۲=۴) (۹+۱+۴=۱۴)

(ت)

نکته اکسنده‌ترین و کاهنده‌ترین عنصرهای جدول دوره‌ای:

گونهٔ اکسنده ← تمایل به گرفتن الکترون ← دارای E° بزرگ‌تر ← اگر عنصر نافلزی باشد، نافلز واکنش پذیرتر

مقایسهٔ واکنش‌پذیری نافلزها (خصلت نافلزی): $F > O > N > Cl > Br > I > S > C > H$

گونهٔ کاهنده ← تمایل به از دست دادن الکترون ← دارای E° کوچک‌تر ← در میان عنصرها، Li کاهنده‌ترین عنصر است.

در ساختار مولکول داده‌شده، ۸ پیوند دوگانه وجود دارد. از طرفی از بین اتم‌های این مولکول (C، H، N، S و O)، اکسیژن بیشترین قدرت اکسندگی را دارد. دو اتم اکسیژن در مجموع دارای ۴ جفت‌الکترون ناپیوندی هستند:

$$\frac{۸}{۴} = ۲$$

۵۵- گزینه ۴

مقدار pH با غلظت H^+ رابطهٔ وارونه دارد؛ به طوری که هر چه غلظت یون هیدرونیوم ($H_۳O^+ = H^+$) در محلولی بیشتر باشد، آن محلول اسیدی‌تر است و pH کم‌تری دارد.

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] \uparrow \Rightarrow pH \downarrow$$

دقت کنید که در محلول‌های اسیدهای تک‌پروتون‌دار (HX)، $[H^+]$ با $[X^-]$ برابر است؛ بنابراین:

مقایسهٔ $[H^+]$ در محلول‌های اسیدی : $HA > HX$

$\Rightarrow$ مقایسهٔ pH محلول‌های اسیدی : $pH(HA) < pH(HX)$

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) هیدروفلوئوریک اسید، یک اسید ضعیف است و $[H^+]$ در آن کم‌تر از $[HF]$ است. ۲) گاز هیدروژن کلرید (HCl) یک مادهٔ مولکولی است و به کار بردن واژهٔ «تفکیک یونی» برای آن نادرست است.

تله اگر در این گزینه به جای واژهٔ «تفکیک یونی» از «فرایند یونیده‌شدن» استفاده می‌شد، این عبارت کاملاً درست بود؛ بنابراین اگر دقت کافی نداشته باشی و همهٔ گزینه‌ها رو بررسی نکنی، این گزینه می‌تونه *فیلی راحت و شیک، تو رو تو دام بندازه!*

۳) با افزایش شمار اتم‌های کربن در کربوکسیلیک اسیدها، ثابت یونش و قدرت اسیدی آن‌ها کاهش می‌یابد؛ بنابراین در شرایط یکسان، خاصیت اسیدی محلول فرمیک اسید ($HCOOH$) بیشتر از محلول استیک اسید (CH_3COOH) است.

۵۶- گزینه ۴

عبارت‌های (الف) و (پ) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف)
$$\begin{cases}[OH^-] = M\alpha = 0/1\times 0/16 = 1/6\times 10^{-2} \\ [H^+] = \frac{10^{-14}}{[OH^-]} = \frac{10^{-14}}{1/6\times 10^{-2}} = 6/25\times 10^{-13}\end{cases}$$

(ب) با افزایش شمار اتم‌های کربن، بخش ناقطبی بزرگ‌تر شده و از میزان انحلال‌پذیری آن در آب کاسته می‌شود. در نتیجه پاک‌کنندگی آن نیز کاهش می‌یابد.

(پ) انحلال Li_2O و N_2O_5 در آب به صورت زیر است:

$$Li_2O + H_2O \rightarrow 2LiOH \rightarrow 2Li^+ + 2OH^-$$
$$N_2O_5 + H_2O \rightarrow 2HNO_3 \rightarrow 2H^+ + 2NO_3^-$$

با انحلال مول‌های برابر از این مواد در حجم برابر آب، $[H^+]=[OH^-]$ خواهد بود و محلولی با pH خنثی حاصل می‌شود.

(ت) قسمت اول درست است و با افزایش غلظت مولی هر اسیدی (قوی یا ضعیف)، $[H^+]$ بالا رفته و pH کاهش می‌یابد اما بر روی ثابت تعادل (ثابت یونش) **فقط و فقط** دما تأثیرگذار است *وبس!*

۵۷- گزینه ۲

استراتژی اول رابطهٔ ثابت یونش رو برای هر دو اسید بنویس (می‌دونی که برای محاسبهٔ ثابت تعادل، غلظت تعادلی مواد در رابطهٔ ثابت تعادل قرار می‌گیره)، از اون‌جا که سؤال $\frac{K_a(HD)}{K_a(HA)}$ رو بهت داده، رابطهٔ ثابت یونش HD رو بر HA تقسیم و کسر حاصل رو ساده کن. در نهایت از دو طرف معادله $-\log$ بگیر تا $[H^+]$ در رابطه به pH تبدیل شه و خواستهٔ مسئله رو بتونی به دست بیاری.

از رابطهٔ محاسبهٔ ثابت یونش استفاده می‌کنیم:

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{[HX]_{\text{تعادلی}}} \xrightarrow{[HX]_{\text{تعادلی}}=0/05=\text{یکسان}} \frac{K_a(HD)}{K_a(HA)} = \left(\frac{[H^+]_{HD}}{[H^+]_{HA}}\right)^2$$

$$\Rightarrow 10^{-6} = \left(\frac{[H^+]_{HD}}{[H^+]_{HA}}\right)^2 \Rightarrow \frac{[H^+]_{HD}}{[H^+]_{HA}} = 10^{-3} \Rightarrow [H^+]_{HD} = 10^{-3}[H^+]_{HA}$$

$$\xrightarrow{-\log \text{می‌گیریم}} \underbrace{-\log[H^+]_{HD}}_{pH(HD)} = \underbrace{-\log 10^{-3}}_{3} \underbrace{-\log[H^+]_{HA}}_{pH(HA)}$$

$$\Rightarrow pH(HA) = pH(HD) - 3$$

۵۸- گزینه ۳

درس‌نامه هنگامی که یک قطعه آهن در هوای مرطوب قرار می‌گیرد، همانند سلول‌های گالوانی یک واکنش اکسایش ـ کاهش خودبه‌خودی ($E^\circ_{\text{سلول}} > 0$) در حضور O_2 در سطح آن رخ می‌دهد. نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش و واکنش کلی فرایند زنگ‌زدن آهن به صورت زیر است:

نیم‌واکنش اکسایش: $4(Fe(s) \rightarrow Fe^{2+}(aq) + 2e^-)$

نیم‌واکنش کاهش: $3(O_2(g) + 2H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq))$

نیم‌واکنش اکسایش آهن (II) به آهن (III): $4(Fe^{2+}(aq) \rightarrow Fe^{3+}(aq) + e^-)$

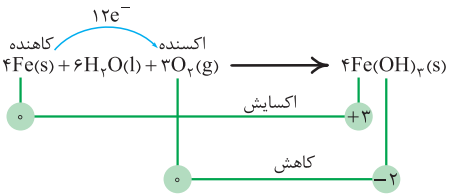
واکنش کلی: $4Fe(s) + 3O_2(g) + 6H_2O(l) \rightarrow \underbrace{4Fe^{3+}(aq) + 12OH^-(aq)}_{4Fe(OH)_3(s)}$

به‌جز عبارت دوم، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- واکنش‌های طبیعی و خودبه‌خودی دارای $E^\circ > 0$ هستند.
- فراوردهٔ نیم‌واکنش‌های اکسایش، کاتیون است نه آنیون!

$$Fe(s) \rightarrow Fe^{2+}(aq) + 2e^-$$
$$Fe^{2+}(aq) \rightarrow Fe^{3+}(aq) + e^-$$

- 

- در واکنش زنگ‌زدن آهن، در نهایت Fe به Fe^{3+} تبدیل می‌شود؛ بنابراین می‌توان گفت به ازای مصرف هر مول آهن، ۳ مول الکترون مبادله می‌شود.

۵۹- گزینه ۱

درس‌نامه رابطهٔ ثابت یونش و درجهٔ یونش:

اگر درجهٔ یونش اسید ضعیف HX برابر α و غلظت اولیهٔ اسید برابر M باشد، اسید به اندازهٔ $M\alpha$ یونیده شده و غلظت تعادلی آن برابر با $M - M\alpha$ خواهد بود؛ پس می‌توان نوشت:

	HX	⇌	H^+	+	X^-
غلظت اولیه:	M		۰		۰
تغییر غلظت:	$-M\alpha$		$+M\alpha$		$+M\alpha$
غلظت تعادلی:	$M - M\alpha$		$M\alpha$		$M\alpha$

$$K_a = \frac{[H^+][X^-]}{[HX]} = \frac{(M\alpha)(M\alpha)}{M - M\alpha} = \frac{M^2\alpha^2}{M(1-\alpha)} = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \quad , \quad K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]}$$

برای اسیدهای خیلی ضعیف (معمولاً با K_a کوچک‌تر از 10^{-5}) و یا مقادیر کم α (معمولاً کم‌تر از ۰/۰۵)، می‌توان در عبارت «$1-\alpha$» از α صرف نظر کرده و از رابطهٔ تقریبی زیر استفاده کرد:

$$K_a = M\alpha^2$$

بررسی گزینه‌ها: ۱) با ۴ برابر شدن حجم محلول، غلظت مولی آن $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود. با توجه به این‌که K_a اسید کوچک است، می‌توانیم از رابطهٔ تقریبی $K_a = M\alpha^2$ استفاده کنیم:

$$K_a = \text{ثابت} \Rightarrow M_1\alpha_1^2 = M_2\alpha_2^2 \Rightarrow \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}} = \sqrt{\frac{4}{1}} = 2 \Rightarrow \alpha_2 = 2\alpha_1$$

گزینهٔ درست همین‌جا لو رفت!

۲) با دو برابر کردن جرم و در نتیجه دو برابر شدن تعداد مول اسید و هم‌چنین نصف‌کردن حجم محلول، غلظت محلول ۴ برابر می‌شود؛ چون غلظت تغییر کرده، pH محلول نیز تغییر خواهد کرد.

$$\text{غلظت محلول} = \frac{\text{۲ برابر} \uparrow \text{مول حل‌شونده}}{\frac{1}{2}\text{ برابر} \downarrow \text{حجم محلول}} \Rightarrow \text{۴ برابر}$$

۳) ابتدا باید غلظت مولی محلول را حساب کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{8\ g}{\frac{50\ g.mol^{-1}}{400}\ L} = 0/4\ mol.L^{-1}$$

$$K_a \simeq \frac{[H^+]^2}{M} \Rightarrow [H^+]^2 = 10^{-5}\times 4\times 10^{-1} = 4\times 10^{-6} \Rightarrow [H^+] = 2\times 10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H^+]} = \frac{10^{-14}}{2\times 10^{-3}} = 5\times 10^{-12}\ mol.L^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log(2\times 10^{-3}) = 3 - \log 2 = 3 - 0/3 = 2/7$$

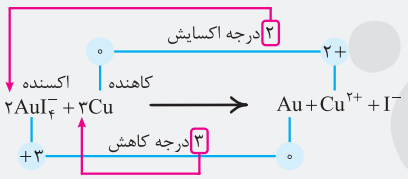
۴)

۶۰- گزینه ۱

درس‌نامه **موازنه به روش تغییر عدد اکسایش:** به طور کلی برای موازنهٔ واکنش‌های اکسایش ـ کاهش، ابتدا تغییر عدد اکسایش اتم‌ها را حساب می‌کنیم، سپس مقدار تغییر عدد اکسایش گونهٔ کاهنده را ضریب گونهٔ اکسنده و مقدار تغییر عدد اکسایش گونهٔ اکسنده را ضریب کاهنده قرار می‌دهیم و در آخر، با توجه به ضرایبی که معلوم هستند، ضرایب بقیهٔ گونه‌ها را تعیین می‌کنیم.

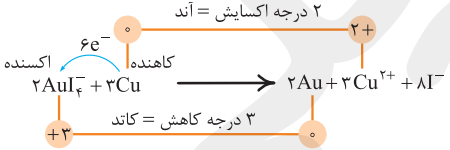
هواستون باشه که اگر عنصری که عدد اکسایش آن تغییر کرده است، دارای زیروند باشد، باید تغییر عدد اکسایش آن را در زیروندش ضرب کنیم و سپس جابه‌جایی تغییر عدد اکسایش‌ها را انجام بدهیم.

مثال:



$$\Rightarrow 2AuI_4^- + 3Cu \rightarrow 2Au + 3Cu^{2+} + 8I^-$$

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند. معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت زیر است:



بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: $E^\circ(\text{واکنش}) = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = +0/56 - 0/34 = +0/22$

$\Rightarrow E^\circ(\text{واکنش}) > 0 \Rightarrow$ خودبه‌خودی و انجام‌پذیر

عبارت دوم:

نکته

تعداد مول الکترون مبادله‌شده = ضریب × کاهنده یا اکسنده × زیروند اتم = تغییر عدد اکسایش یک اتم

تعداد مول الکترون‌های مبادله‌شده برابر است با:

براساس گونهٔ کاهنده $\Rightarrow 3\times1\times2 = 6e^-$

براساس گونهٔ اکسنده $\Rightarrow 2\times1\times3 = 6e^-$

عبارت سوم: یون AuI$_4^-$ با گرفتن الکترون از Cu، به عنوان اکسنده عمل می‌کند.

عبارت چهارم: مجموع ضرایب $= 2+3+2+3+8 = 18$

۶۱- گزینه ۴

درس‌نامه **تکنیک مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب‌های یونی:**

به طور کلی برای مقایسهٔ ΔH فروپاشی شبکهٔ ترکیب‌های یونی می‌توان از روش زیر استفاده کرد:

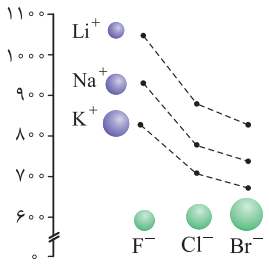
گام ۱ هر چه مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در یک ترکیب یونی بزرگ‌تر باشد، ΔH فروپاشی شبکهٔ آن بزرگ‌تر است.

گام ۲ اگر مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون برای دو ترکیب یونی برابر باشد، هر چه شعاع یون‌های ترکیب یونی کوچک‌تر باشد، ΔH فروپاشی آن بزرگ‌تر است.

با توجه به نمودار، مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی ۵ ترکیب داده‌شده به صورت $e>c>a>d>b$ است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) آنتالپی فروپاشی ترکیب‌های a، b و d، کم‌تر از $1000\ kJ.mol^{-1}$ است.

با توجه به نمودار کتاب درسی، آنتالپی فروپاشی اغلب هالیدهای فلزهای قلیایی نیز کم‌تر از $1000\ kJ.mol^{-1}$ است؛ پس آنیون ترکیب a می‌تواند یک هالید باشد.



۲) آنیون‌های سازندهٔ یک دوره، بارهای متفاوتی دارند. اگر عناصر سازندهٔ آنیون‌های a و b، در یک دوره بود، به دلیل اختلاف بار آن‌ها، تفاوت آنتالپی فروپاشی آن‌ها خیلی بیشتر از *اینی* *می‌شد* که در نمودار نشان داده شده! ۳) *نه اصلاً!* مثلاً e و c به ترتیب می‌توانند MgO و CaO باشند که بار یون‌های هر دو، +۲ و −۲ است اما به دلیل کم‌تر بودن شعاع Mg^{2+}، آنتالپی فروپاشی ترکیب e بیشتر از c شده است. ۴) آنتالپی فروپاشی ترکیب‌های b و d بسیار به هم نزدیک است؛ بنابراین اختلاف بار یون‌های سازندهٔ آن‌ها را *پی‌فیال می‌شیم و فقط می‌ریم* سراغ مقایسهٔ شعاع یون‌ها! می‌دانیم که آنتالپی فروپاشی شبکه با شعاع یون‌ها رابطهٔ وارونه دارد. با توجه به این‌که آنتالپی فروپاشی d از b بیشتر و شعاع آنیون آن بیشتر است، پس حتماً باید شعاع کاتیون آن کم‌تر باشد.

مشاوره این سؤال، چالشی‌ترین سؤال این کنکور بوده، سر جلسهٔ آزمون این‌جور سؤال‌ها رو باید حتماً در دور اول رها کنید و در آخر اگر زمان داشتید بیایید سراغش.

۶۲- گزینه ۲

گام ۱ ابتدا شمار مول‌های تعادلی مواد (n) و سپس غلظت‌های تعادلی ([ ]) آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} \quad , \quad \text{مولی} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}}$$

$$\begin{cases} n_{NOBr} = \frac{6/6}{110} = 0/06\ mol \\ [NOBr] = \frac{0/6}{3} = 0/2\ M \end{cases} , \quad \begin{cases} n_{NO} = \frac{1/8}{30} = 0/06\ mol \\ [NO] = \frac{0/6}{3} = 0/2\ M \end{cases} , \quad \begin{cases} n_{Br_2} = \frac{2/4}{160} = 0/015\ mol \\ [Br_2] = \frac{0/15}{3} = 0/05\ M \end{cases}$$

گام ۲ حالا از رابطهٔ ثابت تعادل استفاده می‌کنیم:

$$2NO(g) + Br_2(g) \rightleftharpoons 2NOBr(g)$$

$$K = \frac{[NOBr]^2}{[NO]^2[Br_2]} = \frac{(0/2)^2}{(0/2)^2 \times 0/05} = 20$$

گام ۳ برای قسمت دوم سؤال، با توجه به اطلاعات داده‌شده میزان مصرفی Br_2 ٪۶۰ بوده؛ پس ٪۴۰ از آن باقی مانده است یعنی مقدار Br_2 در حال تعادل، ٪۴۰ مقدار اولیه‌اش است.

$$\frac{40}{100} \times n_{\text{اولیه}} = 0/15\ mol \Rightarrow n_{Br_2\ \text{اولیه}} = \frac{0/15 \times 100}{40} = 0/375\ mol$$

تله اگر به اشتباه، ٪۶۰ مقدار آغازی Br_2 را برابر با مقدار تعادلی آن (0/15 mol)، در نظر بگیرید به عدد ۰/۲۵ و گزینهٔ اشتباه ۱) می‌رسید.

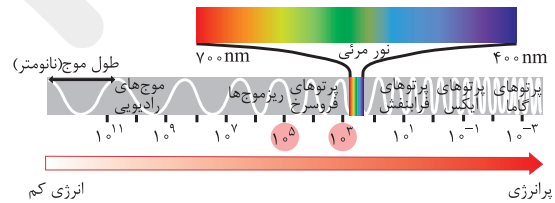
۶۳- گزینه ۳

انرژی فعال‌سازی سوختن گاز هیدروژن در هوا و در دمای اتاق تأمین نمی‌شود اما این انرژی برای فسفر سفید تأمین شده و فسفر سفید برخلاف گاز هیدروژن، در هوا و در دمای اتاق می‌سوزد.

سوختن گاز هیدروژن < سوختن فسفر سفید : E_a در هوا و در دمای اتاق

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) محدودهٔ طول موج 10^5 nm ـ 10^{-3}، مربوط به محدودهٔ پرتوهای فروسرخ است. گروه‌های عاملی می‌توانند بخش معینی از پرتوهای الکترومغناطیسی در این محدوده را جذب کنند؛ به همین دلیل برای شناسایی گروه‌های عاملی از طیف‌سنجی فروسرخ استفاده می‌شود.



۲) انرژی فعال‌سازی واکنش‌های گفته‌شده، بالا بوده و در دمای اتاق انجام نمی‌شود.

$N_2 + H_2 \xrightarrow{\text{در دمای اتاق}}$ انجام نمی‌شود.

$N_2 + O_2 \xrightarrow{\text{در دمای اتاق}}$ انجام نمی‌شود.

۴) *اصلاً تعریف طیف همینه!*

۶۴- گزینه ۲

نکته اثر عوامل مختلف بر تعادل:

عامل			عکس‌العمل تعادل به تغییر	چگونگی تغییر ثابت تعادل (K) با جابه‌جاشدن تعادل
تغییر غلظت		افزایش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت مصرف آن ماده	تغییر نمی‌کند.
		کاهش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت تولید آن ماده	تغییر نمی‌کند.
تغییر حجم (فشار)		افزایش حجم (کاهش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی بیشتر	تغییر نمی‌کند.
		کاهش حجم (افزایش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی کم‌تر	تغییر نمی‌کند.
تغییر دما	واکنش‌های گرماده	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.
		افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
	واکنش‌های گرماگیر	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
		افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.

هر عاملی که سبب جابه‌جایی تعادل در جهت رفت شود، مقدار فراورده را افزایش خواهد داد.

بررسی همه موارد:

◆ افزایش فشار: تعادل را به سمت مول‌های گازی کم‌تر جابه‌جا می‌کند:

$$CO(g)+2H_2(g) \rightleftharpoons CH_3OH(g)\uparrow$$

◆ خارج‌کردن ۵۰ درصد از CH_3OH:

$$CO(g)+2H_2(g) \rightleftharpoons CH_3OH(g)\downarrow$$

تله دقت کنید که در این سؤال منظور طراح **فقط جابه‌جایی تعادل در جهت رفت (افزایش مقدار فراورده) است**، نه افزایش مقدار فراورده نسبت به تعادل اولیه!

اگر به اشتباه مقدار فراورده رو پس از اعمال تغییر نسبت به تعادل اولیه بررسی کنید، این مورد رو غلط در نظر می‌گیرید؛ زیرا با خارج‌کردن ۵۰٪ CH_3OH (فراورده) از تعادل اولیه، مقدار فراورده در تعادل جدید نسبت به تعادل اولیه، کم‌تر می‌شود.

◆ کاهش دما: چون واکنش گرماده است، کاهش دما تعادل را در جهت رفت جابه‌جا می‌کند.

$$CO+2H_2 \rightleftharpoons CH_3OH\uparrow +Q$$

◆ خارج‌کردن ۵۰ درصد از H_2 و CO به صورت هم‌زمان: با کاهش مقدار H_2 و CO، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.

$$\downarrow CO+\downarrow 2H_2 \rightleftharpoons CH_3OH\downarrow$$

◆ تزریق CO به ظرف واکنش: با افزایش مقدار CO، تعادل در جهت رفت و مصرف آن پیش می‌رود.

$$\uparrow CO+2H_2 \rightleftharpoons CH_3OH\uparrow$$

۶۵- گزینه ۱

درس‌نامه روند تغییر شعاع یونی در جدول دوره‌ای:

۱ در یک گروه جدول دوره‌ای، درست مانند شعاع اتمی، شعاع یونی هم از بالا به پایین افزایش می‌یابد.

مثال: $_3Li^+ < _{11}Na^+ < _{19}K^+ < _{37}Rb^+ < _{55}Cs^+$: شعاع یونی فلزهای قلیایی

$_9F^- < _{17}Cl^- < _{35}Br^- < _{53}I^-$:شعاع یونی هالیدها

۲ در یون‌های هم‌الکترون، هر چه عدد اتمی بیشتر باشد، شعاع یون کوچک‌تر است.

مثال: شعاع: $\underbrace{_7N^{3-} > _8O^{2-} > _9F^- > _{11}Na^+ > _{12}Mg^{2+} > _{13}Al^{3+}}$ (همگی ۱۰ الکترون دارند.)

شعاع: $\underbrace{_{15}P^{3-} > _{16}S^{2-} > _{17}Cl^- > _{19}K^+ > _{20}Ca^{2+} > _{21}Sc^{3+}}$ (همگی ۱۸ الکترون دارند.)

همان‌طور که دیدید در یون‌های هم‌الکترون، شعاع آنیون‌ها از شعاع کاتیون‌ها بزرگ‌تر است.

۳ در دوره‌های دوم و سوم، کاتیون‌ها نسبت به آنیون‌ها یک لایهٔ الکترونی کم‌تر دارند، به همین دلیل، شعاع کاتیون‌ها از شعاع آنیون‌ها کوچک‌تر است.

مثال: دورهٔ سوم: $\underbrace{_{13}Al^{3+} < _{12}Mg^{2+} < _{11}Na^+}_{\text{۱۰ الکترون دارند}} < \underbrace{_{17}Cl^- < _{16}S^{2-} < _{15}P^{3-}}_{\text{۱۸ الکترون دارند}}$

یون‌های داده‌شده در ۱، هم‌الکترون هستند. در یون‌های هم‌الکترون، هر چه عدد اتمی بیشتر باشد، شعاع یون کوچک‌تر است:

شعاع: $\underbrace{_{16}S^{2-} > _{17}Cl^- > _{19}K^+ > _{20}Ca^{2+}}$ (همگی ۱۸ الکترون دارند.)

بررسی سایر گزینه‌ها:

(برای رد هر گزینه، دنبال ۱ مورد غلط می‌گردیم.)

۲ دقت کنید که شعاع $_{19}K^+$ با داشتن یک لایهٔ الکترونی بیشتر، از شعاع $_{12}Mg^{2+}$، بیشتر است.

شعاع: $\underbrace{_{35}Br^- > _{17}Cl^-}_{\text{یون‌های هم‌گروه}} > \overbrace{_{19}K^+ > _{12}Mg^{2+}}^{\text{هم‌الکترون}}$ (۳ لایهٔ الکترونی / ۲ لایهٔ الکترونی)

۳ یون‌های داده‌شده در این گزینه، همگی در دورهٔ سوم قرار دارند (هم‌دوره‌اند). در دورهٔ سوم، شعاع کاتیون‌ها از شعاع آنیون‌ها کوچک‌تر است:

شعاع: $_{16}S^{2-} > _{17}Cl^- > _{12}Mg^{2+} > _{13}Al^{3+}$

۴ در یون‌های هم‌الکترون، با افزایش عدد اتمی، شعاع یونی کوچک‌تر می‌شود:

شعاع: $\underbrace{_8O^{2-} > _9F^- > _{12}Mg^{2+}}$ (همگی ۱۰ الکترون دارند.)

مشاوره برای این مدل سؤال‌های مقایسه‌ای، بهتره با رد گزینه به پاسخ صحیح برسید؛ یعنی در هر گزینه، یک مورد غلط رو پیدا کنید و گزینه رو حذف کنید.

ریاضیات

۶۶- گزینه ۲

درس‌نامه اگر a، b و c سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ حسابی باشند، داریم:

$$a+c=2b$$

گام سه جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی را به ترتیب a، ar و ar^2 در نظر می‌گیریم. اگر این سه جمله را نصف کنیم، به این جملات می‌رسیم: $\frac{a}{2}$، $\frac{ar}{2}$ و $\frac{ar^2}{2}$.

گام به گفتهٔ سؤال، جملات بالا، سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ حسابی‌اند؛ پس طبق درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{a}{2}+\frac{ar^2}{2}=2\times\frac{ar}{2} \xrightarrow{\times 2} a+ar^2=2ar$$

$$\xrightarrow{\div a} 1+r^2=2r \Rightarrow r^2-2r+1=0 \Rightarrow (r-1)^2=0 \Rightarrow r=1$$

گام $r=1$ شد، پس قدرنسبت جملات دنبالهٔ هندسی ۱ و در نتیجه همهٔ جملات آن با هم برابر می‌شوند: $a,ar,ar^2,ar^3,\ldots \xrightarrow{r=1} a,a,a,a,\ldots$ **جملات دنبالهٔ هندسی**

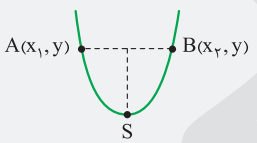
گام طبق گفتهٔ سؤال اگر این جملات را نصف کنیم، دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت d خواهیم داشت: $\frac{a}{2},\frac{a}{2},\frac{a}{2},\ldots$

واضح است که قدرنسبت دنبالهٔ حسابی بالا صفر است، پس $d=0$ می‌شود؛ بنابراین $r+d=1+0=1$ است.

۶۷- گزینه ۳

شفاف‌سازی «اگر این سهمی، محور xها را در نقاطی با طول‌های α و β قطع کند»، یعنی α و β ریشه‌های سهمی هستند.

درس‌نامه ۱ اگر مطابق شکل مقابل، دو نقطه با عرض یکسان روی یک سهمی داشته باشیم، طول رأس سهمی (x_S) برابر میانگین طول آن دو نقطه می‌شود؛ یعنی: $x_S=\frac{x_1+x_2}{2}$



۲ اگر مختصات رأس یک سهمی $S(\alpha,\beta)$ باشد، معادلهٔ این سهمی به صورت زیر می‌شود:

$$y=a(x-\alpha)^2+\beta$$

۳ اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $Ax^2+Bx+C=0$ با شرط $\Delta>0$ باشند، داریم: **ضرب ریشه‌ها** $P=\alpha\beta=\frac{C}{A}$ **جمع ریشه‌ها** $S=\alpha+\beta=-\frac{B}{A}$

$$\alpha^2+\beta^2=S^2-2P$$

۴ سهمی به معادلهٔ $y=Ax^2+Bx+C$، محور yها را در نقطه‌ای با عرض C قطع می‌کند.

گام دو نقطهٔ $A(3,y)$ و $B(-5,y)$ که عرض یکسانی هم دارند، روی این سهمی قرار دارند؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، طول رأس این سهمی می‌شود $x_S=\frac{-5+3}{2}=-1$.

گام عرض رأس این سهمی برابر ۱ است، پس مختصات رأس سهمی $S(-1,1)$ می‌شود. حالا به کمک مورد (۲) درس‌نامه، معادلهٔ سهمی را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$y=a(x+1)^2+1=a(x^2+2x+1)+1=ax^2+2ax+a+1$$

$$\Rightarrow y=\underbrace{a}_{A}x^2+\underbrace{2a}_{B}x+\underbrace{a+1}_{C} \quad (*)$$

گام مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌های این سهمی را به کمک مورد (۳) درس‌نامه به دست می‌آوریم:

$$S=-\frac{B}{A}=-\frac{2a}{a}=-2$$

$$P=\frac{C}{A}=\frac{a+1}{a}$$

گام حالا با توجه به این‌که $\alpha^2+\beta^2=5$، داریم:

$$\alpha^2+\beta^2=5 \Rightarrow S^2-2P=5 \Rightarrow \underbrace{(-2)^2}_{4}-2(\frac{a+1}{a})=5$$

$$\Rightarrow -2(\frac{a+1}{a})=1 \Rightarrow \frac{a+1}{a}=\frac{-1}{2} \Rightarrow 2a+2=-a \Rightarrow 3a=-2 \Rightarrow a=-\frac{2}{3}$$

گام با جای‌گذاری $a=-\frac{2}{3}$ در تساوی (*)، معادلهٔ سهمی را می‌نویسیم:

$$y=-\frac{2}{3}x^2-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$$

حالا که معادلهٔ سهمی را به صورت $y=-\frac{2}{3}x^2-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$ داریم، می‌توانیم بگوییم این سهمی در نقطه‌ای به عرض $\frac{1}{3}$، محور yها را قطع می‌کند (طبق مورد (۴) درس‌نامه).

۶۸- گزینه ۴

استراتژی اول طرفین معادلهٔ $ax^2-ax-b=0$ را بر a تقسیم کنید (در معادلهٔ درجه‌دوم، ضریب x^2، یعنی a مخالف صفر است، به همین خاطر حق انجام چنین کاری را داریم)، بعد α و β را در خود معادله جای‌گذاری کنید تا بتوانید α^2 و β^2 را برحسب α و β بنویسید. در ادامه α^2 و β^2ای را که برحسب α و β به دست آوردید، در تساوی $40\beta^2+20\alpha^2-20\beta=17$ جای‌گذاری کنید. این‌طوری به عبارتی می‌رسید که بلدید آن را برحسب S و P بنویسید.

درس‌نامه اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $Ax^2+Bx+C=0$ با شرط $\Delta>0$ باشند، داریم:

- ضرب ریشه‌ها: $P=\alpha\beta=\frac{C}{A}$
- جمع ریشه‌ها: $S=\alpha+\beta=-\frac{B}{A}$
- مجموع مربعات ریشه‌ها: $\alpha^2+\beta^2=S^2-2P$
- اختلاف ریشه‌ها: $|\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|A|}$

گام طبق استراتژی، اول طرفین معادلهٔ $ax^2-ax-b=0$ را بر a تقسیم می‌کنیم:

$$ax^2-ax-b=0 \xrightarrow{\div a} x^2-x-\frac{b}{a}=0 \quad (*)$$

گام α و β ریشه‌های متمایز معادلهٔ (*) هستند، پس می‌توانیم α و β را در معادلهٔ (*) جای‌گذاری کنیم:

$$x^2-x-\frac{b}{a}=0 \begin{cases} \xrightarrow{x=\alpha} \alpha^2-\alpha-\frac{b}{a}=0 \Rightarrow \alpha^2=\alpha+\frac{b}{a} \\ \xrightarrow{x=\beta} \beta^2-\beta-\frac{b}{a}=0 \Rightarrow \beta^2=\beta+\frac{b}{a} \end{cases}$$

گام حالا تساوی‌های قبل را در $40\beta^2+20\alpha^2-20\beta=17$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$40(\beta+\frac{b}{a})+20(\alpha+\frac{b}{a})-20\beta=17 \Rightarrow 40\beta+\frac{40b}{a}+20\alpha+\frac{20b}{a}-20\beta=17$$

$$\Rightarrow 20\beta+20\alpha+\frac{60b}{a}=17 \Rightarrow 20\underbrace{(\alpha+\beta)}_{S}+\frac{60b}{a}=17 \quad (**)$$

گام حالا S را از معادلهٔ $\underbrace{1}_{A}x^2\underbrace{-1}_{B}x-\frac{b}{a}=0$ حساب می‌کنیم: $S=-\frac{B}{A}=-\frac{-1}{1}=1$

در ادامه $S=1$ را در تساوی (**) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$20(1)+\frac{60b}{a}=17 \Rightarrow \frac{60b}{a}=-3 \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{-3}{60}=\frac{-1}{20} \Rightarrow -\frac{b}{a}=\frac{1}{20}$$

گام در آخر به جای $-\frac{b}{a}$ در تساوی (*)، $\frac{1}{20}$ را قرار می‌دهیم: $x^2-x+\frac{1}{20}=0$

اختلاف ریشه‌های این معادله برابر است با:

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{1-4\times\frac{1}{20}}}{1}=\sqrt{1-\frac{1}{5}}=\sqrt{\frac{4}{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$$

۶۹- گزینه ۳

استراتژی در سمت چپ معادله از اتحاد $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$ استفاده کنید تا به یک معادلهٔ ساده‌تر برسید، بعد در معادلهٔ ساده‌شده از تغییر متغیر استفاده کنید.

گام طبق استراتژی در سمت چپ معادله از اتحاد $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(1-x)^2}=\frac{160}{9} \Rightarrow (\frac{1}{x}+\frac{1}{1-x})^2-2(\frac{1}{x})(\frac{1}{1-x})=\frac{160}{9}$$

$$\Rightarrow (\frac{\overbrace{(1-x)+x}^{1}}{x(1-x)})^2-\frac{2}{x(1-x)}=\frac{160}{9} \Rightarrow (\frac{1}{x(1-x)})^2-2(\frac{1}{x(1-x)})-\frac{160}{9}=0$$

گام ۱ در ادامه از تغییر متغیر $t=\frac{1}{x(1-x)}$ کمک می‌گیریم: $t^2-2t-\frac{160}{9}=0$

حالا ریشه‌های معادلهٔ بالا را از روش Δ به دست می‌آوریم. اول Δ را حساب می‌کنیم:

$$\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4(1)(-\frac{160}{9})=4+\frac{640}{9}=\frac{676}{9}=(\frac{26}{3})^2$$

پس داریم:

$$t=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{2\pm\frac{26}{3}}{2}\Rightarrow\begin{cases}t_1=\frac{16}{3}\\ t_2=-\frac{10}{3}\end{cases}$$

گام ۲ در آخر tهای به‌دست‌آمده را در $t=\frac{1}{x(1-x)}$ جای‌گذاری می‌کنیم:

- $\frac{1}{x(1-x)}=\frac{16}{3}\Rightarrow x(1-x)=\frac{3}{16}\Rightarrow x-x^2=\frac{3}{16}$

$\Rightarrow x^2-x+\frac{3}{16}=0\xrightarrow{\Delta=\frac{1}{4}>0}$ مجموع ریشه‌ها $=-\frac{-1}{1}=1$

- $\frac{1}{x(1-x)}=-\frac{10}{3}\Rightarrow x(1-x)=-\frac{3}{10}\Rightarrow x-x^2=-\frac{3}{10}$

$\Rightarrow x^2-x-\frac{3}{10}=0\xrightarrow{\Delta=\frac{22}{10}>0}$ مجموع ریشه‌ها $=-\frac{-1}{1}=1$

بنابراین جمع ریشه‌های معادله می‌شود $2=1+1$.

۷۰- گزینهٔ ۱

استراتژی اول فاصلهٔ نقطهٔ $(4/5,2)$ از دو خط $4x+y=3$ و $x-4y=5$ را محاسبه کنید تا اندازهٔ طول و عرض مستطیل به دست آید. حالا بیشترین فاصلهٔ وسط قطر از اضلاع، برابر نصف اندازهٔ طول مستطیل می‌شود.

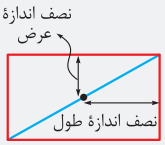
درس‌نامه ۱ خط $ax+by=c$ از نقطهٔ $A(x_0,y_0)$ می‌گذرد، اگر و تنها اگر $ax_0+by_0=c$ شود.

۲ شیب خط $ax+by=c$ برابر است با: $\frac{\text{قرینهٔ ضریب } x}{\text{ضریب } y}=-\frac{a}{b}$

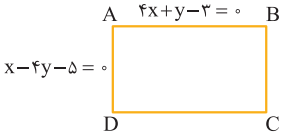
۳ هر وقت شیب دو خط، قرینه و معکوس همدیگر باشند، دو خط بر هم عمودند و برعکس.

۴ فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_0,y_0)$ از خط $ax+by+c=0$ برابر است با: $\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

۵ همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، در هر مستطیل، وسط قطر، همان مرکز مستطیل است که فاصلهٔ آن تا اضلاع مستطیل برابر نصف اندازهٔ طول و نصف اندازهٔ عرض است.



گام ۱ شیب خط $4x+y=3$ (یا همان $4x+y-3=0$)، برابر -4 و شیب خط $x-4y=5$ (یا همان $x-4y-5=0$)، برابر $\frac{1}{4}$ است (طبق مورد (۲) درس‌نامه). چون این دو خط شیب‌هایشان قرینه و معکوس یکدیگر است، پس طبق مورد (۳) درس‌نامه، بر هم عمودند؛ بنابراین این دو خط، دو ضلع مجاور مستطیل هستند؛ ببینید:



گام ۲ نقطهٔ $(4/5,2)$ روی هیچ‌کدام از دو خط $4x+y-3=0$ و $x-4y-5=0$ قرار ندارد، چون:

$4x+y-3=0\xrightarrow{(4/5,2)}4\times4/5+2-3=17\neq0$

$x-4y-5=0\xrightarrow{(4/5,2)}4/5-4\times2-5=-8/5\neq0$

بنابراین نقطهٔ $(4/5,2)$، مختصات رأس C (که روی هیچ‌کدام از این دو خط نیست) می‌شود.

گام ۳ فاصلهٔ نقطهٔ $C(4/5,2)$ از این دو خط را به دست می‌آوریم تا اندازهٔ طول و عرض مستطیل به دست آید:

$$\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}\begin{cases}\xrightarrow[(4/5,2)]{4x+y-3=0}\frac{|4(4/5)+1(2)-3|}{\sqrt{4^2+1^2}}=\frac{17}{\sqrt{17}}=\sqrt{17}\\ \xrightarrow[(4/5,2)]{x-4y-5=0}\frac{|1(4/5)-4(2)-5|}{\sqrt{1^2+4^2}}=\frac{8/5}{\sqrt{17}}=\frac{\frac{17}{2}}{\sqrt{17}}=\frac{\sqrt{17}}{2}\end{cases}$$

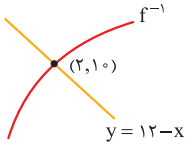
گام ۴ بنابراین اندازهٔ طول مستطیل برابر $\sqrt{17}$ است. طبق مورد (۵) درس‌نامه، فاصلهٔ وسط قطر از اضلاع مستطیل برابر نصف اندازهٔ طول و عرض مستطیل یعنی $\frac{\sqrt{17}}{2}$ و $\frac{\sqrt{17}}{4}$ می‌شود. سؤال بیشترین فاصله را می‌خواهد، پس جواب می‌شود $\frac{\sqrt{17}}{2}$.

۷۱- گزینهٔ ۴

استراتژی اول $y=10$ را در خط $y=12-x$، جای‌گذاری کنید تا طول نقطهٔ تقاطع f^{-1} با این خط به دست آید. بعد مختصات نقطهٔ تقاطع به صورت $(10,2)$ می‌شود، این یعنی $f^{-1}(2)=10$ است. در آخر با حل معادلهٔ $f(10)=2$، مقدار m و $f(m+4)$ به دست می‌آید.

درس‌نامه اگر $f^{-1}(\alpha)=\beta$ باشد، آن‌گاه $f(\beta)=\alpha$ می‌شود.

گام ۱ ابتدا یک شکل فرضی رسم می‌کنیم:



عرض نقطهٔ تقاطع $y=10$ است، از طرفی نقطهٔ تقاطع روی خط $y=12-x$ قرار دارد، پس با جای‌گذاری $y=10$ در این خط، طول نقطهٔ تقاطع می‌شود: $10=12-x\Rightarrow x=2$

بنابراین مختصات نقطهٔ تقاطع $(2,10)$ است.

گام ۲ f^{-1} از نقطهٔ $(2,10)$ می‌گذرد، پس $f^{-1}(2)=10$ می‌شود. حالا طبق درس‌نامه، می‌توانیم بگوییم $f(10)=2$ می‌شود:

$$f(x)=\sqrt{x-2\sqrt{mx-1}}\Rightarrow f(10)=\sqrt{10-2\sqrt{10m-1}}=2$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}}10-2\sqrt{10m-1}=4\Rightarrow-2\sqrt{10m-1}=-6$$

$$\xrightarrow{\div(-2)}\sqrt{10m-1}=3\xrightarrow{\text{توان ۲}}10m-1=9\Rightarrow10m=10\Rightarrow m=1$$

بنابراین ضابطهٔ f به این صورت شد: $f(x)=\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$

گام ۳ حالا که m را داریم، می‌توانیم مقدار $f(\underbrace{m}_{1}+4)$ را محاسبه کنیم:

$$f(\underbrace{m}_{1}+4)=f(5)=\sqrt{5-2\underbrace{\sqrt{5-1}}_{2}}=\sqrt{1}=1$$

۷۲- گزینهٔ ۱

درس‌نامه ۱ برای از بین بردن توان در معادلات نمایی، می‌توانیم از طرفین در یک مبنای دلخواه، مثلاً x لگاریتم بگیریم که در این صورت، توان تبدیل به ضریب می‌شود:

$$a^n=b^m\Rightarrow\log_x a^n=\log_x b^m\Rightarrow n\log_x a=m\log_x b$$

۲ بعضی از قوانین لگاریتم به شکل زیرند:

الف) $\log_{b^n}a^m=\frac{m}{n}\log_b a$ ب) $\log_a 1=0$

پ) $\log ab=\log a+\log b$ ت) $\log\frac{a}{b}=\log a-\log b$

ث) $\log_b a=\frac{1}{\log_a b}$

گام ۱ این عنصر در هر ساعت $\frac{1}{9}$ جرم خود را از دست می‌دهد، یعنی جرم آن $1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$ برابر می‌شود؛ بنابراین پس از n ساعت، جرم عنصر $(\frac{8}{9})^n$ برابر می‌شود.

گام ۲ برای این‌که ببینیم پس از چند ساعت، $\frac{1}{6}$ از جرم عنصر باقی خواهد ماند، باید معادلهٔ $(\frac{8}{9})^n=\frac{1}{6}$ را حل کنیم. از دو طرف این معادله در مبنای ۵ لگاریتم می‌گیریم:

$$(\frac{8}{9})^n=\frac{1}{6}\Rightarrow\log_5(\frac{8}{9})^n=\log_5\frac{1}{6}\xrightarrow{\text{قسمت (۲- الف) درس‌نامه}}n\log_5\frac{8}{9}=\log_5\frac{1}{6}$$

$$\xrightarrow{\text{قسمت (۲- ت) درس‌نامه}}n(\log_5\overset{2^3}{8}-\log_5\overset{3^2}{9})=\underbrace{\log_5 1}_{0}-\log_5\overset{2\times3}{6}$$

$$\xrightarrow{\text{قسمت (۲- الف و پ) درس‌نامه}}n(3\log_5 2-2\log_5 3)=-(\log_5 2+\log_5 3)\quad(*)$$

گام حالا سراغ داده‌های سؤال می‌رویم:

$$\begin{cases}\log_{۲}۵=۲/۴\\ \log_{۳}۵=۱/۴\end{cases} \xrightarrow{\text{قسمت (۲- ث) درس‌نامه}} \begin{cases}\log_{۵}۲=\frac{۱}{۲/۴}=\frac{۱}{\frac{۲۴}{۱۰}}=\frac{۱۰}{۲۴}=\frac{۵}{۱۲}\\ \log_{۵}۳=\frac{۱}{۱/۴}=\frac{۱}{\frac{۱۴}{۱۰}}=\frac{۱۰}{۱۴}=\frac{۵}{۷}\end{cases}$$

گام مقادیر به‌دست‌آمده را در (*) جای‌گذاری می‌کنیم:

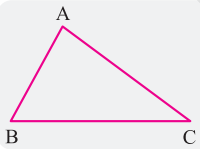
$$n(۳\times\frac{۵}{۱۲}-۲\times\frac{۵}{۷})=-(\frac{۵}{۱۲}+\frac{۵}{۷}) \Rightarrow n(\underbrace{\frac{۳}{۱۲}-\frac{۲}{۷}}_{\frac{۲۱}{۸۴}-\frac{۲۴}{۸۴}})=-(\underbrace{\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۷}}_{\frac{۷}{۸۴}+\frac{۱۲}{۸۴}})$$

$$\Rightarrow n\times\frac{-۳}{۸۴}=-\frac{۱۹}{۸۴} \Rightarrow n=\frac{۱۹}{۳}$$

بنابراین پس از $\frac{۱۹}{۳}$ ساعت یا همان «$\frac{۱۹}{۳}\times۶۰=۳۸۰$» دقیقه، $\frac{۱}{۶}$ از جرم عنصر باقی خواهد ماند.

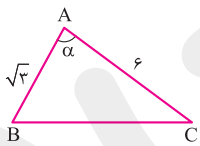
۷۳- گزینه ۱

درس‌نامه مساحت یک مثلث را می‌توانیم با استفاده از سینوس زوایای داخلی‌اش، به دست آوریم؛ مثلاً برای مثلث ABC در شکل مقابل داریم:



$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}AB.AC.\sin\hat{A}$$

گام ابتدا یک شکل فرضی برای سؤال رسم می‌کنیم: (فرض کنید $AB=\sqrt{۳}$، $AC=۶$ و زاویهٔ بین این دو یعنی $\hat{A}$ برابر α است.)



گام با کمک فرمول درس‌نامه، مساحت این مثلث را به دست می‌آوریم:

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}AB.AC.\sin\alpha \Rightarrow ۴/۵=\frac{\sqrt{۳}\times۶\times\sin\alpha}{۲}$$

$$\Rightarrow ۹=۶\sqrt{۳}\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha=\frac{۹}{۶\sqrt{۳}}=\frac{۳}{۲\sqrt{۳}}=\frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \sin\alpha=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

گام می‌دانیم در هر مثلث، هر زاویه بین صفر و ۱۸۰ درجه است، پس α هم بین صفر و ۱۸۰° است که می‌تواند برابر ۶۰° یا ۱۲۰° شود (سینوس ۶۰° و ۱۲۰° برابر $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ است)، پس بیشترین مقدار α، دو برابر کم‌ترین مقدار آن است.

۷۴- گزینه ۴

درس‌نامه ۱

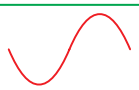
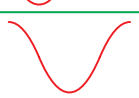
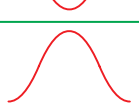
$$\sin\alpha.\cos\alpha=\frac{\sin۲\alpha}{۲}$$

۲ برای محاسبهٔ نسبت‌های مثلثاتی، می‌توانیم هر مضرب زوج دلخواهی از π را اضافه یا کم کنیم.

۳ نسبت‌های مثلثاتی $\alpha+\frac{\pi}{۲}$ به شکل زیرند:

$\sin(\alpha+\frac{\pi}{۲})=\cos\alpha$	$\cos(\alpha+\frac{\pi}{۲})=-\sin\alpha$
$\tan(\alpha+\frac{\pi}{۲})=-\cot\alpha$	$\cot(\alpha+\frac{\pi}{۲})=-\tan\alpha$

۴ برای به دست آوردن دورهٔ تناوب توابع سینوسی و کسینوسی از روی نمودار، از جدول زیر استفاده می‌کنیم:

یک تناوب کامل	نصف تناوب	یک‌چهارم تناوب
		
		
		
		

۵ در توابع مثلثاتی به شکل $y=a+b\cos(cx)$ داریم:

الف) $\begin{cases}\max=a+|b|\\ \min=a-|b|\\ a=\frac{\max+\min}{۲}\end{cases}$ **ب)** $T=\frac{۲\pi}{|c|}$

پ) اگر نمودار تابع در محل برخورد با محور yها به شکل قله  باشد، $b>۰$ و اگر به شکل دره باشد، $b<۰$ است.

گام ابتدا با استفاده از مورد (۱) درس‌نامه داریم:

$$\sin(cx-\frac{۳\pi}{۴})\cos(cx-\frac{۳\pi}{۴})=\frac{۱}{۲}\sin(۲cx-\frac{۳\pi}{۲})$$

با توجه به مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم به $(۲cx-\frac{۳\pi}{۲})$، ۲π اضافه کنیم:

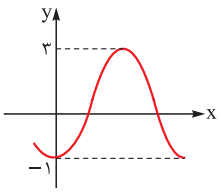
$$\frac{۱}{۲}\sin(۲cx-\frac{۳\pi}{۲}+۲\pi)=\frac{۱}{۲}\sin(۲cx+\frac{\pi}{۲}) \xrightarrow{\text{مورد(۳) درس‌نامه}} \frac{۱}{۲}\cos(۲cx)$$

بنابراین ساده‌شدهٔ ضابطهٔ f به صورت مقابل است: $f(x)=a+\frac{b}{۲}\cos(۲cx)$

گام با توجه به نمودار تابع، از $x=۰$ تا $x=\pi$ یک تناوب کامل داریم، پس $T=\pi$ است. حالا با استفاده از مورد (۵ ـ ب) درس‌نامه، داریم: $\frac{۲\pi}{|c|}=\pi \Rightarrow |c|=۱$

نکته $\cos(\alpha)=\cos(-\alpha)$

از آن‌جایی که کسینوس یک زاویه و کسینوس قرینهٔ آن زاویه (طبق نکتهٔ بالا) با هم برابرند، c می‌تواند برابر $+۱$ یا -۱ باشد، حالا ما برای راحتی فرض می‌کنیم $c=۱$ است.



گام همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، نمودار تابع در محل برخورد با محور yها به شکل دره است، پس طبق مورد (۵ ـ پ) درس‌نامه، $\frac{b}{۲}<۰$ و در نتیجه $b<۰$ است.

گام حداکثر مقدار این تابع برابر ۳ و حداقل آن برابر -۱ است؛ پس طبق مورد (۵) درس‌نامه داریم:

$$\begin{cases}a+|\frac{b}{۲}|=۳\\ a-|\frac{b}{۲}|=-۱\end{cases} \xrightarrow{b<۰} \begin{cases}a-\frac{b}{۲}=۳\\ a+\frac{b}{۲}=-۱\end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} a=۱, b=-۴$$

پس ضابطهٔ f به صورت $f(x)=۱-۲\cos(۲x)$ است.

گام صفرهای تابع f را می‌خواهیم:

$$f(x)=۰ \Rightarrow ۱-۲\cos(۲x)=۰ \Rightarrow \cos(۲x)=\frac{۱}{۲}$$

به جای $\frac{۱}{۲}$ قرار می‌دهیم $\cos(\frac{\pi}{۳})$: $\cos(۲x)=\cos(\frac{\pi}{۳})$

نکته جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\cos A=\cos B$ به صورت $A=۲k\pi\pm B$ است.

حالا جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\cos(۲x)=\cos(\frac{\pi}{۳})$ را به کمک نکتهٔ بالا به دست می‌آوریم:

$$۲x=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳} \xrightarrow{\div۲} x=k\pi\pm\frac{\pi}{۶} \xrightarrow{x\in[۰,\pi]} x=\frac{\pi}{۶},\frac{۵\pi}{۶}$$

اختلاف این دو جواب، برابر $\frac{۵\pi}{۶}-\frac{\pi}{۶}=\frac{۴\pi}{۶}=\frac{۲\pi}{۳}$ است.

۷۵- گزینه ۱

استراتژی باید سه نامعادلهٔ $-۳+۲m-m^۲<۰$، $m^۲-m-۵<۰$ و $m^۲-m-۵>-۳+۲m-m^۲$ را حل کنید و از جواب‌ها اشتراک بگیرید.

درس‌نامه ۱ اگر دامنهٔ تابع $f(x)$، بازهٔ A باشد، برای به دست آوردن دامنهٔ تابع $f(○)$، باید شرط $○\in A$ را اجرا کنید؛ مثلاً اگر دامنهٔ تابع $f(x)$ بازهٔ $[-۲,۳)$ باشد، برای به دست آوردن دامنهٔ تابع $f(۲x-۵)$ باید نامعادلهٔ $-۲\le۲x-۵<۳$ را حل کنیم.

۲ اگر f تابعی اکیداً نزولی باشد، داریم: $f(\alpha)<f(\beta) \Leftrightarrow \alpha>\beta$

گام دامنهٔ f مجموعه‌ای از مقادیر منفی (یا همان $(-\infty,0)$) است، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، برای به دست آوردن دامنهٔ $f(-۳+۲m-m^۲)$، باید نامعادلهٔ زیر را حل کنیم:

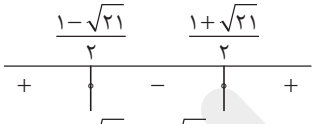
$$-۳+۲m-m^۲<۰ \Rightarrow m^۲-۲m+۳>۰$$

دلتای عبارت سمت چپ منفی $(\Delta=۴-۱۲=-۸)$ و ضریب $m^۲$ مثبت است، پس نامساوی بالا همیشه برقرار است؛ بنابراین مجموعه‌جواب آن $\mathbb{R}$ می‌شود.

گام حالا دامنهٔ $f(m^۲-m-۵)$ را به دست می‌آوریم:

$$m^۲-m-۵<۰ \xrightarrow[\text{ریشه‌ها}]{\Delta=۲۱} \begin{cases} m_۱=\frac{۱+\sqrt{۲۱}}{۲} \\ m_۲=\frac{۱-\sqrt{۲۱}}{۲} \end{cases}$$

جدول تعیین علامت رسم می‌کنیم:



به دنبال قسمت‌های منفی هستیم، پس: $m\in(\frac{۱-\sqrt{۲۱}}{۲},\frac{۱+\sqrt{۲۱}}{۲})$

$\sqrt{۲۱}$ تقریباً برابر ۴/۶ است، پس بازهٔ بالا را می‌توانیم به این صورت بنویسیم:

$$(\frac{۱-\overset{۴/۶}{\sqrt{۲۱}}}{۲},\frac{۱+\overset{۴/۶}{\sqrt{۲۱}}}{۲})\simeq(-\frac{۳/۶}{۲},\frac{۵/۶}{۲})=(-۱/۸,۲/۸) \quad (I)$$

گام f تابعی اکیداً نزولی است، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه داریم:

$$f(m^۲-m-۵)<f(-۳+۲m-m^۲) \Rightarrow m^۲-m-۵>-۳+۲m-m^۲$$

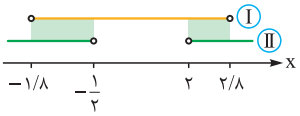
$$\Rightarrow ۲m^۲-۳m-۲>۰ \xrightarrow[\text{ریشه‌ها}]{\Delta=۲۵} \begin{cases} m_۱=\frac{۳+۵}{۴}=۲ \\ m_۲=\frac{۳-۵}{۴}=-\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

جدول تعیین علامت رسم می‌کنیم:



این‌جا قسمت‌های مثبت را می‌خواهیم، پس: $m\in(-\infty,-\frac{۱}{۲})\cup(۲,+\infty) \quad (II)$

گام در آخر با اشتراک‌گرفتن از دو بازهٔ (I) و (II) جواب حاصل می‌شود:



$$\Rightarrow (I)\cap(II)=(-۱/۸,\underbrace{-\frac{۱}{۲}}_{-۰/۵})\cup(۲,۲/۸)$$

این بازه فقط شامل یک عدد صحیح (فقط شامل -۱) است.

۷۶- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ ضابطهٔ یک تابع هموگرافیک به شکل $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ (البته به شرطی که $c\neq۰$ و $ad-bc\neq۰$ باشند) و ضابطهٔ وارونش هم به شکل $f^{-۱}(x)=\frac{-dx+b}{cx-a}$ است.

۲ هم‌ارزی پرتوان: برای محاسبهٔ حد در بی‌نهایت یک تابع کسری (مثلاً $\lim_{x\to\infty}\frac{f}{g}$)، کافی است در صورت و مخرج، فقط جملهٔ با بزرگ‌ترین توان x را نگه دارید و بقیهٔ جملات را حذف کنید، برای مثال:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{۴x-۲}{۵x+۳}=\lim_{x\to\infty}\frac{۴\cancel{x}}{۵\cancel{x}}=\frac{۴}{۵}$$

گام f تابعی هموگرافیک است، پس ضابطهٔ آن را می‌توانیم به صورت $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ در نظر بگیریم؛ این‌جوری ضابطهٔ g به شکل $g(x)=\frac{۱}{f(x)}=\frac{cx+d}{ax+b}$ می‌شود.

گام ضابطهٔ $f^{-۱}$ و $g^{-۱}$ را به کمک مورد (۱) درس‌نامه به دست می‌آوریم:

$$f(x)=\frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$g(x)=\frac{cx+d}{ax+b} \Rightarrow g^{-۱}(x)=\frac{-bx+d}{ax-c}$$

گام حالا حاصل حدهای داده‌شده را با کمک هم‌ارزی پرتوان حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{g^{-۱}(x)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{ax+b}{cx+d}}{\frac{-bx+d}{ax-c}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{(ax+b)(ax-c)}{(cx+d)(-bx+d)}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{a^۲x^۲+(ab-ac)x-bc}{-bcx^۲+(cd-bd)x+d^۲}\overset{\text{هم‌ارزی پرتوان}}{=\!=}\lim_{x\to-\infty}\frac{a^۲\cancel{x^۲}}{-bc\cancel{x^۲}}=-\frac{a^۲}{bc}$$

سراغ حد دیگر می‌رویم:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{g^{-۱}(x)}{g(x)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{-bx+d}{ax-c}}{\frac{cx+d}{ax+b}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{(-bx+d)(ax+b)}{(ax-c)(cx+d)}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{-abx^۲+(ad-b^۲)x+bd}{acx^۲+(ad-c^۲)x-cd}\overset{\text{هم‌ارزی پرتوان}}{=\!=}\lim_{x\to+\infty}\frac{-ab\cancel{x^۲}}{ac\cancel{x^۲}}=-\frac{ab}{ac}=-\frac{b}{c}$$

به گفتهٔ سؤال دو مقدار $-\frac{b}{c}$ و $-\frac{a^۲}{bc}$ با هم برابرند، پس:

$$-\frac{a^۲}{\cancel{b}\cancel{c}}=-\frac{\cancel{b}}{\cancel{c}} \Rightarrow a^۲=b^۲ \Rightarrow \frac{b^۲}{a^۲}=۱ \Rightarrow \frac{b}{a}=\pm۱$$

گام در آخر، حاصل $\lim_{x\to۰^+}f^{-۱}(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x\to۰^+}f^{-۱}(x)=\lim_{x\to۰^+}\frac{-dx+b}{cx-a}=-\frac{b}{a}$$

مقدار $\frac{b}{a}$ برابر ±۱ است، پس مقدار $-\frac{b}{a}$ هم برابر ±۱ می‌شود که تنها ۱ در بین گزینه‌ها است.

۷۷- گزینه ۱

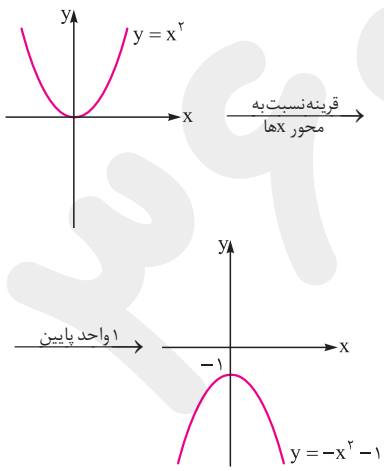
درس‌نامه ۱ قرینهٔ نمودار $y=f(x)$ نسبت به محور xها، منحنی $y=-f(x)$ است.

۲ شیب خط مماس بر منحنی f در نقطه‌ای به طول $x=\alpha$ واقع بر آن، برابر $f'(\alpha)$ است. برای درک بهتر این موضوع شکل مقابل را ببینید:



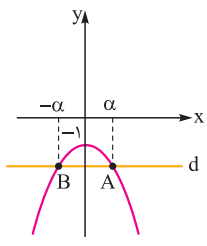
۳ اگر دو خط d و d′ بر هم عمود باشند، حاصل‌ضرب شیب‌هایشان -۱ می‌شود.

گام قرینهٔ سهمی $y=x^۲+۱$ نسبت به محور xها، طبق مورد (۱) درس‌نامه، سهمی $y=-x^۲-۱$ است که نمودار آن در سه مرحله رسم می‌شود:



گام نمودار $y=-x^۲-۱$، نسبت به محور yها متقارن است، پس می‌توانیم فرض کنیم خط d، این منحنی را در دو نقطه به طول‌های α و $-\alpha$ قطع می‌کند. $(\alpha>۰)$

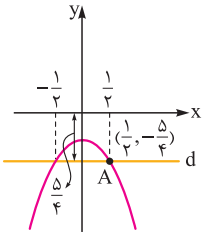
گام مشتق تابع $y=-x^۲-۱$، به صورت $y'=-۲x$ است، پس شیب خط مماس بر سهمی در نقطه‌ای به طول α برابر -۲α و شیب خط مماس بر آن در نقطه‌ای به طول $-\alpha$، برابر ۲α است. (مورد (۲) درس‌نامه).



گام این دو خط بر هم عمودند، پس طبق مورد (۳) درس‌نامه، حاصل‌ضرب شیب‌هایشان ۱− است:

$$(-۲\alpha)\times(۲\alpha)=-۱ \Rightarrow ۴\alpha^۲=۱ \Rightarrow \alpha^۲=\frac{۱}{۴}$$

$$\xrightarrow{\alpha>۰} \alpha=\frac{۱}{۲}$$



گام با جای‌گذاری $\alpha=\frac{۱}{۲}$ به جای x در ضابطهٔ $y=-x^۲-۱$، عرض نقطهٔ A برابر $y=-(\frac{۱}{۲})^۲-۱=-\frac{۵}{۴}$ می‌شود، پس فاصلهٔ خط d از مبدأ مختصات $\frac{۵}{۴}=۱/۲۵$ است:

۷۸- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ **نقطهٔ شناور**: هر وقت در سؤالی به ما گفته شود که نقطهٔ A روی منحنی $y=f(x)$ قرار دارد (یا بیشترین یا کم‌ترین فاصلهٔ نقاط منحنی $y=f(x)$ از فلان چیز را می‌خواهیم)، مختصات نقاط روی منحنی را به صورت $(x,f(x))$ در نظر می‌گیریم؛ برای مثال نقاط روی منحنی $y=\sqrt{x-۱}$ را به صورت $(x,\sqrt{x-۱})$ فرض می‌کنیم.

۲ در مسائل بهینه‌سازی برای پیداکردن طول نقاط اکسترمم یک تابع، کافی است ریشه‌های صورت و مخرج مشتق آن را محاسبه کنیم.

۳ فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_۰,y_۰)$ از خط $ax+by+c=۰$ برابر است با: $\frac{|ax_۰+by_۰+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$

گام ابتدا دقت کنید برای این‌که زیر رادیکال منفی نشود، باید $x-[x^۲]\geq ۰$، یعنی $x\geq[x^۲]$ باشد. $x^۲$ نامنفی است، پس $[x^۲]$ هم نامنفی می‌شود، بنابراین x هم باید نامنفی باشد. حالا با بازه‌بندی داریم:

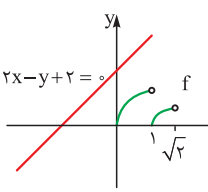
$$f(x)=\begin{cases}۰\leq x<۱ \Rightarrow \sqrt{x-\underbrace{[x^۲]}_{۰}}=\sqrt{x}\\ ۱\leq x<\sqrt{۲} \Rightarrow \sqrt{x-\underbrace{[x^۲]}_{۱}}=\sqrt{x-۱}\\ \sqrt{۲}\leq x<\sqrt{۳} \Rightarrow \sqrt{x-\underbrace{[x^۲]}_{۲}}=\sqrt{x-۲}\\ \vdots\\ \text{بقیهٔ مقادیر نیز غیر قابل قبول‌اند.}\end{cases}$$

غ ق ق، چون زیر رادیکال منفی می‌شود.

بنابراین ضابطهٔ تابع به شکل مقابل می‌شود:

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x} & ۰\leq x<۱\\ \sqrt{x-۱} & ۱\leq x<\sqrt{۲}\end{cases}$$

گام نمودار تابع f و خط $۲x-y+۲=۰$ را رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار رسم‌شده، واضح است نقاطی از منحنی f که کم‌ترین فاصله را تا خط دارند، روی $\sqrt{x}$ قرار دارند.

گام نقاط روی $f(x)=\sqrt{x}$ را به صورت $A(x,\sqrt{x})$ نمایش می‌دهیم. فاصلهٔ این نقاط از خط $۲x-y+۲=۰$ برابر است با:

$$\frac{|ax_۰+by_۰+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}} \xrightarrow[(x,\sqrt{x})\ \downarrow x_۰\ \downarrow y_۰]{\overset{a}{۲}x\overset{b}{-}y\overset{c}{+}۲=۰} d(x)=\frac{|۲x-\sqrt{x}+۲|}{\sqrt{۴+۱}}$$

x در بازهٔ $[۰,۱)$ است که در این بازه، $۲x-\sqrt{x}+۲$ مثبت است، پس می‌توانیم قدرمطلق را برداریم:

$$d(x)=\frac{۱}{\sqrt{۵}}\times(۲x-\sqrt{x}+۲)$$

گام از تابع $d(x)$ مشتق می‌گیریم و برابر صفر قرار می‌دهیم تا طول نقاط اکسترمم به دست آیند:

$$d'(x)=\frac{۱}{\sqrt{۵}}\times(۲-\frac{۱}{۲\sqrt{x}})=۰ \Rightarrow ۲-\frac{۱}{۲\sqrt{x}}=۰$$

$$\Rightarrow ۲=\frac{۱}{۲\sqrt{x}} \Rightarrow \sqrt{x}=\frac{۱}{۴} \Rightarrow x=\frac{۱}{۱۶}$$

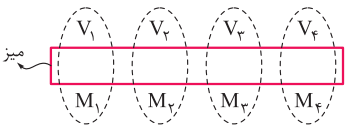
بنابراین طول نقطهٔ اکسترمم این تابع، $x=\frac{۱}{۱۶}$ است. با جای‌گذاری $x=\frac{۱}{۱۶}$ در تابع $d(x)$، جواب حاصل می‌شود:

$$d(x)=\frac{۱}{\sqrt{۵}}\times(۲x-\sqrt{x}+۲)$$

$$\Rightarrow d(\frac{۱}{۱۶})=\frac{۱}{\sqrt{۵}}\times(\underbrace{۲\times\frac{۱}{۱۶}-\sqrt{\frac{۱}{۱۶}}+۲}_{\frac{۱}{۸}-\frac{۱}{۴}+۲=\frac{۱۵}{۸}})=\frac{۱}{\sqrt{۵}}\times\frac{۱۵}{۸}=\frac{۳\times\cancel{۵}^{\sqrt{۵}}}{۸\cancel{\sqrt{۵}}}=\frac{۳\sqrt{۵}}{۸}$$

۷۹- گزینه؟

چهار وزیر را $V_۱$، $V_۲$، $V_۳$ و $V_۴$ و چهار معاونشان را هم $M_۱$، $M_۲$، $M_۳$ و $M_۴$ در نظر می‌گیریم. همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، ۴ معاون را می‌توانیم به ۴! طریق در پایین میز بچینیم. با این کار جای هر کدام از وزیران در بالای میز مشخص می‌شود. هر کدام از بسته‌های بیضی‌شکل هم ۲! جایگشت دارند؛ پس جواب برابر می‌شود با:

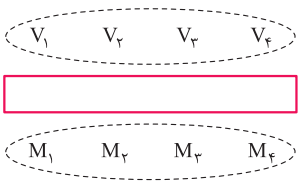


جایگشت معاونین

$$۴!\times ۲!\times ۲!\times ۲!\times ۲!=۲۴\times ۱۶=۳۸۴$$

جایگشت داخل بسته‌ها

اما متأسفانه عدد بالا در گزینه‌ها نیست و طراح ۳ رو به عنوان گزینهٔ درست انتخاب کرده است!! احتمالاً منظور طراح این بوده که همهٔ وزیران باید در کنار هم و همین‌طور همهٔ معاون‌ها هم باید کنار هم بنشینند؛ این‌جوری دیگر جایگشتِ داخل بسته‌های بیضی‌شکلِ بالا را نداریم، بلکه مطابق شکل مقابل، کل بستهٔ وزیران و کل بستهٔ معاونین ۲! جایگشت دارند؛ این‌جوری به عدد ۴۸ در ۳ می‌رسیم:



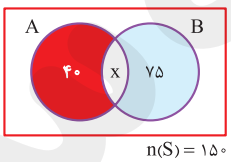
$$۴!\times ۲!=۲۴\times ۲=۴۸$$

مشاوره متأسفانه در کنکورهای جدید (به‌خصوص همین کنکور) سؤالات پر ابهام و غلط زیاد شده؛ پس اگر در یک سؤال دیدید هیچ‌جوره به جواب نمی‌رسید این احتمال وجود دارد که اصلاً سؤال غلط باشد. در این‌جور مواقع از سؤال رد شوید.

۸۰- گزینه ۴

استراتژی اول نمودار ون را برای دو مجموعهٔ A و B می‌کشیم، بعد تعداد اعضای «فقط A» و «فقط B» را در ناحیهٔ مناسب می‌نویسیم. در ادامه تعداد اعضای ناحیهٔ $A\cap B$ را x در نظر می‌گیریم تا بتوانیم $\frac{P(A)}{P(B)}$ را برحسب x بنویسیم. در آخر مقدار x را طوری تنظیم می‌کنیم که $\frac{P(A)}{P(B)}$ حداکثر شود.

گام با دو پیشامد A و B طرفیم، پس نمودار ون را به صورت زیر می‌کشیم.



حالا تعداد اعضای ناحیه‌های مختلف را در نمودار مقابل می‌نویسیم. به گفتهٔ سؤال ۴۰ نفر **فقط** بلیت فیلم «الف» را خریده‌اند، پس تعداد اعضای ناحیهٔ قرمزرنگِ مقابل می‌شود ۴۰. از طرفی ۷۵ نفر هم **فقط** بلیت فیلم «ب» را خریداری کرده‌اند، این یعنی تعداد اعضای ناحیهٔ آبی‌رنگِ مقابل می‌شود ۷۵.

گام بیایید فرض کنیم تعداد اعضای $A\cap B$، x تا باشد، در این صورت $\frac{P(A)}{P(B)}$ برابر می‌شود با:

$$\frac{P(A)}{P(B)}=\frac{\frac{x+۴۰}{\cancel{۱۵۰}}}{\frac{x+۷۵}{\cancel{۱۵۰}}} \Rightarrow \frac{P(A)}{P(B)}=\frac{x+۴۰}{x+۷۵} \quad (*)$$

نکته هر تابع هموگرافیک مثل $y=\frac{ax+b}{cx+d}$، دو شاخه دارد. در صورتی که $ad-bc>۰$ باشد، هر دو شاخه اکیداً صعودی و در صورتی که $ad-bc<۰$ باشد، هر دو شاخه اکیداً نزولی هستند.

طبق نکتهٔ بالا $y=\frac{x+۴۰}{x+۷۵}$ یک تابع هموگرافیک با شاخه‌های صعودی است، چون $ad-bc=۷۵-۴۰>۰$ است؛ بنابراین اگر حداکثرش را می‌خواهیم باید حداکثر x را حساب کنیم.

گام همان‌طور که در نمودار ون گام (۱) می‌بینید، از ۱۵۰ نفر، « ۱۱۵ = ۷۵ + ۴۰ » نفر در قسمت‌های رنگی هستند. x زمانی حداکثر می‌شود که همهٔ « ۳۵ = ۱۱۵ − ۱۵۰ » نفر باقی‌مانده را به $A \cap B$ اختصاص بدهیم، یعنی $x_{max} = ۳۵$ است؛ بنابراین بیشترین مقدار $\frac{P(A)}{P(B)}$ برابر می‌شود با:

$$\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{x+۴۰}{x+۷۵} \xrightarrow{x_{max}=۳۵} \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{۳۵+۴۰}{۳۵+۷۵} = \frac{۷۵}{۱۱۰} = \frac{۱۵}{۲۲}$$

مشاوره این اولین باری است که احتمال با تابع ترکیب می‌شود. این تست پیغام می‌دهد که دیگر نباید چیزی از ریاضی را حذف کنید؛ تست‌ها دیگر ترکیبی شده‌اند.

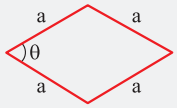
۸۱- گزینه ۲

شفاف‌سازی «هر ضلع واسطهٔ هندسی دو قطر لوزی است»؛ یعنی این رابطه برقرار است:

ضرب قطرهای لوزی = ^{۲}(طول ضلع لوزی)

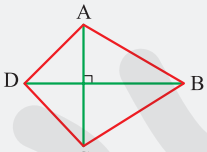
استراتژی مساحت لوزی را یک بار برحسب زاویهٔ داخلی‌اش و یک بار هم برحسب قطرهای آن می‌نویسیم و مساوی هم می‌گذاریم.

درس‌نامه ۱ مساحت لوزی به ضلع a و زاویهٔ θ



برابر است با: $S = a^{۲}.\sin\theta$

۲ مساحت هر چهارضلعی که قطرهای آن بر هم عمودند (مثل لوزی)، برابر است با نصف حاصل‌ضرب طول قطرهای آن، مثلاً مساحت چهارضلعی ABCD در شکل مقابل می‌شود:

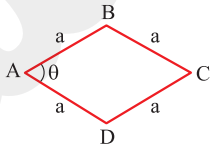


$$S_{ABCD} = \frac{۱}{۲}AC.BD$$

۳ قطرهای هر لوزی، نیمسازهای زاویه‌های داخلی‌اش هستند.

گام **(نوشتن مساحت لوزی برحسب زاویهٔ داخلی‌اش)**

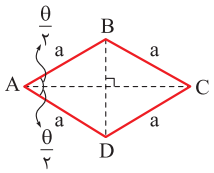
مطابق شکل، زاویهٔ حادهٔ این لوزی را θ و طول ضلعش را a در نظر می‌گیریم، همان‌طور که در قسمت (۱) درس‌نامه گفتیم برای مساحت این لوزی می‌توانیم رابطهٔ زیر را بنویسیم:



$$S_{ABCD} = a^{۲}.\sin\theta \quad (۱)$$

گام **(نوشتن مساحت لوزی برحسب طول قطرهایش)**

با توجه به قسمت (۲) درس‌نامه، داریم:



$$S_{ABCD} = \frac{۱}{۲}AC.BD \quad (۲)$$

گام **(پیداکردن خواستهٔ مسئله)**

طبق شفاف‌سازی می‌توانیم بنویسیم:

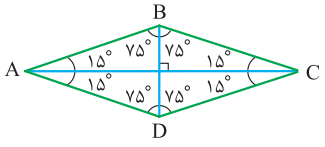
$$\text{ضرب قطرهای لوزی} = {}^{۲}(\text{طول ضلع لوزی}) \Rightarrow a^{۲} = AC.BD$$

حالا سمت راست تساوی‌های (۱) و (۲) را مساوی هم می‌گذاریم و به جای $AC.BD$ می‌نویسیم $a^{۲}$:

$$a^{۲}.\sin\theta = \frac{۱}{۲}\underbrace{AC.BD}_{a^{۲}} \Rightarrow a^{۲}.\sin\theta = \frac{۱}{۲}a^{۲}$$

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\theta \text{ حاده است}} \theta = ۳۰^\circ$$

با توجه به این‌که در لوزی، زاویه‌های مجاور، مکمل و قطرها نیمسازند، شکل دقیق به صورت مقابل می‌شود.

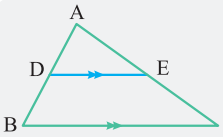


همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، وقتی قطرهای لوزی را بکشیم ۴ مثلث درست می‌شود که کوچک‌ترین زاویهٔ هر کدام ۱۵° است.

۸۲- گزینه ۱

استراتژی اول شکل مسئله را رسم می‌کنیم تا کوچک‌ترین مثلثی که درست می‌شود، خودش را نشان دهد؛ بعد با توجه به این‌که قطر، مساحت مستطیل را نصف می‌کند، خواستهٔ سؤال را به نسبت طول دو پاره‌خط تبدیل می‌کنیم. در آخر این نسبت را به کمک قضیهٔ تالس حساب می‌کنیم.

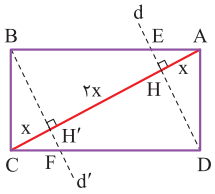
درس‌نامه ۱ در مثلث مقابل، اگر $DE \parallel BC$ باشد، طبق قضیهٔ تالس می‌توانیم نسبت زیر را بنویسیم:



$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \quad \text{(تالس جزءبه‌کل)}$$

۲ با رسم هر قطر یک مستطیل، دو مثلث همنهشت (و در نتیجه هم‌مساحت) ایجاد می‌شود.

گام **(رسم شکل مسئله)** شکل مسئله به صورت مقابل است.



در این شکل d و d′ همان خط‌هایی هستند که قطر AC را به سه قسمت تقسیم می‌کنند. به گفتهٔ سؤال قسمت وسط (HH′)، دو برابر قسمت‌های کناری (AH و CH′) است، پس می‌توانیم فرض کنیم: $AH = CH' = x \ , \ HH' = ۲x$

گام **(تحلیل خواستهٔ سؤال)** همان‌طور که در شکل بالا می‌بینید، کوچک‌ترین مثلثی که در مستطیل وجود دارد، مثلث AEH (یا CFH′) است؛ پس خواستهٔ سؤال، یعنی نسبت مساحت مستطیل به مساحت کوچک‌ترین مثلث درست‌شده در آن، می‌شود $\frac{S_{ABCD}}{S_{\triangle AEH}}$. طبق مورد (۲) درس‌نامه، مساحت مستطیل، دو برابر مساحت مثلث ABC است؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{\triangle AEH}} = \frac{۲S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AEH}} = \frac{۲(\frac{۱}{۲} \times BH' \times \overbrace{AC}^{۴x})}{\frac{۱}{۲} \times EH \times \underbrace{AH}_{x}} = \frac{BH' \times ۸\cancel{x}}{EH \times \cancel{x}} = ۸ \times \frac{BH'}{EH} \quad (*)$$

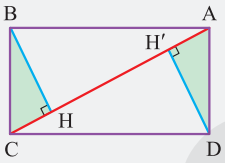
گام **(محاسبهٔ خواستهٔ سؤال)** طبق رابطهٔ (*) برای محاسبهٔ خواستهٔ سؤال، باید نسبت $\frac{BH'}{EH}$ را به دست بیاوریم. خوب به مثلث ABH′ نگاه کنید. پاره‌خط‌های EH و BH′ در این مثلث هر دو بر قطر AC عمودند، پس می‌توانیم بگوییم $EH \parallel BH'$. حالا در مثلث ABH′، تالس می‌نویسیم:

$$\frac{AH}{AH'} = \frac{EH}{BH'} \Rightarrow \frac{x}{x+۲x} = \frac{EH}{BH'} \Rightarrow \frac{EH}{BH'} = \frac{\cancel{x}^{۱}}{۳\cancel{x}} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{BH'}{EH} = ۳$$

در آخر تساوی بالا را در رابطهٔ (*) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{\triangle AEH}} = ۸ \times \frac{BH'}{EH} = ۸ \times ۳ = ۲۴$$

تله حواستان باشد، سؤال گفته **خط‌هایی** از دو رأس مقابل، نه پاره‌خط‌هایی از دو رأس مقابل. اگر به اشتباه پاره‌خط‌های عمود بر قطر را بکشیم به شکل مقابل می‌رسیم. کوچک‌ترین مثلث درست‌شده در این شکل، مثلث BHC (یا AH′D) است. در این حالت اگر خواستهٔ مسئله را حساب کنیم به عدد ۸ می‌رسیم که در ۴ به عنوان تله وجود دارد.



۸۳- گزینه ۱

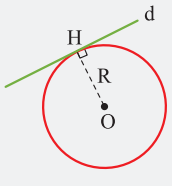
درس‌نامه ۱ معادلهٔ گستردهٔ هر دایره به صورت $x^{۲} + y^{۲} + ax + by + c = ۰$ است. برای به دست آوردن شعاع و مرکز در این معادله، از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

$$O\left(-\frac{\text{ضریب } x}{۲}, -\frac{\text{ضریب } y}{۲}\right) \qquad r = \sqrt{(\text{عرض مرکز})^{۲} + (\text{طول مرکز})^{۲} - c}$$

↓ عدد ثابت معادلهٔ گسترده

فقط حواستان باشد، زمانی می‌توانید از رابطه‌های بالا استفاده کنید که در معادلهٔ گسترده ضریب $x^{۲}$ و $y^{۲}$ برابر ۱ و عدد ثابت، سمت چپ معادله باشد. اگر معادلهٔ گسترده این‌شکلی نبود، باید چنین شرایطی را خودتان بسازید.

۲ اگر خط d مثل شکل مقابل بر دایرهٔ C(O,R) مماس باشد، می‌توانیم بگوییم فاصلهٔ مرکز دایره از خط d، مساوی شعاع دایره است:



$$OH = R$$

۳ معادلهٔ دایره به مرکز $O(\alpha,\beta)$ و شعاع r به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$(x-\alpha)^{۲} + (y-\beta)^{۲} = r^{۲}$$

۴ برای به دست آوردن قرینهٔ یک نقطه نسبت به نیمساز ناحیهٔ اول $(y=x)$ باید جای x و y نقطه را عوض کنیم. مثلاً قرینهٔ نقطهٔ $A(۳,-۵)$ نسبت به نیمساز ناحیهٔ اول و سوم می‌شود $A'(-۵,۳)$.

۵ برای به دست آوردن معادلهٔ وترمشترک دو دایره، کارهای زیر را انجام می‌دهیم:

الف) چک می‌کنیم که ضرایب $x^۲$ و $y^۲$ در معادلهٔ گسترده‌شان ۱ باشد (اگر نبود این کار را انجام می‌دهیم).

ب) طرفین معادله‌های گسترده را از هم کم می‌کنیم.

۶ برای به دست آوردن طول نقطه‌های برخورد دو دایره:

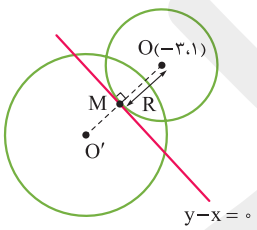
الف) معادلهٔ وترمشترک دو دایره را پیدا می‌کنیم.

ب) معادلهٔ وترمشترک را به صورت $y=$ ☁ $x+$ ☁ می‌نویسیم و در معادلهٔ یکی از دایره‌ها جای‌گذاری می‌کنیم. جواب‌های معادلهٔ به‌دست‌آمده، طول نقاط برخورد دو دایره هستند. با جای‌گذاری این جواب‌ها در معادلهٔ وترمشترک، عرضِ نقاطِ تقاطع هم به دست می‌آیند.

گام ۱ (پیداکردن مرکز دایرهٔ کوچک و شعاع دایره‌ها)

اول یک شکل فرضی برای مسئله می‌کشیم. سؤال معادلهٔ دایرهٔ کوچک‌تر را به صورت $x^۲+y^۲+۶x-۲y=r$ داده، پس می‌توانیم بگوییم مختصات مرکزش می‌شود:

$$O(-\frac{۶}{۲},-\frac{-۲}{۲})=(-۳,۱)$$



به گفتهٔ سؤال خط $y-x=۰$ بر دایرهٔ کوچک‌تر مماس است؛ این یعنی فاصلهٔ مرکز دایرهٔ کوچک‌تر $(O(-۳,۱))$ از خط $y-x=۰$ برابر شعاع دایره است:

$$R=\frac{|۱-(-۳)|}{\sqrt{۱^۲+(-۱)^۲}}=\frac{۴}{\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=\frac{۴\sqrt{۲}}{۲}=۲\sqrt{۲}$$

از طرفی سؤال می‌گوید شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر، دو برابر شعاع دایرهٔ کوچک‌تر است؛ پس اگر شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر را R' در نظر بگیریم، می‌توانیم بنویسیم: $R'=۲R=۲(۲\sqrt{۲})=۴\sqrt{۲}$

گام ۲ (محاسبهٔ r) در گام قبلی دیدیم مرکز دایرهٔ $x^۲+y^۲+۶x-۲y=r$، نقطهٔ $O(-۳,۱)$ و شعاعش $۲\sqrt{۲}$ شد؛ پس می‌توانیم به کمک روابط مورد (۱) درس‌نامه r را حساب کنیم، اما قبلش عدد ثابت معادله، یعنی r را به سمت چپ می‌بریم تا بتوانیم از آن روابط استفاده کنیم. با این کار معادلهٔ دایره به صورت $x^۲+y^۲+۶x-۲y-r=۰$ درمی‌آید:

$$R=\sqrt{(\text{عرض مرکز})^۲+(\text{طول مرکز})^۲-\underbrace{c}_{\text{عدد ثابت}}}$$

$$\Rightarrow ۲\sqrt{۲}=\sqrt{\underbrace{(-۳)^۲+۱^۲-(-r)}_{۱۰+r}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۸=۱۰+r \Rightarrow r=-۲$$

پس معادلهٔ دایرهٔ کوچک‌تر به این صورت می‌شود: $x^۲+y^۲+۶x-۲y+۲=۰$

گام ۳ (نوشتن معادلهٔ دایرهٔ بزرگ‌تر) برای نوشتن معادلهٔ دایرهٔ بزرگ‌تر، شعاع و مرکزش را لازم داریم. شعاعش را که به دست آوردیم $۴\sqrt{۲}$، پس فقط می‌ماند مرکزش. خوب به خط $y-x=۰$ و نقطه‌های O و O' در شکل گام (۱) نگاه کنید. به گفتهٔ سؤال، خط $y-x=۰$ که همان نیمساز ناحیهٔ اول و سوم است، عمودمنصف OO' است؛ این یعنی اگر نقطهٔ O را نسبت به نیمساز ناحیهٔ اول قرینه کنیم به مختصات نقطهٔ O' می‌رسیم:

$$O(-۳,۱) \xrightarrow[\text{تعویض جای x و y}]{\text{قرینه نسبت به } y=x} O'(۱,-۳)$$

حالا که مرکز و شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر را داریم، می‌توانیم معادله‌اش را به کمک مورد (۳) درس‌نامه بنویسیم:

$$(x-۱)^۲+(y+۳)^۲=(۴\sqrt{۲})^۲ \Rightarrow (x^۲-۲x+۱)+(y^۲+۶y+۹)=۳۲$$

$$\Rightarrow x^۲+y^۲-۲x+۶y-۲۲=۰$$

گام ۴ (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال) در آخر محل تقاطع دو دایره را طبق مورد (۶) درس‌نامه در دو مرحله پیدا می‌کنیم:

◇ **پیداکردن معادلهٔ وترمشترک دو دایره:** طبق مورد (۵) درس‌نامه معادلهٔ وترمشترک دایره‌های $x^۲+y^۲+۶x-۲y+۲=۰$ و $x^۲+y^۲-۲x+۶y-۲۲=۰$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(x^۲+y^۲-۲x+۶y-۲۲)-(x^۲+y^۲+۶x-۲y+۲)=۰-۰$$

$$\Rightarrow -۸x+۸y-۲۴=۰ \xrightarrow{\div ۸} -x+y-۳=۰ \Rightarrow y=x+۳$$

◇ **جای‌گذاری وترمشترک در معادلهٔ یکی از دایره‌ها:** حالا $y=x+۳$ را در معادلهٔ دایرهٔ $x^۲+y^۲+۶x-۲y+۲=۰$ جای‌گذاری می‌کنیم تا به یک معادلهٔ درجه۲ برحسب x (همان طول نقاط تقاطع است) برسیم:

$$x^۲+(x+۳)^۲+۶x-۲(x+۳)+۲=۰$$

$$\Rightarrow x^۲+(x^۲+۶x+۹)+۶x-۲x-۶+۲=۰ \Rightarrow ۲x^۲+۱۰x+۵=۰ \quad (*)$$

نکته حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲+bx+c=۰$ به شرطی که $\Delta>۰$ باشد، برابر است با: $\text{ضرب ریشه‌ها}=\frac{c}{a}$

سؤال حاصل‌ضرب طول نقطه‌های برخورد، یعنی حاصل‌ضرب جواب‌های معادلهٔ (*) را می‌خواهد که طبق نکتهٔ بالا برابر می‌شود با: $P=\frac{c}{a}=\frac{۵}{۲}$

۱۴۰۲ نوبت دوم خارج

فیزیک

۱- گزینه ۱

درس‌نامه انبساط طولی یک جسم جامد:

$\Delta L = \alpha L_1 \Delta\theta$ ← تغییرات دما ($^\circ C$ یا K)

ضریب انبساط طولی ($\frac{1}{^\circ C}$ یا $\frac{1}{K}$) — طول اولیه

در اثر افزایش دمای $50\ ^\circ C$ $(\Delta\theta = 50\ ^\circ C)$، طول میله به اندازهٔ $3\ mm$ افزایش یافته است. با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، طول اولیهٔ میله را به دست می‌آوریم.

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta\theta \xrightarrow[\alpha = 1/2\times10^{-5}\ \frac{1}{K}]{\Delta L = 3mm = 3\times10^{-3}\ m} 3\times10^{-3} = 1/2\times10^{-5} L_1 \times 50$$

$$\Rightarrow L_1 = \frac{3\times10^{-3}}{6\times10^{-4}} = 5\ m$$

۲- گزینه ۳

استراتژی در فرایند واپاشی، عدد جرمی و عدد اتمی قبل از فرایند را به ترتیب برابر با مجموع عدد جرمی‌ها و مجموع عدد اتمی‌ها پس از فرایند قرار بدهید. با این روش می‌توانید عدد جرمی و عدد اتمی هستهٔ دختر را پیدا کنید.

درس‌نامه واپاشی α: پرتوهای α، ذرات باردار مثبت از جنس هستهٔ اتم هلیم (^4_2He) هستند و از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده‌اند. واپاشی α با رابطهٔ زیر بیان می‌شود:

$$^A_ZX \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^4_2He$$

گام ابتدا فرایند این واپاشی را می‌نویسیم (هستهٔ دختر را با ^A_ZY نشان دادیم):

$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^A_ZY + {}^4_2He$$

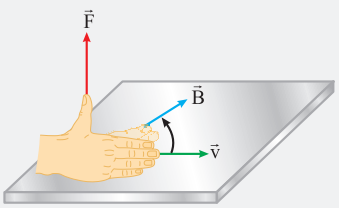
گام تعداد نوکلئون‌ها قبل از فرایند با تعداد نوکلئون‌ها پس از فرایند یکسان است؛ بنابراین با توجه به فرایند این واپاشی می‌توانیم بنویسیم:

$$\left.\begin{array}{l} \text{عدد جرمی: } 238 = A + 4 \Rightarrow A = 234 \\ \text{عدد اتمی: } 92 = Z + 2 \Rightarrow Z = 90 \end{array}\right\} \Rightarrow {}^{234}_{90}Y$$

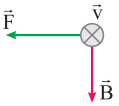
بنابراین $^{234}_{90}Th$ حاصل این واپاشی است.

۳- گزینه ۲

درس‌نامه برای تشخیص جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار، از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم. طبق این قاعده، اگر چهار انگشت دست راست را در جهت حرکت ذره ($\vec{v}$) قرار بدهیم، به طوری که وقتی آن‌ها را خم می‌کنیم، در جهت میدان مغناطیسی ($\vec{B}$) قرار بگیرند، آن‌گاه انگشت شستمان جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره با بار مثبت ($\vec{F}$) را نشان می‌دهد. توجه کنید که نیروی مغناطیسی وارد بر بار منفی در خلاف جهت نیروی وارد بر بار مثبت است.



گام به کمک قاعدهٔ دست راست، چهار انگشت دست راست را در جهت حرکت ذرهٔ باردار (به صورت درون‌سو، داخل صفحه) قرار می‌دهیم، به طوری که وقتی آن‌ها را خم می‌کنیم، در جهت میدان مغناطیسی (رو به پایین) قرار بگیرند. در این صورت جهت انگشت شست دست، جهت نیروی وارد بر ذره با بار مثبت را نشان می‌دهد.



گام با توجه به این‌که ذرهٔ باردار الکترون است *(بارش منفیه)*، جهت تعیین‌شده برای نیرو را برعکس می‌کنیم. در این حالت جهت نیروی وارد بر الکترون از طرف میدان مغناطیسی به سمت راست خواهد بود.

تله کافی است به منفی‌بودن ذرهٔ باردار توجه نکنیم. در این صورت ① به عنوان جواب نادرست منتظر ما خواهد بود.

۴- گزینه ۴

استراتژی برای محاسبهٔ کار کل در سؤالاتی که از تندی صحبت شده است، از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم.

درس‌نامه قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: کار کل وارد بر یک جسم در یک جابه‌جایی معین، برابر با تغییر انرژی جنبشی آن است.

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

کار کل (J) ← W_t — ΔK: تغییر انرژی جنبشی (J) — m: جرم (kg) — v_1: تندی اولیه (m/s) — v_2: تندی نهایی (m/s)

گام با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، کار کل در دو مرحله را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow \begin{cases} W_1 = \frac{1}{2}m(v_1^2 - 0^2) = \frac{1}{2}mv_1^2 \\ W_2 = \frac{1}{2}m((4v_1)^2 - v_1^2) = \frac{1}{2}m(15v_1^2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{\frac{1}{2}m(15v_1^2)}{\frac{1}{2}mv_1^2} = 15$$

گام حالا کار کل در مرحلهٔ دوم را به دست می‌آوریم.

$$\frac{W_2}{W_1} = 15 \xrightarrow{W_1 = 120\ J} \frac{W_2}{120} = 15 \Rightarrow W_2 = 1800\ J$$

مشاوره مشابه این سؤال باز هم در کنکور آمده و از کتاب درسی طرح شده است. حتماً سؤال‌ها، مثال‌ها، تمرین‌ها و ... کتاب درسی را با دقت بخوانید.

۵- گزینه ۲

شفاف‌سازی در ابتدا ۶۰۰ گرم آب $20\ ^\circ C$ درون گرماسنج قرار دارد؛ بنابراین دمای اولیهٔ گرماسنج هم $20\ ^\circ C$ است.

درس‌نامه ① طبق قانون پایستگی انرژی، جمع جبری گرماهای مبادله‌شده تا رسیدن به حالت تعادل، برابر با صفر است:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow m_1c_1(\theta - \theta_1) + m_2c_2(\theta - \theta_2) + m_3c_3(\theta - \theta_3) = 0$$

② رابطهٔ بین ظرفیت گرمایی، جرم و گرمای ویژهٔ ماده:

$$C = mc$$

گرمای مبادله‌شدهٔ ۶۰۰ گرم آب را Q_1، گرمای مبادله‌شدهٔ گرماسنج را Q_2 و گرمای مبادله‌شدهٔ ۴۰۰ گرم آب را Q_3 در نظر می‌گیریم. طبق قانون پایستگی انرژی، جمع جبری گرماهای مبادله‌شده تا رسیدن به حالت تعادل، برابر با صفر است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$Q_1+Q_2+Q_3=0 \Rightarrow m_1c_1(\theta-\theta_1)+C_{\text{گرماسنج}}(\theta-\theta_2)+m_3c_3(\theta-\theta_3)=0$$

$$\Rightarrow 0/6c_{\text{آب}}\times(36-20)+C_{\text{گرماسنج}}(36-20)+0/4c_{\text{آب}}(36-80)=0$$

$$\Rightarrow 9/6c_{\text{آب}}+16C_{\text{گرماسنج}}-17/6c_{\text{آب}}=0 \Rightarrow 16C_{\text{گرماسنج}}=17/6c_{\text{آب}}-9/6c_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow 16C_{\text{گرماسنج}}=8c_{\text{آب}} \Rightarrow C_{\text{گرماسنج}}=0/5c_{\text{آب}}$$

$$\xrightarrow{c_{\text{آب}}=4200\ \frac{J}{kg.K}} C_{\text{گرماسنج}}=0/5(4200)=2100\ J/K$$

۶- گزینه ۴

استراتژی معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک را بنویسید و ببینید معادلهٔ $x_2-x_1=\pm5$ چند جواب دارد.

درس‌نامه ۱ **معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک در حرکت با سرعت ثابت بر روی خط راست:**

$$x=vt+x_0$$

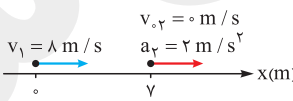
(x: مکان اولیه (m)، v: سرعت (m/s))

۲ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$$

(a: شتاب (m/s^2)، v_0: سرعت اولیه (m/s))

گام با توجه به شکل روبه‌رو، معادلهٔ مکان ـ زمان هر دو متحرک را می‌نویسیم.



$$x_1=v_1t+x_{01} \xrightarrow[x_{01}=0\ m]{v_1=8\ m/s} x_1=8t$$

$$x_2=\frac{1}{2}a_2t^2+v_{02}t+x_{02} \xrightarrow[x_{02}=7\ m,a_2=2\ m/s^2]{v_{02}=0\ m/s} x_2=\frac{1}{2}\times2t^2+7=t^2+7$$

گام برای این‌که ببینیم فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر چند بار ۵ متر می‌شود، باید ببینیم معادلهٔ $x_2-x_1=\pm5$ چند جواب دارد:

$$x_2-x_1=\pm5 \Rightarrow t^2+7-8t=\pm5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t^2-8t+12=0 \Rightarrow t_1=2\ s, t_2=6\ s \\ t^2-8t+2=0 \Rightarrow t_3=(4+\sqrt{14})\ s, t_4=(4-\sqrt{14})\ s \end{cases}$$

چهار ریشهٔ مثبت داریم، پس فاصلهٔ این دو متحرک از یکدیگر، چهار بار به ۵ متر می‌رسد.

۷- گزینه ۳

شفاف‌سازی گلولهٔ B، ۲ s دیرتر از گلولهٔ A رها شده است، پس وقتی ۵ s از حرکت گلولهٔ A می‌گذرد، گلولهٔ B، ۳ s در حرکت بوده است.

درس‌نامه **معادلهٔ مکان ـ زمان در سقوط آزاد بدون سرعت اولیه** (جهت مثبت y را رو به پایین فرض کردیم):

$$y=\frac{1}{2}gt^2+y_0$$

(g: شتاب گرانش (m/s^2)، y_0: مکان اولیه (m))

گام گلولهٔ A به مدت ۵ s حرکت می‌کند. جابه‌جایی گلولهٔ A تا لحظهٔ $t_1=5\ s$ را به دست می‌آوریم (در تمام مراحل جهت مثبت y را رو به پایین و مکان اولیهٔ گلوله‌ها را صفر در نظر گرفتیم).

$$y_1=\frac{1}{2}gt_1^2+y_0 \xrightarrow[t_1=5\ s,y_0=0\ m]{g=10\ m/s^2} y_1=\frac{1}{2}\times10\times(5)^2=125\ m$$

گلولهٔ B، ۲ s دیرتر از گلولهٔ A رها شده است، پس وقتی ۵ s از حرکت گلولهٔ A می‌گذرد، گلولهٔ B، ۳ s در حرکت بوده است. جابه‌جایی گلولهٔ B تا لحظهٔ $t_2=3\ s$ را به دست می‌آوریم.

$$y_2=\frac{1}{2}gt_2^2+y_0 \xrightarrow[t_2=3\ s,y_0=0\ m]{g=10\ m/s^2} y_2=\frac{1}{2}\times10\times(3)^2=45\ m$$

گام حالا فاصلهٔ دو گلوله را در لحظه‌ای که ۵ s از حرکت گلولهٔ A (۳ s از حرکت گلولهٔ B) می‌گذرد، محاسبه می‌کنیم.

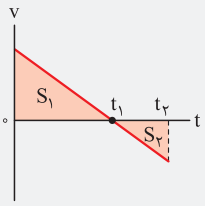
$$y_1-y_2=125-45=80\ m$$

۸- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ **تندی متوسط**: نسبت مسافت طی‌شده به مدت‌زمان.

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}$$ (ℓ: مسافت (m)، Δt: مدت‌زمان (s))

۲ مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t در یک بازهٔ زمانی، بیانگر مسافت طی‌شده توسط متحرک در آن بازهٔ زمانی است. مثلاً در نمودار سرعت ـ زمان روبه‌رو، مسافت طی‌شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 به صورت زیر است:

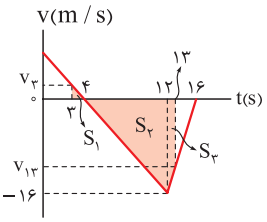


t_1 تا t_2: مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا t_1: $\ell_1=S_1$

t_2 تا t_1 مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی: $\ell_2=S_2$

$\Rightarrow$ t_2 تا صفر: مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی: $\ell=\ell_1+\ell_2=S_1+S_2$

گام برای این‌که تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1=3\ s$ تا $t_2=13\ s$ را به دست بیاوریم، به مسافت طی‌شده در این بازهٔ زمانی نیاز داریم. مسافت طی‌شده در این بازهٔ زمانی را با استفاده از مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t می‌توانیم به دست بیاوریم. در نمودار سرعت ـ زمان روبه‌رو، مجموع مساحت‌های S_1، S_2 و S_3 برابر با مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی $t_1=3\ s$ تا $t_2=13\ s$ است. برای محاسبهٔ این مساحت‌ها، باید مقادیر v_3 و v_{13} را با استفاده از تشابه مثلث‌های متشابه پیدا کنیم.



$$\frac{v_3}{4-3}=\frac{16}{12-4} \Rightarrow v_3=2\ m/s$$

$$\frac{|v_{13}|}{16-13}=\frac{16}{16-12} \xrightarrow{v_{13}<0} v_{13}=-12\ m/s$$

گام حالا می‌توانیم مجموع مساحت‌های S_1، S_2 و S_3 را که برابر با مسافت طی‌شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1=3\ s$ تا $t_2=13\ s$ است، محاسبه کنیم.

$$\ell=S_1+S_2+S_3=\frac{2\times1}{2}+\frac{16\times8}{2}+\frac{(16+12)(13-12)}{2}=1+64+14=79\ m$$

گام در آخر، تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1=3\ s$ تا $t_2=13\ s$ را به دست می‌آوریم.

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{79}{13-3}=7/9\ m/s$$

تله اگر سرعت متوسط متحرک را به دست بیاورید، به گزینهٔ نادرست ۲ می‌رسید.

۹- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ اگر سرعت متحرکی در لحظهٔ t_1 برابر با v_1 و در لحظهٔ t_2 برابر با v_2 باشد، آن‌گاه شتاب متوسط آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}$$

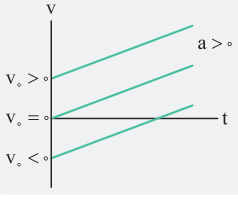
(Δv: تغییرات سرعت (m/s)، Δt: مدت‌زمان (s))

۲ معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست:

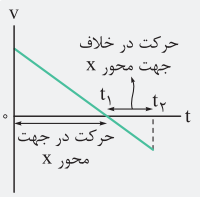
$$v=at+v_0$$

(a: شتاب (m/s^2)، v_0: سرعت اولیه (m/s))

۳ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت یک خط راست است.



۴ در نمودار سرعت ـ زمان:
- $v>0$: متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.
- $v<0$: متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.



گام ابتدا اطلاعاتمان را راجع به دو متحرک A و B کامل می‌کنیم. نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B به صورت یک خط راست است، پس حرکت این دو متحرک از نوع حرکت با شتاب ثابت است. با توجه به نمودار سرعت ـ زمان آن‌ها، شتاب متحرک A را محاسبه می‌کنیم.

$$a_A = a_{av_A} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_A = \frac{0-(-20)}{10-0} = 2\,m/s^2$$

حالا که شتاب حرکت A را حساب کردیم، معادلهٔ سرعت ـ زمان آن را نیز می‌نویسیم:

$$v_A = a_A t + v_{0A} \xrightarrow[v_{0A}=-20\,m/s]{a_A=2\,m/s^2} v_A = 2t - 20$$

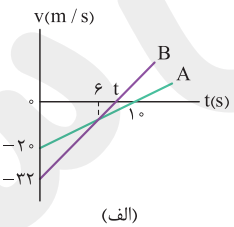
معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک B را نیز می‌نویسیم:

$$v_B = a_B t + v_{0B} \xrightarrow{v_{0B}=-32\,m/s} v_B = a_B t - 32$$

با توجه به نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B، سرعت آن‌ها در لحظهٔ $t = 6\,s$ یکسان شده است ($v_A = v_B$)؛ بنابراین با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان آن‌ها می‌توانیم بنویسیم:

$$v_A = v_B \Rightarrow 2t - 20 = a_B t - 32 \xrightarrow{t=6\,s} 2(6) - 20 = 6a_B - 32 \Rightarrow 6a_B = 24 \Rightarrow a_B = 4\,m/s^2$$

گام شتاب متحرک B را هم پیدا کردیم. حالا به سراغ سؤال می‌رویم! سؤال راجع به بازهٔ زمانی است که دو متحرک A و B در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، پس باید این بازهٔ زمانی را پیدا کنیم. با توجه به شکل (الف)، سرعت متحرک B در لحظهٔ t صفر می‌شود و متحرک B در این لحظه تغییر جهت داده و در جهت محور x به حرکت خود ادامه می‌دهد. با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک B، لحظهٔ t را به دست می‌آوریم.



(الف)

$$v_B = 4t - 32 \xrightarrow{v_B=0\,m/s} 0 = 4t - 32 \Rightarrow t = 8\,s$$

گام همان‌طور که در نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B می‌بینید (شکل الف)، در بازهٔ زمانی $t = 8\,s$ تا $t' = 10\,s$، متحرک B در جهت محور x و متحرک A در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، پس در این بازهٔ زمانی این دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند. حالا برای این‌که ببینیم فاصلهٔ این دو متحرک در این بازهٔ زمانی چگونه تغییر می‌کند، ابتدا مکان هر یک از آن‌ها را در لحظهٔ $t = 8\,s$ با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها به دست می‌آوریم.

$$x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{0A} t + x_{0A}$$

$$\xrightarrow[x_{0A}=0\,m]{a_A=2\,m/s^2,\,v_{0A}=-20\,m/s} x_A = \frac{1}{2}(2)t^2 - 20t = t^2 - 20t$$

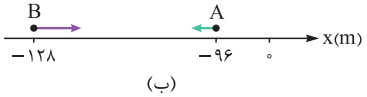
$$\xrightarrow{t=8\,s} x_A = 8^2 - 20(8) = 64 - 160 = -96\,m$$

$$x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{0B} t + x_{0B}$$

$$\xrightarrow[x_{0B}=0\,m]{a_B=4\,m/s^2,\,v_{0B}=-32\,m/s} x_B = \frac{1}{2}(4)t^2 - 32t = 2t^2 - 32t$$

$$\xrightarrow{t=8\,s} x_B = 2(8)^2 - 32(8) = 128 - 256 = -128\,m$$

در شکل (ب)، موقعیت این دو متحرک در لحظهٔ $t = 8\,s$ را بر روی محور x نشان دادیم. همان‌طور که می‌بینید، متحرک A در مکان $-96\,m$ و در حال حرکت در خلاف جهت محور x و متحرک B در مکان $-128\,m$ تغییر جهت داده و در جهت محور x شروع به حرکت می‌کند.



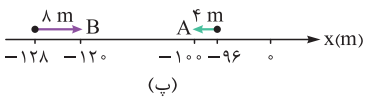
(ب)

گام حالا مکان دو متحرک A و B را در لحظهٔ $t' = 10\,s$ به دست می‌آوریم.

$$x_A = t^2 - 20t \xrightarrow{t'=10\,s} x'_A = 10^2 - 20(10) = -100\,m$$

$$x_B = 2t^2 - 32t \xrightarrow{t'=10\,s} x'_B = 2(10)^2 - 32(10) = -120\,m$$

در شکل (پ)، موقعیت این دو متحرک در لحظهٔ $t' = 10\,s$ را بر روی محور x نشان دادیم. همان‌طور که می‌بینید، در بازهٔ زمانی $8\,s$ تا $10\,s$ متحرک A از مکان $-96\,m$ به مکان $-100\,m$ و متحرک B از مکان $-128\,m$ به مکان $-120\,m$ جابه‌جا شده‌اند. با توجه به شکل (پ)، متحرک A، $4\,m$ در خلاف جهت محور x و متحرک B، $8\,m$ در جهت محور x در این بازهٔ زمانی جابه‌جا شده‌اند. پس در مجموع $12\,m\,(=8+4)$ به هم نزدیک شده‌اند.



(پ)

۱۰- گزینه ۲

شفاف‌سازی عدد ۱/۵۷ به ما آلارم می‌دهد که مقدار π را ۳/۱۴ در نظر بگیریم.

درس‌نامه

۱ تندی متحرکی که بر روی دایره‌ای به شعاع r، حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام می‌دهد، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$ (شعاع (m) → ، دوره (s) → ، تندی (m/s) ←)

۲ اندازهٔ شتاب مرکزگرا:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

۳ حاصل‌ضرب جرم جسم در سرعت آن را تکانهٔ جسم می‌گوییم.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

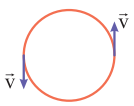
گام گلوله در هر $1/57\,s$ یک دور می‌زند، پس دورهٔ تناوب آن $1/57\,s$ است $(T = 1/57\,s)$. با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، تندی گلوله را به دست می‌آوریم.

$$v = \frac{2\pi r}{T} \xrightarrow[T=1/57\,s]{\pi=3/14,\,r=2\,m} v = \frac{2 \times 3/14 \times 2}{1/57} = 8\,m/s$$

گام حالا می‌توانیم اندازهٔ شتاب مرکزگرا را محاسبه کنیم.

$$a_c = \frac{v^2}{r} \xrightarrow[r=2\,m]{v=8\,m/s} a_c = \frac{8^2}{2} = 32\,m/s^2$$ (پر (۳) و (۴))

گام در مدت نصف دوره، گلوله نیم دور می‌زند و جهت سرعت آن قرینه می‌شود. با توجه به شکل روبه‌رو، اندازهٔ تغییرات سرعت گلوله در نصف دوره را به دست می‌آوریم.



$$\Delta\vec{v} = -\vec{v} - \vec{v} = -2\vec{v} \Rightarrow |\Delta v| = 2v = 2 \times 8 = 16\,m/s$$

گام حالا اندازهٔ تغییر تکانهٔ گلوله در مدت نصف دوره را محاسبه می‌کنیم.

$$|\Delta p| = m|\Delta v| \xrightarrow[|\Delta v|=16\,m/s]{m=0/05\,kg} |\Delta p| = 0/05 \times 16 = 0/8\ \frac{kg.m}{s}$$

۱۱- گزینه ۳

استراتژی شکل آسانسور، فنر و وزنه را رسم کنید و نیروهای وارد بر وزنه را مشخص کنید. سپس با استفاده از قانون دوم نیوتون، طول ثانویهٔ فنر را به دست بیاورید.

درس‌نامه

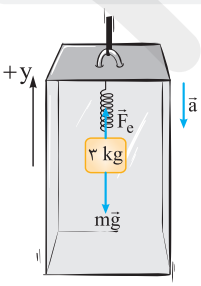
۱ اندازهٔ نیروی کشسانی فنر:

$$F_e = k\Delta\ell$$ (ثابت فنر $\frac{N}{m}$ ↑ ، تغییر طول فنر (m) →)

۲ قانون دوم نیوتون:

$$F_{net} = ma$$ (شتاب m/s^2 →، نیروی خالص (N) ←، جرم (kg) ↓)

یک شکل مناسب رسم می‌کنیم و نیروهای وارد بر وزنه را مشخص می‌کنیم. سپس با استفاده از قانون دوم نیوتون، طول ثانویهٔ فنر را به دست می‌آوریم (جهت مثبت y را رو به بالا فرض کردیم):



$$F_{net} = ma \Rightarrow F_e - mg = -ma$$

$$\xrightarrow{F_e=k\Delta\ell} k\Delta\ell = m(g-a)$$

$$\xrightarrow[m=3\,kg,\,g=10\,m/s^2]{k=400\,N/m,\,a=2\,m/s^2} 400\Delta\ell = 3(10-2) \Rightarrow \Delta\ell = \frac{24}{400} = 0/06\,m = 6\,cm$$

$$\xrightarrow{\Delta\ell=\ell_2-\ell_1} \ell_2 - 42 = 6 \Rightarrow \ell_2 = 48\,cm$$

۱۲- گزینه ۴

درس‌نامه

۱ بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی:

ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح

$$f_{s,max} = \mu_s F_N$$

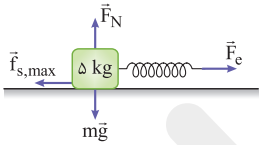
نیروی عمودی سطح (N)

۲ نیروی اصطکاک جنبشی:

$$f_k = \mu_k F_N$$

ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح

گام ۱ در حالت اول، وقتی طول فنر به ۴۷/۵ cm می‌رسد، جسم شروع به حرکت می‌کند؛ بنابراین جسم در این لحظه در آستانهٔ حرکت است. با استفاده از قانون دوم نیوتون، ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح را در این حالت به دست می‌آوریم (شکل (الف)).

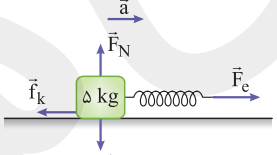


(الف)

$$F_{net} = ma \xrightarrow{a=0\ m/s^2} F_e - f_{s,max} = 0 \xrightarrow[f_{s,max}=\mu_s F_N=\mu_s mg]{F_e=k\Delta\ell} k\Delta\ell = \mu_s mg$$

$$\xrightarrow[m=5\ kg]{k=400\ N/m,\ \Delta\ell=47/5-40=0/5\ cm=0/005\ m} 400\times 0/005 = \mu_s \times 5 \times g \Rightarrow \mu_s = \frac{30}{5g}$$

گام ۲ طول فنر در حالت دوم نیز ۴۷/۵ cm است، با این تفاوت که جسم در این حالت با شتاب ثابت حرکت می‌کند. چون جسم در حال حرکت است، پس نیروی اصطکاک وارد بر جسم از نوع نیروی اصطکاک جنبشی است؛ بنابراین با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توانیم بنویسیم (شکل (ب)):



(ب)

$$F_{net} = ma \xrightarrow{a=2\ m/s^2} F_e - f_k = ma$$

$$\xrightarrow[f_k=\mu_k F_N=\mu_k mg]{F_e=k\Delta\ell} k\Delta\ell - \mu_k mg = ma$$

$$\xrightarrow[m=5\ kg]{k=400\ N/m,\ \Delta\ell=7/5\times10^{-2}\ m} 400\times 7/5\times10^{-2} - \mu_k \times 5 \times g = 5\times 2$$

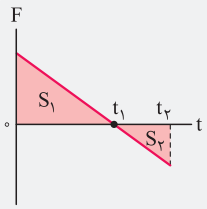
$$\Rightarrow 5g\mu_k = 20 \Rightarrow \mu_k = \frac{20}{5g}$$

گام ۳ در آخر خواستهٔ سؤال، یعنی نسبت ضریب اصطکاک ایستایی (μ_s) به ضریب اصطکاک جنبشی (μ_k) را به دست می‌آوریم.

$$\frac{\mu_s}{\mu_k} = \frac{\frac{30}{5g}}{\frac{20}{5g}} = \frac{3}{2}$$

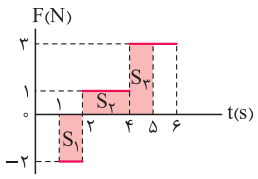
۱۳- گزینه ۱

درس‌نامه مساحت محصور بین نمودار نیروی خالص و محور t در یک بازهٔ زمانی، برابر با اندازهٔ تغییرات تکانه در آن بازهٔ زمانی است. اگر نمودار نیروی خالص برحسب زمان بالای محور t باشد، تغییرات تکانه مثبت و اگر پایین محور t باشد، تغییرات تکانه منفی است. مثلاً در نمودار نیروی خالص برحسب زمان روبه‌رو، تغییرات تکانه در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 به صورت مقابل است.



$$\left.\begin{array}{l} \text{تغییرات تکانه در بازهٔ زمانی صفر تا } t_1: \Delta p_1 = S_1 \\ \text{تغییرات تکانه در بازهٔ زمانی } t_1 \text{ تا } t_2: \Delta p_2 = -S_2 \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \text{تغییرات تکانه در بازهٔ زمانی صفر تا } t_2: \Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 = S_1 - S_2$$



گام ۱ مجموع مساحت‌های S_1، S_2 و S_3 برابر با تغییر تکانهٔ جسم در بازهٔ زمانی $t_1 = 1\ s$ تا $t_2 = 5\ s$ است؛ بنابراین مجموع این مساحت‌ها را به دست می‌آوریم.

$$\Delta p = -S_1 + S_2 + S_3$$

$$= -2\times1 + 2\times1 + 1\times3 = 3\ \frac{kg.m}{s}$$

گام ۲ حالا تغییرات سرعت جسم در بازهٔ زمانی $t_1 = 1\ s$ تا $t_2 = 5\ s$ را با استفاده از تغییر تکانهٔ آن در این بازهٔ زمانی محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta p = m\Delta v \Rightarrow 3 = \frac{500}{1000}\Delta v \Rightarrow \Delta v = 6\ m/s$$

گام ۳ در آخر، شتاب متوسط جسم در این بازهٔ زمانی را به دست می‌آوریم.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6}{5-1} = 1/5\ m/s^2$$

۱۴- گزینه ۲

شفاف‌سازی باید طول موج امواج صوتی گسیل‌شده توسط تار یعنی طول موج در هوا را حساب کنیم.

درس‌نامه **رابطهٔ بین طول موج، تندی انتشار موج، دورهٔ تناوب موج و بسامد موج:**

تندی انتشار موج (m/s) ↑

$$\lambda = \frac{v}{f} = vT$$

طول موج (m) ← ، دورهٔ تناوب (s) →

بسامد (Hz) ↓

وقتی موجی از یک محیط وارد یک محیط دیگر می‌شود، بسامد آن ثابت می‌ماند. با توجه به این‌که در صورت سؤال گفته نشده که طول موج صوت هماهنگ چندم را می‌خواهیم، ما صوت اصلی را در نظر می‌گیریم.

$$\lambda = \frac{v_{صوت}}{f} \xrightarrow[v_{صوت}=340\ m/s]{f=500\ Hz} \lambda = \frac{340}{500} = 0/68\ m = 68\ cm$$

تذکر: در صورت سؤال باید گفته می‌شد که صوت هماهنگ چندم مد نظر است. اگر صوت هماهنگ دوم مد نظر طراح بود، طول موج صوت گسیل‌شده به صورت زیر به دست می‌آمد.

$$f_{موج\ صوتی} = f_{چشمه} = nf_1 \xrightarrow[f_1=500\ Hz]{n=2} f_{موج\ صوتی} = 2\times500 = 1000\ Hz$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{1000} = 0/34\ m = 34\ cm$$

۱۵- گزینه ۱

شفاف‌سازی کدام بسامد از بسامدهای تشدیدی تار نیست، یعنی کدام بسامد مضرب درستی از بسامد اصلی نیست.

درس‌نامه **۱** بسامدهای تشدیدی تار مرتعش دو انتها بسته، مضارب درستی از بسامد اصلی تار هستند.

$$f_n = nf_1$$

بسامد تشدیدی هماهنگ nام (Hz) ←

بسامد تشدیدی هماهنگ اول (اصلی) (Hz) ↓

۲ در تار مرتعش دو انتها بسته، اختلاف دو بسامد تشدیدی متوالی برابر با بسامد تشدیدی هماهنگ اول است.

$$f_{n+1} - f_n = f_1$$

گام ۱ بسامد اصلی تار را با استفاده از اختلاف دو بسامد تشدیدی متوالی به دست می‌آوریم.

$$f_1 = f_{n+1} - f_n \Rightarrow f_1 = 280 - 240 = 40\ Hz$$

گام ۲ بسامدهای تشدیدی تار دو انتها بسته باید مضارب درستی از بسامد اصلی تار باشند؛ بنابراین بسامد ۶۰ Hz چون مضرب درستی از ۴۰ Hz نیست، نمی‌تواند بسامد تشدیدی تار باشد.

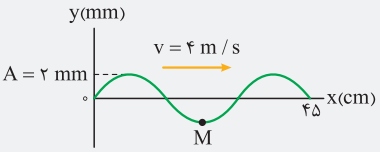
بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) $n = \frac{80}{40} = 2$ ۳) $n = \frac{160}{40} = 4$ ۴) $n = \frac{320}{40} = 8$

مشاوره مبحث بسامدهای تشدیدی تار مرتعش دو انتها بسته، جزء مباحث پرتکرار کنکورهای اخیر است. این مبحث ساده را از دست ندهید.

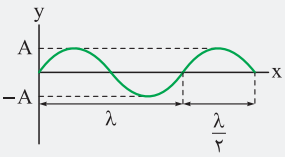
۱۶- گزینه ۴

شفاف‌سازی از روی نقش موج می‌توانیم دامنه و طول موج را به دست بیاوریم:

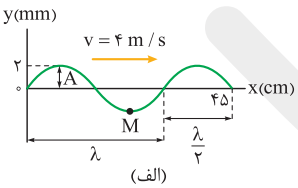


$$۱/۵\lambda = ۴۵ \Rightarrow \lambda = ۳۰ \text{ cm}$$

درس‌نامه شکل مقابل که فاصلهٔ نقاط را برحسب طول موج نشان می‌دهد، به خاطر بسپارید.



گام با توجه به نمودار $y-x$ موج، طول موج و دامنهٔ موج را پیدا می‌کنیم (شکل (الف)).



(الف)

$$\frac{۳}{۲}\lambda = ۴۵ \Rightarrow \lambda = ۳۰ \text{ cm} = ۰/۳ \text{ m}$$

$$A = ۲ \text{ mm} = ۲\times۱۰^{-۳} \text{ m}$$

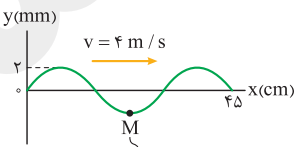
گام حالا دورهٔ تناوب موج را محاسبه می‌کنیم.

$$\lambda = vT \xrightarrow[v=۴ \text{ m/s}]{\lambda=۰/۳ \text{ m}} ۰/۳ = ۴\times T \Rightarrow T = \frac{۳}{۴۰} \text{ s}$$

گام مسیر حرکت ذرهٔ M را با توجه به نکتهٔ زیر بررسی می‌کنیم.

نکته در نمودار $y-x$، وقتی جهت انتشار موج به سمت راست باشد، هر ذره در راستای قائم به سمت ذرهٔ قبل از خود (سمت چپ خود) حرکت می‌کند.

با توجه به نکتهٔ بالا، ذرهٔ M به سمت بالا حرکت می‌کند (شکل (ب)). بازهٔ زمانی را برحسب دورهٔ تناوب به دست می‌آوریم (توجه کنید که دورهٔ تناوب موج برابر با دورهٔ تناوب هر یک از ذرات طناب است).

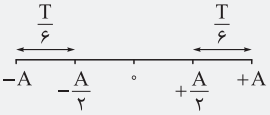


سمت چپ M از خودش بالاتر است؛ پس رو به بالا حرکت می‌کند.
(ب)

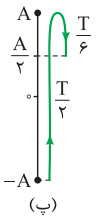
$$\begin{cases} t_۱ = ۰ \text{ s} \\ t_۲ = ۰/۰۵ \text{ s} = \frac{۱}{۲۰} \text{ s} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{۱}{۲۰}}{\frac{۳}{۴۰}} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \Delta t = \frac{۲}{۳}T = \frac{T}{۲} + \frac{T}{۶}$$

گام

نکته مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر هماهنگ ساده از انتهای پاره‌خط نوسان به فاصلهٔ $\frac{A}{۲}$ از انتهای پاره‌خط نوسان برسد، برابر با $\frac{T}{۶}$ است.



با توجه به نکتهٔ قبلی، مسافت طی‌شده توسط ذرهٔ M را در بازهٔ زمانی داده‌شده، محاسبه می‌کنیم (شکل (پ)).



(پ)

$$\ell = ۲A + \frac{A}{۲} = ۲/۵A \xrightarrow{A=۲ \text{ mm}}$$

$$\ell = ۲/۵\times۲\times۱۰^{-۳} \text{ m} = ۵\times۱۰^{-۳} \text{ m}$$

گام در آخر، تندی متوسط ذرهٔ M در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ s تا $t_۲ = ۰/۰۵$ s را به دست می‌آوریم.

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=۰/۰۵ \text{s}]{\ell=۵\times۱۰^{-۳} \text{ m}} s_{av} = \frac{۵\times۱۰^{-۳}}{۰/۰۵} = ۰/۱ \text{ m/s}$$

۱۷- گزینه ۳

درس‌نامه **اختلاف تراز شدت دو صوت:**

تراز شدت صوت ۱ (dB) ↑
$$\beta_۲ - \beta_۱ = ۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱}$$
شدت صوت ۲ $\rightarrow (W/m^۲)$
شدت صوت ۱ $\rightarrow (W/m^۲)$
↓ تراز شدت صوت ۲ (dB)

با توجه به رابطهٔ اختلاف تراز شدت صوت داریم:

$$\beta_A - \beta_B = ۱۰\log\frac{I_A}{I_B} \xrightarrow{\beta_A-\beta_B=۱۱/۵ \text{ dB}} ۱۱/۵ = ۱۰\log\frac{I_A}{I_B}$$

$$\Rightarrow ۱/۱۵ = \log\frac{I_A}{I_B} \xrightarrow{۱/۱۵=۱+(\frac{۱}{۲}\times۰/۳)} ۱+(\frac{۱}{۲}\times۰/۳) = \log\frac{I_A}{I_B}$$

$$\xrightarrow[۰/۳=\log۲]{۱=\log۱۰} \log۱۰ + \underbrace{\frac{۱}{۲}\log۲}_{\log ۲^{\frac{۱}{۲}}} = \log\frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \log۱۰\sqrt{۲} = \log\frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = ۱۰\sqrt{۲}$$

۱۸- گزینه ۱

شفاف‌سازی مقدار بیشینهٔ انرژی پتانسیل کشسانی همان انرژی مکانیکی است.

درس‌نامه **۱ انرژی مکانیکی نوسانگر هماهنگ ساده:**

جرم (kg) ↑
$$E = ۲\pi^۲ m f^۲ A^۲ \rightarrow \text{دامنه (m)}$$
↓ بسامد (Hz)

در رابطهٔ بالا $E = U_{max} = K_{max} = K + U$ است.

۲ معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده:

بسامد زاویه‌ای (rad / s) ↑
$$x = A\cos\omega t \text{ و } \omega = ۲\pi f$$
↓ دامنه (m)

گام انرژی مکانیکی نوسانگر هماهنگ ساده را به دست می‌آوریم.

$$E = K + U \xrightarrow{U=\frac{۱}{۲}U_{max}=\frac{۱}{۲}E} E = K + \frac{E}{۲} \Rightarrow \frac{E}{۲} = K$$

$$\xrightarrow{k=۰/۱\pi^۲ \text{ J}} \frac{E}{۲} = ۰/۱\pi^۲ \Rightarrow E = ۰/۲\pi^۲ \text{ J}$$

گام با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، دامنهٔ نوسان را محاسبه می‌کنیم.

$$E = ۲\pi^۲ m f^۲ A^۲ \xrightarrow[f=۲۰ \text{ Hz}, E=۰/۲\pi^۲ \text{ J}]{m=۱۰۰ \text{ g}=۰/۱ \text{ kg}} ۰/۲\pi^۲ = ۲\pi^۲\times۰/۱\times(۲۰)^۲\times A^۲$$

$$\Rightarrow A^۲ = \frac{۱}{۴۰۰} \Rightarrow A = \frac{۱}{۲۰} = ۰/۰۵ \text{ m}$$

گام در آخر، معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده را با توجه به فرم کلی معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده می‌نویسیم.

$$x = A\cos\omega t \xrightarrow[\omega=۲\pi f=۴۰\pi \text{ rad/s}]{A=۰/۰۵ \text{ m}} x = ۰/۰۵\cos۴۰\pi t$$

۱۹- گزینه ۳

درس‌نامه وقتی الکترونی در اتم هیدروژن از مدار بالاتر به مدار پایین‌تر منتقل می‌شود، موج الکترومغناطیسی تابش می‌کند. طول موج این موج الکترومغناطیسی از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید.

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}) \text{ , } n > n'$$

- در این رابطه، طول موج (λ) برحسب نانومتر (nm) است.
- با جای‌گذاری بیشترین مقدار n در هر رشته $(n \to \infty)$، کم‌ترین مقدار طول موج مربوط به آن رشته به دست می‌آید. مثلاً کم‌ترین طول موج رشتهٔ لیمان $(n' = ۱)$ در حالتی است که الکترون از $n = \infty$ به $n' = ۱$ منتقل شود.

در اتم هیدروژن، کوتاه‌ترین طول موجی که الکترون تابش می‌کند تا به مدار n' برسد، مربوط به گذاری است که الکترون از مدار $n = \infty$ به مدار n' برود؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}) \Rightarrow \frac{۱}{۱۶/۶} = \frac{۱}{۱/۱} (\frac{۱}{n'^۲} - \cancel{\frac{۱}{\infty^۲}}) \quad (\infty^۲ \simeq \infty)$$

$$\Rightarrow n'^۲ = ۱۶ \Rightarrow n' = ۴ \text{ (پرتو ۲ و ۴)}$$

$n' = ۴$ مربوط به رشتهٔ براکت است که ناحیهٔ طیف آن فروسرخ است.

تیزبازی محدودهٔ طول موج نور مرئی تقریباً از ۴۰۰ nm تا ۷۵۰ nm است؛ بنابراین چون طول موج نور ۱۶۰۰ nm است، با توجه به گزینه‌ها این نور در ناحیهٔ فروسرخ قرار دارد (۱ و ۲ پرا). از طرفی $n' = ۲$ مربوط به رشتهٔ بالمر است که ناحیهٔ طیف آن فرابنفش و مرئی است، پس ۴ پَرپَر!

۲۰- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ توان متوسط: آهنگ مصرف انرژی را توان متوسط می‌گوییم.

$$P_{av} = \frac{E}{\Delta t}$$ (E: مصرف انرژی (J)، Δt: مدت‌زمان (s))

۲ انرژی n فوتون:

$$E = n\frac{hc}{\lambda}$$ (h: ثابت پلانک، c: تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی در خلأ (m/s)، λ: طول موج فوتون (m))

گام توان چشمهٔ لیزر، ۰/۳ mW است. انرژی مصرفی در هر ثانیه را به دست می‌آوریم.

$$P = \frac{E}{t} \xrightarrow{P=۰/۳\times۱۰^{-۳}\ W,\ t=۱\ s} ۰/۳\times۱۰^{-۳} = \frac{E}{۱} \Rightarrow E = ۳\times۱۰^{-۴}\ J$$

گام حالا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، تعداد فوتون‌هایی را که از چشمه گسیل می‌شود، محاسبه می‌کنیم.

$$E = n\frac{hc}{\lambda} \Rightarrow ۳\times۱۰^{-۴} = n\times\frac{۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}\times۳\times۱۰^{۸}}{۶۶۳\times۱۰^{-۹}} \Rightarrow n = ۱۰^{۱۵}$$

۲۱- گزینه ۳

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱ نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌ها با مربع فاصلهٔ بین دو نوکلئون نسبت عکس ندارد. شاید طراح فکر کرده است که شما نیروی هسته‌ای را با نیروی الکتریکی یا نیروی گرانشی اشتباه می‌گیرید!

۲ نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌ها متناسب با تعداد نوکلئون‌های هسته، افزایش نمی‌یابد. مثلاً اگر تعداد نوکلئون‌های هسته سه برابر شود، نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌ها سه برابر نمی‌شود.

۴ نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌ها (پروتون ـ پروتون، نوترون ـ نوترون و پروتون ـ نوترون) از نوع جاذبه است.

مشاوره خط‌به‌خط کتاب درسی را بخوانید. مثلاً این سؤال از متن کتاب درسی طراحی شده است و اگر کتاب درسی را خوانده باشید، از پس این سؤال برآمدید.

۲۲- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ انرژی ذخیره‌شده در خازن:

$$U = \frac{Q^۲}{۲C}$$ (Q: بار الکتریکی (C)، C: ظرفیت (F))

۲ رابطهٔ ظرفیت خازن با بار الکتریکی و اختلاف پتانسیل دو سر آن:

$$C = \frac{Q}{V}$$ (Q: بار الکتریکی (C)، V: اختلاف پتانسیل (V)، C: ظرفیت خازن (F))

گام رابطهٔ بین بارهای الکتریکی خازن در دو حالت را به دست می‌آوریم. سپس بار $Q_۲$ را تعیین می‌کنیم.

$$Q = CV \Rightarrow \frac{Q_۲}{Q_۱} = \frac{C_۲}{C_۱}\times\frac{V_۲}{V_۱} \xrightarrow{C_۲=C_۱,\ Q_۲=Q_۱+۵۰\ \mu C} V_۲ = V_۱ + \frac{۲۰}{۱۰۰}V_۱ = ۱/۲V_۱$$

$$\frac{Q_۱+۵۰}{Q_۱} = \frac{۱/۲V_۱}{V_۱} \Rightarrow ۱/۲Q_۱ = Q_۱ + ۵۰ \Rightarrow ۰/۲Q_۱ = ۵۰ \Rightarrow Q_۱ = ۲۵۰\ \mu C$$

$$Q_۲ = Q_۱ + ۵۰ \Rightarrow Q_۲ = ۲۵۰ + ۵۰ = ۳۰۰\ \mu C$$

گام انرژی خازن در حالت دوم را به دست می‌آوریم.

$$U_۲ = \frac{Q_۲^۲}{۲C} \xrightarrow[C=۲۵\ \mu F]{Q_۲=۳۰۰\ \mu C} U_۲ = \frac{(۳۰۰)^۲}{۲\times۲۵} = ۱۸۰۰\ \mu J$$

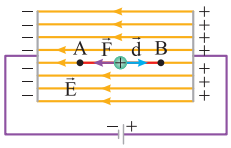
$$\Rightarrow U_۲ = ۱۸۰۰\times۱۰^{-۳}\ mJ = ۱/۸\ mJ$$

۲۳- گزینه ۱

درس‌نامه رابطهٔ کار نیروی الکتریکی در میدان الکتریکی یکنواخت:

$$W_E = |q|Ed\cos\theta$$ (q: بار الکتریکی (C)، d: جابه‌جایی ذره (m)، E: اندازهٔ میدان الکتریکی (N/C)، θ: زاویهٔ بین نیروی الکتریکی و جابه‌جایی)

گام قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی را در حالت اول برای پروتون پرتاب‌شده می‌نویسیم (شکل (الف)).

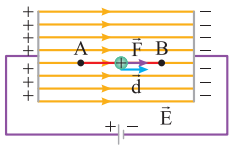


(الف)

$$K_B - K_A = W_t \xrightarrow{W_t = W_E = |q|Ed\cos\theta} ۰ - K_A = |q|Ed\cos\theta \xrightarrow[\theta=۱۸۰^\circ]{q>۰} -K_A = -qEd$$

$$\Rightarrow K_A = qEd$$

گام در حالت دوم، جهت میدان الکتریکی از چپ به راست می‌شود. در این حالت نیز قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی را برای پروتون از نقطهٔ A تا B می‌نویسیم (شکل (ب)).



(ب)

$$K_B - K_A = W_t \xrightarrow{W_t = W_E = |q|Ed\cos\theta} K_B - K_A = |q|Ed\cos\theta \xrightarrow[\theta=۰^\circ]{q>۰} K_B - K_A = qEd$$

$$\xrightarrow{K_A = qEd} K_B = ۲K_A \xrightarrow[K_B = \frac{۱}{۲}mv_B^۲]{K_A = \frac{۱}{۲}mv_A^۲} \frac{۱}{۲}mv_B^۲ = ۲\times\frac{۱}{۲}mv_A^۲$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{۲}\,v_A \xrightarrow{v_A = ۲\times۱۰^۴\ m/s} v_B = ۲\sqrt{۲}\times۱۰^۴\ m/s$$

مشاوره این تست بر اساس یکی از مثال‌های حل‌شده در فصل ۱ کتاب فیزیک یازدهم مطرح شده است. پس کتاب درسی را جدی‌تر بگیرید و تمام قسمت‌های آن را با دقت مطالعه کنید.

۲۴- گزینه ۲

شفاف‌سازی $\vec{E}$ دارای دو مؤلفهٔ افقی $\vec{E}_x = ۴/۵\times۱۰^۵\vec{i}$ و قائم $\vec{E}_y = -۸\times۱۰^۵\vec{j}$ است. E_x میدان حاصل از بار $q_۱$ در نقطهٔ M و E_y میدان حاصل از بار $q_۲$ در نقطهٔ M است. با توجه به این میدان‌ها می‌توانیم بگوییم:

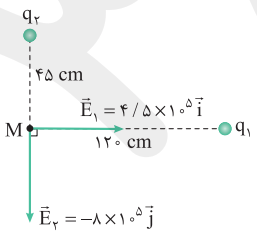
۱ میدان الکتریکی ناشی از بار $q_۱$ در نقطهٔ M در جهت $\vec{i}$ یعنی به طرف خود $q_۱$ است، پس $q_۱ < ۰$ است.

۲ میدان الکتریکی ناشی از بار $q_۲$ در نقطهٔ M در جهت $-\vec{j}$ یعنی در جهت دورشدن از $q_۲$ است، پس $q_۲ > ۰$ است.

درس‌نامه میدان الکتریکی حاصل از بار q در فاصلهٔ r از آن:

$$E = k\frac{|q|}{r^۲}$$ (q: اندازهٔ بار الکتریکی (C)، r: فاصله از بار (m)، $k = ۹\times۱۰^۹\ \frac{N.m^۲}{C^۲}$: ثابت کولن)

گام میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ را روی شکل مشخص می‌کنیم.



گام نسبت میدان‌های الکتریکی $E_۱$ و $E_۲$ را می‌نویسیم تا نسبت $|\frac{q_۱}{q_۲}|$ را به دست بیاوریم.

$$E = k\frac{|q|}{r^۲} \Rightarrow \frac{E_۱}{E_۲} = \frac{|q_۱|}{|q_۲|}\times\left(\frac{r_۲}{r_۱}\right)^۲$$

$$E_۱ = ۴/۵\times۱۰^۵\ N/C, r_۲ = ۴۵\ cm;\quad E_۲ = ۸\times۱۰^۵\ N/C, r_۱ = ۱۲۰\ cm \Rightarrow \frac{۴/۵\times۱۰^۵}{۸\times۱۰^۵} = \left|\frac{q_۱}{q_۲}\right|\times\left(\frac{۴۵}{۱۲۰}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۴/۵}{۸} = \left|\frac{q_۱}{q_۲}\right|\times\left(\frac{۳}{۸}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \left|\frac{q_۱}{q_۲}\right| = \frac{۴/۵}{\frac{۹}{۶۴}} \Rightarrow \left|\frac{q_۱}{q_۲}\right| = ۴ \xrightarrow[q_۲>۰]{q_۱<۰} \frac{q_۱}{q_۲} = -۴$$

تله دقت کنید در محاسبات، $\left|\frac{q_1}{q_2}\right| = 4$ به دست می‌آید و اگر به علامت بارها دقت نکنید، گزینهٔ اشتباه ۴ را انتخاب می‌کنید.

۲۵- گزینه ۳

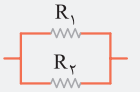
درس‌نامه

۱ مقاومت معادل دو مقاومت متوالی:



$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

۲ مقاومت معادل دو مقاومت موازی:



$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

۳ جریان خروجی از باتری:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$$

ε: نیروی محرکهٔ مولد (V)، r: مقاومت درونی (Ω)، R_{eq}: مقاومت معادل (Ω)

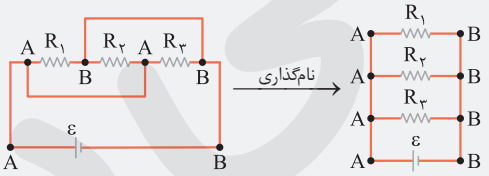
۴ اختلاف پتانسیل دو سر باتری:

$$V = \varepsilon - rI$$

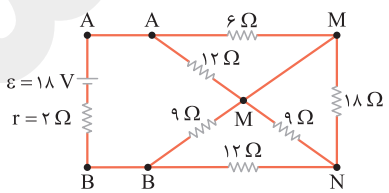
I: جریان الکتریکی (A)

۵ ساده‌کردن شکل مدار به روش نام‌گذاری نقاط هم‌پتانسیل

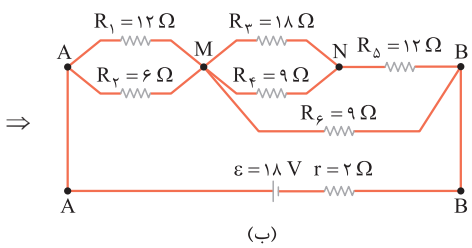
برای این کار نقاطی از مدار را که با سیم به یکدیگر وصل شده‌اند، با یک نام مشترک در نظر می‌گیریم. بعد از نام‌گذاری چنین نقاطی، دو سر مدار یا دو سر مولد را مبنا قرار می‌دهیم و سایر اجزای مدار را بین نقطه‌های نام‌گذاری‌شده، جای‌گذاری می‌کنیم تا شکل ساده‌تری از مدار به دست بیاید.



گام نقاط هم‌پتانسیل را نام‌گذاری می‌کنیم (شکل (الف)) و شکل ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم (شکل (ب)).



(الف)



(ب)

گام مقاومت معادل مدار را محاسبه می‌کنیم.

موازی R_1 و R_2 $\Rightarrow R_{1,2} = R_{AM} = \frac{12\times6}{12+6} = 4\,\Omega$

موازی R_3 و R_4 $\Rightarrow R_{3,4} = R_{MN} = \frac{18\times9}{18+9} = 6\,\Omega$

متوالی $R_{3,4}$ و R_5 $\Rightarrow R_{3,4,5} = R_{MNB} = 6+12 = 18\,\Omega$

موازی $R_{3,4,5}$ و R_6 $\Rightarrow R_{3,4,5,6} = R_{MB} = \frac{18\times9}{18+9} = 6\,\Omega$

متوالی $R_{1,2}$ و $R_{3,4,5,6}$ $\Rightarrow R_{eq} = R_{AM} + R_{MB} = 4+6 = 10\,\Omega$

گام جریان خروجی از باتری را به دست می‌آوریم.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \xrightarrow[R_{eq}=10\,\Omega, r=2\,\Omega]{\varepsilon=18\,V} I = \frac{18}{10+2} = \frac{3}{2}\,A$$

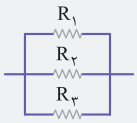
گام اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری را پیدا می‌کنیم.

$$V = \varepsilon - rI \xrightarrow[I=\frac{3}{2}\,A]{\varepsilon=18\,V, r=2\,\Omega} V = 18 - 2\times\frac{3}{2} = 15\,V$$

۲۶- گزینه ۱

درس‌نامه

۱ مقاومت معادل مقاومت‌های موازی:



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

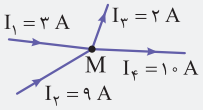
اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی یکسان است.

۲ تعریف مقاومت الکتریکی: نسبت اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانا به جریان الکتریکی عبوری از آن.

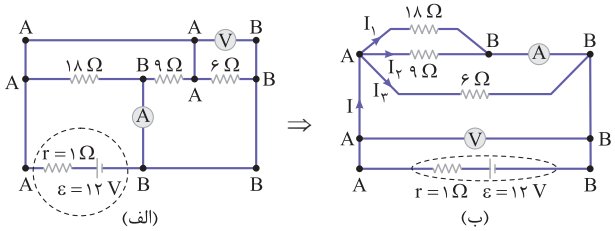
$$R = \frac{V}{I}$$

V: اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)، I: جریان الکتریکی (A)، R: مقاومت الکتریکی (Ω)

۳ قاعدهٔ انشعاب: مجموع جریان‌هایی که به هر نقطهٔ انشعاب (گره) وارد می‌شوند برابر با مجموع جریان‌هایی است که از آن نقطهٔ انشعاب (گره) خارج می‌شوند؛ مثلاً در شکل روبه‌رو، جریان $I_1 + I_2 = 12\,A$ به گرهٔ M وارد شده و جریان $I_3 + I_4 = 12\,A$ از آن خارج شده است.



گام نقاط هم‌پتانسیل را نام‌گذاری می‌کنیم (شکل (الف)) و شکل ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم (شکل (ب)).



(الف) (ب)

گام هر سه مقاومت خارجی مدار به صورت موازی بسته شده‌اند؛ بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{18} + \frac{1}{9} + \frac{1}{6} = \frac{6}{18} \Rightarrow R_{eq} = \frac{18}{6} = 3\,\Omega$$

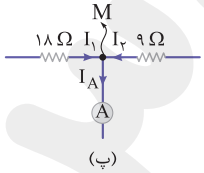
گام حالا جریان الکتریکی خروجی از باتری را به دست می‌آوریم.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \xrightarrow[R_{eq}=3\,\Omega, r=1\,\Omega]{\varepsilon=12\,V} I = \frac{12}{3+1} = 3\,A$$

گام هر سه مقاومت به صورت موازی به باتری وصل شده‌اند، پس اختلاف پتانسیل دو سر مولد را حساب می‌کنیم و با استفاده از رابطهٔ $I = \frac{V}{R}$ جریان الکتریکی گذرنده از هر مقاومت را به دست می‌آوریم.

$$V = \varepsilon - rI \xrightarrow[I=3\,A]{\varepsilon=12\,V, r=1\,\Omega} V = 12 - 1\times3 = 9\,V$$

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{9}{18} = 0/5\,A \\ I_2 = \frac{9}{9} = 1\,A \\ I_3 = \frac{9}{6} = 1/5\,A \end{cases}$$



(پ)

گام قاعدهٔ انشعاب را برای نقطهٔ M به کار می‌بریم (شکل (پ)) تا جریان عبوری از آمپرسنج (I_A) را پیدا کنیم.

$$I_A = I_1 + I_2 \xrightarrow[I_2=1\,A]{I_1=0/5\,A} I_A = 0/5 + 1 = 1/5\,A$$

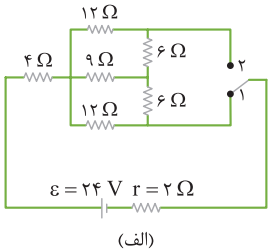
۲۷- گزینه ۲

درس‌نامه **توان مصرفی مقاومت الکتریکی:**

$$P = RI^2$$

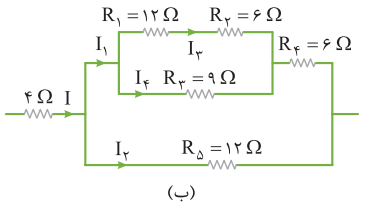
I: جریان (A)، R: مقاومت (Ω)

گام دو مقاومت ۱۲ Ω موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها $(\frac{12\times12}{12+12}) = 6\,\Omega$ است. شکل ساده‌تری از مدار را در شکل (الف) رسم کردیم. در هر دو وضعیت کلید، مقاومت معادل مدار و در نتیجه جریان خروجی از مولد یکسان است.



(الف)

گام مدار را در وضعیتی که کلید به (۱) وصل است، بررسی می‌کنیم (شکل ب).



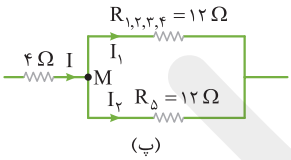
(ب)

R_1 و R_2 متوالی $\Rightarrow R_{1,2}=R_1+R_2=12+6=18\,\Omega$

$R_{1,2}$ و R_3 موازی $\Rightarrow R_{1,2,3}=\dfrac{R_{1,2}\times R_3}{R_{1,2}+R_3}=\dfrac{18\times 9}{18+9}=6\,\Omega$

$R_{1,2,3}$ و R_4 متوالی $\Rightarrow R_{1,2,3,4}=R_{1,2,3}+R_4=6+6=12\,\Omega$

دو مقاومت $R_{1,2,3,4}$ و R_5 موازی هستند. پس اختلاف پتانسیل آن‌ها با هم برابر است (شکل پ).



(پ)

$V_{1,2,3,4}=V_5$

$\Rightarrow R_{1,2,3,4}I_1=R_5I_2 \xrightarrow{R_{1,2,3,4}=R_5} I_1=I_2$

قاعدهٔ انشعاب در نقطهٔ M: $I=I_1+I_2 \xrightarrow{I_1=I_2} I_1=\dfrac{I}{2}$

همان‌طور که در شکل (ب) می‌بینید، جریان I_1 بین دو مقاومت موازی $R_{1,2}$ (مقاومت معادل R_1 و R_2) و R_3 تقسیم می‌شود. با توجه به این‌که اختلاف پتانسیل مقاومت‌های $R_{1,2}$ و R_3 با هم برابر است، می‌توانیم بنویسیم:

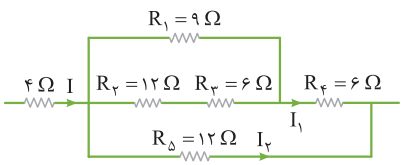
$V_{1,2}=V_3 \Rightarrow R_{1,2}\times I_3=R_3\times I_4 \Rightarrow 18I_3=9I_4 \Rightarrow 2I_3=I_4$

$I_1=I_3+I_4 \xrightarrow[2I_3=I_4]{I_1=\frac{I}{2}} \dfrac{I}{2}=I_3+2I_3 \Rightarrow \dfrac{I}{2}=3I_3 \Rightarrow I_3=\dfrac{I}{6}$

توان مصرفی در مقاومت R_2 را به دست می‌آوریم.

$P_2=R_2I_3^2 \xrightarrow[I_3=\frac{I}{6}]{R_2=6\,\Omega} P_2=6\times(\dfrac{I}{6})^2=\dfrac{1}{6}I^2$

گام حالا مدار را در وضعیتی که کلید به (۲) وصل است، بررسی می‌کنیم (شکل ت).

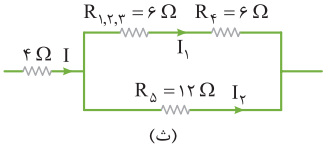


(ت)

R_2 و R_3 متوالی $\Rightarrow R_{2,3}=R_2+R_3=12+6=18\,\Omega$

R_1 و $R_{2,3}$ موازی $\Rightarrow R_{1,2,3}=\dfrac{R_1\times R_{2,3}}{R_1+R_{2,3}}=\dfrac{9\times 18}{9+18}=6\,\Omega$

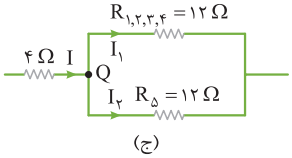
دو مقاومت $R_{1,2,3}$ و R_4 متوالی هستند (شکل ث)؛ بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:



(ث)

$R_{1,2,3,4}=R_{1,2,3}+R_4=6+6=12\,\Omega$

دو مقاومت $R_{1,2,3,4}$ و R_5 موازی هستند، پس اختلاف پتانسیل آن‌ها با هم برابر است (شکل ج)؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:



(ج)

$V_{1,2,3,4}=V_5 \Rightarrow R_{1,2,3,4}I_1=R_5I_2$

$\xrightarrow{R_{1,2,3,4}=R_5} I_1=I_2$

قاعدهٔ انشعاب در نقطهٔ Q: $I=I_1+I_2 \xrightarrow{I_1=I_2} I_1=\dfrac{I}{2}$

توان مصرفی در مقاومت R_4 را محاسبه می‌کنیم.

$P_4=R_4I_1^2 \xrightarrow[I_1=\frac{I}{2}]{R_4=6\,\Omega} P_4=6(\dfrac{I}{2})^2=\dfrac{3}{2}I^2$

گام در آخر خواستهٔ سؤال یعنی نسبت $\dfrac{P_4}{P_2}$ را به دست می‌آوریم.

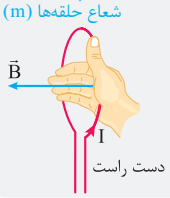
$$\frac{P_4}{P_2}=\frac{\frac{3}{2}I^2}{\frac{1}{6}I^2}=9$$

۲۸- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ میدان مغناطیسی در مرکز پیچهٔ مسطح:

$B=\dfrac{\mu_0 NI}{2R}$ (N: تعداد حلقه‌ها، $\frac{T.m}{A}$: تراوایی مغناطیسی خلأ، I: جریان الکتریکی (A)، R: شعاع حلقه‌ها (m))

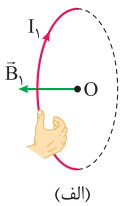
۲ برای تشخیص جهت میدان مغناطیسی در اطراف حلقهٔ حامل جریان، طبق قاعدهٔ دست راست، انگشت شست دست راست را در جهت جریان قرار می‌دهیم، جهت خم‌شدن چهار انگشت، جهت میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.



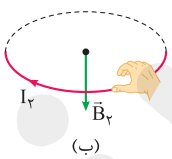
گام با توجه به این‌که جریان عبوری از هر حلقه و شعاع آن‌ها با یکدیگر یکسان است، پس میدان مغناطیسی حاصل از هر حلقه در مرکز حلقه‌ها (نقطهٔ O) نیز یکسان است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$B_1=B_2=\dfrac{\mu_0 NI}{2R}=\dfrac{12\times 10^{-7}\times 1\times 2}{2\times(0/2)}=6\times 10^{-6}\ T$

گام با استفاده از قاعدهٔ دست راست، میدان مغناطیسی ناشی از جریان در مرکز هر حلقه (نقطهٔ O) را به صورت جداگانه مشخص می‌کنیم. طبق این قاعده، انگشت شست دست راست را در جهت جریان قرار می‌دهیم و چهار انگشت را خم می‌کنیم تا جهت میدان مغناطیسی ناشی از جریان عبوری از هر حلقه در نقطهٔ O را پیدا کنیم (شکل‌های الف و ب).

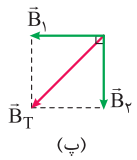


(الف)



(ب)

گام شکل (پ) برایند میدان‌های مغناطیسی ناشی از دو حلقه در نقطهٔ O را نشان می‌دهد. برایند میدان‌های $\vec{B}_1$ و $\vec{B}_2$ را با توجه به شکل (پ) به دست می‌آوریم.



(پ)

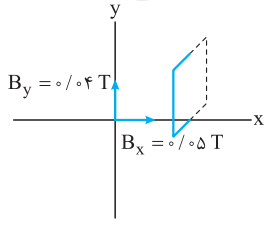
$B_T=\sqrt{B_1^2+B_2^2} \xrightarrow{B_1=B_2} B_T=B_1\sqrt{2} \xrightarrow{B_1=6\times 10^{-6}\,T} B_T=6\sqrt{2}\times 10^{-6}\,T$

۲۹- گزینه ۴

درس‌نامه شار مغناطیسی عبوری از یک قاب از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$\Phi=BA\cos\theta$ (شار مغناطیسی (Wb)، B: میدان مغناطیسی (T)، A: مساحت (m^2)، θ: زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح قاب (یا حلقه) با بردار میدان مغناطیسی)

گام شکل مقابل، یک قاب عمود بر محور x، خطوط میدان مغناطیسی در راستاهای محور x و محور y را نشان می‌دهد.



گام زاویه‌ای که نیم‌خط عمود بر قاب (محور x) با راستای $\vec{B}_x$ و $\vec{B}_y$ می‌سازد، به ترتیب صفر و ۹۰ درجه است. شار مغناطیسی حاصل از میدان‌های مغناطیسی B_x و B_y را به دست می‌آوریم.

$\Phi_x=B_xA\cos 0^\circ=0/05\times(0/2\times 0/2)\times 1=0/002\ Wb$

$\Phi_y=B_yA\cos 90^\circ=0\ Wb$

گام

نکته شار مغناطیسی کمیتی نرده‌ای است و برای محاسبهٔ شار کل عبوری از حلقه، کافی است شارهای مغناطیسی ایجادشده را به صورت جبری جمع کنیم.

با توجه به نکتهٔ بالا، شار مغناطیسی عبوری از سطح قاب برابر است با:

$$\Phi_{\text{کل}} = \Phi_x + \Phi_y = ۰/۰۰۲ \text{ Wb}$$

۳۰- گزینه ۳

شفاف‌سازی میدان مغناطیسی موازی با محور سیم‌لوله است؛ بنابراین زاویه‌ای که نیم‌خط عمود بر سطح حلقه با میدان مغناطیسی می‌سازد، $\theta = ۰^\circ$ است. همچنین آهنگ تغییر میدان مغناطیسی، $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ است.

درس‌نامه جریان القایی متوسط در پیچه یا سیم‌لوله:

$$I_{av} = -\frac{N}{R}\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$$

N: تعداد حلقه‌ها، A: مساحت (m^2)، θ: زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح حلقه و بردار میدان مغناطیسی، $\frac{\Delta B}{\Delta t}$: آهنگ تغییر میدان مغناطیسی (T/s)، R: مقاومت الکتریکی (Ω)

کافی است داده‌ها را در رابطهٔ مقابل جای‌گذاری کنیم.

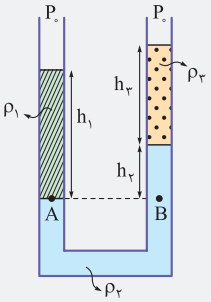
$$I = -\frac{N}{R}\frac{\Delta B}{\Delta t}A\cos\theta$$

$$\xrightarrow[\frac{\Delta B}{\Delta t}=-۰/۱\,T/s, R=۲\,\Omega, \theta=۰^\circ]{N=۴۰۰, A=۱۵\times۱۰^{-۴}\,m^2} I = -\frac{۴۰۰}{۲}\times(-۰/۱)\times۱۵\times۱۰^{-۴}\times۱ \Rightarrow I = ۰/۳\,A$$

۳۱- گزینه ۲

استراتژی در لوله‌های U‌شکل، فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع را برابر با یکدیگر قرار بدهید و با استفاده از آن، به خواستهٔ سؤال برسید.

درس‌نامه اگر چند مایع مخلوط‌نشدنی در یک لولهٔ U‌شکل قرار داشته باشند و از هر دو طرف با هوای آزاد در ارتباط باشند، طبق اصل هم‌فشاری در نقاط هم‌تراز در یک مایع، رابطهٔ زیر برقرار است:



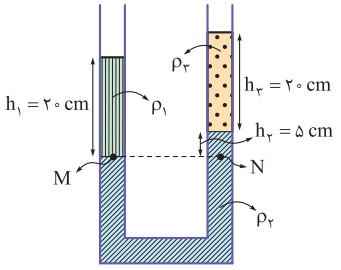
$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3$$

$$\Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3$$

در این رابطه مهم است که یکاهای چگالی‌ها یکسان و یکاهای ارتفاع‌ها یکسان باشند. مثلاً ممکن است چگالی‌ها را برحسب kg/m^3 قرار بدهیم، در حالی که ارتفاع‌ها برحسب cm باشند.

در شکل زیر، نقاط M و N در یک مایع و در یک تراز قرار دارند؛ بنابراین فشار در نقاط M و N برابر است و می‌توانیم بنویسیم:

$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_1 g h_1 + P_0 = \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 + P_0$$



$$\Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3$$

$$\Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3$$

$$\xrightarrow{\rho_2 = \frac{\rho_1}{2}} \rho_1(۲۰) = \rho_2(۵) + (\frac{\rho_1}{2})\times۲۰$$

$$\Rightarrow ۲۰\rho_1 = ۵\rho_2 + ۱۰\rho_1$$

$$\Rightarrow ۱۰\rho_1 = ۵\rho_2 \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = ۲$$

۳۲- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ فشار: نیرویی که به طور عمود بر سطحی وارد می‌شود، فشار ایجاد می‌کند و رابطهٔ آن به صورت زیر است.

$$P = \frac{F_\perp}{A}$$

$F_\perp$: نیروی عمودی (N)، A: مساحت (m^2)، P: فشار (Pa)

۲ فشار مایع در عمق h از سطح آزاد مایع:

$$P = \rho g h$$

ρ: چگالی مایع (kg/m^3)، g: شتاب گرانش (m/s^2)، h: عمق (m)

گام

ابتدا فشار حاصل از نیروی وارد بر پنجره را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{۷۳۲۰۰}{۱۲۰۰\times۱۰^{-۴}} = \frac{۷۳۲}{۱۲\times۱۰^{-۴}} = ۶/۱\times۱۰^۵\ Pa$$

گام

حالا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، فاصلهٔ پنجره تا سطح آب دریا (h) را به دست می‌آوریم.

$$P = P_0 + \rho g h \Rightarrow ۶/۱\times۱۰^۵ = ۱۰^۵ + ۱۰۲۰\times۱۰\times h$$

$$\Rightarrow ۶/۱\times۱۰^۵ - ۱۰^۵ = ۱۰۲۰۰\,h$$

$$\Rightarrow ۵/۱\times۱۰^۵ = ۱۰۲۰۰h \Rightarrow h = \frac{۵/۱\times۱۰^۵}{۱۰۲۰۰} = ۵۰\ m$$

۳۳- گزینه ۱

عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

(الف) تنها نیرویی که بر روی سه توپ کار انجام می‌دهد، نیروی وزن است؛ بنابراین با توجه به قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی برای هر سه توپ $W_t = W_{mg} = \Delta K$ است. از آن‌جا که پس از پرتاب، ارتفاع توپ‌های (۱) و (۳) همواره کاهش می‌یابد، پس کار نیروی وزن برای این دو توپ مثبت و در نتیجه $K_{\text{اولیه}} > K_{\text{ثانویه}}$ است؛ بنابراین تندی توپ‌های (۱) و (۳) پیوسته افزایش می‌یابد. ✓

(ب) تندی توپ (۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد، ولی حرکت توپ (۱) پیوسته تندشونده است. ×

(پ) هر سه توپ هم‌جرم هستند و از ارتفاع یکسانی پرتاب می‌شوند و به زمین می‌رسند؛ بنابراین کار نیروی وزن هر سه توپ یکسان است. همچنین چون هر سه توپ با تندی یکسان پرتاب می‌شوند، پس انرژی جنبشی اولیهٔ آن‌ها نیز یکسان است و در نتیجه طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، انرژی جنبشی هر سه توپ و تندی آن‌ها در لحظهٔ برخورد به زمین یکسان است. ✓

(ت) با توجه به نوع حرکت توپ‌های (۱)، (۲) و (۳): $t_2 > t_1 > t_3$ ×

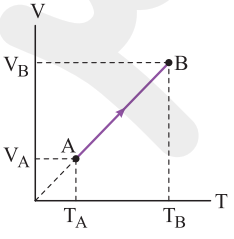
مشاوره در سؤالات چندموردی (الف، ب و ...) ابتدا سراغ عبارت‌هایی بروید که بلد هستید و با توجه به آن، گزینه‌های نادرست را حذف کنید.

۳۴- گزینه ۴

استراتژی یکی از سؤال‌هایی که در ترمودینامیک مطرح می‌شود، رسم کیفی چرخهٔ ترمودینامیک است که در این سؤال‌ها توصیه می‌شود، در نمودار اصلی، تغییرات کمیت‌های V، T و P را در هر فرایند با نمودارهای گزینه‌ها مقایسه و رد گزینه کنید.

گام

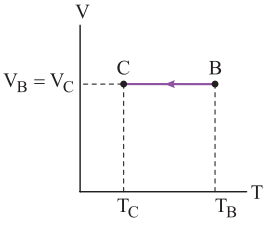
فرایند AB هم‌فشار است و در فشار ثابت، طبق رابطهٔ $PV = nRT$، با افزایش حجم، دما هم افزایش می‌یابد (در فرایند هم‌فشار، رابطهٔ بین T و V مستقیم است).



$$T_B > T_A$$

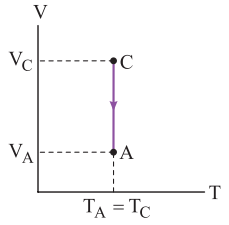
گام

فرایند BC هم‌حجم است و در حجم ثابت، طبق رابطهٔ $PV = nRT$، با کاهش فشار، دما هم کاهش پیدا می‌کند (در فرایند هم‌حجم، رابطهٔ بین T و P مستقیم است).



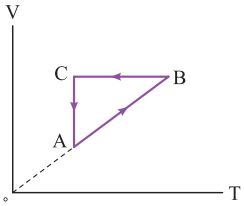
$$T_C < T_B$$

گام فرایند CA هم‌دما است و حجم هم کاهش یافته است، پس نمودار $V-T$ آن به صورت مقابل است.



$V_A < V_C$

گام بنابراین نمودار $(V-T)$ ی چرخهٔ ABCA گام‌های اول، دوم و سوم به صورت مقابل است:



تیزبازی با توجه به این‌که فرایند BC هم‌حجم است، پس ۱، ۲ و ۳ نادرست هستند؛ یعنی ۴ درست است.

۳۵- گزینه ۳

شفاف‌سازی توجه کنید که فشار پیمانه‌ای گاز آرمانی در حالت اول 3×10^5 Pa است، پس فشار گاز در حالت اول 4×10^5 Pa است.

درس‌نامه ۱ با توجه به معادلهٔ حالت گاز کامل $(PV=nRT)$، برای مقایسهٔ دو حالت مختلف، رابطهٔ کلی زیر را در نظر بگیرید و هر کمیتی را که در سؤال ثابت فرض شده بود، از طرفین رابطه حذف کنید.

حجم ↑ فشار ↑

$$\frac{P_1V_1}{n_1T_1}=\frac{P_2V_2}{n_2T_2} \xrightarrow{n=\frac{m}{M}} \frac{P_1V_1}{m_1T_1}=\frac{P_2V_2}{m_2T_2}$$

↓ دما ↓ تعداد مول (K) — ↓ جرم

۲ رابطهٔ دما برحسب کلوین (T) و درجهٔ سلسیوس (θ): $T=\theta+273$

۳ به اختلاف فشار مطلق (P) و فشار جو (P_0)، فشار پیمانه‌ای می‌گوییم و آن را با P_g نشان می‌دهیم. $P_g=P-P_0$

گام ابتدا فشار گاز آرمانی در حالت اول (P_1) را با استفاده از فشار پیمانه‌ای آن به دست می‌آوریم.

$$P_{\text{پیمانه‌ای}}=P_1-P_0 \xrightarrow[P_0=10^5\ \text{Pa}]{P_{\text{پیمانه‌ای}}=3\times10^5\ \text{Pa}} 3\times10^5=P_1-10^5$$

$$\Rightarrow P_1=4\times10^5\ \text{Pa}$$

گام حالا کافی است داده‌ها را در رابطهٔ زیر جای‌گذاری کنیم و فشار گاز در حالت دوم را محاسبه کنیم.

$$\frac{P_1V_1}{m_1T_1}=\frac{P_2V_2}{m_2T_2} \xrightarrow{V_1=V_2,\ m_2=m_1-\frac{1}{5}m_1=\frac{4}{5}m_1} \frac{P_1}{m_1T_1}=\frac{P_2}{\frac{4}{5}m_1T_2}$$

$$\xrightarrow[\theta_2=27\ ^\circ\text{C}]{P_1=4\times10^5\ \text{Pa},\ \theta_1=47\ ^\circ\text{C}} \frac{4\times10^5}{47+273}=\frac{P_2}{\frac{4}{5}(27+273)}$$

تبدیل به کلوین

$$\Rightarrow P_2=\frac{4\times10^5\times\frac{4}{5}\times300}{320}=3\times10^5\ \text{Pa}$$

گام در آخر، فشار پیمانه‌ای گاز آرمانی را در حالت دوم به دست می‌آوریم.

$$P'_{\text{پیمانه‌ای}}=P_2-P_0 \xrightarrow[P_0=10^5\ \text{Pa}]{P_2=3\times10^5\ \text{Pa}} P'_{\text{پیمانه‌ای}}=3\times10^5-10^5=2\times10^5\ \text{Pa}$$

شیمی

۳۶- گزینه ۴

گام به دست آوردن عدد اتمی عنصر X:

عددهای کوانتومی $n=4$ و $l=1$ مربوط به زیرلایهٔ 4p است. آرایش الکترونی X^{2-} به $4p^6$ ختم می‌شود، بنابراین آرایش الکترونی اتم X به $4p^4$ ختم می‌شود، یعنی عدد اتمی عنصر X برابر ۳۴ است:

$$X:[_{18}Ar]\,3d^{10}4s^24p^4$$

گام به دست آوردن شمار نوترون‌ها و عدد جرمی عنصر X:

یون X^{2-} دارای $36=34+2$ الکترون است؛ در نتیجه با توجه به دادهٔ سؤال، شمار نوترون‌ها و عدد جرمی آن برابر است با: $N-e=9 \Rightarrow N=9+e=9+36=45$

عدد جرمی = شمار نوترون‌ها + شمار پروتون‌ها $= A = 45+34=79$

گام پیداکردن عنصر هم‌گروه با عنصر X:

عدد اتمی عنصر $_{34}X$، دو واحد کم‌تر از گاز نجیب دورهٔ چهارم $(_{36}Kr)$ و عدد اتمی عنصر $_{16}S$ هم دو واحد کم‌تر از گاز نجیب دورهٔ سوم $(_{18}Ar)$ است؛ بنابراین هر دو عنصر هم‌گروه بوده و متعلق به گروه ۱۶ جدول تناوبی هستند.

یا می‌توان گفت از آن‌جا که یون X^{2-} به آرایش گاز نجیب رسیده؛ بنابراین باید عنصر هم‌گروهش هم آنیون (-2) داشته باشد که این ویژگی رو $_{16}S$ داره نه $_{14}Si$!

۳۷- گزینه ۱

درس‌نامه آزمون شعله:

۱ رنگ شعلهٔ نمک‌ها به دلیل وجود عنصر فلزی در آن‌هاست؛ بنابراین با استفاده از تغییر رنگ شعله، می‌توان به وجود عنصر **فلزی** در آن پی برد. بدانید و آگاه باشید که معمولاً نافلزهای موجود در ترکیب‌های مختلف که به صورت یون هستند، بر اثر حرارت شعله به صورت گاز درآمده و در شعلهٔ آتش باقی نمی‌مانند، بنابراین شعله به خاطر نافلزها تغییر رنگ نمی‌دهد.

۲ رنگ شعلهٔ فلزها با ترکیب‌های دارای این فلزها مشابه است.

	رنگ شعله	
فلز سدیم (Na) و ترکیب‌های آن مثل سدیم نیترات، سدیم کلرید و سدیم سولفات	←	زرد
فلز مس (Cu) و ترکیب‌های آن مثل مس (II) نیترات، مس (II) کلرید و مس (II) سولفات	←	سبز
فلز لیتیم (Li) و ترکیب‌های آن مثل لیتیم نیترات، لیتیم کلرید و لیتیم سولفات	←	سرخ

۳ نور لامپ نئون که در تابلوهای تبلیغاتی استفاده می‌شود، سرخ‌رنگ است.

رنگ شعلهٔ لیتیم و همهٔ ترکیب‌های آن، سرخ و رنگ شعلهٔ سدیم و همهٔ ترکیب‌های آن، زرد است؛ پس می‌توان گفت که تفاوت انرژی نور نشرشده از ترکیب‌های لیتیم‌دار و ترکیب‌های سدیم‌دار، مقدار ثابتی (به اندازهٔ تفاوت انرژی نور سرخ و زرد) است.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۲ رنگ شعله به نوع فلز موجود در نمک بستگی دارد و رنگ شعلهٔ پتاسیم نیترات *هر پی باشه*، رنگ شعلهٔ پتاسیم کلرید نیز *همونه!* ۳ هرچند کلسیم سولفات و مس (II) سولفات در یون سولفات مشابه‌اند، اما رنگ شعلهٔ آن‌ها به کلسیم و مس بستگی دارد و *با هم فرق داره!* ۴ رنگ شعلهٔ سدیم، زرد و نور نشرشده از گاز نئون[1]، سرخ است. انرژی نور زرد از سرخ بیشتر است (انرژی با طول موج، رابطهٔ وارونه دارد).

۳۸- گزینه ۳

نکته برای این‌که *فیالتون راحت بشه* و بدونید که کدام فلزها با تبدیل‌شدن به کاتیون، به آرایش گاز نجیب می‌رسند و کدام‌ها نمی‌رسند، نگاهی به نمودار زیر، *بیندازین!*

- فلزهای دستهٔ s (فلزهای قلیایی و قلیایی خاکی به‌جز بریلیم[2]) ← همگی با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب می‌رسند. (حواستون باشه لیتیم به آرایش دوتایی گاز نجیب هلیم می‌رسد.)
- فلزهای دستهٔ d (واسطه)
  - اغلب آن‌ها با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب نمی‌رسند.
  - برخی (تعداد کمی) از آن‌ها (مانند عنصرهای گروه ۳) با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب می‌رسند.
- فلزهای دستهٔ p ← فلز آلومینیم $(_{13}Al)$ با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب می‌رسد اما بقیهٔ آن‌ها (مانند $_{31}Ga$ و $_{50}Sn$) با تشکیل کاتیون به آرایش گاز نجیب نمی‌رسند.

۱- آزمون شعله برای فلزها و نمک‌های آن به کار می‌رود و بهتر بود طراح برای گاز نئون، از اصطلاح شعله استفاده نمی‌کرد.

۲- بریلیم در حالت معمولی، کاتیون تشکیل نمی‌دهد. یون فرضی $_4Be^{2+}$، آرایش گاز نجیب هلیم را دارد.

اتم‌های $_{13}A$ (آلومینیم)، $_{21}E$ (اسکاندیم) و $_{26}X$ (آهن)، دارای کاتیون سه بار مثبت هستند که در میان آن‌ها، فقط اتم‌های A و E با تشکیل کاتیون، به آرایش گاز نجیب می‌رسند:

$$_{13}A:[_{10}Ne]3s^2 3p^1 \Rightarrow {}_{13}A^{3+}:[_{10}Ne]$$

$$_{21}E:[_{18}Ar]3d^1 4s^2 \Rightarrow {}_{21}E^{3+}:[_{18}Ar]$$

$$_{26}X:[_{18}Ar]3d^6 4s^2 \begin{cases} {}_{26}X^{2+}:[_{18}Ar]3d^6 \\ {}_{26}X^{3+}:[_{18}Ar]3d^5 \end{cases}$$

اتم $_{19}D$ (پتاسیم) در گروه ۱ قرار دارد و کاتیون D^+ تشکیل می‌دهد. هم‌چنین اتم $_{30}Z$ (روی) فقط کاتیون Z^{2+} تشکیل می‌دهد.

۳۹- گزینه ۲

نکته ◇ ویژگی‌های کربن مونوکسید (CO) عبارت‌اند از:

۱ بسیار سمی، بی‌رنگ و بی‌بو است. ۲ استنشاق آن باعث مسمومیت می‌شود. میل ترکیبی هموگلوبین خون با این گاز، بسیار زیاد و بیش از ۲۰۰ برابر میل ترکیبی آن با اکسیژن است؛ بنابراین بعد از متصل‌شدن مولکول‌های این گاز به هموگلوبین، اکسیژن به بافت‌های بدن نرسیده، باعث مسمومیت می‌شود که در نتیجهٔ آن، سامانهٔ عصبی، فلج و قدرت هرگونه اقدامی از فرد مسموم گرفته و *متأسفانه!* منجر به مرگ می‌شود. ۳ این گاز سبک‌تر از هوا بوده (چگالی آن از هوا کم‌تر می‌باشد) و قابلیت انتشارش در محیط بسیار زیاد است؛ به همین دلیل به سرعت در تمامی نقاط اتاق منتشر می‌شود. ۴ بر اثر سوختن ناقص هیدروکربن‌ها حاصل می‌شود. ۵ واکنش‌پذیری بیشتری از گاز CO_2 دارد و ناپایدارتر از آن است.

کربن مونوکسید (CO) واکنش‌پذیری بیشتری از کربن دی‌اکسید (CO_2) داشته و بنابراین ناپایدارتر از آن است. بد نیست بدانید که به دلیل ناپایدارتربودن CO نسبت به CO_2، CO تولیدشده در سوختن ناقص در حضور اکسیژن و در شرایط مناسب می‌سوزد و دوباره به CO_2 تبدیل می‌شود: $2CO(g)+O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g)$

۴۰- گزینه ۱

براساس معادلهٔ موازنه‌شده، می‌توان شمار مول و ذره‌های (مولکول، یون و...) موردنیاز از واکنش‌دهنده‌ها برای انجام یک واکنش را مشخص کرد مثلاً معادلهٔ $N_2(g)+3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$، نشان می‌دهد که برای انجام واکنش، به ازای هر مول N_2، ۳ مول H_2 نیاز است.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۲ در یک معادله، لزوماً شمار مولکول‌ها در دو سمت برابر نیست. مجموع شمار اتم‌ها در دو سمت معادله، برابر است.

$$\underbrace{N_2+3H_2}_{\text{۴ مولکول}} \rightarrow \underbrace{2NH_3}_{\text{۲ مولکول}}$$

۳ در یک معادلهٔ موازنه‌شده، ضرایب نباید کسری باشند.

۴ تغییر رنگ شکر بر اثر گرما، یک تغییر شیمیایی محسوب می‌شود.

۴۱- گزینه ۴

روش استفاده از کسر تناسب:

گام مجموع جرم گازهای تشکیل‌شده از تجزیهٔ ۲۵/۲ گرم سدیم هیدروژن کربنات را حساب می‌کنیم: $2NaHCO_3(s) \rightarrow Na_2CO_3(s)+CO_2(g)+H_2O(g)$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{NaHCO_3}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{CO_2+H_2O}}$$

نکته در مسائل استوکیومتری واکنش، در مواردی که به جای جرم یک ماده، مجموع یا تفاوت جرم دو ماده خواسته شده یا داده می‌شود، کسر تناسب مربوط به جرم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}} \begin{cases} \dfrac{\text{مجموع جرم دو ماده}}{(\text{جرم مولی}\times\text{ضریب})_{\text{ماده ۲}}+(\text{جرم مولی}\times\text{ضریب})_{\text{ماده ۱}}} \\ \dfrac{\text{تفاوت جرم دو ماده}}{\left|(\text{جرم مولی}\times\text{ضریب})_{\text{ماده ۲}}-(\text{جرم مولی}\times\text{ضریب})_{\text{ماده ۱}}\right|} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\overset{0/3}{\cancel{25/2}}}{2\times\underset{1}{\cancel{84}}} = \frac{M}{(1\times44)+(1\times18)} \Rightarrow M=\frac{0/3\times62}{2}=0/3\times31=9/3\,g$$

گام حساب می‌کنیم که از تجزیهٔ چند گرم $(NH_4)_2Cr_2O_7$، ۹/۳ گرم گاز تولید می‌شود:

$$(NH_4)_2Cr_2O_7(s) \rightarrow N_2(g)+Cr_2O_3(s)+4H_2O(g)$$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{(NH_4)_2Cr_2O_7}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{N_2+H_2O}} \Rightarrow \frac{x}{1\times252}=\frac{9/3}{(1\times28)+(4\times18)}$$

$$\Rightarrow x=\frac{9/3\times252}{100}\simeq\frac{9\times252}{100}=22/68\,g$$

پاسخ از ۲۲/۶۸، کمی بزرگ‌تر است که می‌شه ۴

روش استفاده از کسر تبدیل:

گام با توجه به معادلهٔ موازنه‌شدهٔ تجزیهٔ سدیم هیدروژن کربنات، به ازای تجزیهٔ ۲ مول یا $2\times84=168$ گرم $NaHCO_3$، ۱ مول یا ۴۴ گرم CO_2 و ۱ مول یا ۱۸ گرم H_2O و در مجموع $44+18=62$ گرم گاز تشکیل می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$2NaHCO_3(s) \rightarrow Na_2CO_3(s)+CO_2(g)+H_2O(g)$$

(جرم مولی=۸۴) (جرم مولی=۴۴) (جرم مولی=۱۸)

$$25/2\,g\,NaHCO_3\times\frac{62\,g\,(\text{مجموع جرم }H_2O\text{ و }CO_2\text{ گاز})}{168\,g\,NaHCO_3}$$

$$=9/3\,g\,(\text{مجموع جرم }H_2O\text{ و }CO_2\text{ گاز})$$

گام حالا باید حساب کنیم که برای تولید ۹/۳ گرم گاز در واکنش تجزیهٔ $(NH_4)_2Cr_2O_7$، به چند گرم از این ماده نیاز است.

با توجه به معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش، از تجزیهٔ ۱ مول یا ۲۵۲ گرم $(NH_4)_2Cr_2O_7$، ۱ مول یا ۲۸ گرم N_2 و ۴ مول یا $4\times18=72$ گرم H_2O و در مجموع $100=28+72$ گرم گاز تولید می‌شود؛ بنابراین داریم: $(NH_4)_2Cr_2O_7(s) \rightarrow N_2(g)+Cr_2O_3(s)+4H_2O(g)$

(جرم مولی=۲۵۲) (جرم مولی=۲۸) (جرم مولی=۱۸)

$$9/3\,(\text{گاز}\ \underbrace{\text{مجموع جرم}\ H_2O\ \text{و}\ N_2}_{=9})\times\frac{252\,g\,(NH_4)_2Cr_2O_7}{100\,g\,(\text{گاز مجموع جرم}\ H_2O\ \text{و}\ N_2)}\simeq22/68\,g$$

پاسخ از ۲۲/۶۸ کمی بزرگ‌تر است؛ که می‌شه ۴

۴۲- گزینه ۲

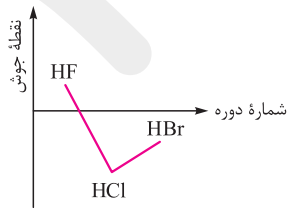
بیایید گزینه‌ها را به ترتیب بررسی کنیم:

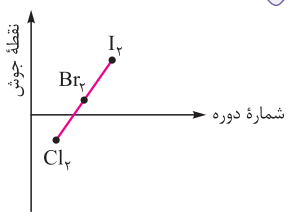
۱ مولکول‌های Cl_2، Br_2 و I_2، جورهسته‌اند و همگی ناقطبی و دارای گشتاور دوقطبی برابر صفر هستند؛ بنابراین عامل تعیین‌کنندهٔ روند تغییر نقطهٔ جوش در آن‌ها، جرم مولی است و نه گشتاور دوقطبی!

۲ مولکول‌های HF، HCl و HBr، قطبی و مولکول‌های Cl_2، Br_2 و I_2، ناقطبی‌اند.

در سه مولکول اول، ابتدا بحث پیوند هیدروژنی مطرح است، بعد جرم مولی ولی در سه مولکول بعدی، عامل مؤثر بر نقطهٔ جوش، *فقط و فقط* جرم مولی است.

۳ ببینید:





نقطهٔ جوش: $I_2 > Br_2 > Cl_2$ (جرم مولی بیشتر / جرم مولی کم‌تر)

نقطهٔ جوش: HF > HBr > HCl (امکان برقراری پیوند هیدروژنی / جرم مولی بیشتر / جرم مولی کم‌تر)

۴ در بین مواد داده‌شده، فقط Br_2 در دما و فشار اتاق، به حالت مایع است. I_2 به حالت جامد و سایر مواد، به حالت گازند.

۴۳- گزینه ۳

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت زیر است:

$$2HCl + NaClO \rightarrow NaCl + Cl_2 + H_2O$$

روش از حجم محلول NaClO شروع کرده و با استفاده از کسر تبدیل‌های مناسب، به حجم محلول HCl می‌رسیم:

$$200\ mL\ NaClO(aq) \times \frac{1\ g\ NaClO(aq)}{1\ mL\ NaClO(aq)} \times \frac{18625\ g\ NaClO}{10^6\ g\ NaClO(aq)} \times \frac{1\ mol\ NaClO}{74/5\ g\ NaClO} \times \frac{2\ mol\ HCl}{1\ mol\ NaClO}$$

چگالی محلول = چگالی آب

ppm محلول

$$\times \frac{1\ L\ HCl(aq)}{0/8\ mol\ HCl} \times \frac{1000\ mL\ HCl(aq)}{1\ L\ HCl(aq)} = \frac{2 \times 18625 \times 2}{74/5 \times 8}$$

$$= \frac{18625}{149} > 100 \Rightarrow 125 \Rightarrow$$ ۳

روش با توجه به این‌که چگالی محلول NaClO برابر چگالی آب ($1\ g.mL^{-1}$) است، می‌توان ابتدا غلظت ppm محلول را به غلظت مولار تبدیل کرده و سپس از کسر تناسب مربوط به غلظت مولی استفاده کرده و حجم محلول HCl را به دست آوریم:

$$\text{غلظت مولی } NaClO(aq) = \frac{10ad}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \text{غلظت مولی} = \frac{10 \times d \times ppm \times 10^{-4}}{\text{جرم مولی}}$$

$$= \frac{10 \times 1 \times 18625 \times 10^{-4}}{74/5} = 0/25\ mol.L^{-1}$$

$$\frac{\text{حجم} \times \text{غلظت مولی}}{\text{ضریب} \times 1} = \frac{\text{حجم} \times \text{غلظت مولی}}{\text{ضریب} \times 1}$$

NaClO — HCl

$$\Rightarrow \frac{0/8 \times x}{2 \times 1} = \frac{0/25 \times 200}{1 \times 1} \Rightarrow x = \frac{1000}{8} = 125\ mL\ HCl$$

۴۴- گزینه ۴

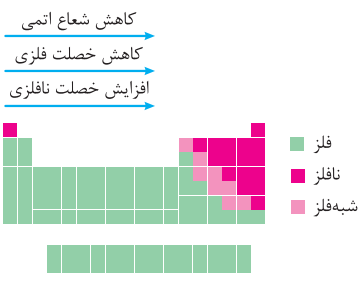
نکته شما باید حالت فیزیکی عنصرهای مهم جدول دوره‌ای در دمای ۲۵ °C را بلد باشید! برای این کار کافیه که عناصر مایع و گازی جدول رو بشناسید، باقی عناصر جامدند:

حالت فیزیکی	عنصرها
جامد	فلزهای قلیایی و قلیایی خاکی (فلزهای دستهٔ s)، فلزهای واسطه یا عناصر دستهٔ d (به‌جز جیوه)، عنصرهای دستهٔ f، عناصر دستهٔ p به‌جز موارد نام برده شده در حالت‌های فیزیکی مایع و گاز
مایع	برم (Br_2) و جیوه (Hg)
گاز	هیدروژن، نیتروژن، اکسیژن، فلوئور، کلر، هلیم، نئون، آرگون، کریپتون و زنون

همهٔ عبارت‌های داده‌شده نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◆ می‌دانیم که در دوره‌های جدول، با حرکت از سمت چپ به راست، شعاع اتمی عناصر کاهش می‌یابد. همهٔ عنصرهای دستهٔ p در هر دوره (دوره‌های ۲ تا ۷) با حداقل دو عنصر فلزی (فلزات دستهٔ s) هم‌دوره هستند و شعاع اتمی کوچک‌تری نسبت به آن‌ها دارند، ولی همهٔ عناصر دستهٔ p که نافلز نیستند! عناصر دستهٔ p شامل عناصر فلزی، نافلزی و شبه‌فلزی‌اند؛ پس می‌شه گفت در سمت راست یک عنصر فلزی در هر دوره، می‌تواند عنصر فلزی، شبه‌فلزی یا نافلزی از دستهٔ p وجود داشته باشد.



◆ M، یک عنصر گازی با فعالیت شیمیایی زیاد است، پس M می‌تواند F ،O یا Cl باشد. حالا مثلاً اگر M، فلوئور (یک نافلز گازی با فعالیت شیمیایی زیاد متعلق به گروه ۱۷) باشد، یکی از عنصرهای هم‌گروه آن، یعنی کلر نیز به حالت گاز است.

◆ در دستهٔ s، در مجموع ۱۴ عنصر وجود دارد که ۱۲تای آن‌ها (همه به‌جز هیدروژن و هلیم)، فلزند. از طرفی در جدول دوره‌ای، عنصرهای H، N، O، F و Cl و گازهای نجیب، به حالت گاز وجود دارند که فقط ۵ عنصر اول، در واکنش‌های شیمیایی شرکت می‌کنند:

$$\frac{12}{5} \neq 3$$

◆ می‌دانیم که در دورهٔ چهارم، ژرمانیم ($_{32}Ge$) شبه‌فلز است؛ بنابراین آخرین عنصر فلزی دورهٔ چهارم همان گالیم ($_{31}Ga$) است. تفاوت عدد اتمی این عنصر با Q برابر $31 - 24 = 7$ است. از طرفی نخستین نافلز دورهٔ دوم، کربن با عدد اتمی ۶ است.

عنصر بور ($_5B$)، در دورهٔ دوم، شبه‌فلز است ولی بدون دانستن این نکته هم می‌شد فهمید عبارت آخر، غلطه! زیرا قبل از نافلزی با عدد اتمی ۷ ($_7N$)، نافلز کربن ($_6C$) را در این دوره می‌شناختیم!

مشاوره این سؤال یه نمونه از سؤال‌های تحلیلیه! با توجه به این‌که سهم سؤال‌های تحلیلی در کنکورهای اخیر زیاد شده، بهتون توصیه می‌کنیم که هر جا توی کتاب‌ها، آزمون‌ها و ... این مدل سؤال‌ها رو دیدید، اول دانش خودتون رو محک بزنید و بعدش حتماً پاسخ سؤال رو بخونید تا بتونید مهارتتون رو در این مدل تست‌ها بالا ببرید.

۴۵- گزینه ۴

موادی که با مقدار بیش از ۰/۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب حل می‌شوند، می‌توانند جزء مواد محلول در آب باشند. از طرفی نقره کلرید (AgCl) یک مادهٔ نامحلول در آب است؛ بنابراین با انجام واکنش، یک محلول به یک مخلوط ناهمگن تبدیل می‌شود:

$$\underbrace{A(aq) + B(aq)}_{\text{محلول}} \rightarrow \underbrace{AgCl(s) + C(aq)}_{\text{مخلوط ناهمگن}}$$

هدف طراح در این سؤال، محلول در نظر گرفتن دو مادهٔ اولیه است. می‌دونیم که مواد با انحلال‌پذیری بین ۰/۱ تا ۱ گرم در آب (انحلال‌پذیری ۰/۱ تا ۱ گرم هم قسمتی از آن است.) جزء مواد کم‌محلول در آب هستند، بنابراین بهتر بود طراح سؤال برای بیان محلول‌بودن دو مادهٔ اولیه، مقدار انحلال‌پذیری آن‌ها را مقدار بیش از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب بیان می‌کرد.

۴۶- گزینه ۲

گام ابتدا باید معادلهٔ واکنش را موازنه کنیم. موازنه را با اتم‌های Cl و Sn آغاز می‌کنیم:

$$\_\ HNO_3 + 6HCl + 1Sn \rightarrow 1H_2SnCl_6 + \_\ NO_2 + \_\ H_2O$$

با توجه به موازنهٔ اتم نیتروژن، ضرایب HNO_3 و NO_2 باید برابر باشد. هر دو را برابر a و ضریب H_2O را برابر b در نظر می‌گیریم:

$$aHNO_3 + 6HCl + 1Sn \rightarrow 1H_2SnCl_6 + aNO_2 + bH_2O$$

$$\text{H موازنهٔ: } a + 6 = 2 + 2b \Rightarrow 2b - a = 4$$

$$\text{O موازنهٔ: } 3a = 2a + b \Rightarrow a = b$$

$$\Rightarrow a = b = 4$$

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ کامل *این‌پوریاست*:

$$4HNO_3 + 6HCl + Sn \rightarrow H_2SnCl_6 + 4NO_2 + 4H_2O$$

$$\text{مجموع ضرایب} = 4 + 6 + 1 + 1 + 4 + 4 = 20$$

گام قسمت دوم سؤال هم یک مسئلهٔ استوکیومتری همراه با بازده درصدی واکنش است.

روش استفاده از کسر تناسب:

$$Sn \sim 4NO_2$$

$$\frac{\text{جرم} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}}_{Sn} = \frac{\text{جرم}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}}_{NO_2}$$

$$\Rightarrow \frac{89/25 \times \frac{x}{100}}{1 \times 119} = \frac{124/2}{4 \times 46} \Rightarrow x = \frac{119 \times 124/2 \times 100}{89/25 \times 4 \times 46} \Rightarrow x = \frac{2770}{3} = 90$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

ابتدا مقدار نظری NO_2 را به دست می‌آوریم:

$$۸۹/۲۵\,g\,Sn \times \frac{۱\,mol\,Sn}{۱۱۹\,g\,Sn} \times \frac{۴\,mol\,NO_2}{۱\,mol\,Sn} \times \frac{۴۶\,g\,NO_2}{۱\,mol\,NO_2}$$

$$= \frac{۳۵۷ \times ۴۶}{۱۱۹} = ۱۳۸\,g\,NO_2 \text{ (مقدار نظری)}$$

حالا با توجه به رابطهٔ بازده درصدی خواهیم داشت:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times ۱۰۰ = \frac{۱۲۴/۲}{۱۳۸} \times ۱۰۰ = ٪۹۰$$

۴۷- گزینه ۱

همهٔ عبارت‌های داده‌شده، نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◇ غلظت گونه‌های فلزی موجود در کف اقیانوس نسبت به ذخایر زمینی آن، بیشتر است.

◇ واکنش ترمیت $(Fe_2O_3(s) + ۲Al(s) \rightarrow Al_2O_3(s) + ۲Fe(l))$، به شدت گرماده است و از آهن مذاب تولیدشده در آن، برای جوش‌دادن خطوط راه‌آهن استفاده می‌شود.

◇ *چرا نشه؟!* واکنش‌پذیری سدیم از آهن بیشتر است و می‌تواند برای استخراج آهن به کار رود.

◇ اگر در واکنش ترمیت، به جای آلومینیم، فلز نقره قرار گیرد، *اصلاً* واکنشی انجام نمی‌شود، زیرا واکنش‌پذیری نقره (Ag) از آهن کم‌تر است و نمی‌تواند جای آن را در ترکیبش بگیرد.

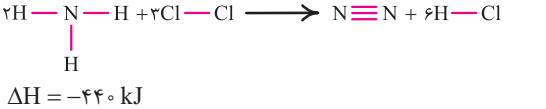
$Fe_2O_3 + Ag \rightarrow$ واکنش نمی‌دهد.

۴۸- گزینه ۴

نکته برای محاسبهٔ آنتالپی واکنش‌های گازی می‌توان از آنتالپی‌های پیوند مواد شرکت‌کننده در واکنش، مطابق رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}]$$

باید از رابطهٔ محاسبهٔ ΔH واکنش به کمک آنتالپی‌های پیوند استفاده کنیم:



$$\Delta H = -۴۴۰\,kJ$$

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}]$$

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [۶\Delta H(N-H) + ۳\Delta H(Cl-Cl)] - [\underbrace{\Delta H(N\equiv N)}_{۲/۴\Delta H(N-H)} + ۶\Delta H(H-Cl)]$$

$$-۴۴۰ = ۳/۶\Delta H(N-H) + (۳\times۲۴۰) - ۶(۴۳۰)$$

$$\Rightarrow ۳/۶\Delta H(N-H) = -۴۴۰ - ۷۲۰ + ۲۵۸۰$$

$$\Rightarrow \Delta H(N-H) = \frac{۱۴۲۰}{۳/۶} = \frac{۷۱۰}{۱/۸} = \frac{۳۵۵}{\underset{\simeq ۱}{۰/۹}} \simeq ۳۵۵\,kJ.mol^{-۱}$$

پاسخ باید کمی از ۳۵۵ بزرگ‌تر باشد که می‌شه ۴.

۴۹- گزینه ۳

موارد مصرف نفت خام:

- حدود ۵۰٪ به عنوان سوخت در وسایل نقلیه
- حدود ۴۰٪ برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی
- کم‌تر از ۱۰٪ برای تهیهٔ مواد (الیاف، پارچه، پلاستیک و ...)

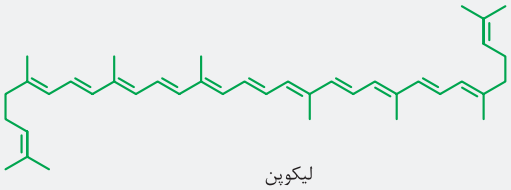
حدود ۹۰٪ در تأمین انرژی

۵۰- گزینه ۱

درس‌نامه بازدارنده‌ها، رادیکال‌ها و نگهدارنده‌ها:

◇ در سبزیجات و میوه‌ها، ترکیب‌های آلی سیرنشده‌ای به نام ریزمغذی‌ها وجود دارد که برخی از آن‌ها به عنوان بازدارنده از انجام واکنش‌های نامطلوب و ناخواسته در بافت‌های بدن، به دلیل حضور رادیکال‌ها، جلوگیری می‌کنند.

یکی از بازدارنده‌ها، **لیکوپن** بوده که در گوجه‌فرنگی و هندوانه وجود دارد.



لیکوپن

◇ رادیکال، گونهٔ پرانرژی و ناپایداری است که در ساختار خود، الکترون جفت‌نشده دارد. به عبارت دیگر در رادیکال‌ها اتم‌هایی وجود دارد که از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند.

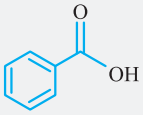
اگر مجموع شمار الکترون‌های ظرفیت اتم‌ها در گونه‌ای فرد باشد، آن گونه رادیکال به شمار می‌آید. به عنوان نمونه، NO و NO_2 جزء رادیکال‌ها هستند.

مجموع شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم‌ها در NO $= ۵ + ۶ = ۱۱ \Rightarrow$:Ṅ=Ö

مجموع شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم‌ها در NO_2 $= ۵ + (۲\times۶) = ۱۷ \Rightarrow$:Ö—Ṅ=Ö

از آن‌جا که رادیکال‌ها الکترون جفت‌نشده دارند، بسیار واکنش‌پذیر هستند. در بدن ما به دلیل انجام واکنش‌های متنوع و پیچیده، رادیکال‌هایی به وجود می‌آیند که اگر به وسیلهٔ بازدارنده‌ها جذب نشوند، می‌توانند با انجام واکنش‌های سریع به بافت‌های بدن آسیب برسانند.

◇ از **بنزوئیک اسید** که یک عضو خانوادهٔ کربوکسیلیک اسیدها است، در صنایع غذایی به عنوان **نگهدارنده** استفاده می‌شود. نگهدارنده‌ها، سرعت واکنش‌های شیمیایی را که منجر به فساد مواد غذایی می‌شوند، کاهش می‌دهند.



بنزوئیک اسید

رادیکالی نداریم که همهٔ اتم‌های آن از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی کنند. رادیکال گونهٔ فعال و ناپایداری است که در ساختار آن الکترون جفت‌نشده (تک) وجود دارد و دارای اتم یا اتم‌هایی است که از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند.

۵۱- گزینه ۲

نکته سرعت متوسط واکنش از تقسیم سرعت متوسط تولید یا مصرف یک مادهٔ شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن در معادلهٔ موازنه‌شده، به دست می‌آید.

$aA \rightarrow bB$

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \underbrace{\frac{-\Delta[A]}{a\Delta t}}_{\text{واکنش‌دهنده}} = \underbrace{+\frac{\Delta[B]}{b\Delta t}}_{\text{فراورده}}$$

با توجه به این‌که رابطهٔ داده‌شده، معادل سرعت واکنش است، NO و H_2 با تغییرات غلظت منفی، واکنش‌دهنده و N_2 و H_2O با تغییرات غلظت مثبت، فراورده هستند.

$$\bar{R}(\text{واکنش}) = \overbrace{\frac{\Delta[N_2]}{\Delta t}}^{\text{فراورده}} = \underbrace{-\frac{۱}{۲}\frac{\Delta[NO]}{\Delta t}}_{\text{واکنش‌دهنده}} = \overbrace{\frac{۱}{۲}\frac{\Delta[H_2O]}{\Delta t}}^{\text{فراورده}} = \underbrace{-\frac{۱}{۲}\frac{\Delta[H_2]}{\Delta t}}_{\text{واکنش‌دهنده}}$$

از طرفی ضرایب عددی در مخرج هر کسر، در واقع نشان‌دهندهٔ ضریب استوکیومتری مادهٔ مورد نظر است:

$$۲NO(g) + ۲H_2(g) \rightarrow \underbrace{N_2(g) + ۲H_2O(g)}_{\text{مجموع ضرایب}=۳}$$

تیزبازی با به نگاه معلومه ۳ و ۴ غلطن! زیرا در یک طرف معادله، اتم اکسیژن (O) داریم و در طرف دیگر نداریم و این خلاف قانون پایستگی جرم است. برای انتخاب بین ۱ و ۲ هم، کافی بود توجه کنید NO و H_2 واکنش‌دهنده هستند و تغییرات مول آن‌ها منفی است.

۵۲- گزینه ۴

استراتژی قسمت اول سؤال که یک استوکیومتری ساده‌ست، کافیه که از روی حجم CO_2 تولیدی در شرایط STP، جرم مصرفی $CaCO_3$ رو به دست بیاری، بعدش با توجه به مقدار جرم باقی‌ماندهٔ $CaCO_3$، مقدار اولیهٔ اون و درصد $CaCO_3$ شرکت‌کرده در واکنش رو حساب کنی. برای قسمت دوم سؤال هم با توجه به حجم تولیدی CO_2 در مدت‌زمان ۳۰ دقیقه، سرعت متوسط تولید CO_2 و بعد سرعت متوسط واکنش رو به دست بیار.

گام حساب می‌کنیم که به ازای تولید ۱۶/۸ لیتر گاز کربن دی‌اکسید، چند گرم کلسیم کربنات مصرف شده است:

$$CaCO_3(s)+2HCl(aq)\rightarrow CaCl_2(aq)+CO_2(g)+H_2O(l)$$

$$CaCO_3 \sim CO_2$$

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{CaCO_3}}=\frac{\text{حجم}}{\underbrace{\text{حجم مولی}\times\text{ضریب}}_{CO_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{1\times100}=\frac{16/8}{22/4}\Rightarrow x=\frac{300}{4}=75\ g\ (\text{جرم مصرفی } CaCO_3)$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$16/8\ L\ CO_2\times\frac{1\ mol\ CO_2}{22/4\ L\ CO_2}\times\frac{1\ mol\ CaCO_3}{1\ mol\ CO_2}\times\frac{100\ g\ CaCO_3}{1\ mol\ CaCO_3}$$

$$=75\ g\ (\text{جرم مصرفی } CaCO_3)$$

گام محاسبهٔ درصد جرمی $CaCO_3$ شرکت‌کرده در واکنش:

$$\text{جرم کلسیم کربنات اولیه}=\text{جرم کلسیم کربنات مصرف‌شده}+\text{جرم کلسیم کربنات باقی‌مانده}=75+18/75=93/75\ g$$

$$\text{درصد کلسیم کربنات شرکت‌کرده در واکنش}=\frac{\text{جرم کلسیم کربنات مصرف‌شده}}{\text{جرم کل کلسیم کربنات اولیه}}\times100$$

$$=\frac{75}{93/75}\times100=\frac{4\times75\times100}{4\times93/75}=\frac{4\times75\times100}{375}=\%80$$

گام محاسبهٔ سرعت واکنش:

با توجه به این‌که ضریب CO_2 در معادلهٔ واکنش برابر ۱ است، سرعت واکنش با سرعت تولید CO_2 برابر است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\bar{R}(\text{واکنش})=\bar{R}(CO_2)=\frac{16/8\ L\times\frac{1\ mol}{22/4\ L}}{30\ min}=\frac{\frac{3}{4}}{30}$$

$$=\frac{1}{4\times30}=0/025=2/5\times10^{-2}\ mol.min^{-1}$$

۵۳- گزینه ۲

درس‌نامه رقیق‌سازی محلول‌ها با افزودن آب به آن‌ها

با توجه به این‌که با رقیق کردن یک محلول (اضافه‌کردن آب به آن)، تعداد مول مادهٔ حل‌شونده تغییر نمی‌کند، بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{تعداد مول مادهٔ حل‌شونده }(n)=\text{غلظت مولی محلول (غلیظ) }(M_{\text{غلیظ}})\times\text{حجم محلول غلیظ برحسب لیتر }(V_{\text{غلیظ}})$$

$$\Rightarrow M_{\text{غلیظ}}V_{\text{غلیظ}}=M_{\text{رقیق}}V_{\text{رقیق}}=\text{غلظت مولی محلول (رقیق) }(M_{\text{رقیق}})\times\text{حجم محلول رقیق برحسب لیتر }(V_{\text{رقیق}})$$

گام محاسبهٔ غلظت مولی محلول رقیق‌شدهٔ سدیم هیدروکسید به صورت پارامتری:

اگر V میلی‌لیتر آب به ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول سدیم هیدروکسید اضافه شود، حجم محلول افزایش و در نتیجه غلظت آن کاهش می‌یابد:

$$\underbrace{M_1V_1}_{\text{محلول غلیظ}}=\underbrace{M_2V_2}_{\text{محلول رقیق}}\Rightarrow M_2=\frac{M_1V_1}{V_2}=\frac{0/02\times200}{200+V}\Rightarrow M_2=\frac{4}{200+V}$$

گام از این محلول با حجم $(200+V)$ میلی‌لیتر، ۲۰ میلی‌لیتر برداشته‌ایم. می‌دانید که غلظت یک محلول، به مقدار یا حجم محلول بستگی ندارد؛ بنابراین غلظت NaOH در این ۲۰ میلی‌لیتر محلول، همان M_2 است. این ۲۰ میلی‌لیتر محلول NaOH با غلظت $\frac{4}{200+V}$ مولار، با ۱۰ میلی‌لیتر محلول HCl به طور کامل واکنش می‌دهد. اگر غلظت مولی محلول HCl را M در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$NaOH+HCl\rightarrow NaCl+H_2O$$

$$\underbrace{\text{حجم}\times\text{غلظت مولی}\times\text{ضریب}}_{NaOH}=\underbrace{\text{حجم}\times\text{غلظت مولی}\times\text{ضریب}}_{HCl}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{4}{200+V}\times20}{1}=\frac{M\times10}{1}\Rightarrow\frac{8}{200+V}=M\Rightarrow 200M+MV=8$$

فقط $V=600$ و $M=0/01$ در معادلهٔ بالا صدق می‌کنند:

$$200(0/01)+(0/01\times600)=2+6=8$$

۵۴- گزینه ۳

با انحلال ۰/۱ مول BaO و ۰/۱ مول Li_2O در آب، به ترتیب ۰/۳ و ۰/۴ مول یون تولید می‌شود. *دقت کنید که هیچ آب در عبارت داده‌شده اصلاً کاربردی نداره! غلظت یون‌ها رو که در محلول نخواسته! مولشون رو خواسته.*

$$\underset{0/1\ mol}{BaO}+H_2O\rightarrow\underbrace{Ba(OH)_2}_{0/1\times3=0/3\ mol}\qquad \underset{0/1\ mol}{Li_2O}+H_2O\rightarrow\underbrace{2LiOH}_{0/1\times4=0/4\ mol}$$

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) اتیلن گلیکول $(C_2H_6O_2)$ و استون (C_3H_6O)، هر دو به صورت مولکولی در آب حل می‌شوند و غیرالکترولیت به حساب می‌آیند. ۲) می‌توانیم از رابطهٔ معروف $K_a=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}$ استفاده کنیم:

$$0/01=\frac{M\times(0/1)^2}{1-0/1}\Rightarrow M=0/9$$

۴) آمونیاک (NH_3) یک باز است و با افزودن آب به محلول آن، محلول رقیق‌تر شده و غلظت یون‌های حاصل از یونش آن (NH_4^+ و OH^-) کاهش می‌یابد. با رقیق‌کردن یک محلول بازی، از خاصیت بازی محلول کاسته شده و pH آن به pH خنثی (عدد ۷) نزدیک‌تر می‌شود؛ یعنی pH کاهش می‌یابد. در ضمن می‌دانیم که در دمای معین، ثابت یونش اسیدها و بازها مقداری ثابت است.

۵۵- گزینه ۱

عبارت‌های اول و سوم درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست: عبارت دوم: شیر منیزی که شامل منیزیم هیدروکسید است، سوسپانسیون است و نه محلول!

تله دقت کنید که منیزیم هیدروکسید $Mg(OH)_2$، در آب نامحلول است و شیر منیزی که حاوی این ماده است، به صورت سوسپانسیون (مخلوط ناهمگن) می‌باشد. اگر به کلمات دقت نکنی و سریع این عبارت رو بخونی ممکنه تو دام این عبارت بیفتی و اون رو درست بگیری!

عبارت چهارم: اول این‌که همهٔ مولکول‌هایی که در ساختار خود اتم هیدروژن دارند، لزوماً جزء اسیدهای آرنیوس به حساب نمی‌آیند مثل CH_4! علاوه بر این، *ممکنه* اسیدی در ساختار خود هیدروژن بیشتری داشته باشد اما قدرت اسیدی آن نسبت به اسیدی با هیدروژن کم‌تر، کم‌تر باشد، در نتیجه در شرایط یکسان، $[H^+]$ در محلول آن کم‌تر و pH محلول آن بیشتر است! به عنوان نمونه قدرت اسیدی H_2CO_3 از HCl کم‌تر است.

عبارت پنجم: قبل از ارائهٔ مدل آرنیوس، شیمی‌دان‌ها با ویژگی‌های اسیدها و بازها آشنایی داشتند.

۵۶- گزینه ۳ یا ۴

درس‌نامه رابطه‌های زیر را می‌توان برای اسیدها و بازهای ضعیف یک‌ظرفیتی نوشت:

برای اسید ضعیف یک‌ظرفیتی $\Rightarrow [H^+]=M\alpha$ ، $K_a=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}$ ،

$$K_a=\frac{[H^+]^2}{M-[H^+]}\ ,\quad [H^+]=\sqrt{K_a.M(1-\alpha)}$$

برای باز ضعیف یک‌ظرفیتی $\Rightarrow [OH^-]=M.\alpha$ ، $K_b=\frac{M\alpha^2}{1-\alpha}$ ،

$$K_b=\frac{[OH^-]^2}{M-[OH^-]}\ ,\quad [OH^-]=\sqrt{K_b.M(1-\alpha)}$$

بررسی گزینه‌ها: ① ابتدا غلظت مولی محلول را حساب می‌کنیم:

$$[DOH]=M\simeq\frac{\frac{1/2\,g}{80\,g.mol^{-1}}}{\frac{250}{1000}L}=\frac{\frac{3}{200}}{\frac{1}{4}}=\frac{12}{200}=0/06\ mol.L^{-1}$$

(حجم محلول را به تقریب برابر با حجم آب در نظر گرفتیم.)

$$[OH^-]=M\alpha=0/06\times\frac{20}{100}=0/012\ mol.L^{-1}$$

$$[H^+][OH^-]=10^{-14}\Rightarrow[H^+]=\frac{10^{-14}}{12\times10^{-3}}=\frac{1}{12}\times10^{-11}$$

$$\simeq0/083\times10^{-11}=8/3\times10^{-13}\ mol.L^{-1}$$

② در محلول اسید قوی HA، $[H^+]$ با غلظت محلول، یکسان و برابر ۰/۰۱۲ مولار است. دیدیم که $[OH^-]$ در محلول باز نیز برابر ۰/۰۱۲ مولار می‌باشد. (*هواستون هست که حجم محلول اسید این‌جا سرکاریه!*)

③ ابتدا pH محلول اولیه را حساب می‌کنیم:

$$pH=-\log[H^+]=-\log(\frac{1}{12}\times10^{-11})=11+\log12$$

$$=11+\log3+2\log2=11+0/5+(2\times0/3)=12/1$$

با اضافه‌کردن ۰/۸ گرم DOH، جرم آن در محلول از ۱/۲ به ۲ گرم می‌رسد، بنابراین غلظت محلول $\frac{2}{1/2}$ برابر خواهد شد که می‌شه ۰/۱ مولار: $\frac{2}{1/2}\times0/06=0/1\ mol.L^{-1}$

یا می‌توان نوشت:

$$[DOH]=M'=\frac{2\,g}{\frac{80\,g.mol^{-1}}{\frac{250}{1000}L}}=\frac{\frac{1}{40}}{\frac{1}{4}}=0/1\ mol.L^{-1}$$

می‌دانیم که با غلیظ‌شدن محلول اسیدها و بازهای ضعیف، درصد یونش آن‌ها کاهش می‌یابد.

$$(K_b\text{ یا }K_a\text{(ثابت)})\ K_b=\uparrow M\alpha^2\downarrow)$$

اگر بخواهیم درصد یونش جدید رو دقیق حساب کنیم، باید از رابطهٔ $\frac{\alpha_2}{\alpha_1}=\sqrt{\frac{M_1}{M_2}}$ استفاده کنیم، که می‌فوریم به محاسبات رادیکالی دشوار ولی یه راه حل ساده‌تر هم برای بررسی عبارت هست. بیایین فعلاً با این فرض که درصد یونش باز ثابت است، pH محلول باز رو با غلظت جدید حساب کنیم:

$$[OH^-]'=M'\alpha=0/1\times0/2=0/02\ mol.L^{-1}$$

$$[H^+]'=\frac{10^{-14}}{[OH^-]'}=\frac{10^{-14}}{2\times10^{-2}}=5\times10^{-13}\ mol.L^{-1}$$

$$pH'=-\log(5\times10^{-13})=13-\log5=13-0/7=12/3$$

در واقعیت، با غلیظ‌شدن محلول، درصد یونش باز کم‌تر ($\alpha<0/2$) و در نتیجه $[OH^-]$ کم‌تر می‌شود؛ بنابراین $[H^+]$ افزایش می‌یابد و pH محلول نهایی از ۱۲/۳ کم‌تر خواهد بود. خلاصه این‌که pH محلول از ۱۲/۱ به عددی کم‌تر از ۱۲/۳ می‌رسد و قطعاً کم‌تر از ۰/۳ واحد افزایش می‌یابد.

④ باید تعداد مول باز و تعداد مول اسید را مقایسه کنیم:

$$\underbrace{\frac{50}{1000}L\times0/02\,mol.L^{-1}}_{\text{مول اسید}}<\underbrace{\frac{50}{1000}L\times0/06\,mol.L^{-1}}_{\text{مول باز}}\Rightarrow$$

محلول نهایی خاصیت بازی دارد.

همان‌طور که می‌بینید، این گزینه نیز نادرست است و مشخص نیست طراح می‌خواسته در ③، درصد یونش باز رو ثابت در نظر بگیره یا در ④، به جای مقایسهٔ تعداد مول اسید و باز، به اشتباه تعداد مول H^+ و OH^- رو مقایسه کرده!

مشاوره با یه نگاه به ظاهر گزینه‌ها، متوجه می‌شی که هر گزینه برای خودش، یک مسئلهٔ محاسباتیه! پس قطعاً در دور اول، این مدل سؤال‌ها رو رها کن و اگر زمان داشتی آخر سر بیا سراغش.

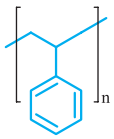
۵۷- گزینه ۴

مونومر سازندهٔ پنبه مانند مونومر سازندهٔ گندم، گلوکز ($C_6H_{12}O_6$) است و شمار اتم‌ها در مونومر سازندهٔ هر دو پلیمر برابر ۲۴ = ۶ + ۱۲ + ۶ است.

بررسی سایر گزینه‌ها: ① اتن (C_2H_4) و تترافلوئورو اتن (C_2F_4)، به ترتیب مونومرهای پلی‌اتن و تفلون هستند که *هر دو گاز تشریف دارن نه مایع!*

② جرم مولی پلی‌اتن و پلی‌پروپن به شمار واحدهای تکرارشوندهٔ آن‌ها (n) نیز بستگی دارد و فقط با جرم مولی مونومرهای سازنده، نمی‌توان جرم مولی پلیمرها را مقایسه کرد.

③ فراوردهٔ همهٔ واکنش‌های بسپارش (پلیمری‌شدن)، سیرشده نیست، به عنوان نمونه، پلی‌استیرن که از بسپارش استیرن تهیه می‌شود، به دلیل وجود پیوند دوگانه در ساختار خود، سیرنشده به حساب می‌آید.



پلی‌استیرن

۵۸- گزینه ۱

درس‌نامه ① تعیین عدد اکسایش به روش رسم ساختار لوویس:

برای تعیین عدد اکسایش اتم‌ها، در مواد مولکولی یا یون‌های چندتایی از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{عدد اکسایش اتم}=\text{شمار الکترون‌های نسبت داده شده به اتم}-\frac{\text{شمار الکترون‌های ظرفیت اتم}}{2}$$

برای تعیین شمار الکترون‌های نسبت داده شده به هر اتم، با توجه به ساختار لوویس گونهٔ مورد نظر، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱- به ازای هر جفت‌الکترون پیوندی میان دو اتم یکسان، یک الکترون به هر اتم نسبت می‌دهیم.

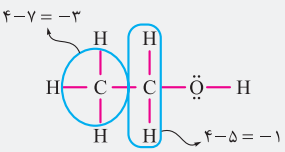
۲- به ازای هر جفت‌الکترون پیوندی میان دو اتم متفاوت، هر دو الکترون را به اتم با خصلت نافلزی بیشتر، نسبت می‌دهیم.

توجه: مقایسهٔ خصلت نافلزی چند عنصر زیر را *بلد باشین*؛

خصلت نافلزی: $F>O>N>Cl>Br>I>S>C>H$

۳- همهٔ الکترون‌های ناپیوندی روی هر اتم را به همان اتم نسبت می‌دهیم.

مثال: محاسبهٔ عدد اکسایش اتم‌های کربن در اتانول:



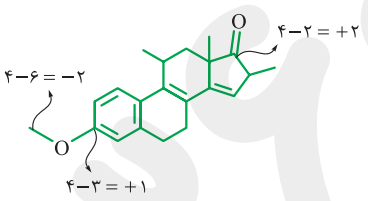
② برای به دست آوردن تعداد اتم‌های هیدروژن در یک ترکیب آلی می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\text{تعداد اتم‌های H در ترکیبی با n اتم کربن}=(2n+2)-(2\times\text{تعداد پیوندهای دوگانه و حلقه‌ها})$$

$$-(4\times\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه})-(1\times\text{تعداد اتم‌های هالوژن})+(1\times\text{تعداد اتم‌های N})$$

عبارت‌های (ب) و (پ) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) عدد اکسایش هیچ‌یک از اتم‌های کربنی که به اکسیژن متصل‌اند، برابر نیست.



(ب) ترکیب داده‌شده، دارای ۲۱ اتم کربن، ۲۴ اتم هیدروژن و ۲ اتم اکسیژن است.

برای به دست آوردن شمار اتم‌های هیدروژن می‌تونیم از فرمول استفاده کنیم:

$$\text{شمار اتم‌های هیدروژن}=(2n+2)-2(\text{تعداد پیوندهای دوگانه}+\text{تعداد حلقه‌ها})$$

$$=(2\times21)+2-2(6+4)=24$$

فرمول ترکیب به صورت $C_{21}H_{24}O_2$ و معادلهٔ موازنه‌شدهٔ سوختن کامل آن به صورت زیر است:

$$C_{21}H_{24}O_2+26O_2\rightarrow21CO_2+12H_2O$$

(پ) در ساختار ترکیب داده‌شده، ۴ گروه CH_3 (\) وجود دارد.

از طرفی مونومر سازندهٔ سرنگ، پروپن است که در ساختار آن، فقط یک گروه CH_3 وجود دارد:

پروپن: $H_2C=CH-CH_3$

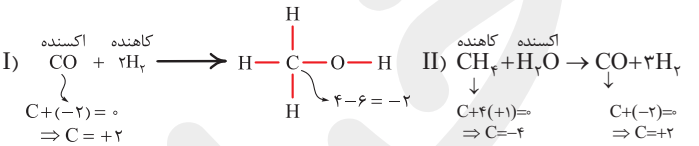
(ت) در ساختار ترکیب مورد نظر، ۵ پیوند $C=C$ وجود دارد، پس هر مول از این ترکیب با ۵ مول گاز هیدروژن (H_2) به طور کامل واکنش می‌دهد تا سیر شود (*هواستون باشه* پیوند $\overset{O}{\overset{\|}{C}}$ را نباید در نظر بگیرید.) جرم ۵ مول گاز هیدروژن برابر با ۱۰ = ۲ × ۵ گرم است.

۵۹- گزینه ۳

نکته

کاهنده	اکسنده
گونه (های) دیگر را کاهش می‌دهد.	گونه (های) دیگر را اکسید می‌کند.
خودش اکسایش می‌یابد (الکترون از دست می‌دهد).	خودش کاهش می‌یابد (الکترون می‌گیرد).
گونه‌ای که عدد اکسایش آن افزایش می‌یابد.	گونه‌ای که عدد اکسایش آن کاهش می‌یابد.

عدد اکسایش کربن در واکنش (I)، ۴ واحد کاهش (از $+۲$ به -۲ رسیده) و در واکنش (II)، ۶ واحد افزایش (از -۴ به $+۲$ رسیده) یافته است.



بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) فراوردهٔ ناقطبی واکنش (II)، همان $H_۲$ و گونهٔ اکسنده در این واکنش، $H_۲O$ است. در واقع $H_۲O$ با کاهش‌یافتن به $H_۲$ تبدیل شده است. ۲) تفاوت ضریب $H_۲$ و $CH_۴$ در سمت واکنش‌دهنده‌های دو واکنش برابر با $۱ = ۱ - ۲$ است. ۴) به ازای مصرف ۱ مول متان در واکنش (II)، ۱ مول CO و ۳ مول $H_۲$ تولید می‌شود. مطابق معادلهٔ (I)، برای تولید ۱ مول متانول، ۱ مول CO و ۲ مول $H_۲$ *کفایت می‌کند!*

۶۰- گزینه ۱

درس‌نامه زنگ‌زدن آهن

۱) نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش و واکنش کلی فرایند زنگ‌زدن آهن به صورت زیر است:

نیم‌واکنش اکسایش: $۴(Fe(s) \rightarrow Fe^{۲+}(aq) + ۲e^-)$

نیم‌واکنش کاهش: $۳(O_۲(g) + ۲H_۲O(l) + ۴e^- \rightarrow ۴OH^-(aq))$

نیم‌واکنش اکسایش: $۴(Fe^{۲+}(aq) \rightarrow Fe^{۳+}(aq) + e^-)$
آهن (II) به آهن (III)

واکنش کلی: $۴Fe(s) + ۳O_۲(g) + ۶H_۲O(l) \rightarrow \underbrace{۴Fe^{۳+}(aq) + ۱۲OH^-(aq)}_{۴Fe(OH)_۳(s)}$

۲) در زنگ‌زدن آهن، آب علاوه بر واکنش‌دهنده، نقش الکترولیت را هم ایفا می‌کند.

۳) خوردگی آهن در محیط اسیدی به میزان بیشتری رخ می‌دهد، زیرا E° مربوط به نیم‌واکنش کاهش اکسیژن در محیط اسیدی بیشتر از E° نیم‌واکنش آن در محیط خنثی است؛ یعنی $O_۲$ در محیط اسیدی اکسندهٔ قوی‌تری بوده و راحت‌تر الکترون می‌گیرد:

نیم‌واکنش کاهش اکسیژن در محیط خنثی: $O_۲(g) + ۲H_۲O(l) + ۴e^- \rightarrow ۴OH^-(aq)$
$; E^\circ = +۰/۴\ V$

نیم‌واکنش کاهش اکسیژن در محیط اسیدی: $O_۲(g) + ۴H^+(aq) + ۴e^- \rightarrow ۲H_۲O(l)$
$; E^\circ = +۱/۲۳\ V$

پس محیط اسیدی سرعت زنگ‌زدن آهن را زیاد و محیط بازی سرعت زنگ‌زدن آهن را کاهش می‌دهد.

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: ◇ در مرحلهٔ اول اکسایش، Fe به $Fe^{۲+}$ و در مرحلهٔ دوم $Fe^{۲+}$ به $Fe^{۳+}$، تبدیل شده و در نهایت زنگ آهن $(Fe(OH)_۳)$ تشکیل می‌شود.

◇ ببینید: نیم‌واکنش‌های اکسایش:
$$\begin{cases} Fe(s) \rightarrow \underline{Fe^{۲+}(aq) + ۲e^-} \\ Fe^{۲+}(aq) \rightarrow \underline{Fe^{۳+}(aq) + e^-} \end{cases}$$

نیم‌واکنش کاهش: $O_۲(g) + ۲H_۲O(l) + ۴e^- \rightarrow \underline{۴OH^-(aq)}$

◇ معادلهٔ کلی واکنش زنگ‌زدن آهن به صورت زیر است و مجموع ضرایب مواد در آن برابر با $۴Fe(s) + ۳O_۲(g) + ۶H_۲O(l) \rightarrow ۴Fe(OH)_۳(s)$ می‌باشد. $۴ + ۳ + ۶ + ۴ = ۱۷$

◇ وجود یون هیدرونیوم و محیط اسیدی، سبب افزایش سرعت زنگ‌زدن آهن می‌شود، زیرا در محیط اسیدی، $O_۲$ اکسندهٔ قوی‌تری است و راحت‌تر الکترون می‌گیرد.

۶۱- گزینه ۲

نکته اثر تغییر فشار (حجم) بر روی تعادل‌های گازی:

عامل		عکس‌العمل تعادل به تغییر	چگونگی تغییر ثابت تعادل (K) با جابه‌جاشدن تعادل
تغییر حجم (فشار)	افزایش حجم (کاهش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی بیشتر	تغییر نمی‌کند.
	کاهش حجم (افزایش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی کم‌تر	تغییر نمی‌کند.

با کاهش فشار، تعادل به سمت تعداد مول‌های گازی بیشتر یعنی در جهت رفت جابه‌جا می‌شود، بنابراین تعداد مول بخار افزایش می‌یابد و بیشتر از ۲ مول خواهد بود، تا همین‌جا ۳ و ۴ پَر!

برای انتخاب بین ۱ و ۲، به معادلهٔ واکنش نگاهی *بیندازین!*

	$۴NH_۳$	+	$۵O_۲$	⇌	$۴NO$	+	$۶H_۲O$
مول تعادل اولیه:	۲		۲		۲		۲
مول تعادل جدید:	$۲-۴x$		$۲-۵x$		$۲+۴x$		$۲+۶x$

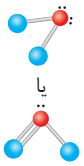
با توجه به این‌که ثابت تعادل واکنش رو نداریم، باید ۱ و ۲ رو امتحان کنیم:

۱) مول $H_۲O$ در تعادل جدید $= ۲+۶x = ۴/۴۵ \Rightarrow x = \frac{۲/۴۵}{۶}$
$= ۰/۴۰۸ \Rightarrow$ قابل قبول نیست زیرا مول $O_۲$ $(۲-۵x)$، منفی می‌شود.

۲) $۲+۶x = ۳/۲ \Rightarrow x = \frac{۱/۲}{۶} = ۰/۲ \Rightarrow$
قابل قبول است، مول نهایی هیچ ماده‌ای منفی نمی‌شود.

۶۲- گزینه ۳

درس‌نامه با توجه به شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی اتم مرکزی و شمار اتم‌های متصل به آن، می‌توان شکل هندسی یک گونه را تعیین کرد:

شمار اتم‌های متصل به اتم مرکزی	شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی اتم مرکزی	شکل گونه	شکل کلی	مثال
۲	۰	خطی		$N_۲O$، SCO، HCN و $CO_۲$
۳	۰	سه‌ضلعی مسطح		$SO_۳$، $NO_۳^-$ و $CO_۳^{۲-}$
۴	۰	چهاروجهی		$CHCl_۳$، $CH_۴$، $CCl_۴$، $NH_۴^+$، $SO_۴^{۲-}$، $SiH_۴$ و $SiF_۴$
۲	۱ یا ۲	خمیده	 یا	$H_۲O$، $H_۲S$، $OF_۲$، $O_۳$، $SO_۲$ و
۳	۱	هرمی		$H_۳O^+$، $PCl_۳$، $NH_۳$ و $NF_۳$

a یک مولکول دواتمی ناجورهسته مانند HF است؛ پس خیلی سریع، گزینه‌های ۱ و ۲ پَر! از طرفی با توجه به مدل فضاپرکن SO_3 () که در کتاب درسی اومده، می‌شه فهمید ۴ هم غلطه! پس جواب درست، ۳ است.

۶۳- گزینه ۱

$$\text{مول تعادلی متان } (CH_4) = 8\,g \times \frac{1\,mol}{16\,g} = 0/5\,mol$$

برای به دست آوردن غلظت تعادلی مواد شرکت‌کننده در واکنش، از جدول تغییرات مول مواد استفاده می‌کنیم:

	CH_4	+	$2H_2S$	⇌	CS_2	+	$4H_2$
مول اولیه:	0/55		0/2		0		0
مول نهایی:	$0/55-x$		$0/2-2x$		x		$4x$

$$\text{مول تعادلی متان: } 0/55-x=0/5 \Rightarrow x=0/05$$

حجم ظرف واکنش، 0/5 لیتر است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$K=\frac{[CS_2][H_2]^4}{[CH_4][H_2S]^2}=\frac{\frac{0/05}{0/5}\times(\frac{4\times 0/05}{0/5})^4}{\frac{0/5}{0/5}\times(\frac{0/2-2(0/05)}{0/5})^2}$$

$$=\frac{0/1\times(0/4)^4}{1\times(0/2)^2}=\frac{0/1\times(0/4)^2(0/4)^2}{(0/2)^2}$$

$$=0/1\times 2^2\times(0/4)^2=(0/4)^3=4\times4\times4\times10^{-3}=6/4\times10^{-2}$$

۶۴- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ تکنیک مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب‌های یونی:

به طور کلی برای مقایسهٔ ΔH فروپاشی شبکهٔ ترکیب‌های یونی، می‌توان از روش زیر استفاده کرد:

گام ۱ هر چه مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در یک ترکیب یونی بزرگ‌تر باشد، ΔH فروپاشی شبکهٔ آن بزرگ‌تر است.

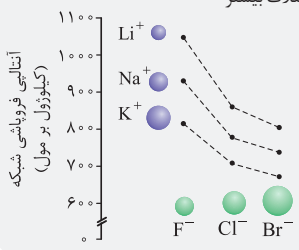
گام ۲ اگر مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون برای دو ترکیب یونی برابر باشد، هر چه شعاع یون‌های سازندهٔ آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم. هر چه شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد، ΔH فروپاشی بزرگ‌تر است.

۲ به طور کلی در مقایسهٔ چگالی بار یون‌ها و مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب‌های یونی، اولویت با مقایسهٔ بار یون‌ها است. در واقع تفاوت مجموع قدرمطلق بار یون‌های سازندهٔ دو ترکیب یونی، باعث تفاوت بیشتر آنتالپی فروپاشی دو ترکیب می‌شود، مثلاً تفاوت آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور MgF_2 با LiF یا NaF خیلی بیشتر از تفاوت آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور LiF و NaF با یکدیگر است.

$$\text{آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور } (kJ.mol^{-1}): \underbrace{MgF_2}_{(2924)} > \overbrace{\underbrace{LiF}_{(1030)} > \underbrace{NaF}_{(923)}}^{\text{اختلاف کم‌تر}}$$

$$\text{اختلاف بیشتر}$$

۳ با توجه به نمودار کتاب درسی، بدانید و آگاه باشید که آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور اغلب هالیدهای فلزهای قلیایی (به‌جز LiF) کم‌تر از ۱۰۰۰ کیلوژول بر مول است.



عبارت‌های (ب) و (پ) درست‌اند.

می‌دانیم که آنتالپی فروپاشی شبکه با بار یون‌ها رابطهٔ مستقیم و با شعاع آن‌ها رابطهٔ وارونه دارد. از طرفی با توجه به نمودار کتاب درسی، آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور اغلب هالیدهای فلزهای قلیایی کم‌تر از ۱۰۰۰ کیلوژول بر مول است؛ بنابراین می‌توان جدول رو به صورت زیر برای فورمون تحلیل کنیم:

با توجه به اختلاف زیاد آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب حاصل از کاتیون Y با آنیون‌های A و D، آنیون‌های A و D بار الکتریکی یکسانی ندارند و بار آنیون D بیشتر از آنیون A است. هم‌چنین با توجه به اختلاف زیاد آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب حاصل از آنیون A با کاتیون‌های Y و Z، کاتیون‌های Y و Z هم بار الکتریکی یکسانی نداشته و بار کاتیون Z بیشتر از کاتیون Y است.

به همین ترتیب، بار کاتیون‌های X و Y یکسان است، زیرا تفاوت آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلوری ترکیب یون آن‌ها با آنیون مشترک A، کم است.

کاتیون \ آنیون	-1 ↑ A	-2 ↑ D
X ← +1 (شعاع بزرگ‌تر)	۷۸۰	M
Y ← +1 (شعاع کوچک‌تر)	۹۵۰	۲۵۰۰
Z ← بیشتر از +1	۲۹۰۰	۳۸۰۰

بریم سراغ بررسی عبارت‌ها:

(الف) با توجه به این‌که مقدار بار آنیون D بیشتر از A است، آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب حاصل از X و D بیشتر از آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب حاصل از Y و A است.

(ب) بار کاتیون‌های X و Y یکسان است. با توجه به این‌که آنتالپی فروپاشی با شعاع یون‌ها رابطهٔ وارونه دارد، شعاع کاتیون X باید بیشتر از کاتیون Y باشد.

(پ) با توجه به بار یون‌های X و A و این‌که آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور اغلب هالیدهای فلزهای قلیایی کم‌تر از $1000\,kJ.mol^{-1}$ است، این عبارت می‌تونه درست باشه.

(ت) آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب حاصل از A و Z خیلی بیشتر از $1000\,kJ.mol^{-1}$ است و عنصر سازندهٔ Z نمی‌تواند یک فلز قلیایی باشد.

مشاوره این سؤال یه نمونه از سؤال‌های تحلیلیه! با توجه به این‌که سهم سؤال‌های تحلیلی در کنکورهای اخیر زیاد شده، بهتون توصیه می‌کنیم که هر جا توی کتاب‌ها، آزمون‌ها و ... این مدل سؤال‌ها رو دیدید، اول دانش خودتون رو محک بزنید و بعدش حتماً پاسخ سؤال رو بخونید تا بتونید مهارتتون رو در این مدل تست‌ها بالا ببرید.

۶۵- گزینه ۲

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱ مثلاً در تبدیل اتن به اتیلن گلیکول، مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن افزایش می‌یابد.

$$C_2H_4 \rightarrow C_2H_6O_2$$
$$\downarrow 2C=-4 \qquad \downarrow 2C=-2$$

۳ فقط تولید فراورده *که مهم نیست! باید می‌گفت* فراوردهٔ سودمند!

۴ مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش‌های شیمیایی همواره عددی مثبت است و نمی‌تواند منفی باشد.

تله ۳ این سؤال، با توجه به شباهت بسیار زیاد با متن کتاب درسی برای اکثر بچه‌ها تله بود. باید حواستون باشه که مفهوم کلمه‌به‌کلمهٔ عبارت‌های کتاب رو بدونید.

ریاضیات

۶۶- گزینه ۳

درس‌نامه اگر a، b و c سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند، داریم:

$$ac=b^2$$

روش گام ۱ سه جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی را a، $a+d$ و $a+2d$ در نظر می‌گیریم. این سه جمله، سه جملهٔ متوالی دنبالهٔ هندسی هم هستند، پس با توجه به درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$a\times(a+2d)=(a+d)^2 \Rightarrow a^2+2ad=a^2+2ad+d^2$$

$$\Rightarrow d^2=0 \Rightarrow d=0$$

گام ۲ $d=0$ است، پس قدرنسبت جملات دنبالهٔ حسابی صفر است و همهٔ جملات آن با هم برابر می‌شوند: $a, a+d, a+2d, \ldots \xrightarrow{d=0} a, a, a, \ldots$ **جملات دنبالهٔ حسابی**

گام ۳ به گفتهٔ سؤال، جملات دنبالهٔ حسابی (همین جملات بالا که همگی برابر a هستند)، جملات دنبالهٔ هندسی هم هستند که واضح است قدرنسبت دنبالهٔ هندسی $r=1$ می‌شود، پس $r+d=1+0=1$ است.

روش

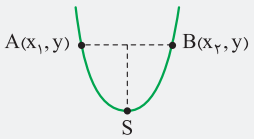
نکته تنها دنباله‌ای که هم حسابی است و هم هندسی، دنبالهٔ ثابت است که در آن قدرنسبت جملات دنبالهٔ حسابی صفر و قدرنسبت جملات دنبالهٔ هندسی ۱ است:

دنباله‌ای که هم حسابی و هم هندسی است: $a, a, a, \ldots$

با توجه به نکتهٔ بالا، $d=0$ و $r=1$ است که $r+d=1$ می‌شود.

۶۷- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ اگر مطابق شکل زیر، دو نقطه با عرض یکسان روی یک سهمی داشته باشیم، طول رأس سهمی (x_S) برابر میانگین طول آن دو نقطه می‌شود؛ یعنی:



$$x_S = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

۲ اگر مختصات رأس یک سهمی $S(\alpha,\beta)$ باشد، معادلهٔ سهمی به صورت زیر می‌شود:

$$y = a(x-\alpha)^2 + \beta$$

۳ برای این‌که ببینیم یک سهمی، محور yها را با چه عرضی قطع می‌کند، کافی است به جای xهای سهمی قرار دهیم صفر و مقدار y را محاسبه کنیم.

گام به گفتهٔ سؤال دو نقطهٔ $A(1,\beta)$ و $B(-5,\beta)$ روی سهمی قرار دارند؛ عرض این دو نقطه یکسان است، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، طول رأس این سهمی می‌شود $x_S = \frac{-5+1}{2} = -2$.

گام عرض رأس این سهمی برابر $-\frac{1}{2}$ است، پس مختصات رأس سهمی $S(-2,-\frac{1}{2})$ می‌شود. حالا طبق مورد (۲) درس‌نامه، معادلهٔ سهمی به صورت زیر می‌شود:

$$y = a(x+2)^2 - \frac{1}{2}$$

گام سهمی محور yها را در نقطه‌ای به عرض $\frac{3}{2}$ قطع می‌کند، پس اگر در معادلهٔ سهمی به جای x قرار دهیم صفر، y برابر $\frac{3}{2}$ می‌شود (طبق مورد (۳) درس‌نامه):

$$y = a(x+2)^2 - \frac{1}{2} \xrightarrow[y=\frac{3}{2}]{x=0} \frac{3}{2} = a\times 4 - \frac{1}{2} \Rightarrow 2 = 4a \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

بنابراین معادلهٔ سهمی به صورت مقابل است: $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - \frac{1}{2}$

گام حالا برای این‌که مقدار β را به دست آوریم، کافی است در معادلهٔ سهمی به جای x قرار دهیم ۱ یا ۵-: (چون سهمی از دو نقطهٔ $(1,\beta)$ و $(-5,\beta)$ می‌گذرد.)

$$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - \frac{1}{2} \xrightarrow{x=1} y = \frac{1}{2}\times 9 - \frac{1}{2} = 4$$

۶۸- گزینه ۲

استراتژی اول طرفین معادلهٔ $3x^2 - 12x - a = 0$ را بر ۳ تقسیم کنید، بعد عبارت $2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7$ را به صورت $(\alpha^2+\beta^2) + (\alpha^2 - 4\alpha) = 7$ بنویسید تا جواب حاصل شود.

درس‌نامه ۱ اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $Ax^2 + Bx + C = 0$ با شرط $\Delta > 0$ باشند، در این صورت جمع (S) و ضرب ریشه‌ها (P) از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شوند:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{B}{A} \quad , \quad P = \alpha\beta = \frac{C}{A}$$

همین‌طور $\alpha^2+\beta^2$ را هم می‌توانیم بر حسب S و P بنویسیم: $\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$

۲ برای به دست آوردن ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $Ax^2 + Bx + C = 0$ دو حالت خاص داریم:

الف) اگر $A + B + C = 0$ باشد، یکی از ریشه‌ها $x = 1$ و ریشهٔ دیگر $x = \frac{C}{A}$ است.

ب) اگر $A + C = B$ باشد، یکی از ریشه‌ها $x = -1$ و ریشهٔ دیگر $x = -\frac{C}{A}$ است.

گام اول معادلهٔ $3x^2 - 12x - a = 0$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$3x^2 - 12x - a = 0 \xrightarrow{\div 3} \underbrace{1}_{A}x^2 \underbrace{-4}_{B}x \underbrace{-\frac{a}{3}}_{C} = 0 \quad (*)$$

طبق مورد (۱) درس‌نامه، مجموع و حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ بالا، برابر است با:

$$S = -\frac{B}{A} = -\frac{-4}{1} = 4 \quad , \quad P = \frac{C}{A} = -\frac{a}{3}$$

گام α و β ریشه‌های معادلهٔ (*) هستند، پس حق داریم آن‌ها را در معادلهٔ (*) جای‌گذاری کنیم؛ ما این‌جا α را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$x^2 - 4x - \frac{a}{3} = 0 \xrightarrow{x=\alpha} \alpha^2 - 4\alpha - \frac{a}{3} = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha = \frac{a}{3}$$

گام حالا به سراغ معادلهٔ $2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7$ می‌رویم:

$$2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7 \Rightarrow \underbrace{(\alpha^2+\beta^2)}_{S^2-2P} + (\alpha^2 - 4\alpha) = 7$$

گام با جای‌گذاری نتایج به‌دست‌آمده از گام‌های (۱) و (۲) در معادلهٔ بالا داریم:

$$16 - 2(-\frac{a}{3}) + \frac{a}{3} = 7 \Rightarrow 16 + \underbrace{\frac{2a}{3} + \frac{a}{3}}_{\frac{3a}{3}} = 7 \Rightarrow 16 + a = 7 \Rightarrow a = -9$$

گام در (*) به جای a قرار می‌دهیم ۹-:

$$x^2 - 4x - \frac{-9}{3} = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر}} \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

بنابراین نسبت مقدار a به ریشهٔ بزرگ‌تر معادله، ۳- است. $\frac{-9}{3} = -3$

(فقط حواستان باشد که معادلهٔ $x^2 - 4x + 3 = 0$ ساده‌شدهٔ معادلهٔ اول یعنی معادلهٔ $3x^2 - 12x - a = 0$ هست.)

۶۹- گزینه ۳

استراتژی باید از تغییر متغیر $x^2 - 2x = t$ کمک بگیرید.

درس‌نامه ۱ **روش روسی برای حل معادلهٔ درجه‌دوم:** برای به دست آوردن ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دومی مثل $ax^2 + bx + c = 0$ که ضریب x^2 برابر ۱ نیست (و با تجزیه به راحتی حل نمی‌شود.) می‌توانیم از این تکنیک استفاده کنیم که ابتدا a را در c ضرب کنیم تا ضریب x^2 برابر ۱ شود، یعنی:

$$a x^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{\text{ضرب}} x^2 + bx + ac = 0$$

حالا باید ریشه‌های معادلهٔ $x^2 + bx + ac = 0$ را با تجزیه به دست آوریم و هر دو ریشهٔ به دست آمده را تقسیم بر a کنیم تا ریشه‌های معادلهٔ اصلی، یعنی $ax^2 + bx + c = 0$ به دست آیند.

۲ در معادلهٔ درجه‌دوم $Ax^2 + Bx + C = 0$ با شرط $\Delta > 0$ داریم:

ضرب ریشه‌ها: $P = \frac{C}{A}$ **جمع ریشه‌ها:** $S = -\frac{B}{A}$

گام اول به جای $(x-2)^2$ می‌نویسیم $(2-x)^2$ و بعد مخرج‌مشترک می‌گیریم:

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-2)^2} = \frac{40}{9} \Rightarrow \frac{\overbrace{(x-2)^2 + x^2}^{x^2-4x+4}}{x^2(x-2)^2} = \frac{40}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2 - 4x + 4}{(x(x-2))^2} = \frac{40}{9} \Rightarrow \frac{2(x^2-2x)+4}{(x^2-2x)^2} = \frac{40}{9}$$

گام از تغییر متغیر $x^2 - 2x = t$ کمک می‌گیریم:

$$\frac{2t+4}{t^2} = \frac{40}{9} \xrightarrow{\div 2} \frac{t+2}{t^2} = \frac{20}{9} \Rightarrow 20t^2 = 9t + 18 \Rightarrow 20t^2 - 9t - 18 = 0$$

گام برای حل معادلهٔ بالا، از روش روسی کمک می‌گیریم:

$$20t^2 - 9t - 18 = 0 \xrightarrow{\text{ضرب}} t^2 - 9t - 360 = 0 \Rightarrow (t-24)(t+15) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 24 \\ t = -15 \end{cases}$$

بنابراین ریشه‌های معادلهٔ $20t^2 - 9t - 18 = 0$، برابر هستند با:

$$\begin{cases} t = \frac{24}{20} = \frac{6}{5} \\ t = \frac{-15}{20} = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

گام به جای t قرار می‌دهیم $x^2 - 2x$:

$$\begin{cases} x^2 - 2x = \frac{6}{5} \Rightarrow x^2 - 2x - \frac{6}{5} = 0 \xrightarrow{\Delta = 4 + \frac{24}{5} > 0} \text{جمع ریشه‌ها} = +2 \\ x^2 - 2x = -\frac{3}{4} \Rightarrow x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0 \xrightarrow{\Delta = 4 - 3 = 1 > 0} \text{جمع ریشه‌ها} = +2 \end{cases}$$

بنابراین جمع ریشه‌های معادله، $2 + 2 = 4$ می‌شود.

۷۰- گزینه ۱

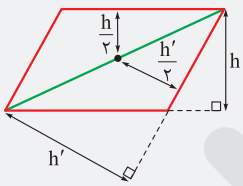
استراتژی اول فاصلهٔ نقطهٔ $(-۶,۳)$ از دو خط $x-۳y=۴$ و $x+۴y=-۳$ را محاسبه کنید، بعد طبق مورد (۳) درس‌نامه می‌توانید بگویید، جواب، نصف اندازهٔ فاصلهٔ بزرگ‌تر می‌شود.

درس‌نامه

۱) خط $ax+by=c$ از نقطهٔ $A(x_۰,y_۰)$ می‌گذرد، اگر و تنها اگر $ax_۰+by_۰=c$ شود.

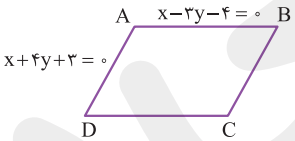
۲) فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_۰,y_۰)$ از خط $ax+by+c=۰$ برابر است با: $AH=\frac{|ax_۰+by_۰+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$

۳) در هر متوازی‌الاضلاع، وسط قطر، همان مرکز متوازی‌الاضلاع است که فاصلهٔ آن تا هر ضلع، برابر نصف اندازهٔ ارتفاع وارد بر آن ضلع است؛ برای درک بهتر این موضوع شکل مقابل را ببینید:



۴) شیب خط $ax+by=c$ برابر است با: $\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y}=-\frac{a}{b}$

گام شیب خط $x-۳y=۴$ (یا همان $x-۳y-۴=۰$) برابر $\frac{۱}{۳}$ و شیب خط $x+۴y=-۳$ (یا همان $x+۴y+۳=۰$) برابر $-\frac{۱}{۴}$ است. شیب این دو خط با هم برابر نیست؛ پس این دو، معادلهٔ خط دو ضلع مجاور متوازی‌الاضلاع هستند؛ بنابراین شکل مسئله به صورت مقابل است:



گام نقطهٔ $(-۶,۳)$ روی هیچ‌کدام از دو خط $x-۳y-۴=۰$ و $x+۴y+۳=۰$ قرار ندارد، چون:

$$x-۳y-۴=۰ \xrightarrow{(-۶,۳)} -۶-۹-۴=-۱۹\neq ۰$$

$$x+۴y+۳=۰ \xrightarrow{(-۶,۳)} -۶+۱۲+۳=۹\neq ۰$$

بنابراین نقطهٔ $(-۶,۳)$، مختصات رأس C (که روی هیچ‌کدام از این دو خط نیست.) می‌شود.

گام فاصلهٔ نقطهٔ $C(-۶,۳)$ را از دو ضلع AB و AD به دست می‌آوریم تا اندازهٔ دو ارتفاع متوازی‌الاضلاع حاصل شود:

$$\frac{|ax_۰+by_۰+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}} \begin{cases} \xrightarrow[(-۶,۳)]{۱x-۳y-۴=۰} \frac{|-۶-(۳\times ۳)-۴|}{\sqrt{۱+۹}}=\frac{۱۹}{\sqrt{۱۰}} \\ \xrightarrow[(-۶,۳)]{۱x+۴y+۳=۰} \frac{|-۶+(۴\times ۳)+۳|}{\sqrt{۱+۱۶}}=\frac{۹}{\sqrt{۱۷}} \end{cases}$$

واضح است که طول ارتفاع بزرگ‌تر، $\frac{۱۹}{\sqrt{۱۰}}$ است، پس بیشترین فاصلهٔ وسط قطر از اضلاع متوازی‌الاضلاع برابر نصف طول این ارتفاع، یعنی $\frac{۱۹}{۲\sqrt{۱۰}}$ می‌شود.

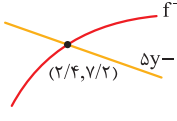
۷۱- گزینه ۲

استراتژی با جای‌گذاری $y=۷/۲$ در خط $۵y-۱۰x=۱۲$، $x=۲/۴$ می‌شود؛ پس می‌توانیم بگوییم طول نقطهٔ برخورد $f^{-۱}$ با خط $۵y-۱۰x=۱۲$، برابر $۲/۴$ و در نتیجه مختصات نقطهٔ تقاطع $(۲/۴,۷/۲)$ است؛ این یعنی $f^{-۱}(۲/۴)=۷/۲$ می‌شود.

حالا با حل معادلهٔ $f(۷/۲)=۲/۴$، مقدار m و بعد از آن $f(\frac{۴}{m})$ به دست می‌آید.

درس‌نامه اگر $f^{-۱}(\alpha)=\beta$ باشد، $f(\beta)=\alpha$ می‌شود.

گام ابتدا برای درک بهتر یک شکل فرضی رسم می‌کنیم.



عرض نقطهٔ تقاطع، $y=۷/۲$ است؛ نقطهٔ تقاطع روی خط $۵y-۱۰x=۱۲$ قرار دارد، پس با جای‌گذاری $y=۷/۲$ در این خط، طول نقطهٔ تقاطع به دست می‌آید:

$$۵y-۱۰x=۱۲ \xrightarrow{y=۷/۲} \underbrace{۵\times ۷/۲}_{۳۶}-۱۰x=۱۲ \Rightarrow ۱۰x=۲۴ \Rightarrow x=۲/۴$$

بنابراین مختصات نقطهٔ تقاطع $(۲/۴,۷/۲)$ است.

گام $f^{-۱}$ از نقطهٔ $(۲/۴,۷/۲)$ می‌گذرد، پس $f^{-۱}(۲/۴)=۷/۲$ می‌شود. حالا طبق درس‌نامه، از این‌که $f^{-۱}(۲/۴)=۷/۲$ است، نتیجه می‌گیریم که $f(۷/۲)=۲/۴$ می‌شود:

$$f(x)=\sqrt{x}\sqrt{mx-۱} \Rightarrow f(۷/۲)=\sqrt{۷/۲}\sqrt{۷/۲m-۱}=۲/۴$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} ۷/۲\times(۷/۲m-۱)=۲/۴\times ۲/۴ \Rightarrow ۷/۲m-۱=۰/۸$$

$$\Rightarrow ۷/۲m=۱/۸ \Rightarrow m=\frac{۱/۸}{۷/۲}=\frac{۱}{۴}$$

بنابراین ضابطهٔ f به صورت $f(x)=\sqrt{x}\sqrt{\frac{۱}{۴}x-۱}$ است.

گام در آخر مقدار $f(\frac{۴}{m})$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f(\frac{۴}{m})=f(\frac{۴}{\frac{۱}{۴}})=f(۱۶)=\underbrace{\sqrt{۱۶}}_{۴}\sqrt{\underbrace{\frac{۱}{۴}\times ۱۶-۱}_{۳}}=۴\sqrt{۳}$$

مشاوره رسم یک شکل فرضی برای حل سؤالات، عموماً به ما کمک می‌کند تا درک بهتری از سؤال داشته باشیم و بتوانیم آن را ساده‌تر حل کنیم.

۷۲- گزینه ۳

استراتژی اول توجه کنید که ۱۲/۵ درصد، یعنی $\frac{۱}{۸}$؛ پس در هر هفته عنصر $\frac{۱}{۸}$ جرمش را از دست می‌دهد و $\frac{۷}{۸}$ جرمش می‌ماند. پس برای محاسبهٔ خواستهٔ سؤال اول باید معادلهٔ $(\frac{۷}{۸})^n=\frac{۱}{۷}$ را حل کنید. بعد جواب به‌دست‌آمده را در ۷ ضرب کنید تا خواستهٔ سؤال به دست آید.

درس‌نامه

۱) برای از بین بردن توان در معادلات نمایی، می‌توانیم از طرفین در مبنای دلخواه، مثلاً x، لگاریتم بگیریم که در این صورت، توان تبدیل به ضریب می‌شود:

$$a^m=b^n \Rightarrow \log_x a^m=\log_x b^n \Rightarrow m\log_x a=n\log_x b$$

۲) بعضی از قوانین لگاریتم به شکل زیرند:

الف) $\log_{b^n} a^m=\frac{m}{n}\log_b a$ ب) $\log_a ۱=۰$

پ) $\log ab=\log a+\log b$ ت) $\log\frac{a}{b}=\log a-\log b$

ث) $\log_b a=\frac{۱}{\log_a b}$

گام این عنصر در هر هفته، ۱۲/۵ درصد از جرم خود را از دست می‌دهد، یعنی جرم آن $۱-\frac{۱۲/۵}{۱۰۰}=۱-\frac{۱}{۸}=\frac{۷}{۸}$ برابر می‌شود، بنابراین پس از n هفته، $(\frac{۷}{۸})^n$ برابر از جرم عنصر باقی خواهد ماند.

گام برای این‌که ببینیم پس از چند هفته $\frac{۱}{۷}$ از جرم عنصر باقی خواهد ماند، کافی است معادلهٔ $(\frac{۷}{۸})^n=\frac{۱}{۷}$ را حل کنیم. از دو طرف این معادله در مبنای ۳ لگاریتم می‌گیریم. (طبق مورد (۱) درس‌نامه):

$$(\frac{۷}{۸})^n=\frac{۱}{۷} \Rightarrow \log_۳(\frac{۷}{۸})^n=\log_۳\frac{۱}{۷} \xrightarrow{\text{قسمت (الف) درس‌نامه}} n\log_۳\frac{۷}{۸}=\log_۳\frac{۱}{۷}$$

$$\xrightarrow{\text{قسمت (ت) درس‌نامه}} n(\log_۳ ۷-\underbrace{\log_۳ ۸}_{۳^۳})=\underbrace{\log_۳ ۱}_{۰}-\log_۳ ۷$$

$$\xrightarrow{\text{قسمت (الف) درس‌نامه}} n(\log_۳ ۷-۳\log_۳ ۲)=-\log_۳ ۷ \quad (*)$$

گام حالا سراغ داده‌های سؤال می‌رویم:

$$\begin{cases}\log_۲ ۳=۱/۶\\ \log_۷ ۳=۰/۶\end{cases} \xrightarrow{\text{قسمت (ث) درس‌نامه}} \begin{cases}\log_۳ ۲=\frac{۱}{۱/۶}=\frac{۱}{\frac{۱۶}{۱۰}}=\frac{۱۰}{۱۶}=\frac{۵}{۸}\\ \log_۳ ۷=\frac{۱}{۰/۶}=\frac{۱}{\frac{۶}{۱۰}}=\frac{۱۰}{۶}=\frac{۵}{۳}\end{cases}$$

گام در آخر مقادیر به دست آمده را در تساوی (*) جای‌گذاری می‌کنیم:

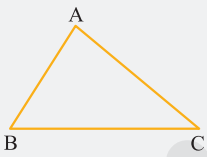
$$\Rightarrow n(\underbrace{\frac{5}{3}-3\times\frac{5}{8}}_{\frac{5}{3}-\frac{15}{8}=\frac{-5}{24}})=-\frac{5}{3}\Rightarrow \not{-}\frac{\not{5}}{24}n=\not{-}\frac{\not{5}}{3}\Rightarrow n=\frac{24}{3}=8$$

تله *خواست باشه یهو الان نزنی ☹. تعداد روز رو می‌خواهیم، نه هفته!*

بنابراین پس از ۸ هفته یا همان $8\times7=56$ روز، $\frac{1}{7}$ از جرم عنصر باقی خواهد ماند.

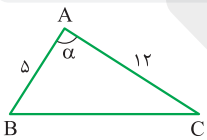
۷۳- گزینه ۱

درس‌نامه مساحت یک مثلث را می‌توانیم با استفاده از سینوس به دست آوریم؛ مثلاً برای مساحت مثلث مقابل، می‌توانیم رابطهٔ زیر را بنویسیم:



$$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin\hat{A}$$

گام ابتدا یک شکل فرضی برای سؤال رسم می‌کنیم: (فرض کنید $AB=5$ ، $AC=12$ و زاویهٔ بین این دو، یعنی A برابر α است.)



گام با کمک درس‌نامه، مساحت این مثلث را به دست می‌آوریم:

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin\alpha\Rightarrow \not{15}=\frac{\not{5}\times\overset{6}{\not{12}}\times\sin\alpha}{\underset{1}{\not{2}}}\Rightarrow 3=6\sin\alpha\Rightarrow\sin\alpha=\frac{1}{2}$$

گام می‌دانیم در هر مثلث، هر زاویه بین صفر و ۱۸۰ درجه است؛ پس α هم بین صفر و ۱۸۰° است که می‌تواند برابر $\frac{\pi}{6}$ یا $\frac{5\pi}{6}$ باشد (سینوس $\frac{\pi}{6}$ و $\frac{5\pi}{6}$ برابر $\frac{1}{2}$ است)، پس اختلاف بیشترین و کم‌ترین مقدار α برابر $\frac{2\pi}{3}=\frac{4\pi}{6}$ است.

۷۴- گزینه ۲

درس‌نامه

۱ $1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$

۲ فرمول‌های طلایی نسبت‌های مثلثاتی دوآلفایی به شکل زیرند:

$$1+\cos(2\alpha)=2\cos^2\alpha\quad,\quad 1-\cos(2\alpha)=2\sin^2\alpha$$

۳ برای محاسبهٔ نسبت‌های مثلثاتی، می‌توانیم هر مضرب زوج دلخواهی از π را اضافه یا کم کنیم.

۴ نسبت‌های مثلثاتی $\alpha+\frac{\pi}{2}$ به شکل زیرند:

$\sin(\alpha+\frac{\pi}{2})=\cos\alpha$	$\cos(\alpha+\frac{\pi}{2})=-\sin\alpha$
$\tan(\alpha+\frac{\pi}{2})=-\cot\alpha$	$\cot(\alpha+\frac{\pi}{2})=-\tan\alpha$

۵ برای به دست آوردن دورهٔ تناوب توابع سینوسی و کسینوسی از روی نمودار، از جدول زیر استفاده می‌کنیم:

یک تناوب کامل	نصف تناوب	یک‌چهارم تناوب

۶ در توابع مثلثاتی به شکل $y=a+b\sin(cx)$ داریم:

(الف)
$$\begin{cases}\max=a+|b|\\ \min=a-|b|\\ a=\frac{\max+\min}{2}\end{cases}$$

(ب) $T=\frac{2\pi}{|c|}$

(پ) اگر نمودار تابع در محل برخورد با محور yها صعودی باشد، $bc>0$ و اگر نزولی باشد، $bc<0$ است.

گام ابتدا با استفاده از مورد (۱) درس‌نامه، عبارت مخرج کسر را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$1+\tan^2(cx-\frac{3\pi}{4})=\frac{1}{\cos^2(cx-\frac{3\pi}{4})}\Rightarrow\frac{b}{1+\tan^2(cx-\frac{3\pi}{4})}=b\cos^2(cx-\frac{3\pi}{4})$$

گام در ادامه از فرمول‌های نسبت‌های دوآلفایی (مورد (۲) درس‌نامه)، کمک می‌گیریم تا توان ۲ کسینوس را از بین ببریم:

$$1+\cos(2\alpha)=2\cos^2(\alpha)$$

$$\xrightarrow{\alpha=cx-\frac{3\pi}{4}} 1+\cos(2cx-\frac{3\pi}{2})=2\cos^2(cx-\frac{3\pi}{4})$$

$$\Rightarrow\cos^2(cx-\frac{3\pi}{4})=\frac{1+\cos(2cx-\frac{3\pi}{2})}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos(2cx-\frac{3\pi}{2})$$

$$\Rightarrow b\cos^2(cx-\frac{3\pi}{4})=\frac{b}{2}+\frac{b}{2}\cos(2cx-\frac{3\pi}{2})$$

گام با توجه به مورد (۳) درس‌نامه، می‌توانیم به $2cx-\frac{3\pi}{2}$ ، 2π را اضافه کنیم:

$$\frac{b}{2}+\frac{b}{2}\cos(2cx-\frac{3\pi}{2}+2\pi)=\frac{b}{2}+\frac{b}{2}\cos(2cx+\frac{\pi}{2})$$

$$\overset{\text{مورد (۴) درس‌نامه}}{=\!=\!=}\ \frac{b}{2}-\frac{b}{2}\sin(2cx)$$

گام حالا در ضابطهٔ تابع f، به جای $\frac{b}{1+\tan^2(cx-\frac{3\pi}{4})}$ قرار می‌دهیم $\frac{b}{2}-\frac{b}{2}\sin(2cx)$:

$$f(x)=\frac{2}{a}-\frac{b}{2}+\frac{b}{2}\sin(2cx)$$

گام با توجه به نمودار تابع، از $x=0$ تا $x=9\pi$ یک تناوب کامل داریم، پس $T=9\pi$ است. حالا با استفاده از مورد (۶ ـ ب) درس‌نامه داریم:

$$\frac{\not{2}\pi}{|\not{2}c|}=\not{9}\pi\Rightarrow|c|=\frac{1}{9}\Rightarrow c=\pm\frac{1}{9}$$

گام نمودار تابع $f(x)=\frac{2}{a}-\frac{b}{2}+\frac{b}{2}\sin(2cx)$ در محل برخورد با محور yها صعودی است، پس طبق مورد (۶ ـ پ) درس‌نامه، $\frac{b}{2}\times2c>0$ ، یعنی $bc>0$ می‌شود.

می‌توانیم برای راحتی کار فرض کنیم b و c هر دو مثبت‌اند، پس $c=+\frac{1}{9}$ است.

گام حداکثر مقدار این تابع برابر ۶ و حداقل مقدار آن برابر صفر است:

$$\xrightarrow{\text{مورد (۶ـالف) درس‌نامه}}\begin{cases}\frac{2}{a}-\frac{b}{2}+|\frac{b}{2}|=6\\ \frac{2}{a}-\frac{b}{2}-|\frac{b}{2}|=0\end{cases}$$

$$\xrightarrow{b\text{ مثبت است}}\begin{cases}\frac{2}{a}-\frac{\not{b}}{\not{2}}+\frac{\not{b}}{\not{2}}=6\Rightarrow a=\frac{1}{3}\\ \frac{2}{a}-\frac{b}{2}-\frac{b}{2}=0\Rightarrow\underbrace{\frac{2}{a}}_{6}-b=0\Rightarrow b=6\end{cases}$$

بنابراین ضابطهٔ تابع f به شکل زیر است:

$$f(x)=\underset{\downarrow}{\frac{2}{a}}-\underset{\uparrow}{\frac{b}{2}}+\underset{\uparrow}{\frac{b}{2}}\sin(\underset{\uparrow}{2}cx)=6-3+3\sin(\frac{2x}{9})=3+3\sin(\frac{2x}{9})$$

$\frac{1}{3}$ ، 6 ، $\frac{1}{9}$

گام مقدار $f(\frac{3\pi}{4})$ را می‌خواهیم:

$$f(\frac{3\pi}{4})=3+3\sin(\underbrace{\frac{2}{9}\times\frac{3\pi}{4}}_{\frac{\pi}{6}})=3+3\times\frac{1}{2}=3+1/5=4/5$$

۷۵- گزینه ۱

استراتژی کافی است سه نامعادلهٔ $m^۲-۴m+۴>۰$، $۲m^۲-۹m-۲>۰$ و $۲m^۲-۹m-۲<m^۲-۴m+۴$ را حل کنید و از جواب‌ها اشتراک بگیرید.

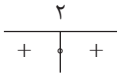
درس‌نامه ۱ اگر دامنهٔ تابع $f(x)$، بازهٔ A باشد، برای به دست آوردن دامنهٔ تابع $f(\bigcirc)$، باید $\bigcirc \in A$ شود، مثلاً اگر دامنهٔ تابع $f(x)$ بازهٔ $[-۲,۳)$ باشد، برای به دست آوردن دامنهٔ تابع $f(۲x-۵)$ باید نامعادلهٔ $-۲ \le ۲x-۵ < ۳$ را حل کنیم.

۲ اگر f تابعی اکیداً صعودی باشد، داریم: $f(\alpha)<f(\beta) \Leftrightarrow \alpha<\beta$

گام دامنهٔ f، مجموعه‌ای از مقادیر مثبت (یا همان $(۰,+\infty)$) است، پس برای به دست آوردن دامنهٔ $f(m^۲-۴m+۴)$، باید نامعادلهٔ زیر را حل کنیم:

$$m^۲-۴m+۴>۰ \Rightarrow (m-۲)^۲>۰ \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} m=۲ \text{ (ریشهٔ مضاعف)}$$

جدول تعیین علامت رسم می‌کنیم:



قسمت‌های مثبت را می‌خواهیم؛ بنابراین:

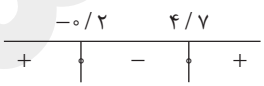
$$x \in (-\infty,۲) \cup (۲,+\infty) \quad (I)$$

گام دامنهٔ $f(۲m^۲-۹m-۲)$ را به دست می‌آوریم:

$$۲m^۲-۹m-۲>۰ \xrightarrow{\Delta=۹۷} \text{ریشه‌ها:} \begin{cases} m=\dfrac{۹+\sqrt{۹۷}}{۴} \\ m=\dfrac{۹-\sqrt{۹۷}}{۴} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\sqrt{۹۷}=۹/۸} \begin{cases} m=\dfrac{۹+۹/۸}{۴}=۴/۷ \\ m=\dfrac{۹-۹/۸}{۴}=-۰/۲ \end{cases}$$

جدول تعیین علامت رسم می‌کنیم:



این‌جا هم به دنبال قسمت‌های مثبت هستیم، پس:

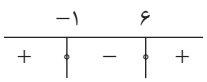
$$m \in (-\infty,-۰/۲) \cup (۴/۷,+\infty) \quad (II)$$

گام f تابعی اکیداً صعودی است، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه داریم:

$$f(۲m^۲-۹m-۲)<f(m^۲-۴m+۴) \Rightarrow ۲m^۲-۹m-۲<m^۲-۴m+۴$$

$$\Rightarrow m^۲-۵m-۶<۰ \Rightarrow (m-۶)(m+۱)<۰ \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} \begin{cases} m=۶ \\ m=-۱ \end{cases}$$

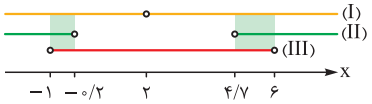
جدول تعیین علامت رسم می‌کنیم:



این‌جا به دنبال مقادیر منفی هستیم، پس:

$$m \in (-۱,۶) \quad (III)$$

گام در آخر با اشتراک‌گرفتن از سه بازهٔ به دست آمده، جواب حاصل می‌شود:



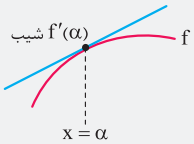
$$\Rightarrow (I) \cap (II) \cap (III) = (-۱,-۰/۲) \cup (۴/۷,۶)$$

این بازه فقط شامل یک عدد صحیح (فقط ۵) است.

۷۶- گزینه ۱

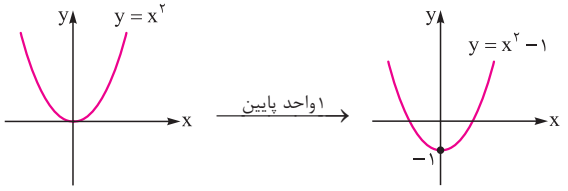
درس‌نامه ۱ اگر $k>۰$ باشد، برای رسم نمودار $y=f(x)+k$ کافی است نمودار $y=f(x)$ را k واحد به بالا و برای رسم نمودار $y=f(x)-k$، کافی است نمودار $y=f(x)$ را k واحد به پایین ببریم.

۲ شیب خط مماس بر منحنی f در نقطه‌ای به طول $x=\alpha$ واقع بر آن برابر $f'(\alpha)$ است:

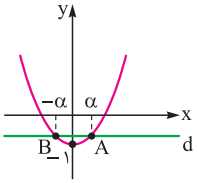


۳ اگر دو خط d و d' بر هم عمود باشند، حاصل‌ضرب شیب‌هایشان -۱ می‌شود.

گام ابتدا نمودار سهمی $y=x^۲-۱$ را رسم می‌کنیم:



گام نمودار $y=x^۲-۱$، نسبت به محور yها متقارن است، پس می‌توانیم فرض کنیم خط d، این منحنی را در دو نقطه به طول‌های α و $-\alpha$ قطع می‌کند. $(\alpha>۰)$

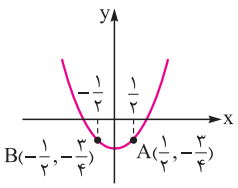


گام مشتق تابع $y=x^۲-۱$، به صورت $y'=۲x$ است، پس شیب خط مماس بر y در نقطه‌ای به طول α برابر ۲α و شیب خط مماس بر y در نقطه‌ای به طول $-\alpha$، برابر -۲α است.

گام این دو خط بر هم عمودند، پس حاصل‌ضرب شیب‌هایشان -۱ است:

$$\Rightarrow (۲\alpha)\times(-۲\alpha)=-۱ \Rightarrow ۴\alpha^۲=۱ \Rightarrow \alpha^۲=\frac{۱}{۴} \xrightarrow{\alpha>۰} \alpha=+\frac{۱}{۲}$$

گام با جای‌گذاری $x=\pm\frac{۱}{۲}$ در ضابطهٔ $y=x^۲-۱$، عرض دو نقطهٔ تماس $y=(\pm\frac{۱}{۲})^۲-۱=\frac{۱}{۴}-۱=\frac{-۳}{۴}$ می‌شود که مجموع عرض دو نقطه $-\frac{۳}{۴}-\frac{۳}{۴}=-\frac{۳}{۲}$ است.



۷۷- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ هر وقت در سؤالی به ما گفته شود که نقطهٔ A روی منحنی $y=f(x)$ قرار دارد (یا گفته باشد بیشترین یا کم‌ترین فاصلهٔ نقاط منحنی $y=f(x)$ را از فلان چیز می‌خواهیم.)، مختصات نقاط روی منحنی را به صورت $(x,f(x))$ در نظر می‌گیریم. برای مثال نقاط روی منحنی $y=\sqrt{x-۱}$ را به صورت $(x,\sqrt{x-۱})$ فرض می‌کنیم.

۲ در مسائل بهینه‌سازی، برای پیداکردن طول نقاط اکسترمم یک تابع، کافی است ریشه‌های صورت و مخرج مشتق آن را محاسبه کنیم.

۳ فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_۰,y_۰)$ از خط $ax+by+c=۰$ برابر است با:

$$AH=\frac{|ax_۰+by_۰+c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$$

گام ابتدا دقت کنید برای این‌که زیر رادیکال منفی نشود، باید $-x-[x^۲] \ge ۰$، یعنی $-x \ge \underbrace{[x^۲]}_{\text{نامنفی}}$ باشد. $x^۲$ نامنفی است، پس $[x^۲]$ هم نامنفی می‌شود؛ یعنی $-x$ هم باید نامنفی باشد، پس $x \le ۰$ است.

حالا با بازه‌بندی داریم:

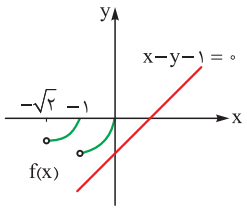
$$f(x)=\begin{cases} -۱<x\le ۰ \Rightarrow -\sqrt{-x-\underbrace{[x^۲]}_{۰}}=-\sqrt{-x} \\ -\sqrt{۲}<x\le -۱ \Rightarrow -\sqrt{-x-\underbrace{[x^۲]}_{۱}}=-\sqrt{-x-۱} \\ -\sqrt{۳}<x\le -\sqrt{۲} \Rightarrow -\sqrt{-x-\underbrace{[x^۲]}_{۲}}=-\sqrt{-x-۲} \\ \vdots \\ \text{بقیهٔ مقادیر نیز غیر قابل قبول‌اند، چون زیر رادیکال منفی می‌شود.} \end{cases}$$

غ ق ق، چون زیر رادیکال منفی می‌شود.

بنابراین ضابطهٔ f به شکل مقابل می‌شود:

$$f(x)=\begin{cases} -\sqrt{-x} & -۱<x\le ۰ \\ -\sqrt{-x-۱} & -\sqrt{۲}<x\le -۱ \end{cases}$$

گام نمودار تابع f و خط $x-y-1=0$ را رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار رسم‌شده، واضح است نقاطی از منحنی f که کم‌ترین فاصله را تا خط دارند، روی $-\sqrt{-x}$ قرار دارند.

گام نقاط روی $f(x)=-\sqrt{-x}$ را به صورت $A(x,-\sqrt{-x})$ نمایش می‌دهیم. فاصلهٔ این نقاط از خط $x-y-1=0$ برابر است با:

$$\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} \xrightarrow[(x,-\sqrt{-x})]{1x-1y-1=0} d(x)=\frac{|x+\sqrt{-x}-1|}{\sqrt{1+1}}$$

x در بازهٔ $[-1,0)$ است که در این بازه، $x+\sqrt{-x}-1$ منفی است *(برای این‌که بهتر متوجه بشید، کافیه به جای x قرار بدین $-\frac{1}{2}$)*، حالا قدرمطلق را برمی‌داریم: $d(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}(-x-\sqrt{-x}+1)$

گام از تابع $d(x)$ مشتق می‌گیریم:

$$d'(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}(-1-\frac{-1}{2\sqrt{-x}})=\frac{1}{\sqrt{2}}(-1+\frac{1}{2\sqrt{-x}})=0$$

$$-1+\frac{1}{2\sqrt{-x}}=0 \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{-x}}=1 \Rightarrow \sqrt{-x}=\frac{1}{2} \Rightarrow -x=\frac{1}{4} \Rightarrow x=-\frac{1}{4}$$

بنابراین طول نقطهٔ اکسترمم این تابع، $x=-\frac{1}{4}$ است. با جای‌گذاری $x=-\frac{1}{4}$ در تابع $d(x)$، جواب حاصل می‌شود:

$$d(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}(-x-\sqrt{-x}+1) \Rightarrow d(-\frac{1}{4})=\frac{1}{\sqrt{2}}(-(-\frac{1}{4})-\sqrt{-(-\frac{1}{4})}+1)$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+1)=\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{4\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{8}$$

۷۸- گزینه ۲

گام می‌خواهیم ۷تا کتاب را طوری بچینیم که وقتی یکی‌یکی برشان می‌داریم تا در گوشهٔ دیگر اتاق بچینیم؛ ترتیب عنوان‌ها به هم نخورد. این اتفاق زمانی می‌افتد که مطابق شکل مقابل کتاب‌های اول و هفتم، هم‌عنوان، کتاب‌های دوم و ششم، هم‌عنوان و همین‌طور کتاب‌های سوم و پنجم هم‌عنوان باشند.



اگر کتاب‌های فیزیک را با F و کتاب‌های ریاضی را با R نشان بدهیم؛ چنین آرایشی در سه حالت اتفاق می‌افتد:

(حالت ۱)	(حالت ۲)	(حالت ۳)
R	R	F
F	R	R
R	F	R
F	F	F
R	F	R
F	R	R
R	R	F

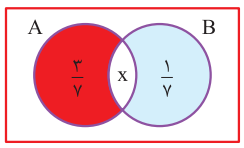
گام در هر کدام از حالت‌های بالا کتاب‌های فیزیک ۳! و کتاب‌های ریاضی ۴! جایگشت دارند چون کتاب‌ها متمایزند، پس جواب مسئله می‌شود:

$$(4!\times3!)+(4!\times3!)+(4!\times3!)=3\times(4!\times3!)=3\times24\times6=432$$

۷۹- گزینه ۱

استراتژی اول نمودار ون را برای دو پیشامد A و B می‌کشیم، بعد مقدار $P(A-B)$ و $P(B-A)$ را در ناحیهٔ مناسب می‌نویسیم. در ادامه مقدار $P(A\cap B)$ را x در نظر می‌گیریم تا بتوانیم $\frac{P(A)}{P(B)}$ را برحسب x بنویسیم. در آخر مقدار x را طوری تنظیم می‌کنیم که $\frac{P(A)}{P(B)}$ کم‌ترین شود.

گام با دو پیشامد A و B طرفیم، پس نمودار ون را به صورت زیر می‌کشیم.



حالا باید احتمال رخدادن پیشامدهای $A-B$ و $B-A$ را در ناحیهٔ مناسب بنویسیم. به گفتهٔ سؤال $P(A-B)=\frac{3}{7}$ است؛ پس در ناحیهٔ قرمزرنگِ مقابل می‌نویسیم $\frac{3}{7}$. از طرفی $P(B-A)=\frac{1}{7}$ است؛ بنابراین در ناحیهٔ آبی‌رنگِ بالا هم باید بنویسیم $\frac{1}{7}$.

گام بیایید فرض کنیم $P(A\cap B)=x$ باشد، در این صورت، طبق نمودار ون، $\frac{P(A)}{P(B)}$ برابر می‌شود با:

$$\frac{P(A)}{P(B)}=\frac{x+\frac{3}{7}}{x+\frac{1}{7}} \Rightarrow \frac{P(A)}{P(B)}=\frac{\frac{7x+3}{7}}{\frac{7x+1}{7}}=\frac{7x+3}{7x+1}$$

نکته هر تابع هموگرافیک مثل $y=\frac{ax+b}{cx+d}$، دو شاخه دارد. در صورتی که $ad-bc>0$ باشد، هر دو شاخه اکیداً صعودی و در صورتی که $ad-bc<0$ باشد، هر دو شاخه اکیداً نزولی هستند.

طبق نکتهٔ بالا، $y=\frac{7x+3}{7x+1}$ یک تابع هموگرافیک با شاخه‌های نزولی است، چون $ad-bc=7-21<0$ است؛ بنابراین اگر حداقلش را می‌خواهیم باید حداکثر x را حساب کنیم.

گام همان‌طور که در نمودار ون گام (۱) می‌بینید؛ از کل احتمال، $\frac{1}{7}+\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$ در قسمت‌های رنگی هستند. x زمانی حداکثر می‌شود که همهٔ «$\frac{4}{7}=\frac{3}{7}$» باقی‌مانده را به $P(A\cap B)$ اختصاص بدهیم؛ یعنی $x_{max}=\frac{3}{7}$ است. بنابراین کم‌ترین مقدار $\frac{P(A)}{P(B)}$ برابر می‌شود با:

$$\frac{P(A)}{P(B)}=\frac{7x+3}{7x+1} \xrightarrow{x_{max}=\frac{3}{7}} \frac{P(A)}{P(B)}=\frac{3+3}{3+1}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

البته می‌توانستیم پای تابع هموگرافیک را وسط نکشیم. $\frac{P(A)}{P(B)}$ را به این صورت می‌نویسیم:

$$\frac{P(A)}{P(B)}=\frac{7x+3}{7x+1}=\frac{(7x+1)+2}{(7x+1)}=\frac{7x+1}{7x+1}+\frac{2}{7x+1}=1+\frac{2}{7x+1}$$

از تساوی بالا هم می‌توانیم بفهمیم که هر چه مخرجِ کسرِ «$\frac{2}{7x+1}$» بزرگ‌تر شود، خودش کوچک‌تر و در نتیجه کل $\frac{P(A)}{P(B)}$ کوچک‌تر خواهد شد؛ بنابراین x باید حداکثر شود و ... .

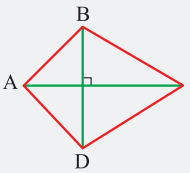
۸۰- گزینه ۱

شفاف‌سازی «هر ضلع واسطهٔ هندسی دو قطر لوزی است»؛ یعنی:

ضرب قطرهای لوزی = $(\text{طول ضلع لوزی})^2$

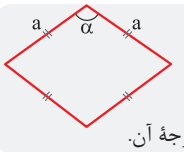
استراتژی مساحت لوزی را یک بار برحسب قطرهای آن و یک بار هم برحسب زاویهٔ داخلی‌اش می‌نویسیم و مساوی هم می‌گذاریم تا زاویه‌های داخلی لوزی پیدا شود.

درس‌نامه ۱ مساحت هر چهارضلعی که قطرهای آن بر هم عمود باشند، برابر است با نصف حاصل‌ضرب قطرهای آن. مثلاً برای مساحت چهارضلعی ABCD در شکل مقابل می‌توانیم رابطهٔ مقابل را بنویسیم: $S_{ABCD}=\frac{1}{2}AC.BD$



چون قطرهای لوزی بر هم عمودند، از این فرمول برای محاسبهٔ مساحت لوزی هم می‌توانیم استفاده کنیم.

۲ اگر لوزی به طول ضلع a، زاویه‌ای برابر با α داشته باشد (مثل شکل مقابل)، مساحت آن برابر است با:

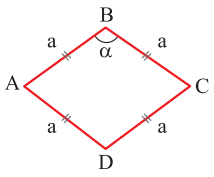


$$S = a^2 . \sin\alpha$$

در این فرمول فرقی نمی‌کند α زاویهٔ حادهٔ لوزی باشد یا زاویهٔ منفرجهٔ آن.

گام (نوشتن مساحت لوزی برحسب زاویهٔ داخلی‌اش)

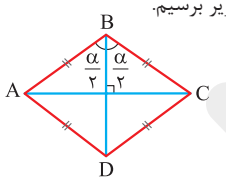
مطابق شکل، زاویهٔ **منفرجهٔ** این لوزی را α و طول ضلعش را a در نظر می‌گیریم. با توجه به قسمت (۲) درس‌نامه، می‌توانیم بنویسیم:



$$S_{ABCD} = a^2 \sin\alpha \quad (۱)$$

گام (نوشتن مساحت لوزی برحسب قطرهایش)

حالا قطرهای لوزی را به شکل بالا اضافه می‌کنیم تا به شکل زیر برسیم.



همان‌طور که در قسمت (۱) درس‌نامه گفتیم برای مساحت این لوزی می‌توانیم رابطهٔ زیر را هم بنویسیم:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC.BD \quad (۲)$$

گام (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال)

طبق شفاف‌سازی داریم: $a^2 = AC \times BD \Rightarrow$ ضرب قطرهای لوزی $= (\text{طول ضلع لوزی})^2$

حالا سمت راست تساوی‌های (۱) و (۲) را مساوی هم می‌گذاریم و به جای $AC \times BD$ می‌نویسیم a^2:

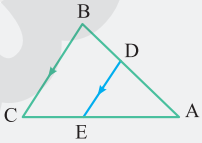
$$\frac{1}{2}\underbrace{AC.BD}_{a^2} = a^2 \sin\alpha \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{a^2} = \cancel{a^2}\sin\alpha \Rightarrow \frac{1}{2} = \sin\alpha$$

$$\xrightarrow{90^\circ < \alpha < 180^\circ} \alpha = 150^\circ$$

پس زاویهٔ بزرگ‌ترِ لوزی 150° است

۸۱- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ اگر در شکل مقابل، DE با BC موازی باشد، طبق تعمیم قضیهٔ تالس می‌توانیم بنویسیم:

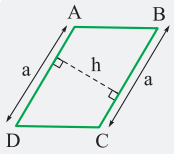


$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

۲ از تساوی $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$، می‌توانیم نتیجه بگیریم که:

$$\begin{cases} a = mk \\ b = nk \end{cases}$$

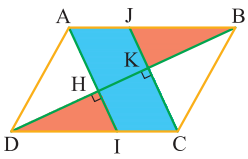
۳ مساحت هر متوازی‌الاضلاع برابر است با حاصل‌ضرب طول ارتفاع در قاعده‌اش. مثلاً در شکل روبه‌رو داریم:



$$S_{ABCD} = h.a$$

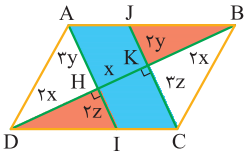
گام (رسم شکل مناسب و تحلیل آن)

همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید؛ AC قطر کوچک متوازی‌الاضلاع ABCD است. طبق خواستهٔ سؤال، از دو سرِ این قطر، عمودهای AH و CK را بر قطر بزرگ (قطر BD) رسم کرده و امتداد می‌دهیم تا ضلع‌های CD و AB را در I و J قطع کنند. الان می‌توانیم بگوییم مثلث BJK (یا DHI) کوچک‌ترین مثلث ساخته‌شده در شکل و چهارضلعی AICJ همان متوازی‌الاضلاع کوچکی است که سؤال از آن حرف می‌زند.



گام (پیداکردن رابطهٔ بین JK و AH)

به گفتهٔ سؤال طول دو پاره‌خط DH و BK، دو برابر طول HK است که این فرض را در شکل نشان داده‌ایم.



از طرفی JK و AH هر دو بر BD عمودند، پس با هم موازی‌اند و در نتیجه طبق تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث ABH، داریم:

$$\frac{JK}{AH} = \frac{BK}{BH} \Rightarrow \frac{JK}{AH} = \frac{2\cancel{x}}{3\cancel{x}} \Rightarrow \frac{JK}{AH} = \frac{2}{3} \quad (*)$$

طبق مورد (۲) درس‌نامه از تساوی (*) نتیجه می‌گیریم که:

$$\begin{cases} JK = 2y \\ AH = 3y \end{cases}$$

اگر همین تالس را در مثلث DKC هم بنویسیم، می‌توانیم نتیجه بگیریم که $HI = 2z$ و $KC = 3z$ است.

گام (پیداکردن رابطهٔ بین y و z) در متوازی‌الاضلاع AICJ، ضلع‌های مقابل به هم AI و CJ برابرند، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$AI = CJ \Rightarrow 3y + 2z = 2y + 3z \Rightarrow y = z$$

گام (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال)

حالا می‌توانیم خواستهٔ سؤال را به دست آوریم:

$$\frac{S(AICJ)}{S(BJK)} = \frac{HK \times JC}{\frac{1}{2}BK \times JK} = \frac{(x)(2y + \overset{y}{3z})}{\frac{1}{2}(2x)(2y)} = \frac{5xy}{2xy} = \frac{5}{2} = 2/5$$

۱۴۰۳ نوبت اول

فیزیک

۱- گزینه ۱

استراتژی در فرایند واپاشی، عدد جرمی و عدد اتمی قبل از فرایند را به ترتیب برابر با مجموع عدد جرمی‌ها و مجموع عدد اتمی‌ها پس از فرایند قرار بدهید. با این روش می‌توانید عدد جرمی و عدد اتمی هستهٔ دختر را پیدا کنید.

درس‌نامه واپاشی بتای منفی (β^-): این ذرات، الکترون‌اند و به همین دلیل، این واپاشی را واپاشی β^- می‌گوییم. فرایند واپاشی β^- را با رابطهٔ زیر بیان می‌کنیم:

$$\overset{\text{هستهٔ مادر}}{{}^{A}_{Z}X} \rightarrow \overset{\text{هستهٔ دختر}}{{}^{A}_{Z+1}Y} + {}^{0}_{-1}e^{-}$$

گام ۱ ابتدا فرایند این واپاشی را می‌نویسیم (هستهٔ دختر را با ${}^{A}_{Z}Y$ نشان دادیم).

$${}^{176}_{71}Lu \rightarrow {}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{-1}e^{-}$$

گام ۲ حالا عدد جرمی و عدد اتمی قبل از فرایند را به ترتیب برابر با مجموع عدد جرمی‌ها و مجموع عدد اتمی‌ها پس از فرایند قرار می‌دهیم تا A و Z هستهٔ دختر را پیدا کنیم.

$$\text{عدد جرمی: } 176 = A + 0 \Rightarrow A = 176$$
$$\text{عدد اتمی: } 71 = Z - 1 \Rightarrow Z = 72$$
$$\Rightarrow {}^{176}_{72}Y$$

پس هستهٔ دختر حاصل از این واپاشی، ${}^{176}_{72}Hf$ است.

۲- گزینه ۲

درس‌نامه در ضربهٔ تراکم، پیستون بالا می‌آید و مخلوط (هوا و بنزین) را به سرعت متراکم می‌کند. در پایان این مرحله که می‌توان آن را به صورت بی‌دررو در نظر گرفت، دما و فشار مخلوط، بسیار بالا می‌رود.

با توجه به درس‌نامه، در ضربهٔ تراکم باید هر دو سوپاپ ورودی و خروجی بسته باشند تا بتوان دما و فشار مخلوط را بسیار بالا برد.

مشاوره در چند سال اخیر، از مباحث توضیحی مربوط به ماشین درون‌سوز بنزینی، سؤالی در کنکورهای سراسری مطرح نشده بود و به نوعی این تست همه را غافلگیر کرد.

۳- گزینه ۳

درس‌نامه قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: کار کل وارد بر یک جسم در یک جابه‌جایی معین، برابر با تغییر انرژی جنبشی آن است.

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

(m: جرم (kg)، v_2: تندی ثانویه $(\frac{m}{s})$، v_1: تندی اولیه $(\frac{m}{s})$)

با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، کل کار انجام‌شده روی توپ را به دست می‌آوریم.

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow{m=450\,g=0/45\,kg,\ v_1=20\,m/s,\ v_2=16\,m/s} W_t = \frac{1}{2}\times 0/45\times(16^2 - 20^2)$$

$$= \frac{1}{2}\times 0/45\times(-144) = -32/4\,J$$

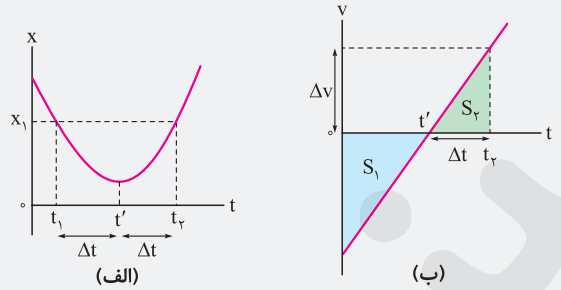
مشاوره قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی، یکی از مهم‌ترین مطالب فصل ۳ کتاب فیزیک دهم است و قابلیت ارتباط به تمام مطالب این فصل را دارد؛ پس این قضیه را به خوبی یاد بگیرید.

۴- گزینه ۲

شفاف‌سازی ۱ متحرک در لحظهٔ $t = 3\,s$ تغییر جهت داده است، یعنی در این لحظه سرعت متحرک صفرشده و تغییر علامت می‌دهد (لحظهٔ $t = 3\,s$ محل برخورد نمودار سرعت ـ زمان با محور t است). **۲** ۷ ثانیهٔ اول یعنی بازهٔ زمانی صفر تا $7\,s$.

استراتژی ابتدا از روی نمودار مکان ـ زمان متحرک، نمودار سرعت ـ زمان آن را رسم می‌کنیم و بعد مساحت‌های زیر نمودار را در بازهٔ زمانی خواسته‌شده پیدا می‌کنیم و به کمک رابطهٔ تندی متوسط و سرعت متوسط به جواب می‌رسیم.

درس‌نامه ۱ اگر نمودار مکان ـ زمان یک متحرک مانند شکل (الف) به صورت سهمی باشد که رأس آن لحظهٔ t' است، نمودار سرعت ـ زمان آن مانند شکل (ب) یک خط راست خواهد بود. همین‌طور که می‌بینید، این نمودار در لحظهٔ t' محور t را قطع می‌کند.



حواستون باشه! در نمودار (الف) گودی (تقعر) نمودار رو به بالا است؛ یعنی علامت شتاب مثبت است، پس شیب نمودار سرعت ـ زمان هم باید مثبت و نمودار سرعت ـ زمان باید صعودی باشد.

۲ محاسبهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط متحرک به کمک نمودار سرعت ـ زمان $(v - t)$

الف) مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t در هر بازهٔ زمانی، بیانگر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی است. اگر نمودار بالای محور t باشد، جابه‌جایی متحرک مثبت و اگر نمودار زیر محور t باشد، جابه‌جایی متحرک منفی است. مثلاً برای شکل (ب) داریم:

نمودار پایین محور t ↑

جابه‌جایی در بازهٔ زمانی ۰ تا t': $\Delta x_1 = -S_1$

جابه‌جایی در بازهٔ زمانی t' تا t_2: $\Delta x_2 = +S_2$ ↓

نمودار بالای محور t

$$\Rightarrow \text{جابه‌جایی در بازهٔ زمانی صفر تا } t_2: \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = -S_1 + S_2$$

ب) مسافت طی‌شده توسط متحرک در هر بازهٔ زمانی برابر با مساحت محصور بین نمودار و محور t در آن بازهٔ زمانی است.

مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی ۰ تا t': $\ell_1 = +S_1$

مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی t' تا t_2: $\ell_2 = +S_2$

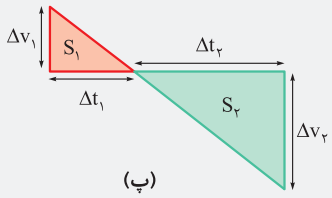
$$\Rightarrow \text{مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا } t_2: \ell = \ell_1 + \ell_2 = S_1 + S_2$$

۳ پس از محاسبهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده، سرعت متوسط و تندی متوسط از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شوند:

سرعت متوسط: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ← جابه‌جایی

تندی متوسط: $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$ ← مسافت طی‌شده

۴ در مثلث‌های متشابه مانند شکل (پ)، نسبت مساحت مثلث‌ها برابر با مجذور نسبت اضلاع متناظر است؛ مثلاً برای شکل روبه‌رو داریم:



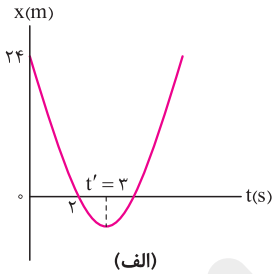
(پ)

$$\frac{S_۲}{S_۱}=(\frac{\Delta t_۲}{\Delta t_۱})^۲=(\frac{\Delta v_۲}{\Delta v_۱})^۲$$

گام نمودار مکان ـ زمان شکل (الف) سه ویژگی دارد:

اول این‌که شیب اولیهٔ نمودار مکان ـ زمان منفی است، پس سرعت اولیه منفی بوده و نمودار سرعت ـ زمان باید از پایین محور t شروع شود. $(v_۰<۰)$

دوم این‌که گودی یا تقعر آن رو به بالا است، پس شتاب حرکت مثبت بوده و باید شیب نمودار سرعت ـ زمان مثبت باشد.

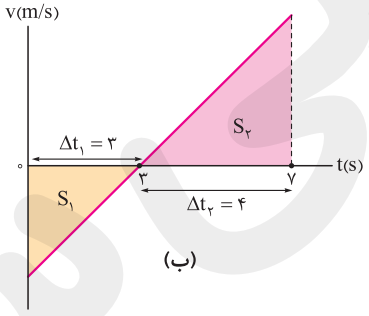


(الف)

سوم این‌که در لحظهٔ $t'=۳\,s$ نمودار در نقطهٔ کمینه قرار دارد و متحرک در این لحظه تغییر جهت داده است، پس نمودار سرعت ـ زمان در لحظهٔ $t'=۳\,s$ محور t را قطع می‌کند.

با این سه ویژگی نمودار سرعت ـ زمان را به صورت شکل (ب) رسم می‌کنیم.

گام برای پیداکردن نسبت تندی متوسط به اندازهٔ سرعت متوسط باید نسبت $S_۱$ و $S_۲$ را در شکل روبه‌رو بدانیم.



(ب)

براساس بررسی نسبت مساحت مثلث‌ها با مجذور اضلاع متناظر آن‌ها (مورد (۴) درس‌نامه) می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{S_۲}{S_۱}=(\frac{\Delta t_۲}{\Delta t_۱})^۲=(\frac{۴}{۳})^۲=\frac{۱۶}{۹}\Rightarrow S_۲=\frac{۱۶}{۹}S_۱$$

گام یک‌راست می‌رویم سراغ نسبت تندی متوسط به اندازهٔ سرعت متوسط در بازهٔ زمانی صفر تا ۷ s و فرمول‌های تندی متوسط و سرعت متوسط را در این نسبت جایگذاری می‌کنیم تا به جواب تست برسیم:

$$\frac{s_{av_{(۰,۷\,s)}}}{|v_{av_{(۰,۷\,s)}}|}=\frac{\frac{\ell_{(۰,۷\,s)}}{\Delta t_{(۰,۷\,s)}}}{\frac{|\Delta x_{(۰,۷\,s)}|}{\Delta t_{(۰,۷\,s)}}}\xrightarrow[|\Delta x_{(۰,۷\,s)}|=|-S_۱+S_۲|]{\ell_{(۰,۷\,s)}=S_۱+S_۲}\frac{s_{av_{(۰,۷\,s)}}}{|v_{av_{(۰,۷\,s)}}|}=\frac{S_۱+S_۲}{|-S_۱+S_۲|}$$

$$=\frac{S_۱+\frac{۱۶}{۹}S_۱}{-S_۱+\frac{۱۶}{۹}S_۱}=\frac{\frac{۲۵}{۹}}{\frac{۷}{۹}}=\frac{۲۵}{۷}$$

تیزبازی با توجه به این‌که سرعت در لحظهٔ $t'=۳\,s$ صفر است، از رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان با سرعت اولیهٔ صفر یعنی $\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲$ به جواب می‌رسیم:

در این بازه حرکت را برعکس می‌کنیم تا سرعت اولیه صفر شود

$$\frac{\overbrace{|\Delta x_{(۰,۳s)}|}+|\Delta x_{(۳s,۷s)}|}{|\Delta x_{(۳s,۷s)}|-|\Delta x_{(۰,۳s)}|}=\frac{\frac{۱}{۲}a(۳)^۲+\frac{۱}{۲}a(۴)^۲}{\frac{۱}{۲}a(۴)^۲-\frac{۱}{۲}a(۳)^۲}=\frac{۹+۱۶}{۱۶-۹}=\frac{۲۵}{۷}$$

تله برای محاسبهٔ نسبت خواسته‌شده، اصلاً به مقدار عددی جابه‌جایی و مسافت نیاز نداریم و $x_۰=۲۴\,m$ و $t_۱=۲\,s$ داده‌شده در شکل، به هیچ کاری نمی‌آیند و دادهٔ وقت‌گیر و اضافه محسوب می‌شوند.

۵- گزینه ۳

شفاف‌سازی فاصلهٔ متحرک تا مبدأ محور، کوچک‌تر یا برابر ۸ m است، یعنی مطابق شکل زیر متحرک در محدودهٔ $[-۸\,m,۸\,m]$ در حال حرکت است.



استراتژی اگر بدانیم متحرک در چه لحظه‌ای در مکان‌های $x_۱=۸\,m$ و $x_۲=-۸\,m$ قرار دارد، می‌توانیم بازهٔ زمانی‌ای را که در این محدوده قرار دارد هم حساب کنیم.

گام در معادلهٔ مکان ـ زمان داده‌شده، یک بار x را برابر ۸ m و یک بار هم برابر −۸ m قرار می‌دهیم تا لحظهٔ عبور متحرک از این مکان‌ها را پیدا کنیم.

$$x=۲t^۲-۱۲t+۸\xrightarrow{x_۱=۸\,m}۸=۲t^۲-۱۲t+۸$$

$$\Rightarrow t^۲-۶t=۰\Rightarrow t_۱=۰,t_۲=۶\,s$$

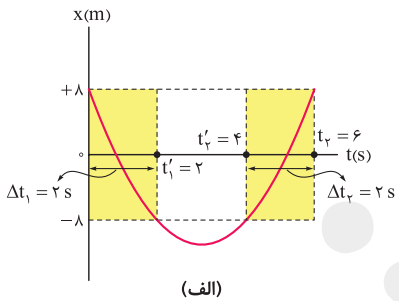
پس متحرک در لحظه‌های صفر و ۶ s از مکان $x_۱=۸\,m$ عبور کرده است.

$$x=۲t^۲-۱۲t+۸\xrightarrow{x_۲=-۸\,m}-۸=۲t^۲-۱۲t+۸$$

$$\Rightarrow t^۲-۶t+۸=۰\Rightarrow t'_۱=۲\,s,t'_۲=۴\,s$$

پس متحرک در لحظه‌های $t'_۱=۲s$ و $t'_۲=۴s$ از مکان $x_۲=-۸m$ عبور کرده است.

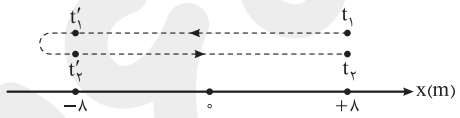
گام حالا با توجه به لحظه‌هایی که در گام اول حساب کردیم و مطابق شکل (الف)، نمودار مکان ـ زمان این حرکت را رسم می‌کنیم تا با چشم غیرمسلح هم ببینیم که چند ثانیه فاصلهٔ متحرک تا مبدأ محور کوچک‌تر یا برابر ۸ m است. در شکل، در بازه‌هایی که رنگی کرده‌ایم، یعنی بازه‌های «صفر تا ۲ s» و «۴ s تا ۶ s» فاصلهٔ متحرک از مبدأ کم‌تر یا برابر ۸ m بوده است.



(الف)

$$\Delta t_{کل}=\Delta t_۱+\Delta t_۲=۲+۲=۴\,s$$

در شکل (ب)، مسیر حرکت متحرک را هم نشان داده‌ایم تا خوب متوجه بشوید که این متحرک از کجاهای محور عبور کرده است.

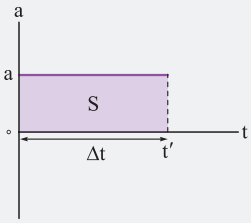


(ب)

۶- گزینه ۴

استراتژی در سؤالاتی که نمودار شتاب ـ زمان متحرک را به شما می‌دهند، نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم کنید. چون با استفاده از نمودار سرعت ـ زمان متحرک، می‌توانید مسافت طی‌شده، جابه‌جایی، سرعت متوسط، تندی متوسط و ... را به دست بیاورید.

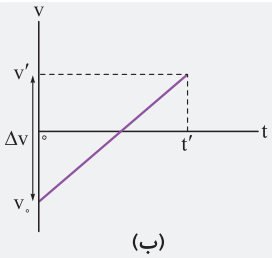
درس‌نامه ۱ **رسم نمودار سرعت ـ زمان از روی نمودار شتاب ـ زمان:** در حرکت شتاب ثابت بر روی خط راست، یکی از روش‌های سریع رسم نمودار سرعت ـ زمان، پیداکردن سرعت متحرک در ابتدا و انتهای بازهٔ زمانی مورد نظرمان است. برای این کار، نمودار شتاب ـ زمان متحرک (مانند شکل (الف)) به ما کمک می‌کند که با رابطهٔ $\Delta v=a\Delta t$ یا محاسبهٔ سطح زیر نمودار (S) تغییرات سرعت متحرک را حساب کنیم: $\Delta v=S$



(الف)

بنابراین اگر سرعت متحرک در یک لحظه (مثلاً سرعت اولیه) را در صورت سؤال به ما بدهند، به راحتی می‌توانیم سرعت در لحظه‌های دیگر (مثلاً سرعت در لحظهٔ t') را حساب کنیم و با رسم یک خط راست، نمودار سرعت ـ زمان متحرک را مانند شکل (ب) رسم کنیم.

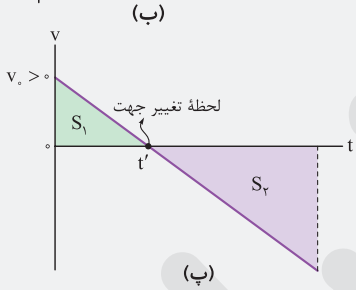
$$\Delta v = v' - v_0 \Rightarrow v' = \Delta v + v_0$$



(ب)

۲ شکل (پ) نمونه‌ای از نمودار سرعت ـ زمان متحرکی است که با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند و در لحظه‌ای مانند t' تغییر جهت داده است. در این شکل، مساحت‌های S_1 و S_2 بیانگر مسافت‌هایی است که متحرک قبل و بعد از تغییر جهت می‌پیماید. در این صورت مسافت کل برحسب S_1 و S_2 به این صورت است:

$$\ell = S_2 + S_1$$

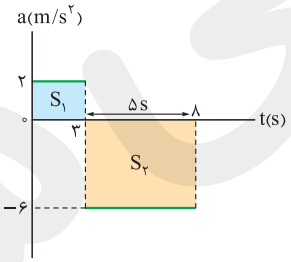


(پ)

۳ پس از محاسبهٔ مسافت کل، تندی متوسط از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \leftarrow \text{تندی متوسط} \quad \rightarrow \text{مسافت طی‌شده}$$

گام به کمک سطح زیر نمودار شتاب ـ زمان روبه‌رو، سرعت متحرک در لحظه‌های $t_1 = 3\,s$ و $t_2 = 8\,s$ را حساب می‌کنیم.



(الف)

$$\Delta v_{(0,3\,s)} = S_1 \Rightarrow v_3 - v_0 = S_1$$

$$\xrightarrow{v_0 = 8\,m/s,\ S_1 = 2\times 3 = 6\,m/s} v_3 - 8 = 6$$

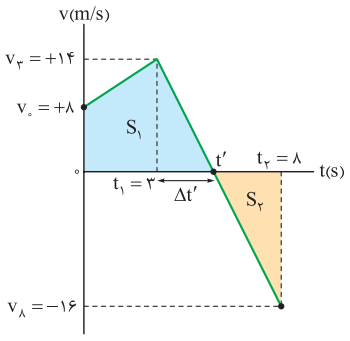
$$\Rightarrow v_3 = 14\,m/s$$

$$\Delta v_{(3,8\,s)} = -S_2 \Rightarrow v_8 - v_3 = -S_2$$

$$\xrightarrow{v_3 = 14\,m/s,\ S_2 = 5\times 6 = 30\,m/s} v_8 - 14 = -30 \Rightarrow v_8 = -16\,m/s$$

گام حالا که سرعت متحرک در لحظه‌های $t_0 = 0$، $t_1 = 3\,s$ و $t_2 = 8\,s$ را داریم، می‌توانیم نمودار سرعت ـ زمان این حرکت را به صورت شکل (ب) رسم کنیم.

تنها نقطهٔ مبهم این نمودار لحظهٔ t' (لحظهٔ تغییر جهت متحرک) است که آن هم با نوشتن شیب نمودار در بازهٔ زمانی t_1 تا t' محاسبه می‌شود:



(ب)

$$|\text{شیب نمودار در بازهٔ } \Delta t'| = |\text{شتاب در بازهٔ } \Delta t'| \Rightarrow \frac{14}{\Delta t'} = |-6|$$

$$\Rightarrow \Delta t' = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} \xrightarrow{\Delta t' = t' - 3} t' - 3 = \frac{7}{3} \Rightarrow t' = \frac{9+7}{3} = \frac{16}{3}\,s$$

گام برای محاسبهٔ تندی متوسط در مدت صفر تا ۸ s باید سطح‌های زیر نمودار (S_1 و S_2) را حساب کنیم. *(چون عددها کسری‌اند، محاسبه‌شون یه‌کم وقت‌گیره. برای همین این گام، وقت‌گیرترین گام حل این سؤاله)*

مساحت مثلث بالای محور t + مساحت ذوزنقهٔ بالای محور $S_1 = t$

$$= \frac{v_0 + v_3}{2} \times (t_1 - 0) + \frac{v_3 \times \Delta t'}{2} = \underbrace{\frac{8+14}{2}}_{33} \times 3 + \underbrace{\frac{14 \times \frac{7}{3}}{2}}_{\frac{49}{3}} = \frac{148}{3}\,m$$

$$S_2 = t \text{ محور زیر مثلث مساحت} = \frac{|v_8| \times (t_2 - t')}{2} = \frac{\overset{8}{\cancel{16}} \times \overbrace{(8 - \frac{16}{3})}^{\frac{8}{3}}}{\cancel{2}} = \frac{64}{3}\,m$$

گام فقط می‌ماند محاسبهٔ تندی متوسط:

$$s_{av} = \frac{\ell_{کل}}{\Delta t} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} = \frac{\frac{148}{3} + \frac{64}{3}}{8 - 0} = \frac{53}{6}\,m/s$$

۷- گزینهٔ ۱

درس‌نامه جابه‌جایی متحرک در n ثانیهٔ k اُم:

$$\Delta x_{(\text{ثانیهٔ } n \text{ اُم } k)} = (k - 0/5)a n^2 + v_0 n$$

(سرعت اولیهٔ متحرک ↑ ، شتاب متحرک ↓)

با توجه به رابطه‌ای که در درس‌نامه گفتیم، نسبت خواسته‌شده را می‌نویسیم: $(v_0 = 0)$

$$\frac{\Delta x_{(\text{ثانیهٔ سوم } n)}}{\Delta x_{(\text{ثانیهٔ دوم } n)}} = \frac{(3 - 0/5)a n^2}{(2 - 0/5)a n^2} = \frac{2/5}{1/5} = \frac{5}{3}$$

مشاوره شاید باورش سخت باشه، اما در همهٔ کنکورها تست تا این اندازه آسان هم هست. حتی گاهی در مبحث سخت حرکت‌شناسی! پس همهٔ تست‌های کنکور را بررسی کنید، شاید زیر این چهرهٔ خشک و خشن، قلبی از طلا باشه!

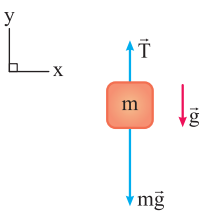
۸- گزینهٔ ۴

درس‌نامه قانون دوم نیوتون:

$$F_{net} = ma \rightarrow (m/s^2)\ \text{شتاب}$$

(جرم (kg) ↑ ، نیروی خالص (N) ↓)

کافی است قانون دوم نیوتون را در راستای قائم (محور y) بنویسیم.



$$F_{net,y} = ma_y \Rightarrow T - mg = -m \times 0/8\,g$$

$$\Rightarrow T = \frac{2}{10}mg \Rightarrow \frac{T}{mg} = \frac{1}{5}$$

۹- گزینهٔ ۲

درس‌نامه ۱ **نیروی مرکزگرا:** در حرکت دایره‌ای یکنواخت، نیروی خالصی در راستای شعاع دایره و به سمت مرکز آن وارد می‌شود. به این نیروی خالص که منجر به حرکت دایره‌ای می‌شود، نیروی مرکزگرا می‌گوییم. نیروی مرکزگرا نیروی جدیدی نیست، نیروهای گرانشی، الکتریکی و ... می‌توانند نیروی مرکزگرا را تأمین کنند. قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای یکنواخت به صورت زیر است:

$$F_{net} = \frac{m v^2}{r} \xrightarrow{v = \frac{2\pi r}{T}} F_{net} = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

(جرم (kg) ↑ ، تندی $(\frac{m}{s})$ ↑ ، شعاع (m) ↓)

۲ **بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی:**

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \rightarrow \text{نیروی عمودی سطح (N)}$$

(ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح ↑ ، بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی (N) ↓)

در رابطهٔ بالا، اگر $F_{\text{محرک}} \le f_{s,max}$ باشد، جسم ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک برابر با $F_{\text{محرک}}$ است و اگر $F_{\text{محرک}} > f_{s,max}$ باشد، جسم حرکت می‌کند و نیروی اصطکاک وارد بر آن از نوع جنبشی (f_k) است.

گام هر دو شخص A و B بر روی یک دیسک افقی گردان قرار دارند؛ پس دورهٔ تناوب آن‌ها یکسان است $(T_A = T_B)$. از طرفی، چون جرم آن‌ها نیز یکسان است $(m_A = m_B)$، پس طبق رابطهٔ $F = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$، نیروی مرکزگرای شخصی بیشتر است که فاصلهٔ آن تا مرکز دوران (r) بیشتر باشد.

$$F = m\frac{4\pi^2 r}{T^2} \xrightarrow[r_B > r_A]{\text{یکسان } T \text{ و } m} F_B > F_A$$

① و ④ پر!

گام نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر هر شخص، نیروی مرکزگرای آن را تأمین می‌کند. با توجه به این‌که نیروی عمودی سطح هر دو شخص و جنس سطوح تماس آن‌ها یکسان است، پس بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی آن‌ها نیز یکسان است:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg \xrightarrow[m_A = m_B]{\mu_{sA} = \mu_{sB}} f_{s,max_A} = f_{s,max_B}$$

اگر تندی دیسک به‌تدریج افزایش یابد، دورهٔ تناوب هر دو شخص A و B کاهش می‌یابد *(چون یه دور رو زودتر می‌زنن)*؛ پس طبق رابطهٔ $F = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$، نیروی مرکزگرای هر دو شخص افزایش می‌یابد.

$$F = m\frac{4\pi^2 r}{T^2} \xrightarrow{T \text{ کاهش}} F \text{ افزایش}$$

برای این‌که بفهمیم با افزایش تندی دیسک، کدام شخص زودتر می‌لغزد، باید ببینیم نیروی مرکزگرای کدام شخص زودتر به $f_{s,max}$ می‌رسد. در لحظه‌ای که نیروی مرکزگرای شخصی به $f_{s,max}$ می‌رسد، آن شخص در آستانهٔ لغزش قرار می‌گیرد و پس از آن با افزایش نیروی مرکزگرا می‌لغزد. طبق رابطهٔ $F = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$، چون جرم (m) و دورهٔ تناوب (T) هر دو شخص یکسان، اما $r_B > r_A$ است؛ پس نیروی مرکزگرای شخص B زودتر به $f_{s,max}$ می‌رسد و در نتیجه زودتر می‌لغزد.

۱۰- گزینه ۳

درس‌نامه **نیروی اصطکاک جنبشی:**

$$f_k = \mu_k F_N$$

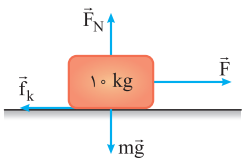
(F_N: نیروی عمودی سطح (N)، μ_k: ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح)

ابتدا باید ببینیم که جسم حرکت می‌کند یا نه! پس به سراغ $f_{s,max}$ می‌رویم.

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg$$

$$\xrightarrow[m=10\,kg,\ g=10\,N/kg]{\mu_s = 0/5} f_{s,max} = 0/5 \times 10 \times 10 = 50\,N$$

چون $F > f_{s,max}$ است، پس جسم بر روی سطح افقی حرکت می‌کند و نیروی اصطکاک وارد بر جسم از نوع جنبشی است. سؤال از ما نیروی خالص وارد بر جسم را می‌خواهد؛ بنابراین از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم.



$$F_{net} = F - f_k \xrightarrow[\mu_k = 0/25,\ m=10\,kg,\ g=10\,N/kg]{f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg,\ F = 55\,N} F_{net} = 55 - 0/25 \times 10 \times 10$$
$$= 55 - 25 = 30\,N$$

مشاوره در صورت سؤال باید مقدار شتاب گرانش $(g = 10\,N/kg)$ داده می‌شد. شاید طراح فرض کرده است که ما خودمان مقدار g را برابر با $10\,N/kg$ در نظر می‌گیریم!

۱۱- گزینه ۴

درس‌نامه **رابطهٔ مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست:**

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$$

(سرعت ابتدایی v_1: (m/s)، سرعت نهایی v_2: (m/s)، شتاب a: (m/s^2)، جابه‌جایی Δx: (m))

نکته برای تبدیل یکای $\frac{km}{h}$ به $\frac{m}{s}$ و برعکس به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{km}{h} \xrightarrow[\div \frac{10}{36}]{\times \frac{10}{36}} \frac{m}{s}$$

گام ابتدا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطه‌های زیر، شتاب خودرو از لحظهٔ ترمز تا لحظهٔ توقف را به دست می‌آوریم.

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \xrightarrow[\Delta x = 10\,m]{v_2 = 0\,m/s,\ v_1 = 36 \times \frac{10}{36} = 10\,m/s} 0^2 - 10^2 = 2a \times 10$$

$$\Rightarrow -100 = 20a \Rightarrow a = -5\,m/s^2$$

گام حالا نیروی اصطکاک بین لاستیک‌ها و سطح جاده را با استفاده از قانون دوم نیوتون محاسبه می‌کنیم.

$$F_{net} = ma \Rightarrow 0 - f_k = ma$$

$$\xrightarrow[a=-5\,m/s^2]{m=1600\,kg} -f_k = 1600 \times (-5) \Rightarrow f_k = 8000\,N$$

۱۲- گزینه ۱

شفاف‌سازی با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر، $\omega = \frac{16\pi}{3}\,rad/s$ است.

درس‌نامه **۱ سرعت متوسط:** نسبت جابه‌جایی متحرک به مدت‌زمان جابه‌جایی.

$$v_{av} = \frac{\Delta x \to \text{جابه‌جایی (m)}}{\Delta t \to \text{مدت‌زمان (s)}}$$

۲ تندی متوسط: نسبت مسافت طی‌شده به مدت‌زمان.

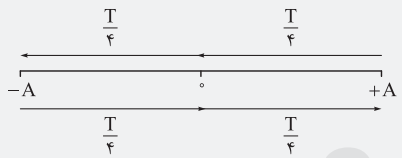
$$s_{av} = \frac{\ell \to \text{مسافت (m)}}{\Delta t \to \text{مدت‌زمان (s)}}$$

۳ معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده:

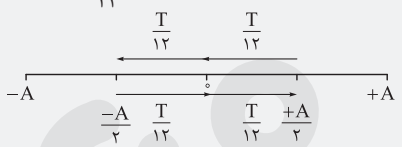
$$x = A\cos\omega t \quad , \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \to \text{دورهٔ تناوب}$$

(x: مکان نوسانگر (m)، A: دامنه (m)، t: زمان (s)، ω: بسامد زاویه‌ای (rad/s))

۴ حداقل مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از انتهای پاره‌خط نوسان به وسط پاره‌خط نوسان برود (و برعکس)، برابر با $\frac{T}{4}$ است.



۵ در حرکت هماهنگ ساده، برای این‌که نوسانگر از مکان $x = \pm\frac{A}{2}$ به مکان $x = 0$ (وضعیت تعادل) برسد (و برعکس)، حداقل به مدت‌زمان $\frac{T}{12}$ نیاز است.



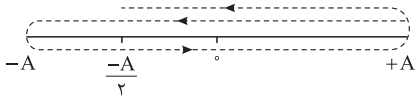
گام با مقایسهٔ معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر با فرم کلی معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده، می‌توانیم بنویسیم:

$$x = A\cos\omega t \xrightarrow{x = A\cos\frac{16\pi}{3}t} \omega = \frac{16\pi}{3}\,rad/s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{\omega = \frac{16\pi}{3}\,rad/s} \frac{16\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{3}{8}\,s$$

گام حالا ۰/۵ ثانیهٔ اول حرکت را برحسب دورهٔ تناوب نوسانگر به دست می‌آوریم تا بتوانیم حرکت نوسانگر در این مدت‌زمان را بررسی کنیم.

$$\frac{t}{T} = \frac{0/5}{\frac{3}{8}} = \frac{4}{3} \Rightarrow t = \frac{4}{3}T = T + \frac{T}{3} = T + \frac{T}{4} + \frac{T}{12}$$



گام در آخر با توجه به شکلی که رسم کردیم، نسبت تندی متوسط نوسانگر به بزرگی سرعت متوسط آن در این مدت‌زمان را به دست می‌آوریم:

$$\frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{\frac{\ell}{\Delta t}}{|\frac{\Delta x}{\Delta t}|} = \frac{\ell}{|\Delta x|} = \frac{4A + A + \frac{A}{2}}{|-\frac{A}{2} - A|} = \frac{\frac{11}{2}A}{\frac{3}{2}A} = \frac{11}{3}$$

۱۳- گزینه ۲

درس‌نامه انرژی مکانیکی سامانهٔ جرم ـ فنر از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

(ثابت فنر: N/m، دامنه: m)

ثابت فنر (k) و دامنهٔ نوسان (A) تغییری نکرده‌اند، پس طبق رابطهٔ $E = \frac{1}{2}kA^2$، انرژی مکانیکی سامانهٔ جرم ـ فنر در هر دو حالت یکسان و برابر با $8\ J$ است.

۱۴- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ شدت صوت: شدت یک موج صوتی در یک سطح، برابر با آهنگ متوسط انرژی‌ای است که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد یا از آن عبور می‌کند.

$$I = \frac{P_{av}}{A}$$

(I: شدت صوت (W/m^2)، P_{av}: توان متوسط صوت (W)، A: مساحت سطحی که صوت با آن برخورد می‌کند (m^2))

۲ تراز شدت صوت:

$$\beta = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

(β: تراز شدت صوت (dB)، I: شدت صوت (W/m^2)، I_0: شدت صوت مرجع (W/m^2))

گام ابتدا شدت صوت را به دست می‌آوریم:

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0} \xrightarrow[I_0=10^{-12}\ W/m^2]{\beta=90\ dB} 90 = 10\log\frac{I}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow 10^9 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-3}\ W/m^2$$

گام حالا آهنگ متوسط انتقال انرژی (توان متوسط) خواسته‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{P_{av}}{A} \xrightarrow[A=1\ cm^2=10^{-4}\ m^2]{I=10^{-3}\ W/m^2} 10^{-3} = \frac{P_{av}}{10^{-4}}$$

$$\Rightarrow P_{av} = 10^{-7}\ W = 10^{-1}\ \mu W$$

مشاوره گاهی اوقات طراح به ما اطلاعات اضافی می‌دهد؛ مثلاً در این سؤال به فاصلهٔ ۵۰متری داده‌شده نیازی نداشتیم!

۱۵- گزینه ۳

درس‌نامه بسامد هماهنگ n اُم در تار مرتعش دو انتها بسته به طول L، از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$

در این رابطه، v تندی انتشار موج عرضی در تار است که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$$

(F: نیروی کشش تار، m: جرم تار)

گام ابتدا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، تندی انتشار موج در تار را به دست می‌آوریم.

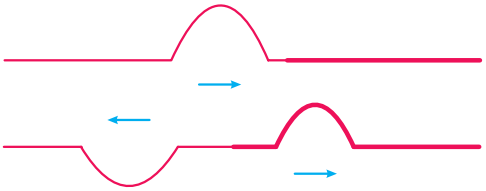
$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \xrightarrow[L=60\ cm=0/6\ m]{F=324\ N,\ m=6\ g=6\times10^{-3}\ kg} v = \sqrt{\frac{324\times0/6}{6\times10^{-3}}} = 180\ m/s$$

گام حالا می‌توانیم بسامد هماهنگ چهارم را محاسبه کنیم.

$$f = \frac{nv}{2L} \xrightarrow[L=0/6\ m]{n=4,\ v=180\ m/s} f = \frac{4\times180}{2\times0/6} = 600\ Hz$$

۱۶- گزینه ۴

طناب نشان داده‌شده از دو بخش نازک و ضخیم تشکیل شده است. وقتی تپ در طناب نازک به مرز دو بخش می‌رسد، بخشی از این تپ باز می‌تابد و بخش دیگر آن عبور می‌کند. بسامد این دو موج، همان بسامد موج فرودی است و چون تندی موج عبوری در قسمت ضخیم کم‌تر از موج بازتاب در قسمت نازک است، پس طبق رابطهٔ $\lambda = \frac{v}{f}$، موج عبوری در قسمت ضخیم، طول موج کم‌تری نسبت به موج بازتاب در قسمت نازک دارد.



مشاوره این سؤال از شکل کتاب درسی طراحی و عیناً در این کنکور آمده است. اگر هنوز کتاب درسی را نخوانده‌اید، حتماً نگاهی به آن بیندازید تا بعداً پشیمان نشوید.

۱۷- گزینه ۴

شفاف‌سازی عدد کوانتومی اولین و دومین خط طیف گسیلی اتم هیدروژن در رشتهٔ پاشن ($n' = 3$) به ترتیب برابر با $n_1 = 4$ و $n_2 = 5$ است.

درس‌نامه ۱ طول موج خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن در هر رشته، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right),\ n > n'$$

(R: ثابت ریدبرگ، n': شمارهٔ رشته)

در این رابطه، طول موج (λ) برحسب نانومتر (nm) است.

۲ اگر بخواهیم عدد کوانتومی (n) خط طیف گسیلی اتم هیدروژن در هر رشته (n') را با استفاده از شمارهٔ خط طیفی آن رشته به دست بیاوریم، به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$\text{شمارهٔ خط طیفی} + n' = n$$

مثلاً عدد کوانتومی (n) پنجمین خط طیف گسیلی اتم هیدروژن در رشتهٔ بالمر ($n' = 2$) برابر است با:

$$n = 2 + 5 = 7$$

با توجه به توضیحاتی که در کادر شفاف‌سازی دادیم، طول موج اولین و دومین خط طیف گسیلی اتم هیدروژن در رشتهٔ پاشن ($n' = 3$) را با استفاده از معادلهٔ ریدبرگ به دست می‌آوریم.

$$\frac{1}{\lambda_1} = R\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n_1^2}\right) \xrightarrow[n_1=4]{n'=3} \frac{1}{\lambda_1} = R\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16}\right) = \frac{7}{144}R \Rightarrow \lambda_1 = \frac{144}{7R}$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \xrightarrow[n_2=5]{n'=3} \frac{1}{\lambda_2} = R\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{25}\right) = \frac{16}{225}R \Rightarrow \lambda_2 = \frac{225}{16R}$$

سؤال از ما نسبت $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ را می‌خواهد. ما هم این نسبت را به دست می‌آوریم.

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{144}{7R}}{\frac{225}{16R}} = \frac{256}{175}$$

۱۸- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ انرژی الکترون در اتم هیدروژن در مدار n اُم:

$$E_n = \frac{-13/6\ eV}{n^2}$$

(n: شمارهٔ مدار الکترون)

۲ در اتم هیدروژن وقتی الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر (E_U) به یک حالت مانا با انرژی کم‌تر (E_L) می‌رود، یک فوتون گسیل می‌شود. انرژی این فوتون برابر با اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و نهایی است.

$$E_{\text{فوتون}} = E_U - E_L$$

۳ بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها در اثر فوتوالکتریک:

$$K_{max} = E_{\text{فوتون فرودی}} - W_0$$

(W_0: تابع کار فلز (J))

گام ابتدا انرژی فوتون فرودی را با استفاده از اختلاف انرژی بین دو تراز $n = 4$ و $n' = 1$ محاسبه می‌کنیم.

$$E_{\text{فوتون}} = E_4 - E_1 = -\frac{13/6}{4^2} - \left(-\frac{13/6}{1^2}\right) = 13/6 - 0/85 = 12/75\ eV$$

گام حالا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیلی از فلز را به دست می‌آوریم.

$$K_{max} = E_{\text{فوتون}} - W_0 \xrightarrow[W_0=5/2\ eV]{E_{\text{فوتون}}=12/75\ eV} K_{max} = 12/75 - 5/2 = 7/55\ eV$$

۱۹- گزینه ۳

استراتژی ۱ میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای $q_۲$ و $q_۳$ را در نقطهٔ A مشخص کنید و برایند آن‌ها را به دست بیاورید.

۲ با معلوم‌بودن بزرگی میدان الکتریکی در نقطهٔ A، میدان الکتریکی حاصل از بار $q_۱$ و اندازهٔ بار آن را محاسبه کنید.

درس‌نامه ۱ **اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از یک ذرهٔ باردار q در فاصلهٔ r از آن:**

$$E = k\frac{|q|}{r^۲}$$

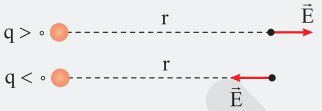
بار الکتریکی (C) → $|q|$

فاصله (m) → r

اندازهٔ میدان الکتریکی (N/C) ← E

ثابت کولن $\left(\frac{N.m^۲}{C^۲}\right)$ → k

۲ جهت میدان الکتریکی، از بارهای مثبت رو به خارج و به سوی بارهای منفی است.



گام بزرگی میدان‌های الکتریکی ناشی از بارهای $q_۲$ و $q_۳$ در نقطهٔ A را به دست می‌آوریم.

$$E_۲ = k\frac{|q_۲|}{r_۲^۲}$$

$$k=۹\times۱۰^۹\ \frac{N.m^۲}{C^۲},\ r_۲=۳۰\ cm=۳\times۱۰^{-۱}\ m,\ |q_۲|=۴\ \mu C=۴\times۱۰^{-۶}\ C \longrightarrow E_۲ = ۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{(۳\times۱۰^{-۱})^۲}$$

$$\Rightarrow E_۲ = \frac{۹\times۴\times۱۰^۳}{۹\times۱۰^{-۲}} = ۴\times۱۰^۵\ N/C$$

$$E_۳ = k\frac{|q_۳|}{r_۳^۲}$$

$$k=۹\times۱۰^۹\ \frac{N.m^۲}{C^۲},\ r_۳=۶۰\ cm=۶\times۱۰^{-۱}\ m,\ |q_۳|=۴\ \mu C=۴\times۱۰^{-۶}\ C \longrightarrow E_۳ = ۹\times۱۰^۹\times\frac{۴\times۱۰^{-۶}}{(۶\times۱۰^{-۱})^۲}$$

$$\Rightarrow E_۳ = \frac{۹\times۴\times۱۰^۳}{۳۶\times۱۰^{-۲}} = ۱۰^۵\ N/C$$

گام با توجه به علامت بارهای الکتریکی $q_۲$ و $q_۳$، جهت میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_۲$ و $\vec{E}_۳$ در نقطهٔ A را مشخص می‌کنیم و میدان الکتریکی خالص حاصل از این دو بار در نقطهٔ A را محاسبه می‌کنیم.



$$E_{۲,۳} = E_۲ - E_۳ = ۴\times۱۰^۵ - ۱۰^۵ = ۳\times۱۰^۵\ N/C$$

گام میدان الکتریکی $\vec{E}_۱$ در نقطهٔ A عمود بر $\vec{E}_{۲,۳}$ است؛ بنابراین داریم:

$$E_A = \sqrt{E_{۲,۳}^۲ + E_۱^۲} \xrightarrow[E_{۲,۳}=۳\times۱۰^۵\ N/C]{E_A=۵\times۱۰^۵\ N/C} ۵\times۱۰^۵ = \sqrt{(۳\times۱۰^۵)^۲ + E_۱^۲}$$

با توجه به رابطهٔ ریاضی $۵k = \sqrt{(۳k)^۲ + (۴k)^۲}$ مقدار $E_۱$ را سریع محاسبه می‌کنیم.

$$E_۱ = ۴\times۱۰^۵\ \frac{N}{C}$$

گام حالا با داشتن بزرگی $E_۱$ و معلوم‌بودن فاصلهٔ بار $q_۱$ تا نقطهٔ A، اندازهٔ بار $q_۱$ را به دست می‌آوریم.

$$E_۱ = k\frac{|q_۱|}{r_۱^۲} \Rightarrow ۴\times۱۰^۵ = ۹\times۱۰^۹\times\frac{|q_۱|}{(۶\times۱۰^{-۱})^۲} \Rightarrow ۴ = \frac{۹\times۱۰^۴\times|q_۱|}{۳۶\times۱۰^{-۲}}$$

$$\Rightarrow |q_۱| = ۱۶\times۱۰^{-۶}\ C = ۱۶\ \mu C$$

تله اگر بدون توجه به جهت میدان‌های الکتریکی $E_۱$ و $E_{۲,۳}$، آن‌ها را جمع جبری کنیم، گزینهٔ نادرست ۱ به دست می‌آید.

۲۰- گزینه ۴

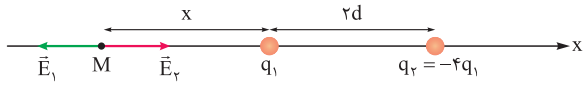
شفاف‌سازی وقتی می‌گوییم میدان الکتریکی خالص ناشی از دو ذرهٔ باردار در نقطه‌ای صفر است، یعنی بردارهای میدان‌های الکتریکی ناشی از این دو بار در نقطهٔ مورد نظر، هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگرند.

درس‌نامه اگر دو ذرهٔ باردار $q_۱$ و $q_۲$ در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار داشته باشند و بخواهیم نقطه‌ای را روی خط واصل دو بار یا امتداد آن تعیین کنیم به طوری که میدان الکتریکی خالص ناشی از این دو ذرهٔ باردار در آن‌جا صفر باشد، نقطهٔ مورد نظر:

۱ در صورتی که $q_۱$ و $q_۲$ همنام باشند، بین آن دو و اگر ناهمنام باشند، خارج از فاصلهٔ بین آن دو قرار می‌گیرد.

۲ همواره به بار الکتریکی‌ای نزدیک‌تر است که اندازهٔ آن کوچک‌تر است.

چون $q_۱$ و $q_۲$ ناهمنام و $|q_۲| > |q_۱|$ است، پس نقطهٔ مورد نظر (نقطهٔ M) روی محور x و در سمت چپ بار $q_۱$ قرار دارد.



حالا اندازهٔ میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ را برابر با یکدیگر قرار می‌دهیم تا مقدار x به دست بیاید.

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow k\frac{|q_۱|}{r_۱^۲} = k\frac{|q_۲|}{r_۲^۲}$$

$$\xrightarrow[r_۱=x,\ r_۲=x+۲d]{|q_۲|=۴|q_۱|} \frac{|q_۱|}{x^۲} = \frac{۴|q_۱|}{(x+۲d)^۲} \Rightarrow \frac{۱}{x} = \frac{۲}{x+۲d}$$

$$\Rightarrow ۲x = x + ۲d \Rightarrow x = ۲d$$

سؤال از ما فاصلهٔ نقطهٔ M از بار $q_۲$ (یعنی $r_۲$) را می‌خواهد که ما آن را به دست می‌آوریم.

$$r_۲ = x + ۲d \xrightarrow{x=۲d} r_۲ = ۲d + ۲d = ۴d$$

تله اگر حواسمان نباشد و فکر کنیم سؤال از ما فاصلهٔ نقطهٔ M از بار $q_۱$ را می‌خواهد، به گزینهٔ نادرست ۲ می‌رسیم.

۲۱- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ **قانون کولن:**

$$F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$$

بار الکتریکی ۱ (C)، بار الکتریکی ۲ (C)، اندازهٔ نیروی الکتریکی (N)، فاصلهٔ بین دو بار (m)، ثابت کولن $\left(\frac{N.m^۲}{C^۲}\right)$، k

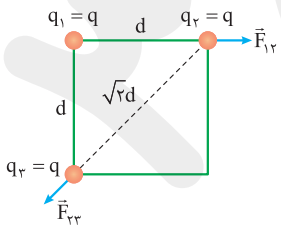
۲ دو بار الکتریکی همنام یکدیگر را دفع می‌کنند.



۳ دو بار الکتریکی ناهمنام یکدیگر را جذب می‌کنند.



گام مربعی به ضلع d و قطر $\sqrt{۲}d$ در نظر می‌گیریم و براساس توضیحات متن سؤال، بارهای الکتریکی را روی شکل نشان می‌دهیم. چون هر سه ذره بار الکتریکی یکسانی دارند، اندازهٔ هر یک را با q نشان داده‌ایم.



گام با استفاده از قانون کولن، نسبت بزرگی نیروی $\vec{F}_{۱۲}$ به بزرگی نیروی $\vec{F}_{۲۳}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_{۱۲}}{F_{۲۳}} = \frac{k\frac{|q_۱||q_۲|}{d^۲}}{k\frac{|q_۲||q_۳|}{(\sqrt{۲}d)^۲}} \xrightarrow{|q_۱|=|q_۳|} \frac{F_{۱۲}}{F_{۲۳}} = \frac{\frac{۱}{d^۲}}{\frac{۱}{۲d^۲}} = ۲$$

مشاوره نکتهٔ عجیب و تاحدی نامناسب که در کنکور نوبت اول ۱۴۰۳ رشتهٔ ریاضی به چشم می‌خورد، این است که هر سه سؤال مربوط به فصل الکتریسیتهٔ ساکن، از نیمهٔ اول فصل مطرح شده‌اند.

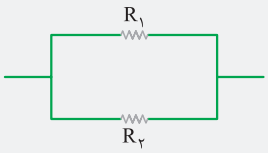
۲۲- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ مقاومت معادل دو مقاومت متوالی:



$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

۲ مقاومت معادل دو مقاومت موازی:



$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

۳ جریان خروجی از باتری:

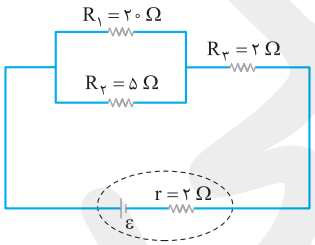
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$$

(ε: نیروی محرکهٔ مولد (V)، R_{eq}: مقاومت معادل خارجی (Ω)، r: مقاومت درونی مولد (Ω))

۴ توان الکتریکی مصرفی در مقاومت معادل مدار برابر با توان خروجی (مفید) مولد است.

$$P = R_{eq} \times I^2$$

گام ۱ مقاومت معادل و جریان الکتریکی گذرنده از باتری (مولد) را در حالتی که کلید باز است (شکل (الف))، به دست می‌آوریم. (در این حالت مقاومت ۶ Ω از مدار خارج می‌شود.) چون R_1 و R_2 موازی هستند، پس مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:



(الف)

$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \times 5}{20 + 5} = 4\ \Omega$$

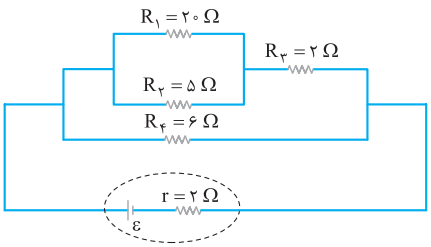
هم‌چنین $R_{1,2}$ و R_3 متوالی هستند؛ بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq} = R_{1,2} + R_3 = 4 + 2 = 6\ \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{\substack{R_{eq}=6\ \Omega \\ r=2\ \Omega}} I = \frac{\varepsilon}{6+2} = \frac{\varepsilon}{8}$$

گام ۲ مقاومت معادل و جریان الکتریکی گذرنده از باتری (مولد) را در حالتی که کلید بسته است (شکل (ب))، به دست می‌آوریم. با توجه به محاسبات گام اول، مقاومت معادل بین R_1، R_2 و R_3 برابر با ۶ Ω است.

چون $R_{1,2,3}$ و R_4 به صورت موازی به هم وصل شده‌اند، مقاومت معادل کل مدار برابر است با:



(ب)

$$R'_{eq} = \frac{R_{1,2,3} \times R_4}{R_{1,2,3} + R_4} = \frac{6 \times 6}{6+6} = 3\ \Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} \xrightarrow{\substack{R'_{eq}=3\ \Omega \\ r=2\ \Omega}} I' = \frac{\varepsilon}{3+2} \Rightarrow I' = \frac{\varepsilon}{5}$$

گام ۳ حالا خواستهٔ سؤال، یعنی نسبت توان خروجی باتری در حالت دوم (کلید بسته) به حالت اول (کلید باز) را به دست می‌آوریم.

$$\frac{P'}{P} = \frac{R'_{eq} \times I'^2}{R_{eq} \times I^2} \xrightarrow[R_{eq}=6\ \Omega, I=\frac{\varepsilon}{8}]{R'_{eq}=3\ \Omega, I'=\frac{\varepsilon}{5}} \frac{P'}{P} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{\frac{\varepsilon}{5}}{\frac{\varepsilon}{8}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{P'}{P} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{8}{5}\right)^2 = \frac{64}{50} = 1/28$$

$$\frac{P' - P}{P} \times 100 = \frac{1/28 \times P - P}{P} \times 100 = \%28$$

پس توان خروجی باتری ۲۸ درصد افزایش می‌یابد.

۲۳- گزینه ۱

درس‌نامه توان مصرفی مقاومت الکتریکی:

$$P = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

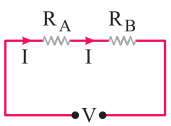
(R: مقاومت (Ω)، I: جریان (A)، V: اختلاف پتانسیل (V))

گام ۱ در حالتی که دو مقاومت الکتریکی به تنهایی به اختلاف پتانسیل ثابتی وصل می‌شوند، نسبت توان مصرفی آن‌ها معلوم است؛ بنابراین می‌توانیم نسبت مقاومت‌های آن‌ها را پیدا کنیم.



$$P_A = 2P_B \Rightarrow \frac{V^2}{R_A} = 2 \times \frac{V^2}{R_B} \Rightarrow R_B = 2R_A$$

گام ۲ در حالتی که دو مقاومت به صورت متوالی به هم بسته می‌شوند، نسبت توان مصرفی مقاومت R_A به توان مصرفی مقاومت R_B را حساب می‌کنیم.



$$\frac{P'_A}{P'_B} = \frac{R_A I'^2}{R_B I'^2} = \frac{R_A}{R_B} \xrightarrow{R_B = 2R_A} \frac{P'_A}{P'_B} = \frac{R_A}{2R_A} = \frac{1}{2}$$

تله ۲ اگر در گام اول، نسبت بین R_A و R_B را به صورت برعکس به دست بیاوریم، به ۳ می‌رسیم.

۲۴- گزینه ۴

استراتژی با توجه به این‌که باتری (۲) از نوع تولیدکننده و باتری (۱) از نوع مصرف‌کننده است و با داشتن عدد ولت‌سنج، جریان الکتریکی مدار را حساب کنید، سپس نیروی محرکهٔ باتری مصرف‌کننده (ε_1) را به دست آورید. در پایان، با توجه به یکسان‌بودن جریان عبوری از هر دو باتری، نسبت توان‌های خواسته‌شده را پیدا کنید.

درس‌نامه ۱ قانون اختلاف پتانسیل‌ها:

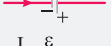
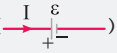
در هر حلقهٔ بسته، مجموع جبری اختلاف پتانسیل‌ها صفر است.

$$\sum V = 0 \Rightarrow \sum \varepsilon - \sum RI = 0$$

در به کار بردن این قانون به نکات زیر توجه کنید:

۱) یک جهت چرخش اختیاری در نظر می‌گیریم.

۲) جهت جریان را در هر حلقه به دلخواه انتخاب می‌کنیم.

۳) برای نوشتن εها، با توجه به چرخش در مدار، اگر از پایانهٔ مثبت باتری خارج شویم  ، نیروی محرکهٔ باتری را مثبت ($+\varepsilon$) و اگر از پایانهٔ منفی باتری خارج شویم ()، نیروی محرکهٔ باتری را منفی ($-\varepsilon$) در نظر می‌گیریم.

۴) برای نوشتن RIها، اگر در جهت جریان از مقاومت R عبور کنیم، چون پتانسیل الکتریکی در حال کاهش است، RI را منفی ($-RI$) و اگر در خلاف جهت جریان از مقاومت R عبور کنیم، چون پتانسیل الکتریکی در حال افزایش است، RI را مثبت ($+RI$) در نظر می‌گیریم. اگر علامت جریان مثبت به دست آمد، یعنی جهت انتخابی درست است و اگر منفی به دست آمد، فقط جهت جریان را در شاخهٔ مورد نظر برعکس می‌کنیم.

۲ توان خروجی باتری:

$$P_{\text{خروجی باتری}} = \varepsilon I - rI^2$$

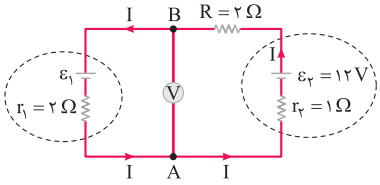
(ε: نیروی محرکهٔ الکتریکی (V)، r: مقاومت درونی مولد (Ω)، I: جریان (A))

۳ توان ورودی باتری:

$$P_{\text{ورودی باتری}} = \varepsilon I + rI^2$$

(ε: نیروی محرکهٔ الکتریکی (V)، r: مقاومت درونی مولد (Ω)، I: جریان (A))

گام با توجه به این‌که باتری ۲ توان خروجی دارد، جهت جریان را روی مدار مشخص می‌کنیم.



نکته مقاومت الکتریکی ولت‌سنج آرمانی، بی‌نهایت است و از شاخه‌ای که ولت‌سنج آرمانی در آن قرار دارد، جریان عبور نمی‌کند.

گام با استفاده از اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B، در جهت جریان از نقطهٔ A به طرف B می‌رویم و جریان الکتریکی مدار را محاسبه می‌کنیم.

$$V_A - Ir_۲ + \varepsilon_۲ - IR = V_B \Rightarrow -I\times۱+۱۲-I\times۲ = V_B - V_A$$

$$\Rightarrow -۳I+۱۲ = ۸/۴ \Rightarrow ۳I = ۳/۶ \Rightarrow I = ۱/۲\,A$$

گام حالا در جهت جریان از نقطهٔ B به طرف نقطهٔ A می‌رویم و $\varepsilon_۱$ را به دست می‌آوریم.

$$V_B - \varepsilon_۱ - Ir_۱ = V_A \Rightarrow V_B - V_A = \varepsilon_۱ + Ir_۱$$

$$\Rightarrow ۸/۴ = \varepsilon_۱ + ۱/۲\times۲ \Rightarrow \varepsilon_۱ = ۸/۴ - ۲/۴ \Rightarrow \varepsilon_۱ = ۶\,V$$

گام در آخر با توجه به یکسان‌بودن جریان عبوری از هر دو باتری، نسبت توان‌های خواسته‌شده را پیدا می‌کنیم.

$$\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{\varepsilon_۲ I - r_۲ I^۲}{\varepsilon_۱ I + r_۱ I^۲} = \frac{\varepsilon_۲ - r_۲ I}{\varepsilon_۱ + r_۱ I} = \frac{۱۲ - ۱\times۱/۲}{۶ + ۲\times۱/۲} = \frac{۱۰/۸}{۸/۴} \Rightarrow \frac{P_۲}{P_۱} = \frac{۹}{۷}$$

۲۵- گزینه ۲

درس‌نامه اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک:

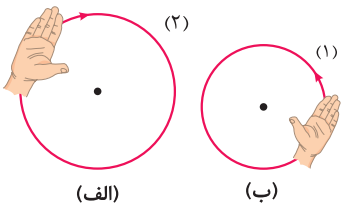
$$F_B = |q|\,v\,B\sin\theta$$

(m/s) تندی — زاویهٔ بین $\vec{v}$ و $\vec{B}$

اندازهٔ بار الکتریکی (C) — اندازهٔ میدان مغناطیسی (T)

برای تعیین جهت این نیرو، از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم. طبق این قاعده، اگر چهار انگشت دست راست را در جهت حرکت بار مثبت $(\vec{v})$ قرار بدهیم به طوری که وقتی آن را خم می‌کنیم در جهت $\vec{B}$ قرار بگیرد، آن‌گاه انگشت شستمان جهت $\vec{F}$ را نشان می‌دهد. توجه کنید که نیروی وارد بر بار منفی در خلاف جهت نیروی وارد بر بار مثبت است.

نوع بار الکتریکی هر دو ذره را با استفاده از قاعدهٔ دست راست مشخص می‌کنیم. طبق این قاعده، اگر چهار انگشت دست راستمان را در جهت حرکت ذره قرار بدهیم به طوری که وقتی آن‌ها را خم می‌کنیم در جهت میدان مغناطیسی قرار بگیرد، آن‌گاه انگشت شستمان جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را نشان می‌دهد. اگر این سه جهت با دست راست جور دربیاید، بار الکتریکی ذره مثبت و اگر با دست چپ جور دربیاید، بار الکتریکی ذره منفی است. در شکل داده‌شده، دو ذره در میدان مغناطیسی یکنواخت و بر روی مسیر دایره‌ای حرکت می‌کنند، پس نیروی مغناطیسی، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند؛ بنابراین انگشت شستمان در قاعدهٔ دست راست باید به سمت مرکز دایره باشد. همان‌طور که در شکل‌های (الف) و (ب) می‌بینید، قاعدهٔ دست راست برای $q_۲$ با دست راست و برای $q_۱$ با دست چپ جور درمی‌آید؛ پس نوع بار الکتریکی $q_۲$ مثبت و نوع بار الکتریکی $q_۱$ منفی است.



۱ و ۴ پَر!

همان‌طور که گفتیم، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره، نیروی مرکزگرای آن را تأمین می‌کند؛ بنابراین با توجه به این‌که شعاع مسیر دایره‌ای ذرهٔ (۲) بزرگ‌تر از ذرهٔ (۱) $(r_۲ > r_۱)$ و میدان مغناطیسی آن‌ها یکسان و جرم و تندی آن‌ها با هم برابر است، می‌توانیم بنویسیم:

$$F = \frac{mv^۲}{r} \xrightarrow{F=|q|vB\sin\theta,\ \theta=۹۰^\circ} |q|\,vB = \frac{mv^۲}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{|q|\,B}$$

$$\xrightarrow[r_۲>r_۱]{\text{یکسان } B,v,m} |q_۱| > |q_۲|$$

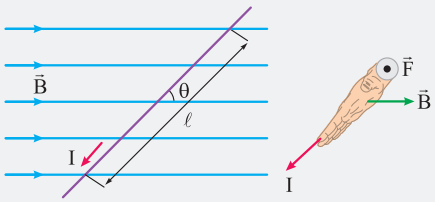
۲۶- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی:

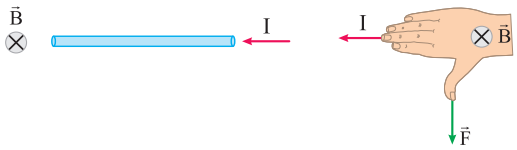
مطابق شکل زیر، اگر چهار انگشت باز دست راست را در جهت جریان در سیم قرار دهیم به طوری که بردار میدان مغناطیسی از کف دستمان خارج شود، شست دست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را نشان می‌دهد.

۲ اگر طول ℓ از میله‌ای که حامل جریان I است، در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ قرار گرفته باشد، اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر این میله از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$F = I\ell B\sin\theta \rightarrow \vec{B} \text{ و } I \text{ زاویهٔ بین}$$



گام ابتدا مطابق شکل زیر، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین می‌کنیم. همان‌طور که می‌بینید، این جهت به سمت پایین است.



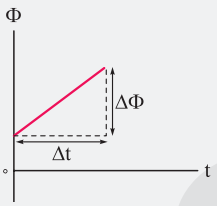
گام حالا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، اندازهٔ این نیرو را به دست می‌آوریم.

$$F = I\ell B\sin\theta \xrightarrow[B=۰/۴۵\times۱۰^{-۴}\,T]{I=۲\,A,\ \ell=۲\,m} F = ۲\times۲\times۰/۴۵\times۱۰^{-۴}\times\sin۹۰^\circ$$

$$= ۱/۸\times۱۰^{-۴}\,N$$

۲۷- گزینه ۱

درس‌نامه قدرمطلق شیب نمودار شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه، پیچه و ... متناسب با بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط است.



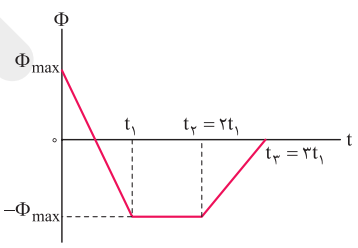
$$\begin{cases} |\text{شیب نمودار}| = \left|\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \\ |\varepsilon_{av}| = N\left|\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \end{cases} \Rightarrow |\varepsilon_{av}| = N\times|\text{شیب نمودار}|$$

گام قدرمطلق شیب نمودار را در هر قسمت به دست می‌آوریم.

$$t_۱ \text{ تا } ۰ \text{ : بازهٔ زمانی صفر تا } t_۱ \text{ : اندازهٔ شیب نمودار} = \frac{|-\Phi_{max} - \Phi_{max}|}{t_۱} = \frac{۲\Phi_{max}}{t_۱}$$

$$t_۲ \text{ تا } t_۱ \text{ : بازهٔ زمانی } \text{ : اندازهٔ شیب نمودار} = ۰$$

$$t_۳ \text{ تا } t_۲ \text{ : بازهٔ زمانی } \text{ : اندازهٔ شیب نمودار} = \frac{|۰-(-\Phi_{max})|}{t_۳ - t_۲} = \frac{\Phi_{max}}{۳t_۱ - ۲t_۱} = \frac{\Phi_{max}}{t_۱}$$



گام با توجه به این‌که قدرمطلق شیب نمودار $\Phi - t$ متناسب با بزرگی نیروی محرکهٔ القایی است، داریم:

$$\varepsilon_۲ = ۰ \text{ و } \frac{|\varepsilon_۱|}{|\varepsilon_۳|} = \frac{۲\frac{\Phi_{max}}{t_۱}}{\frac{\Phi_{max}}{t_۱}} = ۲ \Rightarrow |\varepsilon_۱| = ۲|\varepsilon_۳|$$

۲۸- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ معادلهٔ جریان متناسب سینوسی:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t$$

(بیشینهٔ جریان، دوره)

۲ انرژی ذخیره‌شده در القاگر:

$$U = \frac{1}{2} L I^2$$

(ضریب القاوری (H)، جریان الکتریکی (A))

۳ ضریب القاوری سیملولهٔ آرمانی و بدون هسته:

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell}, \quad A = \pi r^2$$

(تعداد حلقه‌ها، سطح مقطع (m^2)، طول سیملوله (m)، شعاع (m))

شفاف‌سازی با مقایسهٔ فرم کلی معادلهٔ جریان متناوب سینوسی با معادلهٔ داده‌شده در صورت سؤال، متوجه می‌شویم که $I_m = 5\,A$ است.

گام با داشتن بیشینهٔ انرژی ذخیره‌شده در سیم‌لوله، ضریب القاوری را به دست می‌آوریم.

$$U_m = \frac{1}{2} L I_m^2 \Rightarrow 5\times10^{-3} = \frac{1}{2} L \times 5^2 \Rightarrow L = 4\times10^{-4}\ H$$

گام حالا تعداد حلقه‌های سیم‌لوله را به دست می‌آوریم.

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{\ell} \Rightarrow 4\times10^{-4} = 4\pi\times10^{-7} \times \frac{N^2 \times 20\times10^{-4}}{6/28\times10^{-2}}$$

$$\xrightarrow{\pi=3/14} N^2 = \frac{4\times10^{-4}\times 6/28\times10^{-2}}{4\times 3/14\times10^{-7}\times 20\times10^{-4}} = \frac{10^{-6}}{10^{-10}} = 10^4 \Rightarrow N = 100$$

۲۹- گزینه ۱

هر دو ذرهٔ α و β با یک تندی و در یک جهت وارد میدان مغناطیسی یکنواخت می‌شوند و نیروی مغناطیسی وارد بر آن‌ها نیروی مرکزگرای آن‌ها را تأمین می‌کند؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$F = \frac{mv^2}{r} \xrightarrow{F=|q|vB\sin\theta} |q|vB\sin\theta = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{|q|B\sin\theta}$$

با توجه به رابطهٔ بالا، چون اندازهٔ میدان مغناطیسی اعمال‌شده بر هر دو ذرهٔ α و β، تندی و θ آن‌ها یکسان ولی جرم ذرهٔ β خیلی کم‌تر از جرم ذرهٔ α است، پس شعاع انحنای ذرهٔ β کوچک‌تر است. توجه کنید که آن‌قدر جرم ذرهٔ α سنگین‌تر است که دو برابر بودن اندازهٔ بار آن نسبت به بار β به چشم نمی‌آید.

مشاوره معمولاً هر سال حداقل یک سؤال با ایدهٔ خاص در کنکور داریم. این سؤال هم از این‌جور سؤال‌هاست.

۳۰- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ چگالی: نسبت جرم ماده به حجم آن را چگالی می‌گوییم.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

(جرم (kg)، حجم (m^3))

۲ چگالی مخلوط دو ماده:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}}$$

گام ابتدا با توجه به نمودار داده‌شده، چگالی هر یک از مایع‌ها را به دست می‌آوریم.

$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \xrightarrow{\substack{m_A=12\,g \\ V_A=10\,cm^3}} \rho_A = \frac{12}{10} = 1/2\ g/cm^3$$

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} \xrightarrow{\substack{m_B=12\,g \\ V_B=5\,cm^3}} \rho_B = \frac{12}{5} = 2/4\ g/cm^3$$

گام حالا می‌توانیم چگالی مخلوط را در صورتی که جرم مساوی از این دو مایع را استفاده کنیم، محاسبه کنیم.

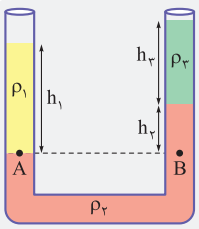
$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}}$$

$$\xrightarrow[\rho_A=1/2\ g/cm^3,\ \rho_B=2/4\ g/cm^3]{m_A=m_B=m} \rho_{مخلوط} = \frac{2m}{\frac{m}{1/2} + \frac{m}{2/4}} = \frac{2m}{\frac{3m}{2/4}}$$

$$= 1/6\ g/cm^3$$

۳۱- گزینه ۳

درس‌نامه اگر چند مایع مخلوط‌نشدنی در یک لولهٔ U‌شکل قرار داشته باشند و از هر دو طرف با هوای آزاد در ارتباط باشند، طبق اصل هم‌فشاری در نقاط هم‌تراز در یک مایع، رابطهٔ زیر برقرار است:

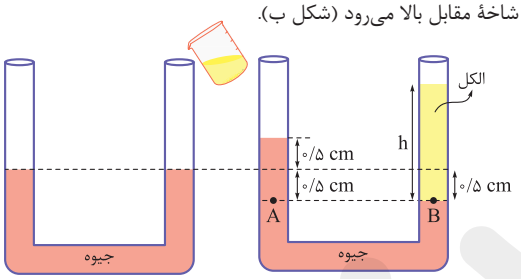


$$P_A = P_B \Rightarrow \cancel{P_0} + \rho_1 g h_1 = \cancel{P_0} + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3$$

$$\Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3$$

در این رابطه مهم این است که یکاهای چگالی‌ها یکسان و یکاهای ارتفاع‌ها یکسان باشند. مثلاً ممکن است چگالی‌ها را برحسب kg/m^3 قرار بدهیم، در حالی که ارتفاع‌ها برحسب cm باشند.

شکل (الف) لولهٔ U‌شکل حاوی جیوه را نشان می‌دهد که در یکی از شاخه‌های آن الکل می‌ریزیم. وقتی الکل را درون یکی از شاخه‌های آن اضافه می‌کنیم، تعادل جیوه به هم می‌خورد و چون سطح مقطع هر دو شاخه یکسان است، پس ارتفاعی که در این شاخه پایین می‌آید، در شاخهٔ مقابل بالا می‌رود (شکل ب).



در شکل (ب)، فشار نقاط A و B با هم برابر است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{جیوه} g h_{جیوه} + P_0 = \rho_{الکل} g h_{الکل} + P_0$$

$$\Rightarrow \rho_{جیوه} h_{جیوه} = \rho_{الکل} h_{الکل}$$

$$\xrightarrow[h_{جیوه}=1\ cm,\ \rho_{الکل}=0/8\ g/cm^3]{\rho_{جیوه}=13/6\ g/cm^3} 13/6\times1 = 0/8\,h_{الکل} \Rightarrow h_{الکل} = 17\ cm$$

سؤال از ما حجم الکل اضافه‌شده را می‌خواهد که ما آن را به راحتی می‌توانیم به دست بیاوریم.

$$V_{الکل} = A h_{الکل} \xrightarrow[h_{الکل}=17\ cm]{A=2\ cm^2} V_{الکل} = 2\times17 = 34\ cm^3$$

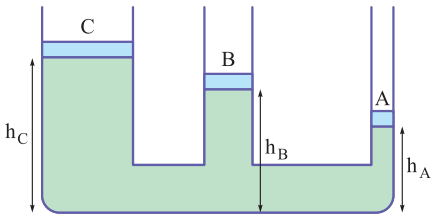
۳۲- گزینه ۱

درس‌نامه فشار: نیرویی که به طور عمود بر سطحی وارد می‌شود، فشار ایجاد می‌کند و رابطهٔ آن به صورت مقابل است.

$$P = \frac{F}{A}$$

(نیروی عمودی (N)، مساحت (m^2)، فشار (Pa))

جرم وزنه‌ها یکسان و سطح مقطع پیستون‌ها متفاوت است. طبق رابطهٔ $P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A}$، پیستونی که سطح مقطع آن کوچک‌تر است، فشار بیشتری ایجاد می‌کند. پس $P_A > P_B > P_C$ و در نتیجه $h_C > h_B > h_A$ است.



۳۳- گزینه ۴

درس‌نامه

۱ کار کل: به جمع جبری کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم، کار کل می‌گوییم.

$$W_t = W_1 + W_2 + \dots$$

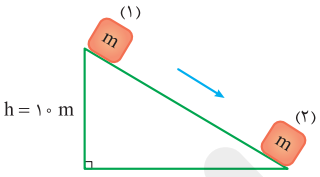
۲ کار نیروی وزن:

$$W = \pm mgh$$

(جرم جسم (kg)، شتاب گرانش (m/s^2)، رو به پایین، رو به بالا، اندازهٔ جابه‌جایی در راستای قائم (m))

کار نیروی وزن به مسیر حرکت جسم بستگی ندارد و وابسته به تغییر ارتفاع جسم است.

قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی را بین دو نقطهٔ شروع و پایان مسیر می‌نویسیم و با استفاده از آن، کار نیروهای مقاوم روی جسم را به دست می‌آوریم.



$$W_t = \Delta K = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{mg} + W_f = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow[g=10\ m/s^2, h=10\ m]{m=100\ g=0/1\ kg, v_1=4\ m/s, v_2=10\ m/s}$$

$$0/1\times10\times10 + W_f = \frac{1}{2}\times0/1\times(10^2 - 4^2) \Rightarrow 10 + W_f = 4/2 \Rightarrow W_f = -5/8\ J$$

۳۴- گزینه ۲

درس‌نامه

۱ گرمای لازم برای تغییر دما:

$$Q = mc\Delta T \quad \text{و} \quad \Delta T = \Delta\theta$$

(جرم جسم (kg)، گرما (J)، گرمای ویژهٔ جسم $(\frac{J}{kg.K})$، تغییرات دما برحسب درجهٔ سلسیوس، تغییرات دما برحسب کلوین)

۲ گرمای لازم برای تغییر حالت از جامد به مایع:

$$Q = mL_F$$

(جرم جسم (kg)، گرمای نهان ذوب جسم $(\frac{J}{kg})$)

۳ گرمای لازم برای تغییر حالت از بخار به مایع:

$$Q = -mL_V$$

(جرم بخار (kg)، گرمای نهان تبخیر مایع $(\frac{J}{kg})$)

۴ طبق قانون پایستگی انرژی، جمع جبری گرماهای مبادله‌شده تا رسیدن به حالت تعادل، برابر با صفر است.

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots = 0$$

وقتی مقداری بخار آب $100\ ^\circ C$ را وارد محفظهٔ حاوی ۱۰۰ گرم یخ با دمای صفر درجهٔ سلسیوس می‌کنیم، یخ گرما می‌گیرد و بخار آب گرما از دست می‌دهد. هم‌چنین در این آزمایش، محفظه ۶۵۴۰ J گرما می‌گیرد و در نهایت همگی در دمای صفر درجهٔ سلسیوس به تعادل می‌رسند. *(چون سؤال حداقل جرم بخار آب رو خواسته.)*

دو طرحوارهٔ زیر را ببینید:

$$100\ g\ \text{یخ}\ 0^\circ C \xrightarrow{Q_1} 100\ g\ \text{آب}\ 0^\circ C$$

$$m\ \text{کیلوگرم بخار آب}\ 100^\circ C \xrightarrow{Q_2} m\ \text{کیلوگرم آب}\ 100^\circ C \xrightarrow{Q_3} m\ \text{کیلوگرم آب}\ 0^\circ C$$

طبق قانون پایستگی انرژی، جمع جبری گرماهای مبادله‌شده تا رسیدن به حالت تعادل برابر با صفر است. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_{\text{محفظه}} = 0$$

$$\Rightarrow m_{\text{یخ}}L_F - m_{\text{بخار آب}}L_V + m_{\text{بخار آب}}c\Delta\theta + Q_{\text{محفظه}} = 0$$

$$\Rightarrow 100\times10^{-3}\times336000 - m_{\text{بخار آب}}\times2256000 + m_{\text{بخار آب}}\times4200\times(0-100) + 6540 = 0 \Rightarrow 2676000\,m_{\text{بخار آب}} = 40140$$

$$\Rightarrow m_{\text{بخار آب}} = 15\times10^{-3}\ kg = 15\ g$$

۳۵- گزینه ۲

درس‌نامه با توجه به معادلهٔ حالت گاز کامل $(PV = nRT)$، برای مقایسهٔ دو حالت مختلف، رابطهٔ کلی زیر را در نظر بگیرید و هر کمیتی را که در سؤال ثابت فرض شده بود، از طرفین این رابطه حذف کنید.

$$\frac{P_1V_1}{n_1T_1} = \frac{P_2V_2}{n_2T_2}$$

(فشار، حجم، دما (K)، تعداد مول)

گام در حالت اول، فشار گاز زیر پیستون برابر با مجموع فشار هوا و فشار ناشی از وزن پیستون قرارگرفته در بالای گاز است. فشار و حجم گاز در این حالت را به دست می‌آوریم.

$$P_1 = \frac{W_1}{A} + P_0 \xrightarrow[P_0=10^5\ Pa]{W_1=40\ N} P_1 = \frac{40}{A} + 10^5, V_1 = Ah_1 = 26\times10^{-2}A$$

گام فشار و حجم گاز در حالت دوم را که وزنه‌ای روی آن قرار داده‌ایم نیز محاسبه می‌کنیم.

$$P_2 = \frac{W_2}{A} + P_0 \xrightarrow[P_0=10^5\ Pa]{W_2=W_1+80=40+80=120\ N} P_2 = \frac{120}{A} + 10^5$$

$$V_2 = Ah_2 = 22\times10^{-2}A$$

گام حالا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، سطح مقطع قاعدهٔ پیستون را پیدا می‌کنیم.

$$\frac{P_1V_1}{n_1T_1} = \frac{P_2V_2}{n_2T_2} \xrightarrow{n_1=n_2,\ T_1=T_2} P_1V_1 = P_2V_2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{40}{A} + 10^5\right)\times26\times\cancel{10^{-2}}A = \left(\frac{120}{A} + 10^5\right)\times22\times\cancel{10^{-2}}A$$

$$\Rightarrow \frac{26\times40}{A} + 26\times10^5 = \frac{22\times\cancel{120}^{3\times40}}{A} + 22\times10^5$$

$$\Rightarrow \frac{40\times\cancel{40}^{10}}{A} = \cancel{4}\times10^5 \Rightarrow A = 4\times10^{-3}\ m^2 = 40\ cm^2$$

شیمی

۳۶- گزینه ۱

درس‌نامه مراحل فرمول‌نویسی ترکیب‌های یونی:

۱ در سمت چپ، فرمول کاتیون و در سمت راست، فرمول آنیون را می‌نویسیم.

۲ بار کاتیون را به عنوان زیروند آنیون و بار آنیون را به عنوان زیروند کاتیون قرار می‌دهیم. دقت کنید که در مورد یون‌های چندتایی باید از پرانتز استفاده کنیم و زیروند را بیرون پرانتز قرار دهیم. (زیروند، متعلق به همهٔ اتم‌های داخل پرانتز است.)

۳ زیروندها را تا آن‌جا که ممکن است، ساده می‌کنیم و از نوشتن زیروند ۱ خودداری می‌کنیم.

◆ مهم‌ترین کاتیون‌ها و آنیون‌هایی که باید *بلد باشین*، در جدول زیر آورده شده‌اند:

نام کاتیون	فرمول کاتیون
لیتیم، سدیم، پتاسیم، روبیدیم و سزیم (کاتیون‌های گروه ۱)	Li^+ ، Na^+ ، K^+ ، Rb^+ و Cs^+
منیزیم، کلسیم، استرانسیم و باریم (کاتیون‌های گروه ۲)	Mg^{2+} ، Ca^{2+} ، Sr^{2+} و Ba^{2+}
آلومینیم و گالیم (کاتیون‌های گروه ۱۳)	Al^{3+} و Ga^{3+}
روی، کادمیم، اسکاندیم و نقره (کاتیون فلزهای واسطهٔ تک‌ظرفیتی)	Zn^{2+} ، Cd^{2+} ، Sc^{3+} و Ag^+
آهن، کروم، وانادیم (II) و (III) و مس (I) و (II) (کاتیون فلزهای واسطهٔ چندظرفیتی)	Fe^{2+} و Fe^{3+} / Cr^{2+} و Cr^{3+} / V^{2+} و V^{3+} / Cu^+ و Cu^{2+}
آمونیوم	NH_4^+

نام آنیون	فرمول آنیون
فلوئورید، کلرید، برمید و یدید (هالیدها)	F^- ، Cl^- ، Br^- و I^-
اکسید و سولفید	O^{2-} و S^{2-}
نیترید و فسفید	N^{3-} و P^{3-}
نیترات و هیدروکسید سیانید و پرمنگنات استات (اتانوات) فرمات (متانوات) هیدروژن کربنات (آنیون‌های چنداتمی با بار ۱−)	NO_3^- و OH^- CN^- و MnO_4^- CH_3COO^- $HCOO^-$ HCO_3^-
کربنات، سولفات (آنیون‌های چنداتمی با بار ۲−)	CO_3^{2-} و SO_4^{2-}
فسفات	PO_4^{3-}
سیلیکات	SiO_4^{4-}

مثال: آمونیوم سولفات: $NH_4^+ \; SO_4^{2-} \Rightarrow (NH_4)_2SO_4$

آمونیوم نیترات: $NH_4^+ \; NO_3^- \Rightarrow NH_4NO_3$

گام نسبت شمار کاتیون به آنیون در آلومینیم سولفات را به دست می‌آوریم:

$$Al^{3+}, SO_4^{2-} \Rightarrow Al_2(SO_4)_3 \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{2}{3}$$

گام چک می‌کنیم که در تشکیل کدام ترکیب، شمار الکترون‌های مبادله‌شده، ۳ برابر نسبت شمار کاتیون به آنیون در آلومینیم سولفات است:

$$\text{شمار الکترون‌های مبادله‌شده} = 3 \times \frac{2}{3} = 2$$

نکته شمار الکترون‌های مبادله‌شده در تشکیل ترکیب‌های یونی را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:

تعداد آنیون × قدرمطلق بار آنیون = تعداد کاتیون × بار کاتیون = شمار الکترون‌های مبادله‌شده

به عنوان نمونه، شمار الکترون‌های مبادله‌شده در تشکیل هر واحد فرمولی از Na_2O برابر با $2 \times 1 = 2$ است.

۱) $Na^+, CO_3^{2-} \Rightarrow Na_2CO_3 \Rightarrow$ شمار الکترون‌های مبادله‌شده $= 2 \times 1 = 2$ ✓

۲) $Co^{3+}, O^{2-} \Rightarrow Co_2O_3 \Rightarrow$ شمار الکترون‌های مبادله‌شده $= 2 \times 3 = 6$ ×

۳) $K^+, CH_3COO^- \Rightarrow KCH_3COO$ یا CH_3COOK

$\Rightarrow$ شمار الکترون‌های مبادله‌شده $= 1 \times 1 = 1$ ×

۴) $Li^+, HCOO^- \Rightarrow LiHCOO$ یا $HCOOLi$

$\Rightarrow$ شمار الکترون‌های مبادله‌شده $= 1 \times 1 = 1$ ×

۳۷- گزینه ۲

عبارت‌های «الف» و «پ» درست‌اند.

گام ابتدا به کمک آرایش الکترونی یون‌ها، باید ببینیم با چه عنصرهایی سروکار داریم:

$A^+ : \ldots 3p^6 \Rightarrow A : [_{18}Ar]\, 4s^1 \Rightarrow {}_{19}K$

$E^{3+} : \ldots 3d^5 \Rightarrow E : [_{18}Ar]\, 3d^6 4s^2 \Rightarrow {}_{26}Fe$

$X^{2-} : \ldots 3p^6 \Rightarrow X : [_{10}Ne]\, 3s^2 3p^4 \Rightarrow {}_{16}S$

$D^- : \ldots 4p^6 \Rightarrow D : [_{18}Ar]\, 3d^{10} 4s^2 4p^5 \Rightarrow {}_{35}Br$

گام حالا می‌ریم سراغ بررسی عبارت‌ها:

(الف) بین دو عنصر $_{19}A$ و $_{26}E$، ۶ عنصر با عددهای اتمی ۲۰ تا ۲۵ وجود دارد. عنصر $_{16}X$ نیز در گروه ۱۶ قرار داشته و دارای ۶ الکترون ظرفیتی است. ✓

(ب) $A^+, X^{2-} \Rightarrow A_2X$

$\Rightarrow$ شمار الکترون‌های مبادله‌شده $=$ تعداد کاتیون × بار کاتیون $= 1 \times 2 = 2e^-$

$$0/2\ mol\ A_2X \times \frac{2\ mol\ e^-}{1\ mol\ A_2X} \times \frac{6/02 \times 10^{23}\ e^-}{1\ mol\ e^-} = 2/408 \times 10^{23}\ e^-$$ ×

(پ) یون‌های $_{16}X^{2-}$ و $_{35}D^-$ به ترتیب به آرایش گاز نجیب هم‌دوره با عنصر سازنده‌شان ($_{18}Ar$ و $_{36}Kr$) رسیده‌اند. اما در بین کاتیون‌ها، $_{19}A^+$ به آرایش گاز نجیب قبل از خود ($_{18}Ar$) رسیده است، در حالی که $_{26}E^{3+}$، آرایش گاز نجیب را ندارد. ✓

نکته همهٔ آنیون‌های پایدار جدول تناوبی (مثل F^-، Cl^-، O^{2-}، S^{2-}، P^{3-} و ...) به آرایش الکترونی گاز نجیب هم‌دورهٔ خود می‌رسند. یعنی آرایش الکترونی آن‌ها مشابه آرایش الکترونی گاز نجیب پس از خود است:

$$_{15}P^{3-} = [_{18}Ar], \; _{8}O^{2-} = [_{10}Ne], \; _{35}Br^- = [_{36}Kr]$$

اما کاتیون‌ها یا به آرایش گاز نجیب نمی‌رسند (مثل $_{26}Fe^{3+} : [_{18}Ar]\, 3d^5$) و یا به آرایش الکترونی گاز نجیب دورهٔ قبل از خود می‌رسند. (مثل $_{20}Ca^{2+} = [_{18}Ar]$)

(ت) $_{26}E$ و $_{35}D$ به ترتیب عنصرهای آهن و برم هستند که در واکنش با یکدیگر، می‌توانند دو ترکیب با فرمول‌های $FeBr_2$ و $FeBr_3$ تشکیل دهند. عنصرهای $_{19}A$ و $_{16}X$ به ترتیب پتاسیم و گوگرد هستند که در واکنش با یکدیگر، تنها یک نوع ترکیب با فرمول K_2S تشکیل می‌دهند.

$$\frac{\text{شمار اتم‌های } FeBr_2}{\text{شمار اتم‌های } K_2S} = \frac{4}{3}, \quad \frac{\text{شمار اتم‌های } FeBr_3}{\text{شمار اتم‌های } K_2S} = \frac{3}{3} = 1$$

بنابراین در هیچ حالتی نسبت تعداد اتم‌های ترکیب حاصل از واکنش E با D، به تعداد اتم‌های ترکیب حاصل از واکنش A با X، نمی‌تواند برابر ۲ باشد. ×

تیزبازی بچه‌ها در سؤال‌های موردی ـ الفبایی، برای بررسی عبارت‌ها، هوشمند عمل کنید. مثلاً در این سؤال با مشخص‌شدن درستی عبارت «الف»، با توجه به گزینه‌ها، فقط کافی بود عبارت «پ» یا «ت» رو بررسی می‌کردید تا به پاسخ درست برسید.

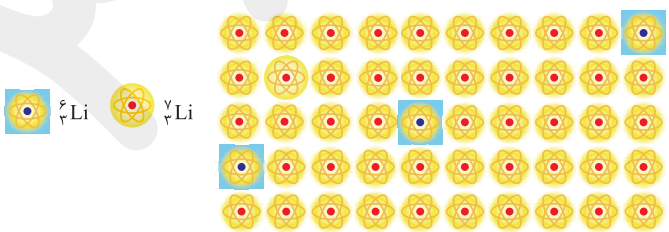
۳۸- گزینه ۴

عبارت‌های «ب» و «پ» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) عنصر ماده‌ای است که از اتم‌های یکسان تشکیل شده است، نه ایزوتوپ‌های یکسان!

(ب) با توجه به متن کتاب درسی «از ۱۱۸ عنصر شناخته‌شده، تنها ۹۲ عنصر در طبیعت یافت می‌شود.» از این‌رو حدود $\frac{92}{118} \times 100 \simeq 78\%$ عنصرهای شناخته‌شده در طبیعت یافت می‌شوند.

(پ) با توجه به شکل کتاب درسی از ۵۰ اتم لیتیم که در طبیعت یافت می‌شود، ۳تای آن $_3^6Li$ (ایزوتوپ سبک) و ۴۷تای آن $_3^7Li$ (ایزوتوپ سنگین) است. از این‌رو درصد فراوانی ایزوتوپ سبک اتم لیتیم برابر $\frac{3}{50} \times 100 = 6\%$ است.



(ت) اتم‌هایی که نسبت شمار **نوترون‌ها** به **پروتون‌ها** در هستهٔ آن‌ها، برابر یا بیش از ۱/۵ باشد، پرتوزا و ناپایدار هستند نه نسبت شمار پروتون به نوترونشون!

تیزبازی در این سؤال موردی ـ الفبایی هم با مشخص‌شدن نادرستی عبارت سادهٔ «الف»، ① و ② حذف می‌شوند و با توجه به مشترک‌بودن عبارت «پ» در دو گزینهٔ باقی‌مانده، درستی عبارت حفظی «پ» مشخص بوده و نیاز به بررسی ندارد و فقط کافی است یکی از عبارت‌های «ب» یا «ت»، به دلخواه بررسی شود.

۳۹- گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها: ۱) انرژی گسیل‌شده از خورشید به سمت زمین خیلی زیاد است و زمین تنها مقداری از آن را بازتاب می‌کند.

۲) مولکول‌های CO_2 و H_2O که اثر گلخانه‌ای دارند، مقداری از گرمای بازتاب‌شده از سطح زمین را دوباره به سطح زمین برگشت می‌دهند (b)، اما سهم این پرتوهای برگشت داده شده به سطح زمین (b) کم‌تر از سهم گرمای گسیل‌شده از سطح زمین به خارج جو (a) است.



۳) بخش کوچکی از پرتوهای خورشیدی به وسیلهٔ مولکول‌های هواکره جذب می‌شود (c) که نسبت به پرتوهای جذب‌شده توسط کرهٔ زمین (d) بسیار ناچیز است.

۴) گازهای گلخانه‌ای فقط مانع از **خروج** کامل گرمای تابش‌یافته از سطح زمین می‌شوند و بر میزان ورود انرژی تابشی پرتوهای خورشیدی به هواکره تأثیری ندارند.

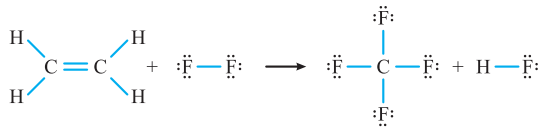
مشاوره این سؤال مطرح‌شده در کنکور، اهمیت زیاد شکل‌ها و نمودارهای کتاب درسی *رو نشون می‌ده*. پس برای خواندن شکل‌ها و نمودارهای کتاب درسی و تفسیر علمی مطالب اون‌ها، حسابی وقت بذار.

۴۰- گزینه ۱

ابتدا معادلهٔ واکنش و ساختار لوویس مولکول‌های موجود در آن و قطبیت آن‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$C_2H_4(g) + 6F_2(g) \rightarrow 2CF_4(g) + 4HF(g)$$

اتن — فلوئور — کربن تترافلوئورید — هیدروژن فلوئورید



مولکول ناقطبی — مولکول ناقطبی — مولکول ناقطبی — مولکول قطبی

حالا می‌ریم سراغ بررسی گزینه‌ها:

۱) C_2H_4 و F_2 واکنش‌دهنده‌های واکنش مورد نظر هستند، در مولکول F_2 (:F̈—F̈:) همهٔ اتم‌ها به آرایش گاز نجیب $_{10}Ne$ و آرایش هشت‌تایی رسیده‌اند. در مولکول C_2H_4 هم، اتم‌های کربن و اتم‌های هیدروژن به ترتیب به آرایش گازهای نجیب $_{10}Ne$ و $_2He$ رسیده‌اند و به ترتیب هشت‌تایی و دوتایی شده‌اند، پس *این عبارت درسته*.

تله در این گزینه طراح می‌خواسته شما آرایش گاز نجیب را با آرایش هشت‌تایی اشتباه بگیرید. *هواستون باشه* در حد کتاب‌های درسی شما، در تشکیل مولکول‌ها، همهٔ اتم‌ها به آرایش گاز نجیب می‌رسند (البته به‌جز رادیکال‌ها) و فقط اتم هیدروژن قاعدهٔ هشت‌تایی را رعایت نمی‌کند و به آرایش (دوتایی) گاز نجیب هلیم می‌رسد.

۲) اتم کربن در همهٔ ترکیب‌های خود فقط پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهد و در هیچ ترکیبی به صورت یون تک‌اتمی باردار، وجود ندارد. پس در مولکول C_2H_4 اتم‌های کربن بار -2 ندارند بلکه عدد اکسایش آن‌ها -2 است.

۳)

نکته به طور کلی مولکول‌های ۵ اتمی با فرمول کلی AB_4 که در آن‌ها اتم مرکزی الکترون ناپیوندی نداشته باشد، ناقطبی هستند؛ مانند CH_4، SiH_4، CCl_4، CF_4 و ... .

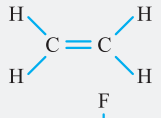
یکی از فراورده‌های واکنش، یعنی مولکول CF_4 ناقطبی است ($\mu = 0$) یعنی در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

۴) با توجه به ساختار مولکول‌های CF_4 و C_2H_4 مولکول CF_4 دارای ۴ و مولکول C_2H_4 دارای ۶ جفت‌الکترون پیوندی است.

نکته برای شمارش تعداد جفت‌الکترون‌های پیوندی یا همان تعداد پیوندهای کووالانسی می‌توان از رابطهٔ زیر هم استفاده کرد:

$$\text{تعداد جفت الکترون‌های پیوندی} = \frac{(\text{C تعداد} \times 4) + (\text{N تعداد} \times 3) + (\text{O تعداد} \times 2) + (\text{H یا تعداد هالوژن} \times 1)}{2}$$

$$\text{تعداد جفت‌الکترون‌های پیوندی در } C_2H_4 = \frac{(2\times4)+(4\times1)}{2} = 6$$



$$\text{تعداد جفت‌الکترون‌های پیوندی در } CF_4 = \frac{4+(4\times1)}{2} = 4$$



۴۱- گزینه ۴

گام ۱ ابتدا موازنهٔ اتم‌های C و N:

موازنه را از ترکیب HCN شروع کرده و به آن ضریب ۱ می‌دهیم و برای موازنهٔ اتم‌های C و N، به ترتیب در سمت چپ معادله، برای CH_4 و NH_3 ضریب ۱ قرار می‌دهیم.

$$\frac{1}{\quad}CH_4 + \frac{1}{\quad}NH_3 + \frac{\quad}{\quad}O_2 \rightarrow \frac{1}{\quad}HCN + \frac{\quad}{\quad}H_2O$$

گام ۲ موازنهٔ H: مجموع شمار اتم‌های H در سمت چپ معادله، برابر ۷ است؛ بنابراین برای موازنهٔ اتم H، در سمت راست به H_2O ضریب ۳ می‌دهیم.

$$\frac{1}{\quad}CH_4 + \frac{1}{\quad}NH_3 + \frac{\quad}{\quad}O_2 \rightarrow \frac{1}{\quad}HCN + \frac{3}{\quad}H_2O$$

گام ۳ موازنهٔ O: در سمت راست واکنش، ۳ اتم O داریم؛ پس در سمت چپ، ضریب O_2 باید برابر $\frac{3}{2}$ باشد. در نهایت برای از بین بردن ضریب کسری، همهٔ اعداد را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم:

$$2CH_4 + 2NH_3 + 3O_2 \rightarrow 2HCN + 6H_2O$$

مجموع ضرایب مواد در واکنش $= 2+2+3+2+6 = 15$

۴۲- گزینه ۱

نکته ۱ به طور کلی، شرط تشکیل محلول:

میانگین جاذبه‌ها در حلال خالص و حل‌شوندهٔ خالص > جاذبه‌های حل‌شونده با حلال در محلول

در ترکیب‌های یونی محلول در آب:

میانگین قدرت پیوند یونی در ترکیب یونی و پیوند هیدروژنی در آب > نیروی جاذبهٔ یون ـ دوقطبی در محلول (بین یون‌های سازندهٔ ترکیب یونی و آب)

۲ مهم‌ترین ترکیب‌های یونی نامحلول (رسوب‌هایی) که باید *بلد باشین*، عبارت‌اند از:

مهم‌ترین ترکیب‌های یونی نامحلول در آب (رسوب)	
فرمول شیمیایی رسوب	رنگ رسوب
$AgCl$	سفید
$BaSO_4$	سفید
$Ca_3(PO_4)_2$	سفید
$Mg(OH)_2$	سفید
$Fe(OH)_2$	سبز
$Fe(OH)_3$	قرمز (آجری)

گام ۴ می‌دانیم که در یون‌های چندتایی، اتم‌ها با پیوند اشتراکی به یکدیگر متصل شده‌اند؛ بنابراین در ساختار ترکیب‌های یونی شامل یون چندتایی، هم پیوند یونی و هم پیوند اشتراکی (کووالانسی) وجود دارد. با یک نگاه به گزینه‌ها، متوجه می‌شویم که یون‌های سازندهٔ ترکیب‌های یونی در ۲) و ۴) تک‌اتمی‌اند (Br^- و Mn^{2+}، Cl^- و K^+)؛ یعنی در ساختار آن‌ها پیوند اشتراکی وجود ندارد. *پس تا این‌ها* ۲) و ۴) *پَرا!*

گام در ترکیب‌های یونی محلول در آب، قدرت نیروی جاذبهٔ یون ـ دوقطبی در محلول بیشتر از میانگین قدرت پیوند یونی در آن ترکیب و پیوندهای هیدروژنی در آب است، پس بین ترکیب یونی دو گزینهٔ باقی‌مانده، باید ترکیب یونی محلول در آب یعنی Na_2SO_4 (سدیم سولفات) رو انتخاب کنیم و تمام! ($BaSO_4$ (باریم سولفات) در آب نامحلول است.)

۴۳- گزینه ۲

استراتژی اگر به معادلهٔ واکنش دقت کنی، متوجه می‌شی که یون Cl^- در واکنش شرکت نکرده و یون ناظر یا تماشاچی است؛ بنابراین مقدار این یون (جرم و مول Cl^-) در ابتدا و انتهای واکنش تغییری نکرده و ثابت است. پس با توجه به داده‌های سؤال (جرم محلول و درصد جرمی $CaCl_2$)، فقط کافیه که از طریق استوکیومتری فرمولی در ترکیب $CaCl_2$، بین $CaCl_2$ و یون Cl^-، هم‌ارزی و روابط مربوطه رو بنویسی و در نهایت غلظت یون Cl^- را با در نظر گرفتن اضافه‌شدن ۱۸۰۰ میلی‌لیتر آب (معادل ۱۸۰۰ گرم آب) به محلول، برحسب ppm به دست بیاری.

با توجه به معادلهٔ واکنش، در واکنش کلسیم کلرید با سدیم فسفات، Ca^{2+} از $CaCl_2$ و PO_4^{3-} از Na_3PO_4 با یکدیگر واکنش داده و رسوب $Ca_3(PO_4)_2$ را تولید می‌کنند. در این واکنش یون‌های $Cl^-(aq)$ و $Na^+(aq)$ دست‌نخورده باقی می‌مانند و در واقع یون ناظر یا تماشاچی *تشریف دارن!*

$$\underbrace{CaCl_2(aq)+Na_3PO_4(s)}_{Ca^{2+}(aq),\ Cl^-(aq),\ Na^+(aq),\ PO_4^{3-}(aq)} \rightarrow Ca_3(PO_4)_2(s)+\underbrace{NaCl(aq)}_{Na^+(aq)+Cl^-(aq)}$$

بنابراین مقدار یون Cl^- در ابتدا و انتهای واکنش تغییری نکرده و فقط باید از طریق استوکیومتری فرمولی در ترکیب $CaCl_2$، بین $CaCl_2$ و یون Cl^- هم‌ارزی زیر را نوشته و غلظت یون Cl^- را به دست آوریم.

$$CaCl_2 \sim 2Cl^-$$

غلظت یون Cl^- برحسب ppm = ? ← جرم محلول و درصد جرمی $CaCl_2$ را داریم

روش استفاده از کسر تناسب: با توجه به فرمول‌های درصد جرمی و ppm می‌توانیم به جای جرم $CaCl_2$ و جرم یون Cl^- در کسر تناسب‌های مربوطه، مقادیر معادل آن‌ها را در فرمول‌های درصد جرمی و ppm بنویسیم؛ یعنی داریم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \ , \ ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{CaCl_2}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{Cl^-}}$$

$$\Rightarrow \frac{\underbrace{\frac{\text{(درصد جرمی)} a \times \text{جرم محلول}}{100}}_{\text{جرم}}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{CaCl_2}} = \frac{\underbrace{\frac{ppm \times \text{جرم محلول}}{10^6}}_{\text{جرم}}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{Cl^-}}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{2 \quad {}^{0/02}}{200 \times 2/22}}{1 \times 111} = \frac{\frac{1000}{2000} \quad (2000+1800) \times ppm}{2 \times 35/5} \Rightarrow ppm(Cl^-) = 35/5 \times 4 \times 10 = 1420$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

گام ابتدا جرم Cl^- موجود در ۲۰۰ گرم محلول ۲/۲۲ درصد جرمی کلسیم کلرید را به دست می‌آوریم:

$$200\,g\,CaCl_2\ \text{محلول} \times \underbrace{\frac{2/22\,g\,CaCl_2}{100\,g\ \text{محلول}}}_{\text{درصد جرمی}} \times \frac{1\,mol\,CaCl_2}{111\,g\,CaCl_2} \times \frac{2\,mol\,Cl^-}{1\,mol\,CaCl_2} \times \frac{35/5\,g\,Cl^-}{1\,mol\,Cl^-} = 2/84\,g\,Cl^-$$

گام با توجه به فرض سؤال از تغییر جرم محلول بر اثر انجام واکنش، صرف نظر می‌شود؛ یعنی جرم محلول پس از انجام واکنش همان ۲۰۰ گرم ابتدایی است و با توجه به چگالی آب ($1\,g/mL$) و با اضافه‌شدن ۱۸۰۰ میلی‌لیتر آب (معادل ۱۸۰۰ گرم آب)، جرم نهایی محلول به ۲۰۰۰ = ۲۰۰ + ۱۸۰۰ گرم می‌رسد؛ بنابراین:

$$\text{غلظت یون } Cl^- \text{ برحسب ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{2/84}{2000} \times 10^6 = 1/42 \times 10^3 = 1420$$

۴۴- گزینه ۳

شفاف‌سازی با توجه به شکل، مولکول‌های دواتمی A و سه‌اتمی E برخلاف مولکول‌های پنج‌اتمی D در میدان الکتریکی جهت‌گیری کرده‌اند؛ بنابراین مولکول‌های A و E، قطبی و مولکول D ناقطبی است.

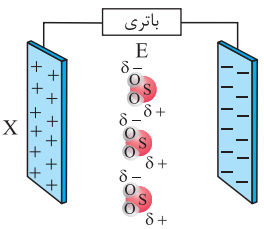
بررسی گزینه‌ها:

① A و E به ترتیب می‌توانند مولکول دواتمی و قطبی HI و مولکول سه‌اتمی و قطبی H_2S باشند و D هم می‌تواند مولکول پنج‌اتمی و ناقطبی SiH_4 باشد. ✓

② در مولکول قطبی H_2O، اتم‌های H، سر مثبت (قطب مثبت) مولکول را تشکیل می‌دهند؛ بنابراین در میدان الکتریکی به سمت صفحهٔ با بار منفی (صفحهٔ X) قرار می‌گیرند. در ضمن گشتاور دوقطبی مولکول‌های ناقطبی، مانند D، برابر صفر است. ✓

③ با توجه به شکل، در میدان الکتریکی، اتم‌های جانبی مولکول قطبی E، به سمت صفحهٔ X و اتم مرکزی آن به سمت صفحهٔ Y قرار گرفته‌اند. اگر E، SO_2 باشد؛ در مولکول قطبی SO_2، اتم‌های جانبی؛ یعنی اتم‌های اکسیژن، سر منفی مولکول هستند و به سمت صفحهٔ با بار مثبت قرار می‌گیرند، بنابراین باید بار صفحهٔ X، مثبت و بار صفحهٔ Y منفی و هم‌علامت بار الکتریکی اتم‌های جانبی SO_2 باشد نه مخالف بار آن! ✗

④ مولکول پنج‌اتمی D در میدان الکتریکی جهت‌گیری نکرده و ناقطبی است و علامت بار جزئی اتم‌های جانبی در آن می‌تواند مانند $\overset{\delta+}{C}\overset{\delta-}{F_4}$، منفی (هم‌علامت با بار جزئی اتم Cl در $\overset{\delta+}{H}\overset{\delta-}{Cl}$)، یا مانند $\overset{\delta-}{C}\overset{\delta+}{H_4}$، مثبت باشد. ✓



۴۵- گزینه ۲

گام معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

موازنهٔ K و Mn:

$$\frac{1}{}KMnO_4 + \frac{}{}HI \rightarrow \frac{1}{}MnI_2 + \frac{}{}H_2O + \frac{1}{}KI + \frac{}{}I_2$$

موازنهٔ O و H:

$$\frac{1}{}KMnO_4 + \frac{8}{}HI \rightarrow \frac{1}{}MnI_2 + \frac{4}{}H_2O + \frac{1}{}KI + \frac{}{}I_2$$

موازنهٔ I: در سمت چپ معادله، ۸ اتم I وجود دارد. در سمت راست بدون I_2 ۳ اتم I داریم؛ بنابراین ضریب I_2 باید برابر $\frac{5}{2}$ باشد. برای از بین رفتن ضریب کسری، همهٔ اعداد را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$2KMnO_4 + 16HI \rightarrow 2MnI_2 + 8H_2O + 2KI + 5I_2$$

گام به کمک جرم $KMnO_4$ و مولکول دواتمی تولیدشده یعنی I_2، بازده واکنش را حساب می‌کنیم.

روش استفاده از کسر تناسب:

$$2KMnO_4 \sim 5I_2$$

$$\frac{\text{جرم} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{KMnO_4}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{I_2}} \Rightarrow \frac{3/95 \times \frac{x}{100}}{2 \times 158} = \frac{12/7}{5 \times 254} \Rightarrow x = \%80$$

روش استفاده از کسر تبدیل: ابتدا مقدار نظری I_2 را حساب کرده و سپس از رابطهٔ بازده درصدی استفاده می‌کنیم:

$$3/95\,g\,KMnO_4 \times \frac{1\,mol\,KMnO_4}{158\,g\,KMnO_4} \times \frac{5\,mol\,I_2}{2\,mol\,KMnO_4} \times \frac{254\,g\,I_2}{1\,mol\,I_2} = \frac{127}{8}\,g\,I_2 \ \text{(مقدار نظری)}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{12/7}{\frac{127}{8}} \times 100 = \%80$$

مشاوره در این سؤال با توجه به این‌که پاسخ به صورت تقریبی خواسته نشده است، می‌توانیم اعتماد کنیم که در محاسبات عددی، جرم‌های داده‌شده به جرم مولی مواد ساده می‌شوند.

۴۶- گزینه ۳

نکته

موارد مصرف نفت‌خام:
- حدود ۵۰٪ به عنوان سوخت در وسایل نقلیه
- حدود ۴۰٪ برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی (حدود ۹۰٪ در تأمین انرژی)
- کم‌تر از ۱۰٪ برای تهیهٔ مواد (الیاف، پارچه، پلاستیک و ...)

غلظت برخی گونه‌های فلزی مانند منگنز، کبالت، آهن، نیکل و مس، در کف اقیانوس نسبت به ذخایر زمینی بیشتر است.

مشاوره این سؤال، به نکتهٔ کاملاً حفظی از متن کتاب درسی است. هرچند در این‌جا سؤال، شمارشی نیست و با توجه به گزینه‌های دیگر، به راحتی می‌شود به پاسخ تست رسید، اما با وجود چنین سؤالاتی، بهتره همهٔ نکات حفظی کتاب درسی را هم خوب بخونید.

در استخراج ۱۰۰۰ کیلوگرم آهن، تقریباً ۲۰۰۰ کیلوگرم سنگ معدن آهن و ۱۰۰۰ کیلوگرم از منابع معدنی دیگر استفاده می‌شود.

$$\frac{\text{جرم سنگ معدن آهن}}{\text{جرم منابع معدنی دیگر}} = \frac{۲۰۰۰}{۱۰۰۰} = ۲ \Leftarrow$$

۴۷- گزینه ۴

با توجه به ضرایب مواد در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش‌های داده‌شده می‌توان گفت، به ازای x مول اتین، x مول $C_۲H_۲Br_۴$ و به ازای x مول آلکن، x مول $C_nH_{۲n}Br_۲$ تولید می‌شود. اگر نسبت جرم این دو فراورده را برابر ۱/۷۱ قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$C_۲H_۲(g) + ۲Br_۲(l) \rightarrow \underset{x\text{ مول}}{C_۲H_۲Br_۴(l)}$$

$$C_nH_{۲n}(g) + Br_۲(l) \rightarrow \underset{x\text{ مول}}{C_nH_{۲n}Br_۲(l)}$$

$$\frac{\text{جرم } C_۲H_۲Br_۴}{\text{جرم } C_nH_{۲n}Br_۲} = ۱/۷۱ \xrightarrow{\text{جرم مولی} \times \text{مول} = \text{جرم}} \frac{x \times ۳۴۶}{x \times (۱۴n + ۱۶۰)} = \frac{۱۷۱}{۱۰۰}$$

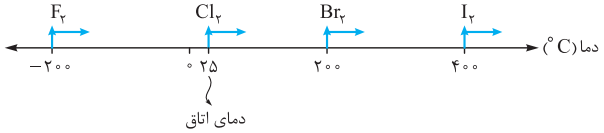
$$\Rightarrow ۱۴n + ۱۶۰ = ۲۰۰ \Rightarrow ۱۴n = ۴۰ \Rightarrow n = ۳ \Rightarrow$$ آلکن واکنش دوم: $C_۳H_۶$ (پروپن)

۴۸- گزینه ۱

درس‌نامه جدول زیر شرایط واکنش هالوژن‌ها را با گاز $H_۲$ در دماهای مختلف نمایش می‌دهد:

نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای $-۲۰۰\,^\circ C$ به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای $۲۰۰\,^\circ C$ واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از $۴۰۰\,^\circ C$ واکنش می‌دهد.

مطابق جدول درس‌نامهٔ بالا، در گسترهٔ دمایی $-۱۰۰\,^\circ C$ تا $+۱۰۰\,^\circ C$ دو هالوژن $F_۲$ و $Cl_۲$ با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند.



بررسی سایر گزینه‌ها: ۲) در گسترهٔ دمایی $-۲۰۰\,^\circ C$ تا $-۵۰\,^\circ C$، فقط $F_۲$ با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد. ۳) در گسترهٔ دمایی $-۲۰۰\,^\circ C$ تا $۲۵۰\,^\circ C$، سه هالوژن $F_۲$، $Cl_۲$ و $Br_۲$ با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند. ۴) در گسترهٔ دمایی $-۲۰۰\,^\circ C$ تا $۴۰۰\,^\circ C$، هر چهار هالوژن می‌توانند با گاز هیدروژن واکنش دهند.

مشاوره بررسی جدول‌ها و شکل‌های کتاب درسی برای داوطلب‌های کنکور از نون شب واجب‌تره! دقت کنید که اگر داوطلبی، دماهای موجود در این جدول کتاب درسی رو حفظ نباشه، سؤال به این راحتی رو از دست می‌ده! نکتهٔ مهم این سؤال این بود که طراح می‌خواست به این موضوع توجه کنید که اعداد جدول، میزان حداقلی دما است و در دماهای بالاتر از اعداد داده‌شده نیز واکنش انجام می‌شود.

۴۹- گزینه ۲

براساس قانون هِس، اگر واکنش اول را در $\frac{۱}{۲}$، واکنش دوم را در ۳ و واکنش سوم را در $-\frac{۳}{۲}$ ضرب کنیم، به واکنش هدف خواهیم رسید. واکنش‌های تغییر شکل یافته را مشاهده کنید:

$$۱') \; ۲NH_۳ + \frac{۳}{۲}O_۲ \rightarrow N_۲ + ۳H_۲O \qquad \Delta H'_۱ = \frac{۱}{۲} \times (-۱۵۳۰) = -۷۶۵\ kJ$$

$$۲') \; ۳N_۲O + ۳H_۲ \rightarrow ۳N_۲ + ۳H_۲O \qquad \Delta H'_۲ = ۳ \times (-۳۷۶) = -۱۱۲۸\ kJ$$

$$۳') \; ۳H_۲O \rightarrow ۳H_۲ + \frac{۳}{۲}O_۲ \qquad \Delta H'_۳ = -\frac{۳}{۲} \times (-۵۷۲) = +۸۵۸\ kJ$$

واکنش هدف: $۲NH_۳ + ۳N_۲O \rightarrow ۴N_۲ + ۳H_۲O$

براساس قانون هس، ΔH واکنش هدف از جمع جبری ΔH واکنش‌های تغییریافته به دست می‌آید:

$$\Delta H_{\text{هدف}} = -۷۶۵ - ۱۱۲۸ + ۸۵۸ = -۱۰۳۵\ kJ$$

مشاوره قانون هِس با این‌که مفهوم ساده‌ای دارد، ولی معمولاً به دلیل محاسبات زیاد، جزء سؤالات وقت‌گیر کنکور است و بهتر است آن را در دور دوم حل کنید.

۵۰- گزینه ۴

نکته اطلاعاتی را که در مورد ۴ نوع ترکیب آلی کربوکسیلیک اسیدها، استرها، کتون‌ها و آلدهیدها باید *بلد باشین*، در جدول زیر *براتون آوردیم*:

نام ترکیب	کربوکسیلیک‌اسید	استر	آلدهید	کتون
ساختار کلی	$R-\overset{O}{\overset{\|\|}{C}}-OH$	$R-\overset{O}{\overset{\|\|}{C}}-O-R'$	$R-\overset{O}{\overset{\|\|}{C}}-H$	$R-\overset{O}{\overset{\|\|}{C}}-R'$
گروه عاملی	کربوکسیل $-\overset{O}{\overset{\|\|}{C}}-OH$	استری $-\overset{O}{\overset{\|\|}{C}}-O-$	آلدهیدی $-\overset{O}{\overset{\|\|}{C}}-H$	کربونیل یا کتونی $-\overset{O}{\overset{\|\|}{C}}-$
نیروی بین مولکولی	هیدروژنی + وان‌دروالس	وان‌دروالس	وان‌دروالس	وان‌دروالس
فرمول مولکولی ترکیب سیرشده و فاقد حلقه	$C_nH_{۲n}O_۲$	$C_nH_{۲n}O_۲$	$C_nH_{۲n}O$	$C_nH_{۲n}O$
	ایزومر		ایزومر	

ترکیب «الف» یک کربوکسیلیک اسید ۴کربنه و ترکیب «ب»، یک استر ۴کربنه را نمایش می‌دهد. فرمول مولکولی این دو ترکیب به صورت $C_۴H_۸O_۲$ بوده و ایزومر یکدیگر هستند. از طرفی ترکیب «پ»، یک کتون ۴کربنه و ترکیب «ت» نیز یک آلدهید ۴کربنه را نمایش می‌دهد. فرمول مولکولی این دو ترکیب نیز به صورت $C_۴H_۸O$ بوده و ایزومرند. *تا الان* ۲ و ۳ *پَر!* با توجه به یکسان‌بودن شمار اتم‌های کربن (هر ۴ ترکیب، ۴کربنه هستند)، جرم مولی کربوکسیلیک اسید و استر $(C_nH_{۲n}O_۲)$ به اندازهٔ جرم یک اتم اکسیژن، بیشتر از جرم مولی کتون و آلدهید $(C_nH_{۲n}O)$ است. از طرفی از میان این ۴ ترکیب، فقط کربوکسیلیک اسید توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را با مولکول‌های خود دارد؛ بنابراین ترکیب «الف» نقطهٔ جوش بالاتری از ۳ ترکیب دیگر دارد.

تیزبازی در این سؤال اصلاً نیاز نبود برای چک کردن ایزومر بودن ترکیب‌ها، فرمول مولکولی اون‌ها رو به دست بیارید! با یه نگاه به ساختارها، متوجه می‌شید («الف» و «ت») و («ب» و «پ») نمی‌توانند ایزومر هم باشند، زیرا شمار اکسیژن‌های متفاوتی دارند و بین «الف» و «ت»، ترکیب (الف) چون توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را دارد، نقطهٔ جوش بالاتری را داراست.

۵۱- گزینه ۳

استراتژی با توجه به حجم CO تولیدی در واکنش (I)، انرژی آزادشده از این واکنش را به دست بیار. اگر انرژی آزادشده از واکنش (I) را از انرژی آزادشدهٔ دو واکنش کم کنی، انرژی آزادشده از واکنش (II) به دست میاد که به کمک آن می‌تونی جرم کربن مصرف‌شده در این واکنش (واکنش II) را محاسبه کنی.

گام مقدار انرژی آزادشده از واکنش (I) را به کمک حجم CO تولیدی در آن به دست می‌آوریم:

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{حجم}}{\underbrace{\text{حجم‌مولی} \times \text{ضریب}}_{\text{CO}}} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{\overset{۱}{\cancel{۵/۶}}}{۲ \times \overset{۴}{\cancel{۲۲/۴}}} = \frac{x}{۵۶۴} \Rightarrow x = ۷۰/۵\ \text{kJ}$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$۵/۶\ \text{L CO} \times \frac{۱\ \text{mol CO}}{۲۲/۴\ \text{L CO}} \times \frac{\text{انرژی } ۵۶۴\ \text{kJ}}{۲\ \text{mol CO}} = \text{انرژی } ۷۰/۵\ \text{kJ}$$

گام مقدار انرژی آزادشده از واکنش (II) را به دست می‌آوریم:

انرژی آزادشده در واکنش (II) + انرژی آزادشده در واکنش (I) = انرژی آزادشده در دو واکنش

$$\Rightarrow ۲۰۱/۵ = ۷۰/۵ + x \Rightarrow x = ۱۳۱\ \text{kJ}$$

گام مقدار جرم کربن مصرف‌شده در واکنش (II) را به کمک انرژی آزادشده در این واکنش، محاسبه می‌کنیم:

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم‌مولی} \times \text{ضریب}}_{\text{C}}} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{x}{۱ \times ۱۲} = \frac{\overset{۱}{\cancel{۱۳۱}}}{\overset{۳}{\cancel{۳۹۳}}} \Rightarrow x = ۴$$

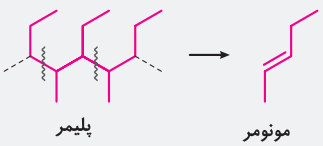
روش استفاده از کسر تبدیل:

$$\overset{۱}{\cancel{۱۳۱}}\ \text{kJ} \times \frac{۱\ \text{mol C}}{\underset{۳}{\cancel{۳۹۳}}\ \text{kJ انرژی}} \times \frac{۱۲\ \text{g C}}{۱\ \text{mol C}} = ۴\ \text{g}$$

۵۲- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ **تعیین مونومر سازندهٔ یک پلیمر آلکنی:**

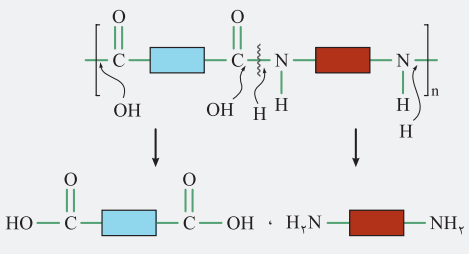
اگر ساختار گستردهٔ یک پلیمر آلکنی داده شود و مونومر سازندهٔ آن را از شما بخواهند، کافی است ابتدا در زنجیر اصلی، پیوندها را به صورت یک‌درمیان بشکنید و سپس پیوند بین دو کربن متوالی را که سالم باقی مانده است، به پیوند دوگانه تبدیل کنید.



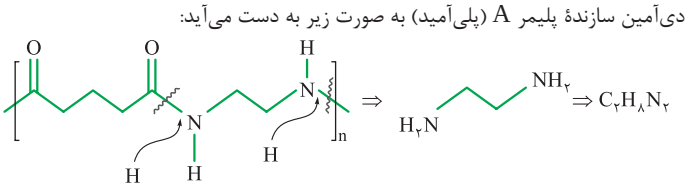
مثال:

تعیین مونومرهای سازندهٔ یک پلی‌آمید:

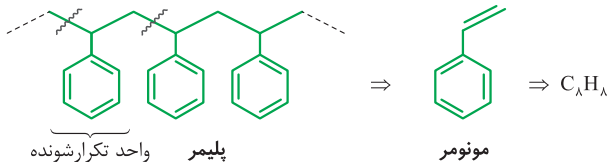
برای تعیین دی‌اسید و دی‌آمین سازندهٔ یک پلی‌آمید، ابتدا باید پیوند C — N گروه‌های عاملی آمیدی (—C(=O)—N—) در پلیمر را شکسته، سپس به اتم‌های نیتروژن، H و به اتم‌های کربن گروه‌های C(=O)، OH اضافه کنیم.



دی‌آمین سازندهٔ پلیمر A (پلی‌آمید) به صورت زیر به دست می‌آید:



پلیمر B، پلی‌استیرن بوده و مونومر سازندهٔ آن یعنی استیرن به صورت زیر به دست می‌آید:



نسبت جرم خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{\text{جرم‌مولی } C_۲H_۸N_۲}{\text{جرم‌مولی } C_۸H_۸} = \frac{۶۰}{۱۰۴} \simeq ۰/۵۸$$

۵۳- گزینه ۳

عبارت‌های سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

◇ فرمول مولکولی ترکیب داده‌شده $C_{۱۴}H_{۱۱}O_۲NCl_۲$ است. در این مولکول ۲ پیوند C — N (پیوندهای متصل‌کنندهٔ دو حلقهٔ بنزنی به هم) و ۹ پیوند C — H وجود دارد. می‌دانیم که عدد ۹، پنج برابر هیچ عدد صحیحی نیست. ×

تله دقت کنید که در هیدروکربن‌ها، تعداد پیوندهای C — H برابر با تعداد هیدروژن‌های ترکیب است ولی در ترکیب‌هایی مانند مولکول داده‌شده که هیدروکربن نیستند، حتماً دقت کنید که اتم‌های H علاوه بر اتم C، ممکن است با اتم دیگری نیز پیوند داده باشند. مثلاً در این مولکول، یکی از اتم‌های H با اتم N و یکی دیگر از اتم‌های H با اتم O پیوند دارد.

◇ درصد جرمی اکسیژن در ترکیبی با فرمول $C_{۱۴}H_{۱۱}O_۲NCl_۲$ برابر است با:

$$\text{درصد جرمی O} = \frac{\text{جرم اتم‌های O}}{\text{جرم‌مولی ترکیب}} \times ۱۰۰$$

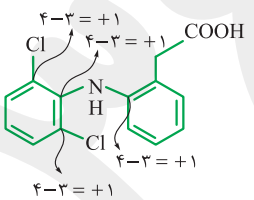
$$\Rightarrow \text{درصد جرمی O} = \frac{۲ \times ۱۶}{\underbrace{(۱۴ \times ۱۲)}_{\text{C}} + \underbrace{(۱۱ \times ۱)}_{\text{H}} + \underbrace{(۲ \times ۱۶)}_{\text{O}} + \underbrace{(۱ \times ۱۴)}_{\text{N}} + \underbrace{(۲ \times ۳۵/۵)}_{\text{Cl}}}$$

$$\Rightarrow \frac{۳۲}{۲۹۶} \times ۱۰۰ \simeq ٪۱۰/۸ \times$$

◇ در این مولکول، ۹ پیوند C — H و ۷ پیوند دوگانه بین اتم‌ها برقرار است که اختلاف آن‌ها برابر با ۲ = ۷ − ۹ است. از طرفی دو اتم کلر نیز در ساختار مولکول یافت می‌شود. ✓

تله ۶ پیوند C=C در دو حلقهٔ بنزنی مولکول وجود دارد. هم‌چنین این ترکیب دارای گروه عاملی کربوکسیل (—COOH) است که ساختار آن به صورت —C(=O)—O—H بوده و حاوی یک پیوند دوگانهٔ C=O است.

◇ هر اتم کلر (هالوژن)، دارای ۳ جفت‌الکترون ناپیوندی، هر اتم اکسیژن، دارای ۲ جفت‌الکترون ناپیوندی و هر اتم نیتروژن نیز دارای یک جفت‌الکترون ناپیوندی است؛ در نتیجه در مولکول داده‌شده در مجموع ۱۱ جفت‌الکترون ناپیوندی یافت می‌شود.



در شکل مقابل نیز شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش +۱ نشان داده شده است که تعداد آن‌ها برابر با ۴ است؛ نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{۱۱}{۴} = ۲/۷۵ \quad ✓$$

۵۴- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ **سرعت متوسط واکنش از تقسیم سرعت متوسط تولید یا مصرف یک مادهٔ شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن در معادلهٔ موازنه‌شده، به دست می‌آید.**

$$aA + bB \rightarrow cC + dD$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d} = \frac{-\Delta n_A}{a\Delta t} = \frac{-\Delta n_B}{b\Delta t} = \frac{\Delta n_C}{c\Delta t} = \frac{\Delta n_D}{d\Delta t}$$

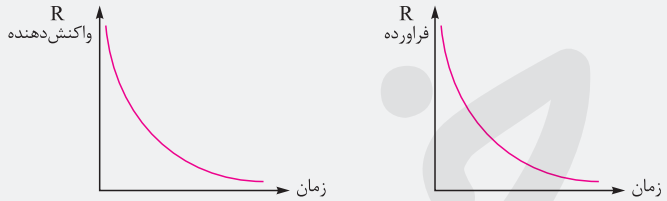
۲ **سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد در یک واکنش با ضرایب استوکیومتری آن‌ها متناسب است.**

۳ در یک بازهٔ زمانی معین، قدرمطلق **میزان تغییرات** تعداد مول یا غلظت مواد شرکت‌کننده در واکنش، متناسب با ضرایب استوکیومتری آن‌ها است.

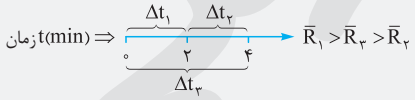
به طور مثال در یک بازهٔ زمانی معین در واکنش $2SO_2 + O_2 \rightarrow 2SO_3$ خواهیم داشت:

$$\Delta n(SO_3) = |\Delta n(SO_2)| = 2|\Delta n(O_2)| \quad \text{یا} \quad |\Delta[SO_3]| = |\Delta[SO_2]| = 2|\Delta[O_2]|$$

۴ در یک واکنش، **سرعت مصرف واکنش‌دهنده‌ها و سرعت تولید فراورده‌ها هر دو با گذشت زمان کاهش می‌یابند**؛ زیرا در یک واکنش به تدریج با مصرف واکنش‌دهنده‌ها غلظت آن‌ها کم شده و سرعت واکنش نیز کاهش می‌یابد. از طرفی سرعت تولید فراورده‌ها نیز تابع سرعت مصرف واکنش‌دهنده‌ها است؛ بنابراین سرعت تولید فراورده‌ها نیز کاهش می‌یابد.



۵ در اغلب واکنش‌ها، سرعت واکنش با گذشت زمان کم می‌شود؛ بنابراین در بازه‌های زمانی یکسان (Δt)، سرعت واکنش در بازهٔ زمانی ابتدایی واکنش، بزرگ‌تر است یعنی مثلاً سرعت واکنش در ۲ دقیقهٔ اول واکنش بیشتر از ۲ دقیقهٔ دوم آن است و سرعت واکنش در ۴ دقیقهٔ اول واکنش، میانگینی از دو سرعت قبلی است:



معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به صورت زیر است:

$$2Ca_3(PO_4)_2(s) + 6SiO_2(s) + 10C(s) \rightarrow 6CaSiO_3(s) + P_4(s) + 10CO(g)$$

در یک مدت‌زمان مشخص، با مصرف ۰/۴ مول نمک $Ca_3(PO_4)_2(s)$، ۰/۲ مول $P_4(s)$ تشکیل می‌شود.

$$0/4\ mol\ Ca_3(PO_4)_2(s) \times \frac{1\ mol\ P_4(s)}{2\ mol\ Ca_3(PO_4)_2(s)} = 0/2\ mol\ P_4(s)$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ سرعت متوسط مصرف ۱۰ گرم کربن با دو مورد دیگر برابر نیست؛ ببینید:

$$\frac{\bar{R}_{CO}}{10} = \frac{\bar{R}_{P_4}}{1} = \frac{\bar{R}_C}{10} \Rightarrow \frac{\Delta nCO}{10 \times \Delta t} = \frac{\Delta nP_4}{1 \times \Delta t} = -\frac{\Delta n_C}{10 \times \Delta t}$$

$$\xrightarrow{\text{جرم} = \text{مول}(n) \times \text{جرم مولی}} \frac{\overset{3}{\cancel{21}}}{\underset{4}{\cancel{28} \times 10}} = \frac{\overset{3}{\cancel{9}/3}}{\underset{40}{\cancel{120} \times 1}} = -\frac{\Delta m_C}{12 \times 10}$$

$$\Rightarrow \Delta m_C = -\frac{12 \times 10 \times 3}{\underset{4}{\cancel{40}}} = -9\ g\ C$$

بنابراین سرعت مصرف ۹ گرم کربن با دو مورد دیگر برابر خواهد بود.

۲ واکنش‌دهندهٔ دارای Si، SiO_2 و فراوردهٔ دارای Si، $CaSiO_3$ است. با توجه به ضرایب استوکیومتری برابر SiO_2 و $CaSiO_3$، سرعت متوسط مصرف SiO_2 با سرعت متوسط تشکیل $CaSiO_3$ برابر است ولی سرعت متوسط مصرف و تولید آن‌ها، برابر سرعت متوسط واکنش نبوده و ۶ برابر آن است.

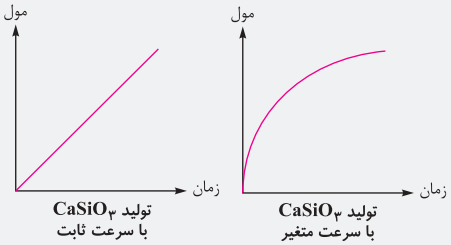
$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{SiO_2}}{6} = \frac{\bar{R}_{CaSiO_3}}{6} \Rightarrow \bar{R}_{SiO_2} = \bar{R}_{CaSiO_3} = 6\bar{R}_{\text{واکنش}}$$

۳ اگر در یک مدت‌زمان معین، ۴ مول کربن مصرف شود، در همان مدت‌زمان، ۲/۴ مول $CaSiO_3$ تشکیل می‌شود.

$$4\ mol\ C(s) \times \frac{6\ mol\ CaSiO_3(s)}{10\ mol\ C(s)} = 2/4\ mol\ CaSiO_3(s)$$

بنابراین در صورتی که سرعت واکنش ثابت باشد، در نصف این مدت‌زمان، ۱/۲ مول $CaSiO_3(s)$ تشکیل خواهد شد. ولی می‌دانیم که با گذشت زمان، سرعت واکنش کاهش می‌یابد؛ بنابراین در نصف ابتدایی این مدت‌زمان، سرعت واکنش و سرعت تشکیل $CaSiO_3$ بیشتر بوده و در نتیجه مقدار $CaSiO_3$ تشکیل‌شده بیشتر از ۱/۲ مول خواهد بود.

مشاوره بد نیست بدانید که از نظر علمی، ۳ این سؤال هم می‌تواند درست باشد و در واقع سؤال، دو گزینهٔ درست دارد. با توجه به توضیحاتی که در مورد ۴ دادیم، در صورت ثابت‌بودن سرعت واکنش، این گزینه درست خواهد بود. در واکنش‌هایی مانند واکنش داده‌شده که حالت فیزیکی همهٔ مواد واکنش‌دهنده جامد (s) (یا مایع (l)) است، واکنش با سرعت ثابت انجام می‌شود و از نظر علمی این گزینه هم درست است ولی از آن‌جا که این موضوع در سطح کتاب‌های درسی شما بررسی نشده است، خطای طراح سؤال برای ۳ در نظر گرفته نمی‌شود.



۵۵- گزینه ۳

نکته شما باید اسیدهای قوی و ضعیف کتاب درسی را بشناسید:

مقایسهٔ قدرت اسیدی (K_a): $HI, HBr, HCl, H_2SO_4 > HNO_3 >$ (اسیدهای ضعیف) $HF > HNO_2 > HCOOH > CH_3COOH > H_2CO_3 > HCN$

در محلول‌های آبی، زمانی غلظت یون هیدروکسید $([OH^-])$ کاهش می‌یابد که غلظت یون هیدرونیوم $([H^+])$ در آن افزایش یابد و زمانی غلظت یون هیدرونیوم $([H^+])$ افزایش می‌یابد که یک اسید در آب حل شود. می‌دانیم که $NH_3(g)$ (آمونیاک)، یک باز است؛ پس تا این‌جا ۱ پُرا هر چه یک اسید ضعیف‌تر باشد، کم‌تر یونیده شده و مولکول‌های بیشتری از آن در محلول باقی می‌ماند. بین اسیدهای HCl، HCN و HCOOH، قدرت اسیدی هیدروسیانیک اسید (HCN) از بقیه کم‌تر است.

۵۶- گزینه ۴

می‌دانیم که قدرت اسیدی فرمیک اسید (HCOOH، محلول I) بیشتر از قدرت اسیدی استیک اسید (CH_3COOH، محلول II) است. قدرت اسیدی: $HCOOH > CH_3COOH$ (فرمیک اسید، استیک اسید)

با توجه به این نکته می‌ریم سراغ بررسی گزینه‌ها:

۱ pH محلول به غلظت H^+ $([H^+])$ بستگی دارد. طبق رابطهٔ $K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]}$ برای اسیدهای ضعیف، $[H^+]$ هم به K_a و هم به غلظت محلول (M) بستگی داشته و با هر دو رابطهٔ مستقیم دارد. با توجه به این‌که K_a برای فرمیک اسید و M برای استیک اسید بیشتر است نمی‌توان بدون داشتن مقادیر عددی M و K_a دو اسید، $[H^+]$ را برای دو اسید در این شرایط مقایسه کرد. (در واقع بسته به مقدار غلظت اسیدها (M)، pH هر محلول می‌تواند بیش از دیگری باشد.) ×

۲ در دمای ثابت، وقتی pH دو محلول یکسان است، یعنی خاصیت اسیدی دو محلول (غلظت هیدرونیوم $[H^+]$) برابر است؛ بنابراین غلظت اولیهٔ محلول (I) (فرمیک اسید، اسید قوی‌تر) کم‌تر بوده است و در حجم برابر، شمار مولکول‌های محلول (I) کم‌تر از محلول (II) خواهد بود. ×

توجه: البته در این گزینه راجع به حجم محلول‌ها صحبتی نشده است. یعنی ممکن است در حجم بالاتر از محلول (I) (اسید قوی‌تر)، شمار مولکول‌ها بیشتر هم باشد، ولی به هر حال نمی‌توانیم بگوییم به یقین بیشتر است.

۳ با توجه به رابطهٔ $K_a = M\alpha^2$، درجهٔ یونش اسید با غلظت آن رابطهٔ عکس دارد؛ بنابراین با رقیق‌کردن محلول اسید ضعیف، درجهٔ یونش آن افزایش می‌یابد نه کاهش!

K_a (ثابت) $= M\downarrow$ (کاهش) $\alpha^2\uparrow$ (افزایش)

به علاوه این‌که بین اندازهٔ رقیق‌کردن دو محلول و نسبت افزایش درجهٔ یونش آن‌ها ارتباطی وجود ندارد! ×

۴ در دما و غلظت متفاوت، هر دو محلول فرمیک اسید (HCOOH) و استیک اسید (CH_3COOH) (البته با حجم‌های متفاوت) می‌توانند با مقدار یکسانی از سدیم هیدروکسید به طور کامل واکنش دهند.

معادلهٔ خنثی‌شدن کامل محلول اسیدها و بازها به صورت زیر است:

$$n_a . M_a . V_a = n_b . M_b . V_b$$

(مول اسید، مول باز)

حجم باز × غلظت باز × ظرفیت باز = حجم اسید × غلظت اسید × ظرفیت اسید

برای فرمیک اسید داریم: $1 \times M_{a_{(I)}} \times V_{a_{(I)}} = 1 \times$ مول باز

برای استیک اسید داریم: $1 \times M_{a_{(II)}} \times V_{a_{(II)}} = 1 \times$ مول باز

چون مقدار سدیم هیدروکسید (مول باز) یکسان است، داریم:

$$\Rightarrow M_{a_{(I)}} V_{a_{(I)}} = M_{a_{(II)}} V_{a_{(II)}}$$

بنابراین در دما و غلظت متفاوت، حجم‌های متفاوتی از فرمیک اسید و استیک اسید، می‌توانند با مقدار یکسانی سدیم هیدروکسید به طور کامل واکنش دهند. ✓

۵۷- گزینه ۴

گام ۱ ابتدا غلظت اولیهٔ هر دو محلول اسیدی را حساب می‌کنیم.

محلول HA با $pH = 1/4$:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-1/4} = 10^{-2} \times \underbrace{10^{0/6}}_{=2\times 10^{0/3}} \xrightarrow[10^{0/3}=2]{\log 2 = 0/3} = 2 \times 2 \times 10^{-2} = 4 \times 10^{-2}$$

$$[H^+] = M\alpha \Rightarrow 4 \times 10^{-2} = M \times 1 \Rightarrow M = 4 \times 10^{-2}$$

محلول HA با $pH = 1/7$:

$$[H^+] = 10^{-1/7} = 10^{-2} \times 10^{0/3} \xrightarrow[10^{0/3}=2]{\log 2 = 0/3} = 2 \times 10^{-2}$$

$$[H^+] = M\alpha \Rightarrow 2 \times 10^{-2} = M \times 1 \Rightarrow M = 2 \times 10^{-2}$$

گام ۲ رابطهٔ خنثی‌شدن محلول‌های اسیدی و بازی را نوشته و موارد را در فرمول جای‌گذاری می‌کنیم.

هنگام خنثی‌شدن اسید و باز رابطهٔ $n_a . M_a . V_a = n_b . M_b . V_b$ برقرار است؛ بنابراین:

$$n_{a_1} . M_{a_1} . V_{a_1} + n_{a_2} . M_{a_2} . V_{a_2} = n_b . M_b . V_b$$

$$\Rightarrow (1 \times 4 \times 10^{-2} \times a) + (1 \times 2 \times 10^{-2} \times b) = 1 \times 10/3 \times 200$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^{-2} a + 2 \times 10^{-2} b = 60 \Rightarrow 2a + b = 3000$$

گام ۳ از این‌جا به بعد *چالب می‌شه!* ما مجموع $2a + b$ را داریم ولی طراح محترم حاصل $a + b$ را خواسته است! پس راهی نداریم به‌جز امتحان‌کردن گزینه‌ها:

① اگر $a + b = 500 \xrightarrow{2a+b=3000} a + \underbrace{a+b}_{500} = 3000$

$\Rightarrow a = 2500 \Rightarrow b = -2000$ (غیر قابل قبول)

$\Rightarrow a + b$ نمی‌تواند ۵۰۰ باشد.

② اگر $a + b = 1000 \xrightarrow{2a+b=3000} a + \underbrace{a+b}_{1000} = 3000 \Rightarrow a = 2000$

$\Rightarrow b = -1000$ (غیر قابل قبول) $\Rightarrow a + b$ نمی‌تواند ۱۰۰۰ باشد.

③ اگر $a + b = 250 \xrightarrow{2a+b=3000} a + \underbrace{a+b}_{250} = 3000 \Rightarrow a = 2750$

$\Rightarrow b = -2500$ (غیر قابل قبول) $\Rightarrow a + b$ نمی‌تواند ۲۵۰ باشد.

④ اگر $a + b = 2000 \xrightarrow{2a+b=3000} a + \underbrace{a+b}_{2000} = 3000 \Rightarrow a = 1000$

$\Rightarrow b = 1000$ ✓ $\Rightarrow a + b$ می‌تواند ۲۰۰۰ باشد.

مشاوره بهتر بود طراح محترم در صورت سؤال می‌گفت کدام گزینه می‌تواند مجموع $a + b$ باشد، چون $a + b$ می‌تواند مقادیر دیگری هم باشد! مثلاً اگر $a = 1250$ و $b = 500$ باشد، باز هم $2a + b = 3000$ می‌شود که در این حالت $a + b = 1250 + 500 = 1750$ است.

۵۸- گزینه ۳

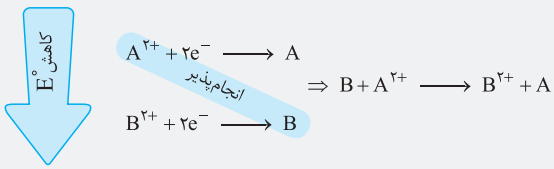
درس‌نامه مقایسهٔ قدرت کاهندگی و اکسندگی با E°!

می‌دانید که پتانسیل‌های استاندارد نیم‌سلول‌ها به صورت کاهشی گزارش می‌شود، یعنی پتانسیل استاندارد نیم‌سلول، میزان تمایل به گرفتن الکترون و کاهش‌یافتن (قدرت اکسندگی) را نشان می‌دهد. E°، گونهٔ کاهنده $+ ne^- \rightarrow$ گونهٔ اکسنده

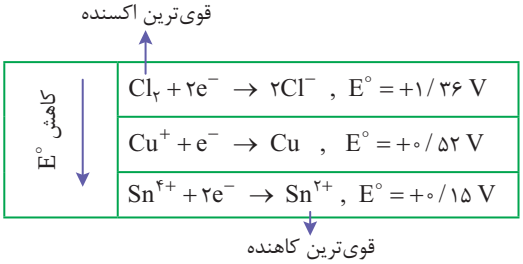
پس هر چه E° یک نیم‌واکنش بزرگ‌تر باشد، گونهٔ سمت چپ نیم‌واکنش (گونهٔ اکسنده)، تمایل بیشتری به گرفتن الکترون داشته و در نتیجه اکسندهٔ قوی‌تری است و هر چه E° یک نیم‌واکنش کوچک‌تر باشد، گونهٔ سمت راست نیم‌واکنش (گونهٔ کاهنده)، تمایل بیشتری به از دست دادن الکترون داشته و در نتیجه کاهندهٔ قوی‌تری است.

بررسی انجام‌پذیر یا انجام‌ناپذیر بودن واکنش‌ها:

می‌دانید که در سری الکتروشیمیایی از بالا به پایین با کاهش E° نیم‌سلول‌ها، قدرت کاهندگی گونه‌های سمت راست افزایش می‌یابد؛ بنابراین در **سری الکتروشیمیایی گونهٔ سمت راست پایین‌تر می‌تواند با گونهٔ سمت چپ بالاتر، واکنش دهد.**



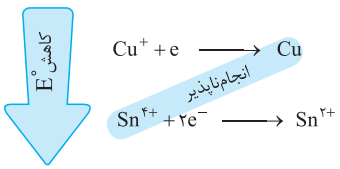
با توجه به قدرت اکسندگی گونه‌های داده‌شده و E° آن‌ها می‌توان سری الکتروشیمیایی زیر را رسم کرد.



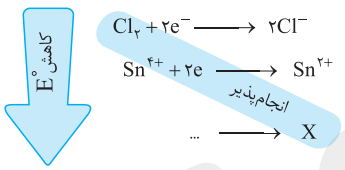
بریم سراغ گزینه‌ها:

① طبق ترتیب E°ها و سری نوشته‌شده، $Cl^-(aq)$ کاهندهٔ ضعیف‌تری از $Sn^{2+}(aq)$ است نه قوی‌تر! ×

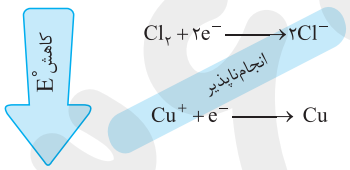
② گونهٔ سمت چپ پایین‌تر نمی‌تواند با گونهٔ سمت راست بالاتر واکنش دهد؛ یعنی $Sn^{4+}(aq)$ نمی‌تواند $Cu(s)$ را اکسید کرده و انرژی تولید کند! (واکنش انجام‌ناپذیر است.) ×



③ اگر فلز X با $Sn^{4+}(aq)$ به طور طبیعی واکنش دهد، به یقین فلز X کاهنده‌تر از $Sn^{2+}(aq)$ است و بنابراین فلز X به یقین می‌تواند با گاز کلر (Cl_2) به طور طبیعی واکنش دهد. ✓



④ گونهٔ سمت راست بالاتر $(2Cl^-(aq))$ نمی‌تواند به طور طبیعی با گونهٔ سمت چپ پایین‌تر $(Cu^+(aq))$ واکنش دهد. ×



۵۹- گزینه ۱

نکته ۱ جمع جبری عددهای اکسایش اتم‌ها در یک ترکیب خنثی برابر با صفر و در یک یون چندتایی برابر با بار یون است.

مثال:

$H_2SO_4 : 2H + S + 4O = 0$

$PO_4^{3-} : P + 4O = -3$

۲ در برخی گونه‌ها، دو یا چند اتم از یک عنصر، با اعداد اکسایش مختلف وجود دارد. در این‌گونه موارد به کمک استفاده از قواعد عدد اکسایش و نکتهٔ **۱**، می‌توان مجموع عدد اکسایش آن اتم‌ها را حساب کرد.

مثال: مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در مولکول اتانول را به دست آورید.

فرمول مولکولی اتانول، C_2H_5OH و یا C_2H_6O است:

$$C_2H_6O : 2C + 6(+1) + (-2) = 0 \Rightarrow \underbrace{2C}_{\text{مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن}} = -4$$

تیزبازی در واکنش سوختن کامل ترکیب‌های آلی، ضریب CO_2، برابر با تعداد کربن‌ها در فرمول مولکولی ترکیب است. با این ترفند نیازی به نوشتن کامل واکنش سوختن نیست.

۱ مول نفتالن با فرمول $C_{10}H_8$، در اثر سوختن کامل، ۱۰ مول CO_2 تولید خواهد کرد.

$$1C_{10}H_8 \rightarrow 10CO_2$$

مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در ۱ مول نفتالن:

$$C_{10}H_8 \rightarrow 10C + 8(+1) = 0 \Rightarrow 10C = -8$$

مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در ۱۰ مول CO_2:

$$CO_2 \rightarrow 1C + 2(-2) = 0 \Rightarrow C = +4 \Rightarrow 10C = +40$$

بنابراین مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن از -8 (در $C_{10}H_8$) به $+40$ (در ۱۰ CO_2) رسیده و ۴۸ واحد تغییر می‌کند.

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر با عدد ۴۸ بر روی عدد -8 خواهد بود. $\frac{48}{-8} = -6$

۶۰- گزینه ۲

استراتژی اول باید معادلهٔ واکنش انجام‌شده در سلول را بنویسیم اما بار کاتیون فلز را نداریم که باید با استفاده از مول فلز و شمار الکترون‌های مبادله‌شده، آن را به دست آوریم. با مشخص‌شدن بار کاتیون فلز و معادلهٔ واکنش، نسبت جرم Cu تولیدشده به جرم M مصرف‌شده را برابر ۱/۸۴ قرار می‌دهیم تا جرم مولی فلز به دست آید.

گام ۱ با استفاده از مول فلز M و شمار الکترون‌های مبادله‌شده، بار کاتیون فلز M را به دست می‌آوریم:

$$M \rightarrow M^{m+} \sim me^-$$

$$2\,mol\,M \times \frac{m\,mol\,e^-}{1\,mol\,M} \times \frac{6/02 \times 10^{23}\,e^-}{1\,mole^-} = 3/612 \times 10^{24}\,e^-$$

$$\Rightarrow m = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow M \text{ نماد کاتیون فلز} = M^{3+}$$

گام ۲ معادلهٔ واکنش انجام‌شده در سلول گالوانی را می‌نویسیم. فلز M مصرف شده و نقش آند را دارد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$2M + 3Cu^{2+} \rightarrow 2M^{3+} + 3Cu$$

توجه: می‌دانیم که مس دارای دو کاتیون Cu^{2+} و Cu^+ است.

اگر در صورت سؤال اطلاعاتی در مورد E° نیم‌سلول‌های (Cu^{2+}/Cu) یا (Cu^+/Cu) داده باشد، باید با مقایسهٔ E°ها، نیم‌واکنش کاتدی را بنویسیم اما وقتی مانند این سؤال، اطلاعاتی در مورد الکترولیت سلول و نیم‌واکنش‌های گفته‌شده داده نمی‌شود، نیم‌واکنش مربوط به مس را بین Cu^{2+} و Cu می‌نویسیم.

گام ۳ با نوشتن رابطهٔ تغییر جرم تیغهٔ مس به جرم تیغهٔ M، جرم مولی فلز M را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{جرم Cu تولیدشده}}{\text{جرم M مصرف‌شده}} = 1/84 \xrightarrow{\text{جرم‌مولی×مول=جرم}} \frac{3 \times 64}{2 \times \text{جرم‌مولی M}} = 1/84$$

$$\Rightarrow \text{جرم‌مولی M} = \frac{3 \times 32}{1/84} = \frac{1200}{23} \simeq 52\ g.mol^{-1}$$

۶۱- گزینه ۱

نکته مقایسهٔ فولاد و تیتانیم:

جدول زیر برخی از ویژگی‌های تیتانیم را در مقایسه با فولاد زنگ‌نزن نشان می‌دهد. شما با توجه به این جدول، باید مقایسهٔ خواص تیتانیم و فولاد *رو بلد باشین*:

ماده / ویژگی	تیتانیم	فولاد
نقطهٔ ذوب ($^\circ C$)	۱۶۶۷	۱۵۳۵
چگالی ($g.mL^{-1}$)	۴/۵۱	۷/۹۰
واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا	ناچیز	متوسط
مقاومت در برابر خوردگی	عالی	ضعیف
مقاومت در برابر سایش	عالی	عالی

۱) نقطهٔ ذوب: فولاد < تیتانیم

۲) چگالی: فولاد > تیتانیم

۳) واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا: فولاد > تیتانیم

۴) مقاومت در برابر خوردگی: فولاد < تیتانیم

۵) مقاومت در برابر سایش: فولاد = تیتانیم

۱) از فلز تیتانیم برای ساختن موتور جت استفاده می‌شود. *به چندتا دلیل!* اول این‌که هنگامی که موتور جت کار می‌کند، همهٔ اجزای سازنده (ثابت و متحرک) دمای بالایی دارند، پس فلز مورد استفاده باید نقطهٔ ذوب بالایی داشته باشد که *تیتانیم داره!* دوم این‌که در ساخت موتور جت چگالی قطعات استفاده‌شده در آن هم مهم است *(هرچی سبک‌تر بهتر!)*. همان‌طور که می‌بینید چگالی تیتانیم از فولاد کم‌تر است؛ بنابراین قطعات ساخته‌شده از جنس تیتانیم نسبت به فولاد، سبک‌تر خواهند بود. *از طرف دیگه! مقاومت در برابر خوردگی و سایش هم مهمه! که تیتانیم در مقابل فولاد، گزینهٔ بهتری برای موتور جت است!*

۲) تیتانیم با ذره‌های موجود در آب دریا تقریباً واکنش نمی‌دهد، به همین دلیل از این فلز در ساخت پروانهٔ کشتی اقیانوس‌پیما استفاده می‌شود.

۳) از آن‌جا که تیتانیم در برابر خوردگی و سایش، مقاومت بالایی دارد، ساخت بناهایی از جمله موزهٔ گوگنهایم در اسپانیا با پوشش بیرونی تیتانیم، باعث افزایش ماندگاری آن شده است.

موارد «الف» و «ب» درست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

(پ) فولاد با ذره‌های موجود در آب دریا بیشتر واکنش می‌دهد؛ بنابراین **مقاومت** آن در برابر واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا، کم‌تر است.

(ت) به دلیل این‌که تیتانیم با ذره‌های موجود در آب دریا تقریباً واکنش نمی‌دهد، از این فلز در ساخت پروانهٔ کشتی اقیانوس‌پیما استفاده می‌شود.

مشاوره تجربهٔ کنکورهای اخیر ثابت کرده که طراحان محترم به حفظیات کتاب درسی، شکل‌ها، جدول‌ها و نمودارها، خیلی علاقه دارند! پس باید این موارد رو به خوبی بخونید و از هیچ جای کتاب درسی غافل نشید!

۶۲- گزینه ۴

موارد «پ» و «ت» درست‌اند.

ابتدا با شناختی که از جدول دوره‌ای داریم، عنصرها را مشخص می‌کنیم:

$$A: {}_1H\ ,\ D: {}_3Li\ ,\ E: {}_6C\ ,\ Z: {}_8O\ ,\ J: {}_9F\ ,\ G: {}_{35}Br$$

بررسی عبارت‌ها: (الف) آنتالپی فروپاشی با بار یون‌ها رابطهٔ مستقیم و با شعاع یون‌ها رابطهٔ وارونه دارد. با توجه به این‌که شعاع یون پایدار J کم‌تر از G است، آنتالپی فروپاشی شبکهٔ ترکیب حاصل از D و J بیشتر از آنتالپی فروپاشی شبکهٔ ترکیب حاصل از D و G است:

$$\underset{(LiF)}{D,J} > \underset{(LiBr)}{D,G}$$: آنتالپی فروپاشی شبکه

(ب) E و Z، عنصرهای کربن و اکسیژن هستند که می‌توانند با هم مولکول CO_2 را تشکیل دهند. از طرفی فرمول ترکیب حاصل از E (کربن) و A (هیدروژن)، CH_4 است. نقطهٔ جوش CO_2 از CH_4 به دلیل جرم مولی بیشتر، بالاتر است.

(پ) مولکول حاصل از A و G برخلاف مولکول حاصل از E و Z، قطبی است و گشتاور دوقطبی بیشتری دارد.

$$\underset{(HBr)}{A,G} > \underset{(CO_2)}{E,Z}$$: گشتاور دوقطبی

(ت) ببینیم: J و A ($H-\ddot{F}:$) $>$ G و Z ($:\ddot{B}r-\ddot{O}-\ddot{B}r:$) : شمار پیوند اشتراکی

۱ پیوند — ۲ پیوند

توجه: عنصرهای E و Z علاوه بر CO_2، مولکول معروف CO هم تشکیل می‌دهند که با توجه به نوع سؤال و گزینه‌ها، اگر این مولکول را هم در نظر بگیریم، تغییری در جواب سؤال به وجود نمی‌آید.

۶۳- گزینه ۳

فرایند هابر $(N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g))$ را در فشارهای بالا انجام می‌دهند، زیرا با افزایش فشار، تعادل به سمت تولید مول‌های گازی کم‌تر یعنی در جهت رفت و تولید آمونیاک بیشتر جابه‌جا می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها: ① با خارج‌کردن فراورده از ظرف واکنش، تعادل برای جبران کاهش مقدار آمونیاک، در جهت رفت و تولید آمونیاک بیشتر جابه‌جا می‌شود.
② و ④ استفاده از کاتالیزگر و افزایش دما، سرعت واکنش را افزایش می‌دهد.

۶۴- گزینه ۲

استراتژی مول اولیه واکنش‌دهنده‌ها را a در نظر بگیر و با نوشتن جدول تغییرات تعداد مول مواد و مقادیر تعادلی X و Y، مقدار تعادلی فراورده‌ها رو به دست بیار و در آخر، رابطهٔ ثابت تعادل رو بنویس و حجم ظرف را محاسبه کن!

اگر تعداد مول اولیهٔ واکنش‌دهنده‌ها را a در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\begin{array}{lccccc} & 4X & + & Y & \rightleftharpoons & 2M + 2Z \quad K=25 \\ \text{مول اولیه}: & a & & a & & 0 \quad 0 \\ \text{مول تعادلی}: & \underbrace{a-4x}_{0/02} & & \underbrace{a-x}_{0/08} & & 2x \quad 2x \end{array}$$

$$\begin{cases} a-4x=0/02 \\ a-x=0/08 \end{cases} \Rightarrow 3x=0/06 \Rightarrow x=0/02$$

حالا تعداد مول تعادلی همهٔ مواد را در عبارت ثابت تعادل قرار می‌دهیم (V، حجم ظرف است):

$$K=\frac{[M]^2[Z]^2}{[X]^4[Y]} \Rightarrow 25=\frac{(\frac{2x}{V})^2(\frac{2x}{V})^2}{(\frac{0/02}{V})^4(\frac{0/08}{V})}=\frac{(\frac{2\times 0/02}{V})^4}{(\frac{0/02}{V})^4(\frac{0/08}{V})}$$

$$\Rightarrow 25=\frac{2^4}{\frac{0/08}{V}} \Rightarrow V=\frac{25\times 0/08}{16}\,L$$

$$\xrightarrow{\times 1000} V=\frac{25}{200}\times 1000=125\,mL$$

۶۵- گزینه ۱

درس‌نامه **اصل لوشاتلیه:** تأثیر عوامل مختلف بر جابه‌جایی و ثابت تعادل را در این جدول *براتون آوردیم*:

عامل			عکس‌العمل تعادل به تغییر	چگونگی تغییر ثابت تعادل (K) با جابه‌جاشدن تعادل
تغییر غلظت		افزایش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت مصرف آن ماده	تغییر نمی‌کند.
		کاهش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت تولید آن ماده	تغییر نمی‌کند.
تغییر حجم (فشار)		افزایش حجم (کاهش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی بیشتر	تغییر نمی‌کند.
		کاهش حجم (افزایش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی کم‌تر	تغییر نمی‌کند.
تغییر دما	واکنش‌های گرماده	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.
		افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
	واکنش‌های گرماگیر	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
		افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.

با افزایش دما، [AD] کاهش یافته است، یعنی با افزایش دما، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده است. در واکنش‌های گرماده ($\Delta H<0$) است که این اتفاق می‌افتد. در این واکنش‌ها، با کاهش دما، تعادل در جهت رفت جابه‌جا شده و مقدار ثابت تعادل (K) افزایش می‌یابد:

$$A+D \rightleftharpoons AD+Q$$

$$T\uparrow \xrightarrow{\text{جابه‌جایی تعادل در جهت برگشت}} [AD]\downarrow, K\downarrow$$

$$T\downarrow \xrightarrow{\text{جابه‌جایی تعادل در جهت رفت}} [AD]\uparrow, K\uparrow$$

حالا بریم سراغ اثر فشار! با توجه به نمودار، در دمای ثابت، [AD] در فشار P_2 بیشتر از [AD] در فشار P_1 است. در تعادل‌های گازی، با افزایش فشار، غلظت همهٔ مواد افزایش می‌یابد. علاوه بر آن با توجه به این‌که، مجموع مول‌های گازی در سمت راست واکنش کم‌تر از مجموع مول‌های گازی سمت چپ آن است، با افزایش فشار، تعادل در جهت تعدیل آن، به سمت راست (تعداد مول‌های گازی کم‌تر) جابه‌جا می‌شود؛ بنابراین در فشار بیشتر (P_2)، غلظت [AD] بیشتر است.

ریاضیات

۶۶- گزینه ۴

درس‌نامه ① اگر a، b و c سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ حسابی باشند، می‌توانیم رابطهٔ مقابل را برایشان بنویسیم: $a+c=2b$ یا وسطی $\times 2=$ سومی $+$ اولی

② هر وقت دو جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ حسابی را داشته باشیم، می‌توانیم قدرنسبتش را به این صورت محاسبه کنیم: $d=a_2-a_1=a_3-a_2=\cdots=a_n-a_{n-1}$

③ جملهٔ عمومی یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول a_1 و قدرنسبت d به صورت زیر است:
$a_n=a_1+(n-1)d$

گام ۱ به گفتهٔ سؤال a، $2a+1$ و $5-a$ سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ حسابی‌اند، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$\not{x}+(5-\not{x})=2(1+2a) \Rightarrow 5=2+4a \quad \text{وسطی} \times 2 = \text{سومی} + \text{اولی}$$

$$\Rightarrow 3=4a \Rightarrow a=\frac{3}{4}$$

گام ۲ حالا به کمک مورد (۲) درس‌نامه، قدرنسبت را حساب می‌کنیم:

$$d=(1+2a)-a=1+a \xrightarrow{a=\frac{3}{4}} d=1+\frac{3}{4}=\frac{7}{4}$$

گام ۳ جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی، $a=\frac{3}{4}$ و قدرنسبتش $d=\frac{7}{4}$ است، بنابراین جملهٔ عمومی دنباله طبق مورد (۳) درس‌نامه به این صورت می‌شود:

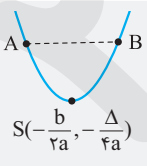
$$a_n=\frac{3}{4}+(n-1)\frac{7}{4}$$

گام ۴ حالا که جملهٔ عمومی دنباله را داریم، می‌توانیم جملهٔ نهمش را حساب کنیم:

$$a_9=\frac{3}{4}+(9-1)\frac{7}{4}=\frac{3}{4}+\frac{56}{4}=\frac{59}{4}=\frac{60-1}{4}=15-\frac{1}{4}=14/75$$

۶۷- گزینه ۱

درس‌نامه ① اگر مطابق شکل، دو نقطه با عرض یکسان روی سهمی $y=ax^2+bx+c$ داشته باشیم (مثل A و B)، میانگین طول این دو نقطه، مساوی طول رأس سهمی $(-\frac{b}{2a})$ است:



$$\frac{x_A+x_B}{2}=-\frac{b}{2a}$$

② اگر α و β ریشه‌های سهمی $y=ax^2+bx+c$ باشند، مجموع ریشه‌ها از رابطهٔ مقابل محاسبه می‌شود:

$$\alpha+\beta=\frac{-b}{a}$$

③ اگر دو مورد قبل را با هم ترکیب کنیم، می‌فهمیم که جمع طول نقطه‌های A و B در سهمی بالا مساوی مجموع ریشه‌هایش می‌شود:

$$\frac{x_A+x_B}{\not{2}}=-\frac{b}{\not{2}a} \Rightarrow x_A+x_B=\alpha+\beta$$

به گفتهٔ سؤال دو نقطهٔ $(-۴,۳)$ و $(-۱/۵,-۴)$ با عرض یکسان، روی سهمی قرار دارند؛ پس طبق درس‌نامه، مجموع صفرهای سهمی با جمع طول این نقاط برابر است:

$$\text{مجموع صفرها} = -۱/۵ + ۳ = ۱/۵ = \frac{۳}{۲}$$

۶۸- گزینه ۴

درس‌نامه اختلاف ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $ax^۲+bx+c=۰$، به شرطی که $\Delta>۰$ باشد، از رابطهٔ مقابل محاسبه می‌شود:

$$M=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

گام اختلاف ریشه‌های معادلهٔ $x^۲+۲kx+۵=۰$ ($a=۱$) را به کمک درس‌نامه به دست می‌آوریم و مساوی $\frac{۴}{۳}k$ می‌گذاریم:

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{۴}{۳}k \Rightarrow \frac{\sqrt{(۲k)^۲-۴(۱)(۵)}}{۱}=\frac{۴}{۳}k \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۴k^۲-۲۰=\frac{۱۶}{۹}k^۲$$

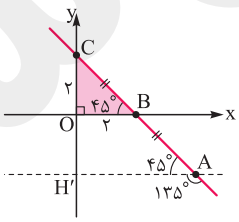
$$\xrightarrow{\times ۹} ۳۶k^۲-۱۸۰=۱۶k^۲ \Rightarrow ۲۰k^۲=۱۸۰ \Rightarrow k^۲=۹$$

گام بنابراین مقدار $[\frac{k^۲}{۲}]$ می‌شود $[۴/۵]=[\frac{۹}{۲}]=۴$.

۶۹- گزینه ۱

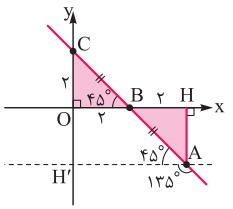
استراتژی اول با تشخیص نوع مثلث OBC، طول OB را پیدا می‌کنیم. بعد از A به محور xها عمود می‌کنیم تا آن را در نقطهٔ H قطع کند؛ این‌جوری دو مثلث همنهشت درست می‌شود و می‌توانیم مختصات نقطهٔ H و طول AH را به دست بیاوریم. در آخر از نقطهٔ H، به اندازهٔ AH پایین می‌رویم تا به مختصات نقطهٔ A برسیم.

گام اول سعی می‌کنیم نوع مثلث OBC را تشخیص بدهیم. با توجه به شکل، $B\hat{A}H'=۱۸۰^\circ-۱۳۵^\circ=۴۵^\circ$ است. حالا به خطوط موازی OB و AH' و مورب قرمزرنگ نگاه کنید. طبق قضیهٔ خطوط موازی و مورب می‌توانیم بگوییم $C\hat{B}O=B\hat{A}H'=۴۵^\circ$ است.



حالا که فهمیدیم مثلث قائم‌الزاویهٔ OBC یک زاویهٔ ۴۵° دارد، می‌توانیم بگوییم متساوی‌الساقین هم هست؛ بنابراین $OB=OC=۲$ می‌شود.

گام در ادامه مطابق شکل زیر، از نقطهٔ A عمودی بر محور xها رسم می‌کنیم تا آن را در نقطهٔ H قطع کند. همان‌طور که از شکل پیداست، زاویه‌های CBO و HBA متقابل به رأس‌اند؛ پس $H\hat{B}A=C\hat{B}O=۴۵^\circ$ می‌شود. حالا خوب به مثلث‌های قائم‌الزاویهٔ رنگی نگاه کنید. هر دو، قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین‌اند و طول وترشان هم مساوی است؛ بنابراین می‌توانیم بگوییم این دو مثلث همنهشت‌اند، در نتیجه:



$$\begin{cases} AH=CO=۲ \\ OB=BH=۲ \end{cases}$$

پس مختصات نقطهٔ H شد: $H(۴,۰)$

گام طبق شکل گام دوم، برای رسیدن به نقطهٔ A باید از H، ۲ واحد به پایین حرکت کنیم. این‌جوری مختصات نقطهٔ A می‌شود $A(۴,-۲)$.

نکته فاصلهٔ نقطهٔ $A(a,b)$ از مبدأ مختصات برابر می‌شود با: $OA=\sqrt{a^۲+b^۲}$

سؤال فاصلهٔ نقطهٔ $A(۴,-۲)$ را از مبدأ مختصات می‌خواهد که طبق نکتهٔ بالا برابر است با:

$$OA=\sqrt{۴^۲+(-۲)^۲}=\sqrt{۱۶+۴}=\sqrt{۲۰}=۲\sqrt{۵}$$

۷۰- گزینه ۲

استراتژی اول $f(\sqrt{۵})$ را محاسبه می‌کنیم تا بتوانیم تساوی $f(af(\sqrt{۵}))=۲$ را به کمک ضابطهٔ f، بازش کنیم. این طوری که به یک معادلهٔ جزءصحیح‌دار می‌رسیم. کلید حل این معادله توجه به این نکته است که جمع دو عدد صحیح، عددی صحیح است.

گام اول $f(\sqrt{۵})$ را حساب می‌کنیم:

$$f(x)=x^۲-[x] \Rightarrow f(\sqrt{۵})=(\sqrt{۵})^۲-[\sqrt{۵}]=۵-\underbrace{[۲/\ldots]}_{۲}=۳$$

بنابراین تساوی $f(af(\sqrt{۵}))=۲$ به این صورت درمی‌آید: $f(۳a)=۲$

گام حالا تساوی بالا را به کمک ضابطهٔ f، یعنی $f(x)=x^۲-[x]$، بازش می‌کنیم:

$$(۳a)^۲-[۳a]=۲ \Rightarrow ۹a^۲=\underbrace{۲}_{\text{صحیح}}+\underbrace{[۳a]}_{\text{صحیح}} \quad (*)$$

همان‌طور که می‌بینید، $۹a^۲$ برابر با جمع دو عدد صحیح شد؛ پس خودش هم باید عددی صحیح باشد. با توجه به گزینه‌ها $۹a^۲$ به ازای $a=\frac{۱}{۳}$ و $a=-\frac{۱}{۳}$ عدد صحیح می‌شود، ببینید:

$$\begin{cases} a=\frac{۱}{۳} \Rightarrow ۹a^۲=۹(\frac{۱}{۳})^۲=\frac{۹}{۹}=۱ \\ a=-\frac{۱}{۳} \Rightarrow ۹a^۲=۹(-\frac{۱}{۳})^۲=\frac{۹}{۹}=۱ \end{cases}$$

گام حالا $a=\frac{۱}{۳}$ و $a=-\frac{۱}{۳}$ را در رابطهٔ (*) جای‌گذاری می‌کنیم تا ببینیم کدام‌یک در این رابطه صدق می‌کند:

$$a=\frac{۱}{۳}: ۹(\frac{۱}{۳})^۲ \overset{?}{=} ۲+[۳(\frac{۱}{۳})] \Rightarrow \overset{?}{۱=۲+۱} \quad \times$$

$$a=-\frac{۱}{۳}: ۹(-\frac{۱}{۳})^۲ \overset{?}{=} ۲+[۳(-\frac{۱}{۳})] \Rightarrow \overset{?}{۱=۲-۱} \quad \checkmark$$

پس $a=-\frac{۱}{۳}$ قابل قبول است.

مشاوره توابع براکتی در کنکورهای جدید نقش پررنگی دارند، به همین خاطر پیشنهاد می‌کنیم حتماً ویژگی‌های آن‌ها را بلد باشید.

۷۱- گزینه ۳

گام $\sqrt{x}$ را به سمت راست می‌بریم و طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\underbrace{\sqrt{x}+\sqrt{x-a}=a}_{(*)} \Rightarrow \sqrt{x-a}=a-\sqrt{x} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x-a=(a-\sqrt{x})^۲$$

$$\Rightarrow x-a=a^۲+x-۲a\sqrt{x} \Rightarrow ۲a\sqrt{x}-a^۲-a=۰$$

$$\Rightarrow a(۲\sqrt{x}-a-۱)=۰ \Rightarrow \begin{cases} a=۰ \quad (۱) \\ ۲\sqrt{x}-a-۱=۰ \Rightarrow \sqrt{x}=\frac{a+۱}{۲} \quad (۲) \end{cases}$$

گام حالا رابطه‌های (۱) و (۲) را جداگانه بررسی می‌کنیم:

۱) $a=۰$ را در (*) جای‌گذاری می‌کنیم: $\sqrt{x}+\sqrt{x}=۰ \Rightarrow ۲\sqrt{x}=۰ \Rightarrow x=۰$

همان‌طور که می‌بینید به ازای $a=۰$، x عددی صحیح شد، پس این‌جا یک مقدار صحیح یک‌رقمی برای a پیدا کردیم.

۲) طرفین رابطهٔ (۲) را به توان ۲ می‌رسانیم: $x=(\frac{a+۱}{۲})^۲$

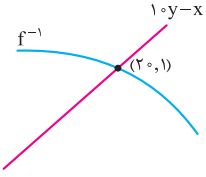
طبق رابطهٔ بالا، برای این‌که x عددی صحیح بشود، باید «$a+۱$» زوج و در نتیجه a عددی فرد باشد. به دنبال مقادیر صحیح و یک‌رقمی a هستیم، پس a می‌تواند ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ باشد. بنابراین در مجموع، $۶=۵+۱$ عدد صحیح یک‌رقمیِ a، خواستهٔ مسئله را برآورده می‌کند.

تله اگر حواسمان به $a=۰$ نمی‌شد، ۵ مقدار برای a به دست می‌آوردیم و در تلهٔ ۲ می‌افتادیم.

۷۲- گزینه ۲

درس‌نامه اگر نقطهٔ (a,b) روی نمودار f باشد، نقطهٔ (b,a) روی نمودار $f^{-۱}$ خواهد بود و برعکس، یعنی اگر (b,a) روی $f^{-۱}$ باشد، می‌توانیم بگوییم (a,b) روی f قرار دارد.

گام شکل فرضی مقابل را می‌کشیم:



همان‌طور که می‌بینید، عرض نقطهٔ تقاطع $y=۱$ است. این نقطه روی خط $۱۰y-x=-۱۰$ قرار دارد؛ پس حق داریم $y=۱$ را در آن جای‌گذاری کنیم تا به طول نقطهٔ تقاطع برسیم:

$$۱۰(۱)-x=-۱۰ \Rightarrow -x=-۲۰ \Rightarrow x=۲۰$$

پس مختصات نقطهٔ تقاطع شد: $(۲۰,۱)$

گام با توجه به شکل، نقطهٔ $(۱,۲۰)$ روی f^{-1} قرار دارد؛ پس طبق درس‌نامه نقطهٔ $(۲۰,۱)$ روی f قرار می‌گیرد و در نتیجه $f(۱)=۲۰$ می‌شود:

$$f(x)=x^۳+۶x^۲+ax+۱ \xrightarrow{f(۱)=۲۰} ۱^۳+۶(۱)^۲+a(۱)+۱=۲۰$$
$$\Rightarrow a+۸=۲۰ \Rightarrow a=۱۲$$

۷۳- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ در دنیای لگاریتم‌ها قوانین مهم زیر برقرارند:

الف) اگر $\log_a b=c$ باشد، می‌توانیم بنویسیم: $a^c=b$

بنابراین $\log_a a=۱$ است.

ب) جمع و تفریق دو لگاریتم با مبناهای یکسان به صورت زیر انجام می‌شود:

$$\log_a b+\log_a c=\log_a bc \quad , \quad \log_a b-\log_a c=\log_a \frac{b}{c}$$

پ) لگاریتم، توانی را که روی عبارت جلویش نشسته باشد، به عنوان ضریب به پشت خودش منتقل می‌کند؛ یعنی: $\log_a b^m=m\log_a b$

ت) لگاریتم، معکوس توانی را که روی مبنایش نشسته باشد، به عنوان ضریب به پشت خودش منتقل می‌کند؛ یعنی: $\log_{a^n} b=\frac{۱}{n}\log_a b$

ث) دو قانون بالا با هم به صورت مقابل می‌شوند: $\log_{a^n} b^m=\frac{m}{n}\log_a b$

۲ اتحاد چاق و لاغر را بلد باشید:

$$(a+b)(a^۲-ab+b^۲)=a^۳+b^۳$$
$$(a-b)(a^۲+ab+b^۲)=a^۳-b^۳$$

گام در سمت چپ تساوی $\log_۲(x^۲+۲x+۴)+\log_۲(x-۲)=۳$ جمع دو لگاریتم با مبناهای یکسان را داریم، پس طبق مورد (۱ـ ب) درس‌نامه، می‌توانیم بنویسیم:

$$\log_۲(x-۲)(x^۲+۲x+۴)=۳$$

گام اول طبق اتحاد چاق و لاغر به جای $(x-۲)(x^۲+۲x+۴)$ در تساوی بالا می‌نویسیم $x^۳-۸$ و بعد از مورد (۱ـ الف) درس‌نامه استفاده می‌کنیم:

$$\log_۲(x^۳-۸)=۳ \Rightarrow \underbrace{۲^۳}_{۸}=x^۳-۸ \Rightarrow x^۳=۱۶=۲^۴ \xrightarrow{\text{فرجهٔ }۳} x=۲^{\frac{۴}{۳}}$$

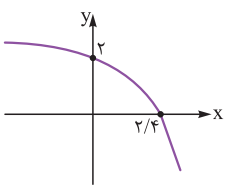
گام حالا که x را داریم، می‌توانیم مقدار $\log_{\sqrt{۲}} x$ را به دست بیاوریم:

$$\log_{\sqrt{۲}} x=\log_{۲^{\frac{۱}{۲}}} ۲^{\frac{۴}{۳}} \overset{\text{مورد (۱-ث)}}{=\!=\!=} \frac{\frac{۴}{۳}}{\frac{۱}{۲}}\log_۲ ۲=۴\underbrace{\log_۲ ۲}_{۱}=۴$$

۷۴- گزینه ۱

استراتژی اول طول و عرض دو نقطهٔ روی نمودار را در ضابطه‌اش جای‌گذاری می‌کنیم. بعد طرفین تساوی‌های به‌دست‌آمده را از هم کم می‌کنیم تا یکی از پارامترها حذف بشود. در آخر به کمک قوانین لگاریتم‌ها، مقدار $\frac{a}{b}$ را به دست می‌آوریم.

گام با توجه به شکل مقابل، نقطه‌های $(۰,۲)$ و $(۲/۴,۰)$ روی نمودار تابع $y=c+\log_۵(ax+b)$ قرار دارند؛ پس حق داریم آن‌ها را در ضابطهٔ تابع جای‌گذاری کنیم:



$$\begin{cases}(۲/۴,۰): ۰=c+\log_۵(۲/۴a+b)\\(۰,۲): ۲=c+\log_۵(۲\times ۰+b)\end{cases} \Rightarrow ۲=c+\log_۵ b$$

گام طرفین رابطه‌های بالا را از هم کم می‌کنیم:

$$(۲+\log_۵(۲/۴a+b))-(۲+\log_۵ b)=۰-۲$$
$$\Rightarrow \log_۵(۲/۴a+b)-\log_۵ b=-۲$$

در سمت چپ تساوی بالا، تفریق دو لگاریتم با مبناهای یکسان را داریم، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\log_۵ \frac{۲/۴a+b}{b}=-۲ \Rightarrow \frac{۲/۴a+b}{b}=۵^{-۲} \Rightarrow \frac{۲/۴a}{b}+\frac{\cancel{b}^{۱}}{\cancel{b}_{۱}}=\frac{۱}{۲۵}$$
$$\Rightarrow \frac{\cancel{۲/۴}^{۱}a}{b}=\frac{۱}{۲۵}-۱=-\frac{\cancel{۲۴}^{۱۰}}{۲۵} \Rightarrow \frac{a}{b}=-\frac{۱۰}{۲۵}=-\frac{۲}{۵}$$

مشاوره در این سؤال تعداد داده‌ها از تعداد مجهول‌ها کم‌تر بود. همان‌طور که دیدید، سه‌تا مجهول ولی دوتا معادله داشتیم؛ بنابراین a، b و c جداگانه قابل محاسبه نبود ولی خواستهٔ سؤال به کمک بازی‌های جبری قابل محاسبه بود. این اتفاقی جدید در کنکور است، به همین خاطر پیشنهاد می‌کنیم از این سؤال‌ها بیشتر حل کنید.

۷۵- گزینه ۳

درس‌نامه اتحادهای مثلثاتی زیر را بلد باشید:

$$\sin^۲\alpha=۱-\cos^۲\alpha \qquad \cos^۲\alpha=۱-\sin^۲\alpha \qquad \cos^۲\alpha-\sin^۲\alpha=\cos ۲\alpha$$

گام به جای $\sin^۲\alpha$ و $\cos^۲\alpha$ به ترتیب می‌نویسیم $۱-\cos^۲\alpha$ و $۱-\sin^۲\alpha$:

$$A=\frac{\sin^۴\alpha+۴\cos^۲\alpha}{۱+\cos^۲\alpha}-\frac{\cos^۴\alpha+۴\sin^۲\alpha}{۱+\sin^۲\alpha}$$
$$=\frac{\sin^۴\alpha+۴(۱-\sin^۲\alpha)}{۱+(۱-\sin^۲\alpha)}-\frac{\cos^۴\alpha+۴(۱-\cos^۲\alpha)}{۱+(۱-\cos^۲\alpha)}$$
$$=\frac{\sin^۴\alpha-۴\sin^۲\alpha+۴}{۲-\sin^۲\alpha}-\frac{\cos^۴\alpha-۴\cos^۲\alpha+۴}{۲-\cos^۲\alpha}$$

گام عبارت $\sin^۴\alpha-۴\sin^۲\alpha+۴$، همان $(۲-\sin^۲\alpha)^۲$ و عبارت $\cos^۴\alpha-۴\cos^۲\alpha+۴$ هم همان $(۲-\cos^۲\alpha)^۲$ است، پس:

$$A=\frac{\sin^۴\alpha-۴\sin^۲\alpha+۴}{۲-\sin^۲\alpha}-\frac{\cos^۴\alpha-۴\cos^۲\alpha+۴}{۲-\cos^۲\alpha}$$
$$=\frac{(۲-\sin^۲\alpha)^{\cancel{۲}^{۱}}}{\cancel{۲-\sin^۲\alpha}}-\frac{(۲-\cos^۲\alpha)^{\cancel{۲}^{۱}}}{\cancel{۲-\cos^۲\alpha}}=(۷-\sin^۲\alpha)-(۷-\cos^۲\alpha)$$
$$=\cos^۲\alpha-\sin^۲\alpha$$

که عبارت آخر طبق درس‌نامه مساوی $\cos ۲\alpha$ است: $A=\cos ۲\alpha$

تیزبازی بیایید به جای α بگذاریم ۹۰°:

$$A=\frac{\sin^۴\alpha+۴\cos^۲\alpha}{۱+\cos^۲\alpha}-\frac{\cos^۴\alpha+۴\sin^۲\alpha}{۱+\sin^۲\alpha}$$
$$=\frac{\sin^۴۹۰^\circ+۴\cos^۲۹۰^\circ}{۱+\cos^۲۹۰^\circ}-\frac{\cos^۴۹۰^\circ+۴\sin^۲۹۰^\circ}{۱+\sin^۲۹۰^\circ}$$

با توجه به این‌که $\sin ۹۰^\circ=۱$ و $\cos ۹۰^\circ=۰$ است، مقدار A برابر می‌شود با:

$$A=\frac{۱^۴+۴(۰)^۲}{۱+۰^۲}-\frac{۰^۴+۴(۱)^۲}{۱+۱^۲}=۱-\frac{۴}{۲}=۱-۲=-۱$$

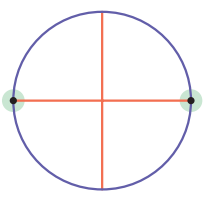
تنها گزینه‌ای که به ازای $\alpha=۹۰^\circ$ برابر -۱ می‌شود، $\cos ۲\alpha$ در ۳ است، ببینید:

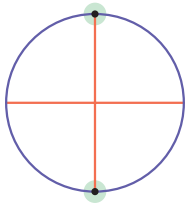
$$\cos ۲\alpha=\cos ۱۸۰^\circ=-۱$$

پس همین گزینه جواب است.

۷۶- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ هر وقت در جریان حل یک معادلهٔ مثلثاتی، سینوس یا کسینوس مساوی صفر شد، از جدول زیر استفاده کنید:

معادله	نمایش جواب روی دایرهٔ مثلثاتی	جواب
$\sin(x)=۰$		$x=k\pi$

معادله	نمایش جواب روی دایرهٔ مثلثاتی	جواب
$\cos(x)=0$		$x=k\pi+\frac{\pi}{2}$ یا $x=(k+0/5)\pi$

۲ به جای معادلهٔ $\sin(x)=\pm1$ می‌توانید معادلهٔ $\cos(x)=0$ را حل کنید.

۳ برای $\cos2x$ اتحادهای زیر را بلد باشید:

$$\cos2x=2\cos^2x-1 \quad , \quad \cos2x=1-2\sin^2x$$

گام طبق مورد (۳) درس‌نامه به جای $\cos2x$ می‌نویسیم $1-2\sin^2x$:

$$\cos2x+\sin^2x=0 \Rightarrow \underbrace{1-2\sin^2x+\sin^2x}_{-\sin^2x}=0 \Rightarrow \sin^2x=1$$

$$\sin x=\pm1$$

گام طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم به جای معادلهٔ $\sin x=\pm1$، معادلهٔ $\cos x=0$ را حل کنیم، برای این‌کار از مورد (۱) درس‌نامه کمک می‌گیریم:

$$\cos x=0 \Rightarrow x=(k+0/5)\pi$$

$$\xrightarrow[k=-3,-2,-1,0]{x\in[-3\pi,\pi]} x=-2/5\pi,-1/5\pi,-0/5\pi,0/5\pi$$

گام بنابراین مجموع جواب‌های معادله در بازهٔ $[-3\pi,\pi]$ برابر می‌شود با:

$$\text{مجموع جواب‌ها}=-2/5\pi-1/5\pi-\cancel{0/5\pi}+\cancel{0/5\pi}=-4\pi$$

۷۷- گزینه ۱

استراتژی اول مقدار براکت را در همسایگی راست و چپ $x=2$ حساب می‌کنیم تا بتوانیم این مقادیر را به جای براکت جای‌گذاری کنیم، بعد مقدار حد را به دست می‌آوریم.

گام اول حد راست را حساب می‌کنیم. چون براکت داریم باید تکلیف آن را مشخص کنیم. $x\to2^+$، یعنی x کمی بیشتر از ۲ است؛ بنابراین: $\lim\limits_{x\to2^+}[x^2]=[4^+]=4$

پس به جای $[x^2]$ در $\lim\limits_{x\to2^+}\frac{x-2}{x^2-[x^2]}$ می‌توانیم عدد ۴ را بنویسیم:

$$\lim_{x\to2^+}\frac{x-2}{x^2-[x^2]}=\lim_{x\to2^+}\frac{x-2}{x^2-4}$$

با جای‌گذاری $x=2$ در عبارت جلوی حد به $\frac{0}{0}$ می‌رسیم؛ پس هوپیتال می‌زنیم:

$$\lim_{x\to2^+}\frac{x-2}{x^2-4}\overset{\text{Hop}}{=}\lim_{x\to2^+}\frac{1}{2x}=\frac{1}{2\times2}=\frac{1}{4}$$

گام حالا به سراغ حد چپ می‌رویم. باز هم اول براکت را حذف می‌کنیم. $x\to2^-$ یعنی x کمی کم‌تر از ۲ مثلاً ۱/۹ است؛ پس: $\lim\limits_{x\to2^-}[x^2]=[1/9^2]=[3/...]=3$

بنابراین حدمان به این صورت درمی‌آید: $\lim\limits_{x\to2^-}\frac{x-2}{x^2-[x^2]}=\lim\limits_{x\to2^-}\frac{x-2}{x^2-3}=\frac{0}{4-3}=0$

گام حالا می‌توانیم بگوییم مجموع حد چپ و راست می‌شود $\frac{1}{4}+0=\frac{1}{4}$.

مشاوره حدهای براکتی بارها و بارها در کنکور تکرار شده‌اند. همان‌طور که می‌بینید روند حل این سؤالات کاملاً مشخص است. با یادگرفتن این روند یک تست کنکور برای خودتان ذخیره کنید.

۷۸- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ برای این‌که تابع f در $x=a$ پیوسته باشد، باید حد راست، حد چپ و مقدارش در $x=a$ مساوی هم باشند؛ یعنی: $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=f(a)$

۲ در معادلهٔ درجه‌دوم $Ax^2+Bx+C=0$، اگر $A+C=B$ باشد، یکی از ریشه‌ها «-1» و دیگری «$-\frac{C}{A}$» است.

گام چون دامنهٔ تابع به دو قسمت اعداد صحیح و غیرصحیح تقسیم شده است، پیوستگی تابع را در نقطهٔ صحیحی مثل $x=n$ بررسی می‌کنیم. برای محاسبهٔ حد راست و چپ f از ضابطهٔ بالایی و برای محاسبهٔ مقدار از ضابطهٔ پایینی استفاده می‌کنیم:

حد راست:

$$\lim_{x\to n^+}f(x)=\lim_{x\to n^+}((1-a)[x]+(3a^2-1)[-x])$$

$$=(1-a)[n^+]+(3a^2-1)[-n^-]=(1-a)n+(3a^2-1)(-n-1)$$

حد چپ:

$$\lim_{x\to n^-}f(x)=\lim_{x\to n^-}((1-a)[x]+(3a^2-1)[-x])$$

$$=(1-a)[n^-]+(3a^2-1)[-n^+]=(1-a)(n-1)+(3a^2-1)(-n)$$

مقدار:

$$f(n)=b\sin(\frac{\pi}{a})$$

گام حالا حد راست، حد چپ و مقدار تابع در $x=n$ را مساوی هم می‌گذاریم:

$$\underbrace{(1-a)n+(3a^2-1)(-n-1)}_{(I)}=\overbrace{(1-a)(n-1)+(3a^2-1)(-n)}^{(II)}=b\sin(\frac{\pi}{a})\ (*)$$

از تساوی (I) مقادیر a را به دست می‌آوریم:

$$(1-a)n+(3a^2-1)(-n-1)=(1-a)(n-1)+(3a^2-1)(-n)$$

$$\Rightarrow (1-a)n-(1-a)(n-1)=(3a^2-1)(-n)-(3a^2-1)(-n-1)$$

$$\Rightarrow (1-a)(\cancel{n}-\cancel{n}+1)=(3a^2-1)(-\cancel{n}+\cancel{n}+1)$$

$$\Rightarrow 1-a=3a^2-1 \Rightarrow \underbrace{3}_{A}a^2\underbrace{+1}_{B}a\underbrace{-2}_{C}=0 \xrightarrow{A+C=B} \begin{cases} a=-1 \\ a=-\frac{C}{A}=-\frac{-2}{3}=\frac{2}{3} \end{cases}$$

گام حالا باید هر دو مقدار a را بررسی کنیم:

◇ $a=-1$: این مقدار را در تساوی (II) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\underbrace{(1-(-1))}_{2}(n-1)+\underbrace{(3(-1)^2-1)}_{2}(-n)=b\underbrace{\sin(-\pi)}_{0}$$

$$\Rightarrow 2n-2-2n=0 \Rightarrow -2=0 \quad \times$$

پس $a=-1$ قابل قبول نیست.

◇ $a=\frac{2}{3}$: باز هم این مقدار را در تساوی (II) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\underbrace{(1-(\frac{2}{3}))}_{\frac{1}{3}}(n-1)+\underbrace{(3(\frac{2}{3})^2-1)}_{1}(-n)=b\sin(\frac{\pi}{2})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\cancel{n}-\frac{1}{3}-\cancel{n}=b\sin(\frac{3}{2}\pi)$$

$\sin(\frac{3}{2}\times180^\circ)=\sin(270^\circ)=-1$ همان $\sin(\frac{3}{2}\pi)$ است، پس:

$$-\frac{1}{3}=b(-1) \Rightarrow b=\frac{1}{3}$$

حالا که a و b را داریم می‌توانیم بگوییم $\frac{a}{b}$ می‌شود:

$$\frac{a}{b}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}}=2$$

تیزبازی چون تابع f قرار است روی مجموعهٔ اعداد حقیقی پیوسته باشد، پس باید در نقطه‌ای مثل $x=0$ هم پیوسته باشد، پیوستگی را در همین نقطه بررسی می‌کنیم:

حد راست:

$$\lim_{x\to0^+}((1-a)[x]+(3a^2-1)[-x])$$

$$=(1-a)\underbrace{[0^+]}_{0}+(3a^2-1)\underbrace{[0^-]}_{-1}=-(3a^2-1)$$

حد چپ:

$$\lim_{x\to0^-}((1-a)[x]+(3a^2-1)[-x])$$

$$=(1-a)\underbrace{[0^-]}_{-1}+(3a^2-1)\underbrace{[0^+]}_{0}=-(1-a)$$

مقدار: $f(0)=b\sin(\frac{\pi}{a})$

حالا حد راست، حد چپ و مقدار را مساوی هم می‌گذاریم:

$$\underbrace{-(۳a^۲-۱)=-(۱-a)}_{(I)}=b\sin(\frac{\pi}{a})$$

این‌جا هم از تساوی (I) به دو مقدار -۱ و $\frac{۲}{۳}$ برای a می‌رسیم و ادامهٔ راه حل مثل قبل است.

۷۹- گزینه ۱

استراتژی کلید حل سؤال نوشتن عبارت $f'(۱)g(۱)-g'(۱)f(۱)$ برحسب $(\frac{f}{g})'(۱)$ است.

درس‌نامه مشتق بعضی از توابع را در جدول زیر ببینید:

مشتق	تابع
صفر	عدد ثابت
$\frac{f'g-g'f}{g^۲}$	$\frac{f}{g}$

گام طبق درس‌نامه برای $(\frac{f}{g})'(۱)$ می‌توانیم رابطهٔ زیر را بنویسیم:

$$(\frac{f}{g})'(۱)=\frac{f'(۱)g(۱)-g'(۱)f(۱)}{g^۲(۱)}\Rightarrow \underbrace{f'(۱)g(۱)-g'(۱)f(۱)}_{\text{خواستهٔ سؤال}}=g^۲(۱)\times(\frac{f}{g})'(۱) \quad (*)$$

گام طبق رابطهٔ (*) برای محاسبهٔ خواستهٔ سؤال، $(\frac{f}{g})'(۱)$ را لازم داریم، اول با توجه به این‌که $f(x)=\sqrt{x+۸}-\sqrt{x}$ و $g(x)=\frac{۱}{\sqrt{x+۸}+\sqrt{x}}$ است، $\frac{f}{g}$ را می‌سازیم:

$$\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\sqrt{x+۸}-\sqrt{x}}{\frac{۱}{\sqrt{x+۸}+\sqrt{x}}}=\underbrace{(\sqrt{x+۸}-\sqrt{x})(\sqrt{x+۸}+\sqrt{x})}_{\text{اتحاد مزدوج}}$$

$$=(\sqrt{x+۸})^۲-(\sqrt{x})^۲=(x+۸)-x=۸$$

گام همان‌طور که می‌بینید، $\frac{f}{g}$ تابعی ثابت شد؛ پس طبق درس‌نامه $(\frac{f}{g})'(۱)=۰$ می‌شود. با جای‌گذاری این مقدار در رابطهٔ (*) می‌فهمیم $f'(۱)g(۱)-g'(۱)f(۱)=۰$ است.

۸۰- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ فرض کنید تابع f در کل دامنه‌اش پیوسته باشد، در این صورت جاهایی که $f'\le ۰$ است، تابع f نزولی است.

۲ در مورد تابع هموگرافیک $y=\frac{ax+b}{cx+d}$، دو مورد زیر را بلد باشید:

الف) مشتقش به صورت مقابل محاسبه می‌شود: $y'=\frac{ad-bc}{(cx+d)^۲}$

ب) این تابع در بازه‌هایی صعودی یا نزولی است که شامل ریشهٔ مخرج $(x=-\frac{d}{c})$ نباشد.

گام اول مشتق تابع $y=\frac{\overset{a}{\uparrow}\overset{b}{\uparrow}}{\underset{c}{\downarrow}\underset{d}{\downarrow}}$ را به کمک مورد (۲ ـ الف) درس‌نامه به دست می‌آوریم:

$$y'=\frac{m(-۱+m)-(۲)(۱)}{(x-۱+m)^۲}=\frac{m^۲-m-۲}{(x-۱+m)^۲}$$

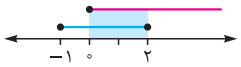
گام طبق مورد (۱) درس‌نامه برای نزولی‌بودن y، باید $y'\le ۰$ باشد، مخرج y' همیشه نامنفی است؛ پس برای این‌که $y'\le ۰$ بشود، باید صورتش کوچک‌تر مساوی صفر باشد:

$$m^۲-m-۲\le ۰ \xrightarrow{\text{بین ریشه‌ها}} -۱\le m\le ۲ \quad (I)$$

اما باید حواسمان باشد که $y=\frac{mx+۲}{x-۱+m}$ در ریشهٔ مخرجش، یعنی $x=۱-m$ پیوسته نیست و طبق مورد (۲ ـ ب) درس‌نامه، بازهٔ $(۱,+\infty)$ نباید شامل $x=۱-m$ باشد؛ پس:

$$۱-m\le ۱ \Rightarrow -m\le ۰ \Rightarrow m\ge ۰ \quad (II)$$

گام حالا از (I) و (II) اشتراک می‌گیریم:



$$\Rightarrow (I)\cap(II): ۰\le m\le ۲$$

بازهٔ $۰\le m\le ۲$ شامل سه عدد صحیح $m=۰,۱,۲$ است؛ اما به گفتهٔ سؤال $m\neq ۲$ است، پس دو مقدار صحیح ۰ و ۱ برای m وجود دارد.

۸۱- گزینه ۴

درس‌نامه برای این‌که تابع چندضابطه‌ای $f(x)=\begin{cases}g(x) & x\ge \alpha\\ h(x) & x<\alpha\end{cases}$ در $x=\alpha$ مشتق‌پذیر باشد، باید دو شرط زیر را داشته باشد:

الف) حد چپ و راست و مقدار f در $x=\alpha$ برابر باشند:

$$\lim_{x\to\alpha^+} f(x)=\lim_{x\to\alpha^-} f(x)=f(\alpha)$$

ب) مشتق چپ و راست f در $x=\alpha$ برابر باشد: $f'_+(\alpha)=f'_-(\alpha)$

گام طبق درس‌نامه، اولین شرط مشتق‌پذیری، برابریِ حد چپ، حد راست و مقدار تابع در $x=a$ است. در تابع $f(x)=\begin{cases}bx+c & x<a\\ \frac{۱}{x} & x\ge a\end{cases}$ حد راست و مقدار تابع، هر دو از ضابطهٔ پایینی محاسبه می‌شوند؛ پس فقط حد چپ و راست را مساوی هم می‌گذاریم:

$$\lim_{x\to a^-} f(x)=\lim_{x\to a^+} f(x)\to \lim_{x\to a^-}(bx+c)=\lim_{x\to a^+}(\frac{۱}{x})\Rightarrow ba+c=\frac{۱}{a}$$

$$\xrightarrow[a\neq ۰]{\times a} ba^۲+ac=۱ \quad (*)$$

گام به سراغ دومین شرط مشتق‌پذیری می‌رویم. اول ضابطهٔ f' را به دست می‌آوریم، مشتق ضابطهٔ پایینی را به کمک رابطهٔ $(\frac{۱}{u})'=-\frac{u'}{u^۲}$ به دست می‌آوریم:

$$f(x)=\begin{cases}bx+c & x<a\\ \frac{۱}{x} & x\ge a\end{cases}\Rightarrow f'(x)=\begin{cases}b & x<a\\ -\frac{۱}{x^۲} & x\ge a\end{cases}$$

گام حالا مشتق چپ و راست f در $x=a$ را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$f'_-(a)=f'_+(a)\Rightarrow b=-\frac{۱}{a^۲}\Rightarrow a^۲b=-۱$$

گام در آخر مقدار $a^۲b$ را در رابطهٔ (*) جای‌گذاری می‌کنیم تا مقدار ac معلوم شود:

$$-۱+ac=۱\Rightarrow ac=۲$$

۸۲- گزینه ۱

درس‌نامه تعداد جایگشت‌های r‌تایی از n‌شیء برابر است با:

$$P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}=\underbrace{n\times(n-۱)\times(n-۲)\times\cdots}_{\text{r‌تا}}$$

گام ستون می‌تواند یک یا دو یا سه تایی باشد.

ستون یک‌تایی ۳ حالت، ستون دوتایی $۳\times۲=۶$ حالت و ستون ۳تایی $۳\times۲\times۱=۶$ حالت برای انتخاب رنگ دارد.

گام بنابراین طبق اصل جمع، تعداد کل ستون‌ها می‌شود $۶+۶+۳=۱۵$.

البته کلید سازمان سنجش (۲) است که به نظر درست نیست.

۸۳- گزینه ۲

شفاف‌سازی منظور سؤال از «عدد ظاهرشدهٔ یکی از تاس‌ها اول بوده.» این است که عدد ظاهرشدهٔ حداقل یکی از تاس‌ها عددی اول باشد.

درس‌نامه در پرتاب دو تاس، برای به دست آوردن احتمال رخ‌دادن هر پیشامدی، اول جدولی به شکل زیر رسم کنید و داخل خانه‌های مطلوب ضربدر بزنید تا تعداد حالات مطلوب به‌دست آید؛ بعد حاصل را بر تعداد کل حالت‌ها تقسیم کنید.

تاس اول

تاس دوم	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱			×			×
۲			×			×
۳	×	×	×	×	×	×
۴			×			×
۵			×			×
۶	×	×	×	×	×	×

تعداد کل حالت‌های پرتاب دو تاس $۶ \times ۶ = ۳۶$ تا است.

مثلاً در جدول قبل، حالاتی را مشخص کردیم که حاصل‌ضرب اعداد روشده، مضرب ۳ باشد؛ پس احتمال این‌که دو تاس پرتاب کنیم و حاصل‌ضرب اعداد روشده مضرب ۳ شود، برابر $\frac{۲۰}{۳۶} = \frac{۵}{۹}$ است.

طبق درس‌نامه، جدول زیر را می‌کشیم. اول خانه‌هایی را که حداقل یک عدد اول دارند، سبزرنگ می‌کنیم. از خانه‌های رنگی، آن‌هایی را که مجموع دو تاس ۶ یا بیشتر باشد با ضربدر مشخص می‌کنیم تا تعداد خانه‌های مطلوبمان مشخص شود.

همان طور که می‌بینید ۲۰ خانه از ۳۶ خانه علامت‌دار شدند؛ پس احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P = \frac{۲۰}{۳۶} = \frac{۵}{۹}$$

تاس اول

تاس دوم	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱					×	
۲				×	×	×
۳			×	×	×	×
۴		×	×		×	
۵	×	×	×	×	×	×
۶		×	×		×	

۸۴- گزینه ۱

درس‌نامه میانگین و واریانس n دادهٔ $x_۱ ، x_۲ ، \dots$ و x_n از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شوند:

میانگین: $\bar{x} = \frac{x_۱ + x_۲ + \cdots + x_n}{n}$

واریانس: $\sigma^۲ = \frac{(x_۱ - \bar{x})^۲ + (x_۲ - \bar{x})^۲ + \cdots + (x_n - \bar{x})^۲}{n}$

گام میانگین دو دسته در ابتدا مساوی و برابر $\bar{x}$ است. می‌دانیم با جابه‌جایی یک داده بین دو دسته، باز هم میانگین‌ها مساوی شده‌اند؛ پس داده‌های جابه‌جاشده بین دو دسته، یکسان بوده‌اند. (وگرنه میانگین تغییر می‌کرد.)

گام حالا که فهمیدیم دادهٔ یکسانی مثل a بین دو دسته جابه‌جاشده است، می‌توانیم بگوییم در واقع دو گروه (a,b,c,d) و (a,e,f,g,h) را داشته‌ایم که با تغییر جای a و a، عملاً هیچ تغییری نکرده‌اند.

پس واریانس دسته‌ها با قبل هیچ فرقی ندارد و واریانس دستهٔ اول، مثل قبل، همان ۱/۲۵ است.

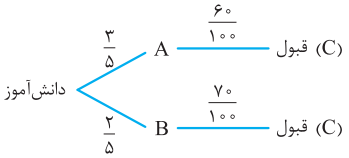
۸۵- گزینه ۱

درس‌نامه **قانون بیز:** در فرم شرطی احتمال کل، اول احتمال کل را به کمک نمودار درختی حساب کنید، بعد شاخهٔ مطلوب را به احتمال کل تقسیم کنید.

گام با توجه به این‌که تعداد دانش‌آموزان مدرسهٔ A، $\frac{۳}{۲}$ تعداد دانش‌آموزان مدرسهٔ B است، داریم:

$$P(A) = \frac{۳}{۵} \quad , \quad P(B) = \frac{۲}{۵}$$

گام برای درصدهای قبولی، نمودار درختی را رسم می‌کنیم:



گام حالا طبق قانون بیز، شاخهٔ مطلوب یعنی شاخهٔ بالا را به احتمال کل تقسیم می‌کنیم:

$$P(A \mid C) = \frac{\frac{۳}{۵} \times \frac{۶}{۱۰}}{\frac{۳}{۵} \times \frac{۶}{۱۰} + \frac{۲}{۵} \times \frac{۷}{۱۰}} = \frac{۱۸}{۱۸ + ۱۴} = \frac{۹}{۱۶}$$

۱۴۰۳ نوبت دوم داخل

فیزیک

۱- گزینه ۲

درس‌نامه در پرتوزایی طبیعی، سه نوع پرتو ایجاد می‌شود: ۱ پرتوهای آلفا (α) ۲ پرتوهای بتا (β) ۳ پرتوهای گاما (γ)

پرتوهای آلفا (α): کم‌ترین نفوذ را دارند و با ورقهٔ نازک سربی با ضخامت حدود ۰/۰۱ mm متوقف می‌شوند.

پرتوهای بتا (β): نسبت به پرتوهای آلفا نفوذ بیشتری دارند و تا حدود ۰/۱ mm در ورقهٔ سربی نفوذ می‌کنند.

پرتوهای گاما (γ): بیشترین نفوذ را دارند و می‌توانند از ورقهٔ سربی با ضخامت ۱۰۰ mm عبور کنند.

مقایسهٔ قدرت نفوذ: γ (گاما) $>$ β (بتا) $>$ α (آلفا)

مقایسهٔ قدرت نفوذ سه نوع ذرهٔ آلفا (α)، بتا (β) و گاما (γ) به صورت زیر است:

$$\gamma > \beta > \alpha$$

طراح از ما می‌خواهد، گزینه‌ای را انتخاب کنیم که قدرت نفوذ ذرات به ترتیب از راست به چپ بیشتر شود؛ یعنی:

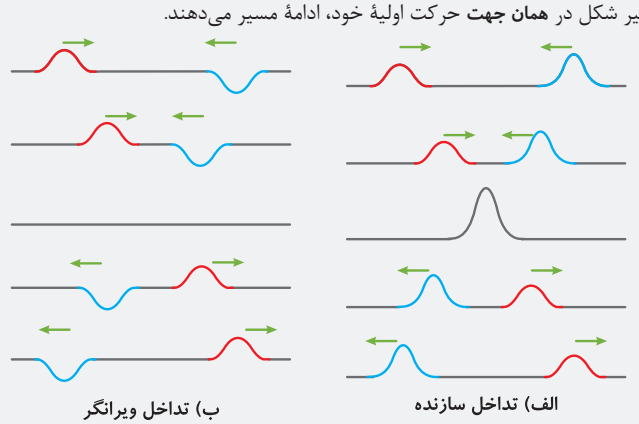
$$\xleftarrow[\text{افزایش قدرت نفوذ}]{\text{آلفا، بتا و گاما}}$$

تله اگر عجله کنید و به فعل «می‌شود» توجه نکنید و بلافاصله با دیدن گاما در ابتدای ۳، این گزینه را انتخاب کنید، از این تست ساده نمرهٔ منفی می‌گیرید.

مشاوره این سؤال از متن کتاب درسی طراحی شده و رویکرد طراح به کتاب درسی در این آزمون، کاملاً مشهود است. در ادامه با سؤالاتی که از کتاب درسی طراحی شده‌اند، روبه‌رو می‌شوید.

۲- گزینه ۳

درس‌نامه وقتی دو یا چند موج هم‌زمان از یک منطقه عبور می‌کنند، با یکدیگر ترکیب می‌شوند که به آن **تداخل** می‌گوییم. شکل‌های «الف» و «ب» زیر، عکس‌های دو تپ را در چند لحظه‌های متوالی که در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند، نشان می‌دهد. تپ‌ها در شکل «الف» هنگام همپوشانی، تپ بزرگ‌تری را ایجاد کرده‌اند که به آن **تداخل سازنده** می‌گوییم، اما همان‌طور که در شکل «ب» می‌بینید، تپ‌ها هنگام همپوشانی، اثر یکدیگر را حذف کرده‌اند که به آن **تداخل ویرانگر** می‌گوییم. توجه کنید که تپ‌ها یا موج‌هایی که همپوشانی می‌کنند، شکل و حرکت یکدیگر را تغییر نمی‌دهند و پس از همپوشانی، بدون تغییر شکل در **همان جهت** حرکت اولیهٔ خود، ادامهٔ مسیر می‌دهند.



الف) تداخل سازنده — ب) تداخل ویرانگر

با توجه به درس‌نامه، در تداخل دو تپ در طناب «الف»، تداخل **ویرانگر** و در طناب «ب»، تداخل **سازنده** ایجاد می‌شود و بعد از همپوشانی، هر تپ **در جهت** حرکت اولیه، ادامهٔ مسیر می‌دهد.

مشاوره حتماً شما هم می‌دانید که این سؤال از شکل و متن کتاب درسی طراحی شده است و اگر حتی یک بار کتاب درسی را ورق می‌زدید، این سؤال را قبل از آزمون می‌دیدید!

۳- گزینه ۴

درس‌نامه **انرژی مکانیکی سامانهٔ جرم ـ فنر:**

$$E = \frac{1}{2} k A^2$$

(k: ثابت فنر (N/m)، A: دامنهٔ نوسان (m))

ثابت فنر (k) تغییر نکرده و دامنهٔ نوسان (A) ثابت است؛ پس طبق رابطهٔ $E = \frac{1}{2}kA^2$، انرژی مکانیکی سامانهٔ وزنه ـ فنر تغییر نمی‌کند.

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{1}{2}k_2 A_2^2}{\frac{1}{2}k_1 A_1^2} \xrightarrow[A_1=A_2]{k_1=k_2} \frac{E_2}{E_1} = 1$$

مشاوره مشابه این سؤال در کنکور نوبت اول رشتهٔ ریاضی ۱۴۰۳ آمده است و با بررسی همان سؤال، می‌توانستید به این سؤال پاسخ بدهید. حواستان باشد که اگر در این سؤال از روابط دیگر انرژی مکانیکی سامانهٔ جرم ـ فنر (مثل $E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$ و ...) استفاده کردید، باید تمام متغیرها را بررسی کنید.

۴- گزینه ۳

هر یک از عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم.

الف) همهٔ اجسام جامد در هر دمایی که باشند، از خود امواج الکترومغناطیسی گسیل می‌کنند که به آن، تابش گرمایی می‌گوییم. ✓

ب) در دماهای معمولی، بیشتر تابش گسیل‌شده از سطح اجسام در ناحیهٔ **فروسرخ** قرار دارد. ×

پ) همان‌طور که در بررسی عبارت (الف) گفتیم، اجسام جامد **در هر دمایی** که باشند، تابش گرمایی رخ می‌دهد. ×

ت) گازهای کم‌فشار و رقیق، طیفی گسسته را گسیل می‌کنند که شامل طول موج‌های معینی است. این طیف گسسته را معمولاً طیف گسیلی خطی یا به اختصار طیف خطی می‌گوییم. ✓

مشاوره این سؤال هم از متن و زیرنویس کتاب درسی فیزیک دوازدهم طرح شده است. حدود ۳۰ درصد از سؤالات این آزمون، غیرمحاسباتی است. اگر می‌خواهید درصد بالایی در درس فیزیک کسب کنید، از مفاهیم این درس غافل نشوید.

۵- گزینه ۱

درس‌نامه **۱ قانون کولن:**

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

(F: نیروی الکتریکی (N)، k: ثابت کولن $\left(\frac{N.m^2}{C^2}\right)$، q_1 و q_2: بارهای الکتریکی (C)، r: فاصله (m))

۲ اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از یک ذرهٔ باردار q در فاصلهٔ r از آن:

$$E = k\frac{|q|}{r^2}$$

(E: اندازهٔ میدان الکتریکی (N/C)، $|q|$: بار الکتریکی (C)، r: فاصله (m)، k: ثابت کولن $\left(\frac{N.m^2}{C^2}\right)$)

گام مقادیر داده‌شده را در رابطهٔ زیر جای‌گذاری می‌کنیم *تا ببینیم چی می‌شه!*

$$F=\frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$\xrightarrow[q_1=5\times10^{-6}\,C,\ q_2=4\times10^{-6}\,C]{F=6/4\times10^{-2}\,N} 6/4\times10^{-2}=\frac{k\times5\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{k}{r^2}=32\times10^8\ N/C^2$$

گام مقدار $\frac{k}{r^2}$ را در گام اول به دست آوردیم. سؤال از ما میدان الکتریکی حاصل از بار q در فاصلهٔ 2r از آن را می‌خواهد؛ پس از رابطهٔ زیر کمک می‌گیریم.

$$E=k\frac{|q|}{r_2^2}\xrightarrow{r_2=2r}E=\frac{k|q|}{4r^2}$$

$$\xrightarrow[q=5\times10^{-6}\,C]{\frac{k}{r^2}=32\times10^8\,N/C^2} E=\frac{32\times10^8\times5\times10^{-6}}{4}=4\times10^3\,N/C$$

۶- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ انرژی پتانسیل گرانشی: اگر جسمی با جرم m در ارتفاع h نسبت به سطح زمین قرار بگیرد، آن‌گاه انرژی پتانسیل گرانشی آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید (مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین فرض کردیم).

ارتفاع (m) ، جرم (kg)

$$U=mgh$$

شتاب گرانش (m/s^2)

۲ انرژی جنبشی جسمی که با تندی v در حال حرکت است:

$$K=\frac{1}{2}mv^2$$

جرم (kg)

۳ انرژی مکانیکی: به مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم، انرژی مکانیکی می‌گوییم.

انرژی پتانسیل (J)

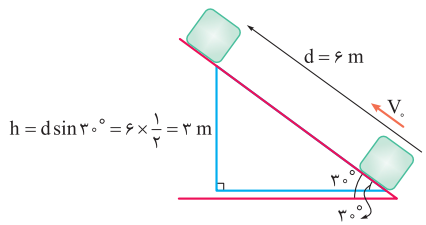
$$E=K+U$$

انرژی جنبشی (J)

۴ اگر در طول مسیر حرکت جسم، نیروهای اتلافی (مانند اصطکاک و مقاومت هوا) بر آن وارد شوند و بر روی جسم کار منفی انجام دهند، انرژی مکانیکی جسم کاهش می‌یابد. کار این نیروها (W_f) در یک مسیر معین، برابر با اختلاف انرژی مکانیکی جسم در ابتدا و پایان مسیر است.

$$W_f=E_2-E_1$$

گام کار نیروی اصطکاک برابر با اختلاف انرژی مکانیکی جسم در ابتدا و انتهای مسیر است. با توجه به شکل مقابل، کار نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم (مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را در محل اولیهٔ جسم در نظر گرفتیم).



$$W_f=E_2-E_1=(K_2+U_2)-(K_1+U_1)=K_2-K_1+U_2-U_1$$

$$\xrightarrow[U_1=0\,J,\,U_2=mgh]{K_1=\frac{1}{2}mv_1^2,\,K_2=0\,J} W_f=-\frac{1}{2}mv_1^2+mgh$$

$$\xrightarrow[h=3\,m]{v_1=10\,m/s,\,g=10\,m/s^2} W_f=-\frac{1}{2}m\times10^2+m\times10\times3=-20\,m$$

($-50\,m$ و $30\,m$)

گام همان‌طور که در گام اول دیدید، از انرژی جنبشی اولیهٔ جسم $(K_1=50\,m)$ به اندازهٔ $20\,m$ توسط کار نیروی اصطکاک در این مسیر تلف شده است. سؤال از ما نسبت $\frac{|W_f|}{K_1}$ را برحسب درصد می‌خواهد؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{|W_f|}{K_1}\times100=\frac{20\,m}{50\,m}\times100=\%40$$

۷- گزینه ۴

عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم.

الف) اندازه‌گیری‌های دقیق نشان داده است که جرم هسته از مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های تشکیل‌دهنده‌اش اندکی **کم‌تر** است. این اختلاف جرم را، کاستی جرم هسته می‌گوییم. ✗

گزینهٔ درست معلوم شد! ولی بریم سراغ بقیهٔ عبارت‌ها؛

ب) برای جداکردن نوکلئون‌های یک هسته، انرژی لازم است. انرژی لازم برای این منظور را، انرژی بستگی هسته‌ای می‌گوییم. ✓

پ) وقتی تعداد پروتون‌های هسته افزایش می‌یابد، اگر هسته بخواهد پایدار بماند، باید تعداد نوترون‌های درون هسته نیز زیاد شود؛ بنابراین در هسته‌های پایدار، هر چه هسته سنگین‌تر می‌شود، نسبت تعداد نوترون به تعداد پروتون افزایش می‌یابد. ✓

مشاوره همان‌طور که دیدید، تنها با بررسی عبارت (الف) به گزینهٔ درست می‌رسیم. در سؤالات به اصطلاح عبارتی (الف، ب و ...)، معمولاً با حذف گزینه‌ها و بررسی عبارت‌های کم‌تر می‌توانید گزینهٔ درست را پیدا کنید.

۸- گزینه ۱

شفاف‌سازی هیچ‌کدام از گزینه‌ها صفر نیست! پس این متحرک از مبدأ عبور نکرده و قبل از رسیدن به مبدأ تغییر جهت دارد.

درس‌نامه اگر معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی به صورت $x=At^2+Bt+C$ باشد، متحرک:

الف) در لحظهٔ $t_0=0$ در مکان $x_0=C$ قرار دارد.

ب) در لحظهٔ $t'=\frac{-B}{2A}$ تغییر جهت می‌دهد.

با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک $(x=\frac{2}{3}t^2-6t+15)$، متحرک در لحظهٔ $t_0=0\ s$ در مکان $x_0=15\,m$ بوده است و لحظهٔ تغییر جهت آن برابر است با:

$$t'=\frac{-B}{2A}=\frac{-(-6)}{2\times\frac{2}{3}}=\frac{3\times6}{2\times2}=\frac{9}{2}\,s$$

حالا می‌توانیم مکان تغییر جهت متحرک را حساب کنیم.

$$x'=\frac{2}{3}(\frac{9}{2})^2-6(\frac{9}{2})+15=\underbrace{\frac{1}{3_1}\times\frac{27}{4_2}}_{13/5}-27+15=1/5\,m$$

پاسخ تست همین $1/5\,m$ است. برای این‌که مطمئن شوید، مسیر حرکت متحرک را در شکل زیر نشان می‌دهیم. همین‌طور که در شکل می‌بینید، متحرک از مکان $x_0=15\,m$ به سمت مبدأ حرکت کرده و در مکان $x'=1/5\,m$ تغییر جهت داده است؛ پس کم‌ترین فاصلهٔ آن تا مبدأ $1/5\,m$ است.



۹- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ شتاب متوسط:

$$a_{av}=\frac{v_{\text{نهایی}}-v_{\text{اولیه}}}{\Delta t}$$

۲ در حرکت با شتاب ثابت a بر روی خط راست، اگر سرعت در لحظهٔ آغاز بازهٔ زمانی Δt برابر v_1 باشد، سرعت در لحظهٔ پایانی این بازه برابر می‌شود با:

$$v_2=a\Delta t+v_1$$

روش گام سرعت متحرک در لحظهٔ $t_0=0\ s$ را v_0 در نظر می‌گیریم. از آن‌جا که متحرک در مدت $\Delta t_1=15\,s$ با شتاب $a_1=4\,m/s^2$ حرکت کرده است، سرعت متحرک در لحظهٔ آخر این بازه برابر می‌شود با:

$$v_1=a_1\Delta t_1+v_0\xrightarrow{a_1=4\,m/s^2,\,\Delta t_1=15\,s} v_1=4\times15+v_0=60+v_0$$

گام در ادامه، متحرک به مدت $\Delta t_۲ = ۵\ s$ با شتاب $a_۲ = -۴\ m/s^۲$ حرکت می‌کند و سرعتش در لحظهٔ پایانی این بازه به صورت زیر حساب می‌شود (دقت کنید که سرعت متحرک در ابتدای این بازه همان $v_۱$ است که در گام اول حساب کردیم.)

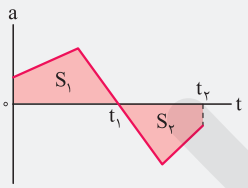
$$v_۲ = a_۲\Delta t_۲ + v_۱ \xrightarrow[v_۱=۶۰+v_۰]{a_۲=-۴\ m/s^۲,\ \Delta t_۲=۵\ s} v_۲ = -۴\times۵ + (۶۰+v_۰) = ۴۰+v_۰$$

گام حالا می‌توانیم شتاب متوسط در این حرکت ۲۰ثانیه‌ای را حساب کنیم.

$$a_{av} = \frac{v_۲ - v_۰}{\Delta t_{کل}} \xrightarrow[\Delta t_{کل}=۲۰\ s]{v_۲=۴۰+v_۰} a_{av} = \frac{(۴۰+v_۰)-v_۰}{۲۰} = ۲\ m/s^۲$$

روش ابتدا درس‌نامهٔ زیر را بخوانید:

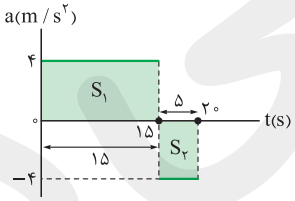
درس‌نامه مساحت محصور بین نمودار شتاب ـ زمان و محور t بیانگر اندازهٔ تغییرات سرعت است. در شکل مقابل، بخشی از نمودار $a-t$، بالای محور t و بخشی از آن زیر محور t است. در این صورت تغییرات سرعت در کل بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۲$ به این صورت حساب می‌شود:



$$\Delta v = S_۱ - S_۲$$

حواستون باشه که باید مساحت بالای محور t رو منهای مساحت زیر محور t بکنیم.

نمودار شتاب ـ زمان این حرکت به صورت شکل زیر است. با توجه به درس‌نامهٔ بالا، شتاب متوسط متحرک در مدت زمان ۲۰ s را می‌توانیم در یک گام پیدا کنیم.



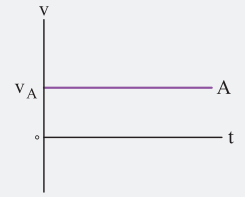
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta v = S_۱ - S_۲} a_{av} = \frac{S_۱ - S_۲}{\Delta t_{کل}} = \frac{(۴\times۱۵)-(۵\times۴)}{۲۰} = ۲\ m/s^۲$$

۱۰- گزینه ۴

شفاف‌سازی **اول این‌که** در لحظهٔ $t = ۵\ s$ که دو متحرک به هم می‌رسند، xهایشان با هم برابر می‌شود (یعنی $x_A = x_B$).

دوم این‌که با توجه به شکل داده‌شده، سرعت دو متحرک در لحظهٔ $t = ۱۵\ s$ برابر می‌شود.

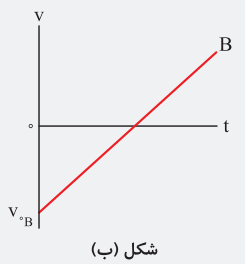
درس‌نامه ۱ متحرکی که نمودار سرعت ـ زمان آن به صورت شکل (الف) است، با سرعت ثابت حرکت می‌کند و معادلهٔ مکان ـ زمان آن را به صورت زیر می‌نویسیم:



شکل (الف)

$$x_A = v_A t + x_{۰A}$$

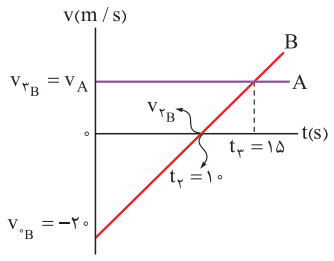
۲ شکل (ب)، نمودار سرعت ـ زمان متحرکی است که با شتاب ثابت a بر روی خط راست حرکت می‌کند و شیب این نمودار بیانگر شتاب حرکت است.



شکل (ب)

معادلهٔ مکان ـ زمان این حرکت را به این صورت می‌نویسیم: $x_B = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_{۰B}t + x_{۰B}$

روش **گام** با توجه به نمودار مقابل، برای آن‌که سرعت متحرک A را پیدا کنیم، کافی است با کمک شیب نمودار B، سرعت متحرک B را در لحظهٔ $t_۳ = ۱۵\ s$ پیدا کنیم.



$$\text{مقدار ثابت} = \text{شیب نمودار } B \Rightarrow \frac{\Delta v_۱}{\Delta t_۱} = \frac{\Delta v_۲}{\Delta t_۲} \Rightarrow \frac{v_{۲B}-v_{۰B}}{t_۲-۰} = \frac{v_{۳B}-v_{۲B}}{t_۳-t_۲}$$

$$\xrightarrow[v_{۳B}=v_A]{v_{۰B}=-۲۰\ m/s,\ v_{۲B}=۰\ m/s} \frac{۰-(-۲۰)}{۱۰-۰} = \frac{v_A-۰}{۱۵-۱۰} \Rightarrow v_A = ۱۰\ m/s$$

با داشتن سرعت متحرک A، می‌توانیم معادلهٔ مکان ـ زمان آن را بنویسیم.

$$x_A = v_A t + x_{۰A} \Rightarrow x_A = ۱۰t + x_{۰A}$$

گام برای نوشتن معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک B، سرعت اولیه و شتاب حرکت آن را لازم داریم.

$$x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + v_{۰B}t + x_{۰B}$$

$$\xrightarrow[v_{۰B}=-۲۰\ m/s]{a_B=\text{شیب نمودار}=\frac{۰-(-۲۰)}{۱۰-۰}=۲\ m/s^۲} x_B = \frac{۱}{۲}\times۲\times t^۲ - ۲۰t + x_{۰B}$$

$$\Rightarrow x_B = t^۲ - ۲۰t + x_{۰B}$$

گام دو متحرک در لحظهٔ $t_۱ = ۵\ s$ به هم رسیده‌اند؛ پس داریم:

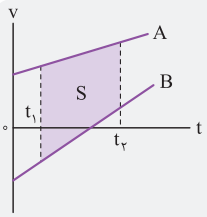
در لحظهٔ $t_۱ = ۵\ s$: $x_{۱A} = x_{۱B} \Rightarrow ۱۰t_۱ + x_{۰A} = t_۱^۲ - ۲۰t_۱ + x_{۰B}$

$$\xrightarrow{t_۱=۵\ s} \underbrace{۱۰\times۵}_{۵۰} + x_{۰A} = \underbrace{۵^۲ - ۲۰\times۵}_{-۷۵} + x_{۰B} \Rightarrow x_{۰B} - x_{۰A} = ۱۲۵\ m$$

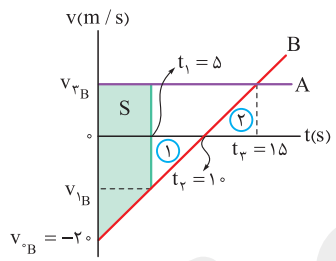
$x_{۰B} - x_{۰A} = ۱۲۵\ m$، یعنی دو متحرک در لحظهٔ $t_۰ = ۰\ s$ در فاصلهٔ ۱۲۵متری هم بوده‌اند.

روش اول نکتهٔ زیر را بخوانید.

نکته مساحت محصور بین نمودارهای سرعت ـ زمان دو متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ (مثلاً مساحت S در نمودار روبه‌رو) بیانگر جابه‌جایی دو متحرک نسبت به هم است. $S =$ جابه‌جایی دو متحرک نسبت به هم



گام می‌دانیم دو متحرک در لحظهٔ $t_۱ = ۵\ s$ به هم رسیده‌اند؛ پس با توجه به نکتهٔ بالا، فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t_۰ = ۰\ s$ معادل مساحت محصور بین دو نمودار در بازهٔ زمانی $t_۰ = ۰\ s$ تا $t_۱ = ۵\ s$ است. برای محاسبهٔ مساحت ذوزنقهٔ رنگی در نمودار مقابل، به مقدارهای $v_{۱B}$ و $v_{۳B}$ نیاز داریم که به راحتی با شیب نمودار B محاسبه می‌شود (البته با روش تشابه مثلث‌ها هم می‌توانید این سرعت‌ها را حساب کنید.).



$$\text{مقدار ثابت} = \text{شیب نمودار } B \Rightarrow \frac{\Delta v_۱}{\Delta t_۱} = \frac{\Delta v_۲}{\Delta t_۲}$$

$$\text{شیب در بازهٔ } ۰\ s \text{ تا } ۵\ s = \text{شیب در بازهٔ زمانی } ۰\ s \text{ تا } ۱۰\ s \Rightarrow \frac{۰-v_{۰B}}{۱۰-۰} = \frac{v_{۱B}-v_{۰B}}{۵-۰}$$

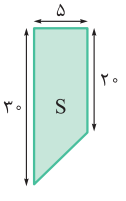
$$\Rightarrow \frac{۰-(-۲۰)}{۱۰} = \frac{v_{۱B}-(-۲۰)}{۵} \Rightarrow v_{۱B} = -۱۰\ m/s$$

$$\text{شیب در بازهٔ } ۱۰\ s \text{ تا } ۱۵\ s = \text{شیب در بازهٔ } ۰\ s \text{ تا } ۱۰\ s \Rightarrow \frac{۰-v_{۰B}}{۱۰-۰} = \frac{v_{۳B}-v_{۲B}}{۱۵-۱۰}$$

$$\Rightarrow \frac{۰-(-۲۰)}{۱۰} = \frac{v_{۳B}-۰}{۱۵-۱۰} \Rightarrow v_{۳B} = ۱۰\ m/s$$

تیزبازی در شکل بالا، مثلث‌های ۱ و ۲ برابرند؛ پس $v_{۳B} = |v_{۱B}|$ است. در واقع لازم نیست $v_{۱B}$ و $v_{۳B}$ را جداجدا حساب کنیم.

گام حالا می‌توانیم مساحت ذوزنقه را حساب کنیم. ابعاد ذوزنقه را با توجه به سرعت‌هایی که حساب کردیم، در شکل روبه‌رو آورده‌ایم.



$$S = \frac{۲۰+۳۰}{۲}\times۵ = ۱۲۵\ m$$

پس دو متحرک در بازهٔ زمانی ۰ s تا ۵ s، ۱۲۵ m نسبت به هم جابه‌جا شده‌اند تا به هم برسند. یعنی فاصلهٔ آن‌ها در لحظهٔ $t_۰ = ۰\ s$ برابر ۱۲۵ m بوده است.

۱۱- گزینه ۳

درس‌نامه معادلهٔ مکان ـ زمان گلوله‌ای که در شرایط خلأ از ارتفاع y_0 رها شده است:

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+y_0$$

گام گلوله را از ارتفاع $y_0=125\,m$ رها کرده‌ایم و پس از گذشت مدت‌زمان t به زمین $(y=0\,m)$ رسیده است؛ پس می‌توانیم به کمک معادلهٔ مکان ـ زمان، زمان این سقوط را محاسبه کنیم.

$$y=-\frac{1}{2}gt^2+y_0 \xrightarrow[g=10\,m/s^2]{y=0\,m,\ y_0=125\,m} 0=-\frac{1}{2}\times10\times t^2+125 \Rightarrow t^2=25$$

$$\Rightarrow t=5\,s$$

گام برای محاسبهٔ جابه‌جایی گلوله در ۲ ثانیهٔ آخر، باید مکان گلوله در لحظهٔ $t'=3\,s$ (۲ ثانیه قبل از برخورد به زمین) را حساب کنیم.

$$y'=-\frac{1}{2}gt'^2+y_0=-\frac{1}{2}\times10\times3^2+125=80\,m$$

$$\Delta y=y-y'=0-80=-80\,m \quad \text{(جابه‌جایی گلوله در ۲ ثانیهٔ آخر)}$$

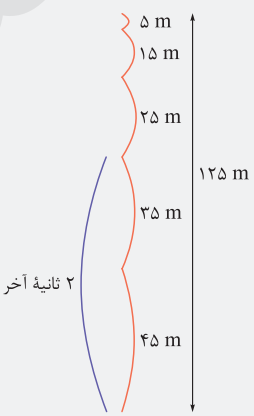
گام حالا می‌توانیم به کمک رابطهٔ $v_{av}=\frac{\Delta y}{\Delta t}$، سرعت متوسط گلوله در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت را به دست بیاوریم.

$$v_{av}=\frac{\Delta y}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta y=-80\,m,\ \Delta t=2\,s} v_{av}=\frac{-80}{2}=-40\,m/s$$

$$\Rightarrow |v_{av}|=40\,m/s$$

دلیل این‌که سرعت متوسط منفی درآمده است، این است که ما مثل کتاب درسی جهت مثبت را رو به بالا فرض کرده‌ایم، اما در این تست هیچ‌کدام از گزینه‌ها منفی نیست؛ بنابراین ما قدرمطلق جواب نهایی را که اندازهٔ سرعت متوسط است، در نظر می‌گیریم.

تیزبازی جابه‌جایی گلوله‌ای که از ارتفاع y_0 رها کرده‌ایم در بازه‌های ۱ثانیه‌ای متوالی، از دنبالهٔ حسابی ۵ m، ۱۵ m، ۲۵ m، ۳۵ m، ۴۵ m و ... تبعیت می‌کند. در این تست گلوله ۱۲۵ m جابه‌جا شده است؛ پس مطابق شکل مقابل، در ۲ ثانیهٔ آخر $35+45=80\,m$، جابه‌جا شده است و اندازهٔ سرعت متوسط آن در این ۲ s برابر می‌شود با:



$$v_{av}=\frac{80}{2}=40\,m/s$$

۱۲- گزینه ۲

شفاف‌سازی «نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند»، برایند دو نیروی عمودی سطح و اصطکاک است و «نردبان در آستانهٔ سُرخوردن»، هم‌چنان در حال تعادل است.

درس‌نامه ۱ بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی:

ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح

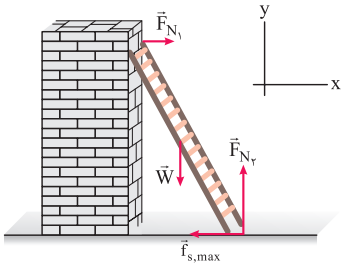
نیروی عمودی سطح (N) $\rightarrow f_{s,max}=\mu_s F_N \rightarrow$ بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی (N)

۲ اندازهٔ نیرویی که سطح بر جسم وارد می‌کند، برابر با برایند دو نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک (f) است.

$$R=\sqrt{F_N^2+f^2}$$

در رابطهٔ بالا، f می‌تواند f_s، $f_{s,max}$ یا f_k باشد.

گام ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم، سپس با توجه به این‌که نردبان در حال تعادل است، برایند نیروهای وارد بر آن در راستای y را برابر با صفر قرار می‌دهیم.



$$F_{net,y}=0 \Rightarrow F_{N_2}-W=0$$

$$\Rightarrow F_{N_2}=W=mg$$

گام نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، برایند دو نیروی $\vec{F}_{N_2}$ و $\vec{f}_{s,max}$ برابر با $120\sqrt{17}\,N$ است؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$R=\sqrt{F_{N_2}^2+f_{s,max}^2} \xrightarrow[F_{N_2}=mg=48\times10=480\,N]{R=120\sqrt{17}\,N} 120\sqrt{17}=\sqrt{480^2+f_{s,max}^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 120\times120\times17=480^2+f_{s,max}^2 \Rightarrow f_{s,max}^2=120^2(17-16)$$

$$\Rightarrow f_{s,max}=120\,N$$

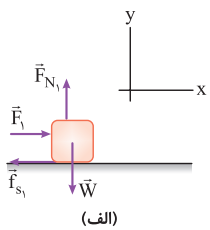
گام حالا می‌توانیم ضریب اصطکاک ایستایی بین نردبان و سطح افقی را به دست بیاوریم.

$$f_{s,max}=\mu_s F_{N_2} \xrightarrow[F_{N_2}=480\,N]{f_{s,max}=120\,N} 120=\mu_s\times480 \Rightarrow \mu_s=\frac{1}{4}=0/25$$

۱۳- گزینه ۲

شفاف‌سازی «جعبه ساکن می‌ماند» یعنی برایند نیروهای وارد بر آن در راستاهای افقی و قائم صفر است.

گام ابتدا نیروهای وارد بر جعبه در حالت اول را رسم می‌کنیم (شکل الف)، سپس با توجه به این‌که جعبه ساکن است، برایند نیروهای وارد بر آن در راستای x و y را برابر با صفر قرار می‌دهیم.



(الف)

$$F_{net,x}=0 \Rightarrow F_1-f_{s_1}=0 \Rightarrow F_1=f_{s_1}=40\,N$$

$$F_{net,y}=0 \Rightarrow F_{N_1}-W=0$$

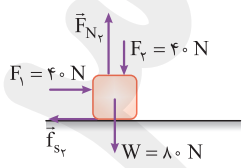
$$\Rightarrow F_{N_1}=W=mg=8\times10=80\,N$$

در این حالت، نیرویی را که از طرف سطح افقی بر جسم وارد می‌شود، به دست می‌آوریم.

$$R_1=\sqrt{F_{N_1}^2+f_{s_1}^2}$$

$$\xrightarrow[f_{s_1}=40\,N]{F_{N_1}=80\,N} R_1=\sqrt{80^2+40^2}=\sqrt{40^2(2^2+1^2)}=40\sqrt{5}\,N$$

گام در حالت دوم، نیروی عمودی F_2 نیز بر جعبه وارد می‌شود. در این حالت، نیروی عمودی سطح وارد بر جعبه را محاسبه می‌کنیم.



$$F_{net,y}=0 \Rightarrow F_{N_2}-F_2-W=0$$

$$F \Rightarrow F_{N_2}=F_2+W$$

$$\xrightarrow[W=80\,N]{F_2=40\,N} F_{N_2}=40+80=120\,N$$

همان‌طور که می‌بینید، نیروی عمودی سطح وارد بر جعبه در این حالت (F_{N_2}) نسبت به حالت اول (F_{N_1}) زیاد شده است؛ پس طبق رابطهٔ $f_{s,max}=\mu_s F_N$، بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جعبه نیز افزایش می‌یابد و در حالت دوم هم جعبه ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر آن از نوع ایستایی است. پس برایند نیروهای وارد بر جعبه در راستای x را برابر با صفر قرار می‌دهیم: $F_{net,x}=0 \Rightarrow F_1-f_{s_2}=0 \Rightarrow F_1=f_{s_2}=40\,N$

در این حالت هم، نیرویی را که از طرف سطح افقی بر جسم وارد می‌شود، به دست می‌آوریم:

$$R_2=\sqrt{F_{N_2}^2+f_{s_2}^2}$$

$$\xrightarrow[f_{s_2}=40\,N]{F_{N_2}=120\,N} R_2=\sqrt{120^2+40^2}=\sqrt{40^2(3^2+1^2)}=40\sqrt{10}\,N$$

گام سؤال از ما، نسبت $\frac{f_{s_۲}}{f_{s_۱}}$ و $\frac{R_۲}{R_۱}$ را می‌خواهد و ما هم این نسبت‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{f_{s_۲}}{f_{s_۱}}=\frac{۴۰}{۴۰}=۱\ ,\ \frac{R_۲}{R_۱}=\frac{۴۰\sqrt{۱۰}}{۴۰\sqrt{۵}}=\sqrt{۲}$$

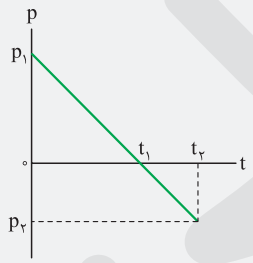
۱۴- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ نیروی خالص متوسط برحسب تکانه:

$$F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}=ma$$

(F_{av}: نیروی خالص متوسط (N)، Δp: تغییرات تکانه $(\frac{kg.m}{s})$، m: جرم جسم (kg)، a: شتاب $(m/s^۲)$، Δt: مدت زمان (s))

۲ اگر متحرکی با شتاب ثابت بر روی مسیر مستقیم حرکت کند، نمودار تکانه ـ زمان آن به صورت یک خط راست (تابع درجه‌اول) است. مثل شکل مقابل:



نمودار تکانه ـ زمان متحرک به صورت یک خط راست (تابع درجه‌اول) است؛ پس متحرک با شتاب ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند و در نتیجه، شتاب آن در هر لحظه برابر با شتاب متوسط آن در هر بازهٔ زمانی است؛ پس برای این‌که شتاب متحرک در لحظهٔ $t=۵s$ را به دست بیاوریم، کافی است شتاب متوسط آن در ۵ ثانیهٔ اول را محاسبه کنیم.

$$F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}=ma$$

$$\frac{\Delta p=p_۲-p_۱\ ,\ p_۱=۱۸\frac{kg.m}{s}\ ,\ p_۲=۰\frac{kg.m}{s}}{\Delta t=t_۲-t_۱\ ,\ t_۱=۰\,s\ ,\ t_۲=۵\,s\ ,\ m=۴۵۰\,g=۰/۴۵\,kg}\longrightarrow \frac{۰-۱۸}{۵-۰}=\frac{۴۵}{۱۰۰}a$$

$$\Rightarrow a=-۸\,m/s^۲\ \Rightarrow\ |a|=۸\,m/s^۲$$

۱۵- گزینه ۳

درس‌نامه در جدول زیر، دو کمیت مربوط به حرکت ماهواره به دور زمین بررسی شده است.

کمیت	رابطه	تناسب
تندی	$v=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}$	$v\propto\frac{۱}{\sqrt{r}}$
دوره	$T=۲\pi\sqrt{\frac{r^۳}{GM_e}}$	$T\propto\sqrt{r^۳}$

در جدول بالا، G ثابت گرانش عمومی، M_e جرم زمین و r فاصله تا مرکز زمین است.

گام با توجه به این‌که تندی ماهوارهٔ A، دو برابر تندی ماهوارهٔ B است، می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{r_B}{r_A}}\xrightarrow{\frac{v_A}{v_B}=۲}\sqrt{\frac{r_B}{r_A}}=۲\xrightarrow{\text{به توان ۲}}\frac{r_B}{r_A}=۴$$

گام حالا می‌توانیم خواستهٔ سؤال، یعنی نسبت دورهٔ ماهوارهٔ A به دورهٔ ماهوارهٔ B را به دست بیاوریم:

$$(\frac{T_B}{T_A})^۲=(\frac{r_B}{r_A})^۳\xrightarrow{\frac{r_B}{r_A}=۴}(\frac{T_B}{T_A})^۲=۴^۳=۶۴\xrightarrow{\sqrt{\ }}\frac{T_B}{T_A}=۸$$

$$\Rightarrow\frac{T_A}{T_B}=\frac{۱}{۸}$$

۱۶- گزینه ۴

شفاف‌سازی با توجه به معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ نوسانگر:

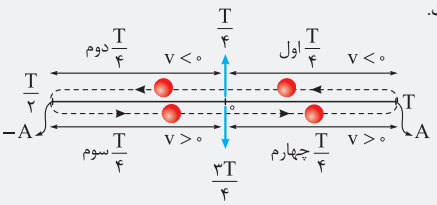
$$A=۰/۰۴\,m\ ,\ \omega=۵۰\,rad/s$$

درس‌نامه ۱ معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده:

$$x=A\cos\omega t\ ,\ \omega=\frac{۲\pi}{T}$$

(x: مکان نوسانگر (m)، A: دامنه (m)، t: زمان (s)، ω: بسامد زاویه‌ای (rad/s)، T: دورهٔ تناوب (s))

۲ با توجه به شکل زیر، در $\frac{T}{۴}$های اول و دوم سرعت نوسانگر منفی و در $\frac{T}{۴}$های سوم و چهارم، سرعت نوسانگر مثبت است.



۳ تندی نوسانگر هماهنگ ساده در مرکز نوسان $(x=۰\,m)$ بیشینه است و اندازهٔ آن از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$v=A\omega$$

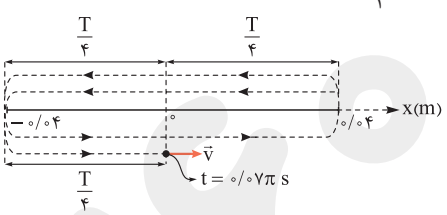
گام ابتدا با توجه به معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ نوسانگر، دورهٔ تناوب آن را به دست می‌آوریم تا بتوانیم در گام بعدی بفهمیم که نوسانگر در لحظهٔ $t=۰/۰۷\pi\,s$ کجاست!

$$\omega=۵۰\,rad/s\xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}}\frac{۲\pi}{T}=۵۰\ \Rightarrow\ T=\frac{۲\pi}{۵۰}\,s$$

گام حالا لحظهٔ $t=۰/۰۷\pi\,s$ را برحسب دوره می‌نویسیم.

$$\frac{t}{T}=\frac{\frac{۷\pi}{۱۰۰}}{\frac{۲\pi}{۵۰}}=\frac{۷}{۴}\ \Rightarrow\ t=\frac{۷}{۴}T=T+\frac{۳}{۴}T$$

گام فب ... فهمیدیم نوسانگر در لحظهٔ $t=۰/۰۷\pi\,s$ کجاست! لحظهٔ $t=۰/۰۷\pi\,s$ را برحسب دوره $(t=T+\frac{۳}{۴}T)$ به دست آوردیم. این یعنی، نوسانگر از لحظهٔ $t_۱=۰\,s$ تا $t=۰/۰۷\pi\,s$، یک دور کامل می‌زند و $\frac{۳}{۴}$ دوره نیز طی می‌کند؛ پس نوسانگر در این لحظه، در مکان $x=۰\,m$ قرار دارد و در جهت محور x حرکت می‌کند $(v>۰$ و ② پَرَ!) و تندی آن بیشینه است (① پَرَ پَرَ!).



(در حقیقت، نوسانگر هماهنگ ساده، بر روی یک خط راست نوسان می‌کند، اما برای این‌که مسیر حرکت را بهتر متوجه شوید، این‌گونه (خط‌چین) رسم کردیم.)

حالا که فهمیدیم تندی نوسانگر در لحظهٔ $t=۰/۰۷\pi\,s$ بیشینه است و در جهت محور x حرکت می‌کند، مقدار آن را نیز به دست می‌آوریم.

$$v=A\omega\xrightarrow[\omega=۵۰\,rad/s]{A=۰/۰۴\,m,\ v>۰}v=\frac{۴}{۱۰۰}\times۵۰=۲\,m/s$$

تیزبازی می‌توانستیم لحظهٔ $t=۰/۰۷\pi\,s$ را در معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ نوسانگر جای‌گذاری کنیم تا ببینیم نوسانگر کجاست و اگر نیاز بود، جهت آن را بررسی کنیم.

$$x=۰/۰۴\cos۵۰t\xrightarrow{t=۰/۰۷\pi\,s}x=۰/۰۴\cos\frac{۵۰}{۱}\times\frac{۷}{۱۰۰}\pi=۰\,m$$

پس نوسانگر در این لحظه در مرکز نوسان و تندی آن بیشینه است.

$$v=A\omega\xrightarrow[\omega=۵۰\,rad/s]{A=۰/۰۴\,m}v=\frac{۴}{۱۰۰}\times۵۰=۲\,m/s$$

چون در گزینه‌ها، مقدار ۲− نداریم، پس نیازی نیست جهت حرکت نوسانگر در این لحظه را پیدا کنیم. تمام!

۱۷- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ تندی انتشار موج عرضی در فنر یا تار کشیده‌شده:

$$v=\sqrt{\frac{FL}{m}}$$ (F: نیرو (N)، L: طول فنر یا تار (m)، m: جرم فنر یا تار (kg))

۲ رابطهٔ بین تندی انتشار موج، بسامد موج و طول موج:

$$\lambda=\frac{v}{f}$$ (v: تندی انتشار موج (m/s)، f: بسامد (Hz)، λ: طول موج (m))

گام ۱ با سؤالی مواجهیم که فقط باید داده‌ها را در رابطهٔ مورد نظر جای‌گذاری کنیم. ابتدا تندی انتشار موج را محاسبه می‌کنیم:

$$v=\sqrt{\frac{FL}{m}} \xrightarrow[m=200\,g=0/2\,kg]{F=10\,N,\ L=50\,cm=0/5\,m} v=\sqrt{\frac{10\times 0/5}{0/2}}=5\,m/s$$

گام ۲ حالا طول موج ایجادشده در فنر را به دست می‌آوریم:

$$\lambda=\frac{v}{f} \xrightarrow[f=20\,Hz]{v=5\,m/s} \lambda=\frac{5}{20}=0/25\,m=25\,cm$$

۱۸- گزینه ۲

درس‌نامه بسامد تشدیدی هماهنگ nام در تار مرتعش دو انتها بسته:

$$f_n=\frac{n v}{2L}$$ (n: شمارهٔ هماهنگ، v: تندی انتشار موج عرضی در تار (m/s)، L: طول تار (m))

گام ۱ کافی است داده‌ها را در رابطه‌های مورد نظر جای‌گذاری کنیم. ابتدا شمارهٔ هماهنگ تار را محاسبه می‌کنیم:

$$f_n=\frac{nv}{2L} \xrightarrow[L=60\,cm=0/6\,m]{f_n=600\,Hz,\ v=180\,m/s} 600=\frac{n\times 180}{2\times 0/6} \Rightarrow n=4$$

گام ۲ سؤال از ما، طول امواج صوتی گسیل‌شده توسط تار را نیز می‌خواهد که با جای‌گذاری ساده در رابطهٔ زیر به دست می‌آوریم:

$$\lambda=\frac{v}{f} \xrightarrow[f=600\,Hz]{v=336\,m/s} \lambda=\frac{336}{600}=0/56\,m=56\,cm$$

۳ و ۴ پَرَ!

۱ پَرَ پَرَ!

۱۹- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ تابع کار فلز: کم‌ترین کار لازم برای خارج‌کردن الکترون از یک فلز خاص.

$$W_0=hf_0=\frac{hc}{\lambda_0}$$ (W₀: تابع کار فلز (J یا eV)، h: ثابت پلانک (J.s یا eV.s)، f₀: بسامد آستانهٔ فوتوالکترون‌ها (1/s)، λ₀: طول موج آستانهٔ فوتوالکترون‌ها (m)، c: تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی در خلأ (m/s))

۲ معادلهٔ ریدبرگ: طول موج خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن در هر رشته از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right) \quad (n>n' \text{ و } R\simeq 0/01\,(nm)^{-1} \text{: ثابت ریدبرگ})$$

(n′: شمارهٔ رشته)

◇ در این رابطه، طول موج (λ) برحسب نانومتر است.

◇ شماره و نام رشته‌ها به صورت جدول زیر است:

شمارهٔ رشته (n′)	۱	۲	۳	۴	۵
نام رشته	لیمان	بالمر	پاشن	براکت	پفوند

◇ بلندترین طول موج خط طیف گسیلی اتم هیدروژن در هر رشته مربوط به $n=n'+1$ است.

ابتدا بلندترین طول موج فوتونی را که می‌تواند الکترونی را از طلا جدا کند (طول موج آستانه)، به دست می‌آوریم.

$$W_0=\frac{hc}{\lambda_0} \xrightarrow[h=4/14\times 10^{-15}\,eV.s]{W_0=5/175\,eV,\ c=3\times 10^8\,m/s} 5/175=\frac{4/14\times 10^{-15}\times 3\times 10^8}{\lambda_0}$$

$$\Rightarrow \lambda_0=240\,nm$$

پس بلندترین طول موج فوتونی که می‌تواند الکترونی را از طلا جدا کند (طول موج آستانه) برابر با $\lambda_0=240\,nm$ است و فوتون‌هایی با طول موج کم‌تر از این مقدار، توانایی جداکردن الکترون از طلا را دارند. اما نکتهٔ حل سؤال این است که این مقدار، از طول موج‌های خط طیف گسیلی اتم هیدروژن نیست! حدود گسترهٔ طول موج خط طیف گسیلی اتم هیدروژن در رشتهٔ لیمان، از ۱۰۰ nm تا $\frac{400}{3}$ nm است $(100\,nm\le\lambda\le\frac{400}{3}\,nm)$؛ بنابراین از تابش‌های اتم هیدروژن، طول موج گسیلی که بتواند الکترونی را از طلا جدا کند، در رشتهٔ لیمان است (چون گسترهٔ طول موج خط طیف گسیلی اتم هیدروژن در رشتهٔ لیمان، کم‌تر از 240 nm است). پس با استفاده از معادلهٔ ریدبرگ، بلندترین طول موج خط طیف گسیلی اتم هیدروژن در رشتهٔ لیمان را به دست می‌آوریم.

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{(n'+1)^2}\right) \xrightarrow[n'=1]{R=0/01\,(nm)^{-1}} \frac{1}{\lambda}=\frac{1}{100}\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right)$$

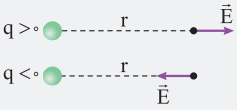
$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda}=\frac{3}{400} \Rightarrow \lambda=\frac{400}{3}\,nm$$

تله اگر در حل سؤال عجله کنید و به خواستهٔ آن توجه نکنید، ممکن است ۱ یعنی طول موج آستانه را انتخاب کنید.

۲۰- گزینه ۲

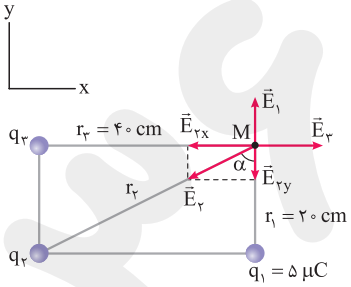
استراتژی با توجه به صفربودن میدان الکتریکی در نقطهٔ M، جهت میدان‌های الکتریکی و علامت بارهای q_2 و q_3 را تعیین کنید، سپس نسبت اندازهٔ میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_3$ را بنویسید و از آن‌جا اندازهٔ بار q_3 را به دست بیاورید.

درس‌نامه ۱ جهت میدان الکتریکی، از بارهای مثبت رو به خارج و به سوی بارهای منفی است.



۲ شرط آن‌که میدان الکتریکی خالص در یک نقطه صفر باشد، آن است که میدان الکتریکی خالص در راستای افقی و در راستای قائم در آن نقطه صفر باشد.

$$\vec{E}_{net,y}=0 \ , \ \vec{E}_{net,x}=0$$



۱ $q_1>0$ است؛ پس میدان الکتریکی حاصل از آن در نقطهٔ M در جهت محور y است. برای آن‌که میدان الکتریکی در نقطهٔ M صفر باشد، باید $\vec{E}_2$ به طرف بار q_2 باشد تا مؤلفهٔ $\vec{E}_{2y}$ بتواند E_1 را خنثی کند؛ بنابراین $q_2<0$ است. هم‌چنین $\vec{E}_3$ باید به طرف راست باشد تا مولفهٔ $\vec{E}_{2x}$ را خنثی کند؛ پس باید $q_3>0$ باشد (۳ و ۴ پَرَ!).

۲ میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M هم در راستای افقی و هم در راستای قائم صفر است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$E_3=E_{2x} \Rightarrow \frac{E_3}{E_1}=\frac{E_{2x}}{E_{2y}}=\tan\alpha \xrightarrow{\tan\alpha=\frac{r_2}{r_1}=\frac{40}{20}=2} \frac{E_3}{E_1}=2$$

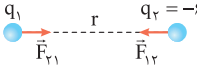
$$E_1=E_{2y}$$

$$\Rightarrow \frac{k\frac{|q_3|}{r_3^2}}{k\frac{|q_1|}{r_1^2}}=2 \xrightarrow[q_1=5\,\mu C]{r_3=40\,cm,\ r_1=20\,cm} \frac{\frac{|q_3|}{40^2}}{\frac{5}{20^2}}=2 \Rightarrow \frac{|q_3|\times 400}{1600\times 5}=2$$

$$\Rightarrow \frac{|q_3|}{20}=2 \Rightarrow |q_3|=40\,\mu C \xrightarrow{q_3>0} q_3=40\,\mu C$$

۲۱- گزینه ۱

گام ۱ در حالت اول داریم: $(F_{12}=F_{21}=F)$



در حالت دوم، نصف بار q_2 از کرهٔ (۲) به کرهٔ (۱) منتقل شده است. بار هر یک از کره‌ها را پس از این انتقال به دست می‌آوریم.

$$q_1'=q_1+\frac{q_2}{2}\xrightarrow{q_2=-6q_1}q_1'=q_1-\frac{6q_1}{2}=q_1-3q_1=-2q_1$$

$$q_2'=q_2-\frac{q_2}{2}=\frac{q_2}{2}\xrightarrow{q_2=-6q_1}q_2'=\frac{-6q_1}{2}=-3q_1$$

در حالت دوم، بارهای q_1' و q_2' هم‌علامت می‌شوند؛ پس نیروی الکتریکی‌ای که به هم وارد می‌کنند (F')، از نوع نیروی دافعه است (۲ و ۴ پَر!). حالا نسبت $\frac{F'}{F}$ را محاسبه می‌کنیم:

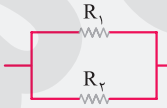
$$\frac{F'}{F}=\frac{k\frac{|q_1'||q_2'|}{r^2}}{k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}}\xrightarrow[|q_2|=6|q_1|]{|q_1'|=2|q_1|,\,|q_2'|=3|q_1|}\frac{F'}{F}=\frac{2|q_1|\times 3|q_1|}{|q_1|\times 6|q_1|}$$

$$\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{6}{6}=1$$

مشاوره فکر نکنید همهٔ سؤالاتی که از الکتریسیتهٔ ساکن در کنکور مطرح می‌شوند، دشوار یا دارای محاسبات طولانی هستند. همان‌طور که می‌بینید، این سؤال را می‌توانیم در کم‌تر از زمان استاندارد پاسخ بدهیم.

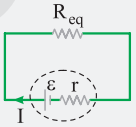
۲۲- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ مقاومت معادل دو مقاومت موازی:



$$R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

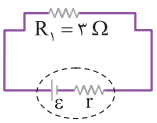
۲ اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری، برابر با اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت معادل خارجی است.



$$V_{\text{باتری}}=V_{R_{eq}}=\frac{\varepsilon R_{eq}}{R_{eq}+r}$$

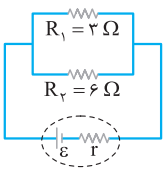
گام ۱ قبل از بستن کلید، مقاومت $R_2=6\,\Omega$ در مدار قرار ندارد و بعد از بستن کلید، R_1 و R_2 موازی می‌شوند. مقاومت معادل مدار را قبل از بستن کلید (R_{eq}) و بعد از بستن کلید (R'_{eq}) به دست می‌آوریم.

قبل از بستن کلید:



$$R_{eq}=R_1=3\,\Omega$$

بعد از بستن کلید:



$$R'_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{3\times6}{3+6}=\frac{18}{9}=2\,\Omega$$

گام ۲ اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری برابر با اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت معادل خارجی است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{V'}{V}=\frac{\frac{\varepsilon R'_{eq}}{R'_{eq}+r}}{\frac{\varepsilon R_{eq}}{R_{eq}+r}}\xrightarrow{V'=V-0/2V=0/8\,V}\frac{0/8\,V}{V}=\frac{(R_{eq}+r)R'_{eq}}{(R'_{eq}+r)R_{eq}}$$

$$\xrightarrow[R'_{eq}=2\,\Omega]{R_{eq}=3\,\Omega}0/8=\frac{(3+r)\times2}{(2+r)\times3}\Rightarrow 6+2r=4/8+2/4r$$

$$\Rightarrow 1/2=0/4r\Rightarrow r=3\,\Omega$$

۲۳- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ مقاومت معادل دو مقاومت متوالی R_1 و R_2:



$$R_{eq}=R_1+R_2$$

۲ **تعریف مقاومت الکتریکی:** نسبت اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک رسانا به جریان الکتریکی عبوری از آن.

$$R=\frac{V}{I}\leftarrow\text{مقاومت الکتریکی }(\Omega)\quad\begin{matrix}\rightarrow\text{اختلاف پتانسیل الکتریکی }(V)\\ \rightarrow\text{جریان الکتریکی }(A)\end{matrix}$$

۳ **جریان الکتریکی خروجی از باتری:**

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\leftarrow\text{جریان الکتریکی }(A)$$

ε: نیروی محرکهٔ مولد (V)

R_{eq}: مقاومت معادل مدار (Ω)

r: مقاومت درونی مولد (Ω)

۴ در مقاومت‌های موازی، نسبت جریان عبوری از دو مقاومت برابر با وارون نسبت مقاومت‌ها است.

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{R_2}{R_1}$$

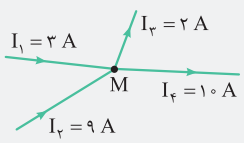
۵ **توان مصرفی مقاومت:**

$$P=RI^2\leftarrow\text{توان مصرفی }(W)$$

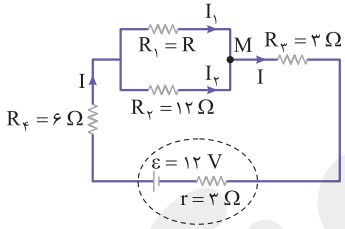
R: مقاومت الکتریکی (Ω)

I: جریان الکتریکی (A)

۶ **قاعدهٔ انشعاب:** مجموع جریان‌هایی که به هر نقطهٔ انشعاب (گره) وارد می‌شوند، برابر با مجموع جریان‌هایی است که از آن نقطهٔ انشعاب (گره) خارج می‌شوند، مثلاً در شکل مقابل، جریان $I_1+I_2=12\,A$ به گرهٔ M وارد شده و جریان $I_3+I_4=12\,A$ از آن خارج شده است.



گام ۱ توان مصرفی دو مقاومت R_2 و R_3 را برابر هم قرار می‌دهیم و از آن‌جا، رابطه‌ای بین I و I_2 به دست می‌آوریم.



$$P_2=P_3\Rightarrow R_2I_2^2=R_3I^2\xrightarrow{\frac{R_2=12\,\Omega}{R_3=3\,\Omega}}12I_2^2=3I^2$$

$$\Rightarrow 4I_2^2=I^2\Rightarrow I=2I_2$$

گام ۲ قاعدهٔ انشعاب را در گره M می‌نویسیم.

$$I_1+I_2=I\xrightarrow{I=2I_2}I_1+I_2=2I_2\Rightarrow I_1=I_2$$

مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم موازی‌اند؛ بنابراین اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن‌ها یکسان است و می‌توانیم بنویسیم:

$$V_1=V_2\Rightarrow\frac{I_1}{I_2}=\frac{R_2}{R_1}\xrightarrow{\frac{I_1=I_2}{R_2=12\,\Omega}}R_1=12\,\Omega$$

گام ۳ حالا می‌توانیم مقاومت معادل مدار را حساب کنیم.

R_1 و R_2 موازی‌اند:

$$R_{1,2}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{12\times12}{12+12}=\frac{144}{24}=6\,\Omega$$

$R_{1,2}$، R_3 و R_4 متوالی‌اند:

$$R_{eq}=R_4+R_{1,2}+R_3=6+6+3=15\,\Omega$$

گام ۴ جریان الکتریکی گذرنده از مولد را به دست می‌آوریم و از آن‌جا، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری که همان اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت معادل خارجی است، محاسبه می‌کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\xrightarrow[R_{eq}=15\,\Omega,\,r=3\,\Omega]{\varepsilon=12\,V}I=\frac{12}{15+3}=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}\,A$$

$$V=R_{eq}\times I\xrightarrow[I=\frac{2}{3}\,A]{R_{eq}=15\,\Omega}V=15\times\frac{2}{3}=10\,V$$

۲۴- گزینه ۴

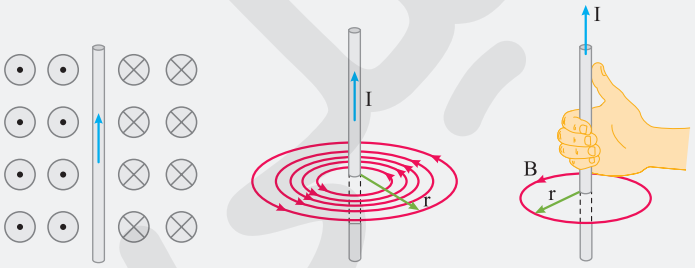
دماسنج‌های معیار عبارت‌اند از: ۱ دماسنج گازی ۲ دماسنج مقاومت پلاتینی ۳ تفسنج (پیرومتر) (درستی ①)

اساس کار دماسنج‌های مقاومت پلاتینی، مبتنی بر تغییر مقاومت الکتریکی با دما است (درستی ②). در این دماسنج‌ها از پلاتین استفاده می‌کنند که تقریباً دچار خوردگی نمی‌شود (درستی ③) و نقطهٔ ذوب بالایی دارد (نادرستی ④).

۲۵- گزینه ۱

درس‌نامه میدان مغناطیسی در اطراف سیم حامل جریان:

وقتی که از یک سیم، جریان الکتریکی عبور می‌کند، در اطراف آن میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود. طبق قاعدهٔ دست راست، اگر سیم را طوری در دست راست خود بگیریم که انگشت شست دست راست در جهت جریان باشد، جهت خم‌شدن چهار انگشت، جهت میدان مغناطیسی در اطراف آن را نشان می‌دهد.

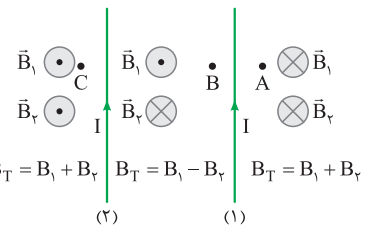


◇ هر چه از سیم حامل جریان دورتر شویم، میدان مغناطیسی حاصل از آن ضعیف‌تر می‌شود و برعکس. هم‌چنین، هر چه جریان الکتریکی عبوری از سیم بیشتر شود، میدان مغناطیسی حاصل از آن در فاصلهٔ معین از آن نیز بیشتر می‌شود.

$$B \propto \frac{I}{r}$$

I: جریان الکتریکی عبوری از سیم، r: فاصله، B: میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان

با استفاده از قاعدهٔ دست راست می‌فهمیم که میدان مغناطیسی حاصل از سیم (۱) در نقطهٔ A درون‌سو (⊗) و در بقیهٔ نقاط برون‌سو (⊙) و هم‌چنین، میدان مغناطیسی حاصل از سیم (۲) در نقطهٔ C برون‌سو (⊙) و در بقیهٔ نقاط درون‌سو (⊗) است. از طرفی، جریان الکتریکی عبوری از سیم‌ها یکسان و نقطهٔ B دورتر از سیم (۲) است؛ پس میدان مغناطیسی حاصل از سیم (۲) در نقطهٔ B (درون‌سو) ضعیف‌تر است. در نتیجه، میدان مغناطیسی خالص در نقاط A، B و C به ترتیب درون‌سو (⊗)، برون‌سو (⊙) و برون‌سو (⊙) است.



۲۶- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ نیروی مرکزگرا: در حرکت دایره‌ای یکنواخت، نیروی خالصی در راستای شعاع دایره و به سمت مرکز آن وارد می‌شود. به این نیروی خالص که منجر به حرکت دایره‌ای می‌شود، نیروی مرکزگرا می‌گوییم. نیروی مرکزگرا نیروی جدیدی نیست، نیروهای گرانشی، الکتریکی و ... می‌توانند نیروی مرکزگرا را تأمین کنند. قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای یکنواخت به صورت مقابل است:

$$F_{net} = \frac{m v^2}{r}$$

m: جرم (kg)، v: تندی (m/s)، r: شعاع (m)

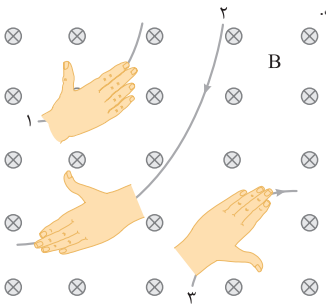
۲ اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک:

$$F_B = |q| v B \sin\theta$$

$|q|$: اندازهٔ بار الکتریکی (C)، B: اندازهٔ میدان مغناطیسی (T)، v: تندی (m/s)، θ: زاویهٔ بین $\vec{v}$ و $\vec{B}$

برای تعیین جهت این نیرو، از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم. طبق این قاعده، اگر چهار انگشت دست راست را در جهت حرکت بار مثبت ($\vec{v}$) قرار بدهیم، به طوری که وقتی آن‌ها را خم می‌کنیم در جهت $\vec{B}$ قرار بگیرد، آن‌گاه انگشت شستمان جهت $\vec{F}$ را نشان می‌دهد. توجه کنید که نیروی وارد بر بار منفی در خلاف جهت نیروی وارد بر بار مثبت است.

نوع بار الکتریکی هر سه ذره را با استفاده از قاعدهٔ دست راست مشخص می‌کنیم. طبق این قاعده، اگر چهار انگشت دست راستمان را در جهت حرکت ذره قرار بدهیم، به طوری که وقتی آن‌ها را خم می‌کنیم، در جهت میدان مغناطیسی قرار بگیرد، آن‌گاه انگشت شستمان جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره را نشان می‌دهد. اگر این سه جهت با دست راست جور در بیاید، بار الکتریکی ذره مثبت و اگر با دست چپ جور در بیاید، بار الکتریکی ذره منفی است. در شکل داده‌شده، سه ذره در میدان مغناطیسی یکنواخت بر روی مسیر دایره‌ای حرکت می‌کنند؛ پس نیروی مغناطیسی، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند و انگشت شستمان در قاعدهٔ دست راست باید به سمت مرکز دایره باشد.



همان‌طور که در شکل می‌بینید، قاعدهٔ دست راست برای ذرهٔ (۱) با دست راست و برای ذره‌های (۲) و (۳) با دست چپ جور درمی‌آید. پس بار الکتریکی ذرهٔ (۱) مثبت و بار الکتریکی ذره‌های (۲) و (۳) منفی است (نادرستی عبارت‌های (الف) و (پ) و درستی عبارت (ت)). گزینهٔ درست معلوم شد و نیازی به بررسی عبارت (ب) نیست! ولی ما برایتان بررسی می‌کنیم.

همان‌طور که گفتیم، نیروی مغناطیسی نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$F = \frac{mv^2}{r} \xrightarrow{F=|q|vB\sin\theta,\ \theta=90^\circ,\ \sin 90^\circ=1} |q| vB = \frac{m v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{|q|B}$$

چون v، B و $|q|$ هر سه ذره یکسان و شعاع حرکت ذرهٔ (۲) از بقیه بیشتر است، پس جرم ذرهٔ (۲) نیز از بقیه بیشتر است.

مشاوره در سؤالات به اصطلاح چندموردی (الف، ب و ...)، گزینه‌های نادرست را با توجه به عبارت‌ها حذف کنید تا زودتر به پاسخ برسید. مثلاً در این سؤال تنها با بررسی عبارت (الف) به پاسخ درست می‌رسیم و نیازی به بررسی سایر عبارت‌ها نیست.

۲۷- گزینه ۴

در بعضی از مدارها که چندین القاگر دارند، تغییرات جریان در یک القاگر می‌تواند نیروی محرکهٔ ناخواسته‌ای را در القاگرهای مجاور القا کند. برای کم‌ترکردن این اثر ناخواسته، باید سطح حلقه‌های القاگرهای مجاور را عمود بر هم قرار داد. در این صورت، اثر القای متقابل تا حد امکان کوچک می‌شود.

مشاوره این سؤال از متن و شکل کتاب درسی و زیرنویس آن طراحی شده است. کتاب درسی را بخوانید تا حسرت این‌جور تست‌ها را نخورید.

۲۸- گزینه ۳

درس‌نامه نیروی محرکهٔ القایی متوسط برای پیچه یا سیم‌لوله‌ای که از N دور مشابه تشکیل شده است:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta B\, A\cos\theta}{\Delta t}$$

N: تعداد دور، Δt: مدت زمان (s)، A: مساحت حلقه (m^2)، ΔB: تغییر میدان مغناطیسی (T)، θ: زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و نیم‌خط عمود بر سطح حلقه، ε_{av}: نیروی محرکهٔ القایی متوسط (V)

$\frac{\Delta B}{\Delta t}$: آهنگ تغییرات میدان مغناطیسی $(\frac{T}{s})$

یک جای‌گذاری ساده در رابطهٔ زیر ما را به جواب می‌رساند:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta BA\cos\theta}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[\frac{\Delta B}{\Delta t}=-0/6\ \frac{T}{s},\ \theta=0^\circ,\ \cos 0^\circ=1]{\varepsilon_{av}=1/2\ V,\ N=500} 1/2 = -500\times(-0/6)\times A\times 1$$

$$\Rightarrow A = \frac{2}{500}\ m^2 = 40\ cm^2$$

۲۹- گزینه ۲

درس‌نامه چگالی: نسبت جرم به حجم مادهٔ همگن.

$$\rho = \frac{m}{V} \begin{matrix} \rightarrow (kg) \text{ جرم} \\ \rightarrow (m^3) \text{ حجم} \end{matrix} \quad \text{چگالی } (kg/m^3) \leftarrow$$

گام دوتا کره داریم که جرم و شعاع آن‌ها را نسبت به هم داریم. کافی است نسبت $\frac{\rho_A}{\rho_B}$ را به دست بیاوریم ولی قبلش نکتهٔ زیر را بخوانید.

نکته حجم کره از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad (r: \text{شعاع } (m))$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \xrightarrow{V=\frac{4}{3}\pi r^3} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3$$

$$\xrightarrow[r_A = r_B - \frac{25}{100} r_B = \frac{3}{4} r_B]{m_A = \frac{1}{2} m_B} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{\frac{1}{2} m_B}{m_B} \times \left(\frac{r_B}{\frac{3}{4} r_B}\right)^3 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{32}{27}$$

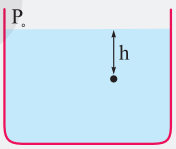
$$\Rightarrow \rho_A = \frac{32}{27}\rho_B$$

گام برای این‌که ببینیم چگالی کرهٔ A تقریباً چند درصد بیشتر از چگالی کرهٔ B است، به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$\frac{\rho_A - \rho_B}{\rho_B} \times 100 = \frac{\frac{32}{27}\rho_B - \rho_B}{\rho_B} \times 100 = \frac{5}{27} \times 100 \simeq \%18/5$$

۳۰- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ فشار کل در عمق h از سطح آزاد مایع:



$$P = \rho g h + P_0 \rightarrow (Pa) \text{ فشار جو}$$

(عمق (m)، چگالی مایع (kg/m^3)، شتاب گرانش (m/s^2))

۲ فشار پیمانه‌ای (P_g): اختلاف فشار مطلق و فشار جو.

$$P_g = P - P_0 \leftarrow \text{فشار پیمانه‌ای}$$

(فشار مطلق، فشار جو)

گام در سطح آزاد مایع ($h = 0\ m$)، فشار برابر با $10^5\ Pa$ (این فشار جو است) و فشار در عمق $160\ cm$ مایع برابر با $1/2 \times 10^5\ Pa$ است. با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، چگالی مایع را به دست می‌آوریم.

$$P = \rho g h + P_0$$

$$\xrightarrow[P_0 = 10^5\ Pa,\ g = 10\ m/s^2]{P = 1/2 \times 10^5\ Pa,\ h = 160\ cm = 1/6\ m} 1/2 \times 10^5 = \rho \times 10 \times 1/6 + 10^5$$

$$\Rightarrow 16\rho = 2 \times 10^4 \Rightarrow \rho = 1250\ kg/m^3 = 1/25\ g/cm^3$$

۲ و ۴ پُر!

در تبدیل یکای kg/m^3 به g/cm^3 از نکتهٔ زیر استفاده کردیم:

نکته یکی از یکاهای متداول چگالی، یکای g/cm^3 است. برای تبدیل یکای kg/m^3 به g/cm^3 به صورت مقابل عمل می‌کنیم.

$$\frac{kg}{m^3} \xrightleftharpoons[\times 1000]{\div 1000} \frac{g}{cm^3}$$

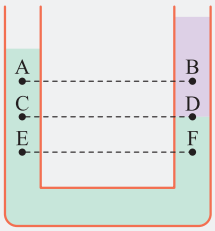
گام در قسمت دوم سؤال، فشار پیمانه‌ای در عمق یک‌متری مایع را می‌خواهیم که با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر به سادگی محاسبه می‌کنیم.

$$P = \rho g h + P_0 \xrightarrow{P_g = P - P_0} P_g = \rho g h$$

$$\xrightarrow[g = 10\ m/s^2,\ h = 1\ m]{\rho = 1250\ kg/m^3} P_g = 1250 \times 10 \times 1 = 12500\ Pa$$

۳۱- گزینه ۱

درس‌نامه فشار در نقاط هم‌تراز و درون یک مایع ساکن، یکسان است؛ اما اگر نقاط هم‌تراز، درون یک مایع نباشند، فشارشان با هم برابر نیست.



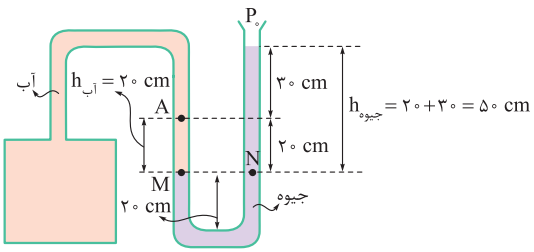
$P_A \neq P_B$ (هم‌ترازند ولی در یک مایع نیستند.)

$P_C = P_D$

$P_E = P_F$

در شکل زیر، نقاط M و N هم‌ترازند و درون یک مایع هستند؛ پس فشارشان با هم برابر است و می‌توانیم بنویسیم:

$$h_{جیوه} = 20 + 30 = 50\ cm$$



$$P_M = P_N \Rightarrow P_A + \rho_{آب} g h_{آب} = \rho_{جیوه} g h_{جیوه} + P_0$$

$$\Rightarrow \underbrace{P_A - P_0}_{P_g} = \rho_{جیوه} g h_{جیوه} - \rho_{آب} g h_{آب}$$

$$\xrightarrow[g = 10\ m/s^2,\ h_{جیوه} = 50\ cm = 0/5\ m,\ h_{آب} = 20\ cm = 0/2\ m]{\rho_{جیوه} = 13600\ kg/m^3,\ \rho_{آب} = 1000\ kg/m^3}$$

$$P_g = 13600 \times 10 \times 0/5 - 1000 \times 10 \times 0/2 = 68000 - 2000 = 66000\ Pa = 66\ kPa$$

۳۲- گزینه ۴

درس‌نامه کار نیروی وزن:

$$W = \pm m g h \rightarrow (m) \text{ اندازهٔ جابه‌جایی در راستای قائم}$$

(شتاب گرانش (m/s^2)، جرم جسم (kg)، رو به پایین ←، رو به بالا →)

کار نیروی وزن به مسیر حرکت جسم بستگی ندارد و وابسته به تغییر ارتفاع جسم است.

عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

الف) در طبقهٔ سوم، ارتفاع هر دو شخص از سطح زمین یکسان است و چون جرم آن‌ها نیز یکسان است، پس انرژی پتانسیل گرانشی آن‌ها نسبت به سطح زمین در این طبقه یکسان است. ✓

$$U = mgh \xrightarrow[h_A = h_B]{m_A = m_B} U_A = U_B$$

ب) و **پ)** شخص A از طبقهٔ دوم به طبقهٔ سوم و شخص B از طبقهٔ چهارم به طبقهٔ سوم می‌رود؛ یعنی هر دو شخص به اندازهٔ یک طبقه نسبت به مکان اولیهٔ خود جابه‌جا شده‌اند، اما شخص A بالا و شخص B پایین رفته است. پس کار نیروی وزن شخص A منفی و کار نیروی وزن شخص B مثبت است و یکسان نیست *(هواستون باشه، اندازهٔ کار نیروی وزنشون یکسانه. بررسی عبارت (ت) رو ببین)*. (ب) ✗ و (پ) ✓

ت) کار نیروی وزن به مسیر حرکت جسم بستگی ندارد و وابسته به تغییر ارتفاع جسم است. همان‌طور که در عبارت (ب) و (پ) توضیح دادیم، چون هر دو شخص هم‌جرم هستند و در نهایت به اندازهٔ یک طبقه نسبت به مکان اولیهٔ خود جابه‌جا شده‌اند، پس اندازهٔ کار نیروی وزن آن‌ها با هم برابر است اما علامتشان قرینهٔ یکدیگر است. ✗

$$\begin{cases} W_{mg,A} = -m_A g h \\ W_{mg,B} = +m_B g h \end{cases} \xrightarrow{m_A = m_B} \begin{cases} W_{mg,A} = -W_{mg,B} \\ |W_{mg,A}| = |W_{mg,B}| \end{cases}$$

۳۳- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ انبساط حجمی یک جسم جامد:

$$\Delta V = V_1 \times \beta \times \Delta T \quad , \quad \Delta T = \Delta\theta$$

ΔV: تغییر حجم (m^3)، V_1: حجم اولیه (m^3)، β: ضریب انبساط حجمی ($\frac{1}{K}$)، ΔT: تغییر دما (K)، $\Delta\theta$: تغییر دما برحسب کلوین (K)، تغییر دما برحسب درجهٔ سلسیوس ($^\circ C$)

۲ رابطهٔ بین دما برحسب درجهٔ سلسیوس و کلوین:

$$T = \theta + ۲۷۳$$

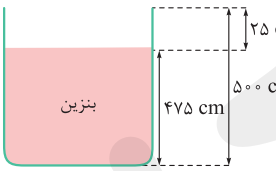
T: دما برحسب کلوین (K)، θ: دما برحسب درجهٔ سلسیوس ($^\circ C$)

۳ رابطهٔ بین دما برحسب درجهٔ سلسیوس و درجهٔ فارنهایت:

$$F = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲$$

F: دما برحسب فارنهایت ($^\circ F$)، θ: دما برحسب درجهٔ سلسیوس ($^\circ C$)

طبق صورت سؤال، ارتفاع مخزن استوانه‌ای، ۵ m (یا ۵۰۰ cm) و فاصلهٔ بین سطح بنزین تا بالای ظرف ۲۵ cm است؛ پس ارتفاع اولیهٔ بنزین در مخزن، ۴۷۵ cm (۲۵ − ۵۰۰) است.



از انبساط ظرف صرف نظر شده است؛ پس اگر ارتفاع بنزین درون ظرف پس از انبساط به اندازهٔ ۲۵ cm بالاتر بیاید، بنزین از ظرف سرریز می‌شود؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta V_{\text{بنزین}} = \beta_{\text{بنزین}} V_{۱\,\text{بنزین}} \Delta T$$

$$\xrightarrow[V_{۱\,\text{بنزین}} = A h_{۱\,\text{بنزین}}]{\Delta V_{\text{بنزین}} = A \Delta h_{\text{بنزین}},\ \Delta T = \Delta\theta} A \Delta h_{\text{بنزین}} = \beta_{\text{بنزین}} A h_{۱\,\text{بنزین}} \Delta\theta$$

$$\xrightarrow[\beta_{\text{بنزین}} = ۱۰^{-۳}\frac{۱}{K}]{\Delta h_{\text{بنزین}} = ۲۵\ cm,\ h_۱ = ۴۷۵\ cm} ۲۵ = ۱۰^{-۳} \times ۴۷۵\, \Delta\theta$$

$$\xrightarrow[\theta_۱ = ۲۶۳ - ۲۷۳ = -۱۰^\circ C]{\Delta\theta = \theta_۲ - \theta_۱} \theta_۲ - (-۱۰) = \frac{۱۰۰۰}{۱۹} \Rightarrow \theta_۲ = \frac{۸۱۰}{۱۹}\ ^\circ C$$

حالا $\theta_۲$ را برحسب درجهٔ فارنهایت به دست می‌آوریم.

$$F_۲ = \frac{۹}{۵}\theta_۲ + ۳۲$$

$$\xrightarrow{\theta_۲ = \frac{۸۱۰}{۱۹}\ ^\circ C} F_۲ = \frac{۹}{۵} \times \frac{۸۱۰}{۱۹} + ۳۲ = ۷۶/۷۳ + ۳۲ = ۱۰۸/۷۳\ ^\circ F$$

همان‌طور که می‌بینید، پاسخ داخل گزینه‌ها نیست! شاید منظور طراح از ارتفاع ۵ m (یا ۵۰۰ cm)، ارتفاع اولیهٔ بنزین در مخزن است. اگر منظور این است، بهتر بود که سؤال به نحو دیگری مطرح می‌شد تا ابهامی پیش نیاید؛ مثلاً: «مقداری بنزین تا ارتفاع ۵ m در مخزنی استوانه‌ای ریخته شده است ...». حالا با این دیدگاه، سؤال را حل می‌کنیم. در این حالت، چون فاصلهٔ بین سطح بنزین تا بالای ظرف ۲۵ cm است، پس ارتفاع ظرف ۵۲۵ cm (۵۰۰ + ۲۵) است و می‌نویسیم:

$$\Delta V_{\text{بنزین}} = \beta_{\text{بنزین}} V_{۱\,\text{بنزین}} \Delta T$$

$$\xrightarrow[V_{۱\,\text{بنزین}} = A h_{۱\,\text{بنزین}}]{\Delta V_{\text{بنزین}} = A \Delta h_{\text{بنزین}},\ \Delta T = \Delta\theta} A \Delta h_{\text{بنزین}} = \beta_{\text{بنزین}} A h_{۱\,\text{بنزین}} \Delta\theta$$

$$\xrightarrow[h_۱ = ۵۰۰\ cm,\ \beta = ۱۰^{-۳}\frac{۱}{K}]{\Delta h_{\text{بنزین}} = ۲۵\ cm} ۲۵ = ۱۰^{-۳} \times ۵۰۰\, \Delta\theta$$

$$\xrightarrow[\theta_۱ = ۲۶۳ - ۲۷۳ = -۱۰^\circ C]{\Delta\theta = \theta_۲ - \theta_۱} \theta_۲ - (-۱۰) = ۵۰ \Rightarrow \theta_۲ = ۴۰^\circ C$$

حالا $\theta_۲$ را برحسب درجهٔ فارنهایت به دست می‌آوریم.

$$F_۲ = \frac{۹}{۵}\theta_۲ + ۳۲ \xrightarrow{\theta_۲ = ۴۰^\circ C} F_۲ = \frac{۹}{۵} \times ۴۰ + ۳۲ = ۱۰۴^\circ F$$

۳۴- گزینه ۳

استراتژی تغییر دما و تغییر انرژی درونی گاز در این فرایند را بررسی کنید، سپس با استفاده از قانون اول ترمودینامیک، جواب درست را پیدا کنید.

درس‌نامه ۱ با توجه به معادلهٔ حالت گاز کامل $(PV = nRT)$، برای مقایسهٔ دو حالت مختلف، رابطهٔ کلی زیر را در نظر بگیرید و هر کمیتی را که در سؤال ثابت فرض شده بود، از طرفین این رابطه حذف کنید.

$$\frac{P_۱ V_۱}{n_۱ T_۱} = \frac{P_۲ V_۲}{n_۲ T_۲}$$

P: فشار، V: حجم، n: تعداد مول، T: دما (K)

۲ قانون اول ترمودینامیک: در یک فرایند ایستاوار، تغییر انرژی درونی گاز برابر با مجموع کار انجام‌شده توسط محیط روی گاز و گرمای داده‌شده به گاز است.

$$\Delta U = Q + W$$

ΔU: تغییر انرژی درونی گاز، Q: گرما، W: کار محیط بر روی گاز

انرژی درونی گاز آرمانی، تابع دمای مطلق گاز است:

۱ اگر دمای گاز افزایش یابد: $\Delta T > ۰ \Rightarrow \Delta U > ۰ \Rightarrow Q + W > ۰$

۲ اگر دمای گاز کاهش یابد: $\Delta T < ۰ \Rightarrow \Delta U < ۰ \Rightarrow Q + W < ۰$

۳ اگر دمای گاز ثابت بماند: $\Delta T = ۰ \Rightarrow \Delta U = ۰ \Rightarrow Q + W = ۰ \Rightarrow |W| = |Q|$

۳ کار محیط روی گاز را با W نشان می‌دهیم. هنگام تراکم گاز، $W > ۰$ و هنگام انبساط گاز، $W < ۰$ است.

گام ۱ i و f یعنی نقاط شروع و پایان فرایند را به عنوان نقاط ۱ و ۲ در نظر می‌گیریم و تغییر دمای گاز را بررسی می‌کنیم.

$$\frac{P_۱ V_۱}{n_۱ T_۱} = \frac{P_۲ V_۲}{n_۲ T_۲} \xrightarrow[V_۲ = ۵V_۱]{P_۲ = \frac{۱}{۴}P_۱,\ n_۱ = n_۲} \frac{P_۱ V_۱}{T_۱} = \frac{\frac{۱}{۴}P_۱ \times ۵V_۱}{T_۲} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱} = \frac{۵}{۴}$$

چون $\frac{T_۲}{T_۱} > ۱$ است، پس دمای گاز افزایش یافته است؛ در نتیجه انرژی درونی گاز نیز افزایش می‌یابد.

$$\Delta T > ۰ \Rightarrow \Delta U > ۰$$

با توجه به قانون اول ترمودینامیک داریم: $\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U > ۰} Q + W > ۰$

بررسی سایر گزینه‌ها: با توجه به درس‌نامه، اگر $\Delta U < ۰$ بود، ۴ به دست می‌آمد و اگر $\Delta U = ۰$ بود، ۲ به دست می‌آمد.

اما چرا ۱ نادرست است؟

چون در این فرایند گاز منبسط شده است، پس $W < ۰$ است و چون $\Delta U > ۰$ است، پس باید $Q > ۰$ و از نظر مقدار نیز بزرگ‌تر از $|W|$ باشد.

$$\Delta U = \overset{+}{Q} + \overset{+}{W} \Rightarrow |W| < |Q|$$

۳۵- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ در فرایند بی‌دررو، گرما بین گاز و محیط مبادله نمی‌شود؛ یعنی $Q = ۰$ است.

۲ تغییر انرژی درونی گاز در فرایند هم‌دما صفر است $(\Delta U_{\text{هم‌دما}} = ۰)$.

۳ در یک چرخهٔ کامل ترمودینامیکی، تغییر انرژی درونی گاز برابر با صفر است $(\Delta U_{\text{چرخه}} = ۰)$.

۴ در یک انبساط هم‌فشار، گاز گرما دریافت می‌کند و دمای آن افزایش می‌یابد؛ بنابراین در این فرایند $\Delta U > ۰$ است.

۵ اگر کار انجام‌شده توسط محیط روی گاز را با W و کار انجام‌شده توسط گاز روی محیط را با W' نشان دهیم، داریم: $W = -W'$

قانون اول ترمودینامیک را در نظر می‌گیریم و براساس آن، گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱ $\Delta U = Q + W \xrightarrow[\text{هم‌دما}]{\Delta U = ۰} ۰ = Q + W \Rightarrow Q = -W \neq ۰$ ×

یعنی گرمای مبادله‌شده بین گاز و محیط در تراکم هم‌دما صفر نیست.

② $\Delta U = Q + W \xrightarrow[\text{بی‌دررو}]{Q=0} \Delta U = 0 + W \Rightarrow \Delta U = W$ ✓

یعنی کار انجام‌شده روی گاز در یک فرایند بی‌دررو (چه انبساط و چه تراکم)، برابر با تغییر انرژی درونی گاز است.

③ $\Delta U = Q + W \xrightarrow[\text{چرخهٔ کامل}]{\Delta U=0} 0 = Q + W \Rightarrow W = -Q$ ×

یعنی کار انجام‌شده روی گاز در یک چرخهٔ کامل، قرینهٔ گرمای داده‌شده به گاز است.

④ $\Delta U = Q + W \xrightarrow[W<0]{\Delta U>0} Q + W \neq 0 \xrightarrow{W=-W'} Q - W' \neq 0$ ×

یعنی گرمای داده‌شده به گاز در انبساط هم‌فشار، برابر با کار انجام‌شده توسط گاز روی محیط نیست.

شیمی

۳۶- گزینه ۲

آرایش الکترونی اتم عنصر A را نوشته و این عنصر را شناسایی می‌کنیم:

$_{31}A : [_{18}Ar]3d^{10}4s^2 4p^1 \Rightarrow$

عنصر A همان فلز $_{31}Ga$ در گروه ۱۳ جدول تناوبی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

نکته اگر آرایش الکترونی گونه‌ای به $1s^2$ یا ns^2np^6 ختم شود، آن گونه می‌تواند یک اتم خنثی (گاز نجیب)، یک کاتیون یا یک آنیون باشد. اگر در آرایش الکترونی یک گونه زیرلایهٔ $(n-1)d$ وجود داشته باشد ولی زیرلایهٔ ns وجود نداشته باشد، آن آرایش الکترونی فقط و فقط مربوط به یک کاتیون (یون مثبت) است.

- آرایش $1s^2$ ← اتم خنثی هلیم، یون مثبت ($_3Li^+$)، یون منفی (H^-)
- آرایش ns^2np^6 ← اتم خنثی (گاز نجیب)، کاتیون پایدار، آنیون پایدار
  $2s^22p^6 \rightarrow {}_{10}Ne, {}_{11}Na^+, {}_{12}Mg^{2+}, {}_{13}Al^{3+}, {}_{7}N^{3-}, {}_{8}O^{2-}, {}_{9}F^-$
  $3s^23p^6 \rightarrow {}_{18}Ar, {}_{19}K^+, {}_{20}Ca^{2+}, {}_{21}Sc^{3+}, {}_{15}P^{3-}, {}_{16}S^{2-}, {}_{17}Cl^-$
- شکل صحیح آرایش $3d^x$ ← فقط یون مثبت (کاتیون)
  $3d^{10} \rightarrow {}_{29}Cu^+, {}_{30}Zn^{2+}, {}_{31}Ga^{3+}$

① یون پایدار اتم A، Ga^{3+} است که آرایش الکترونی آن به صورت $[_{18}Ar]3d^{10}$ است.

در میان یون پایدار عنصرهای واسطهٔ (فلزهای واسطهٔ) دورهٔ چهارم، دو یون $_{30}Zn^{2+}$ و $_{29}Cu^+$ (نه یک یون!) آرایش الکترونی مشابه یون Ga^{3+} را دارند.

$_{30}Zn : [_{18}Ar]3d^{10}4s^2 \rightarrow {}_{30}Zn^{2+} : [_{18}Ar]3d^{10}$

$_{29}Cu : [_{18}Ar]3d^{10}4s^1 \rightarrow {}_{29}Cu^+ : [_{18}Ar]3d^{10}$

② عنصر $_{31}A$ (همان $_{31}Ga$) در گروه ۱۳ و دورهٔ ۴ جدول تناوبی قرار دارد. عدد اتمی عنصرهای قبل و بعد عنصر $_{31}Ga$ در گروه ۱۳ هر کدام به ترتیب، ۵ واحد از عدد اتمی گازهای نجیب دوره‌های ۳ و ۵ جدول یعنی $_{18}Ar$ و $_{54}Xe$ کمتر است یعنی می‌شه اعداد اتمی $13-5=18$ و $49-5=54$.



$$\text{شمار الکترون‌های اتم A} = (_{31}Ga)_{31}A = \frac{\text{مجموع شمار الکترون‌های اتم عنصرهای قبل و بعد A در گروه ۱۳}}{2} = \frac{13+49}{2} = \frac{62}{2} = 31$$

③ نه الزاماً! اتم $_{31}A$ (همان $_{31}Ga$) ۳ الکترون ظرفیتی دارد و در گروه ۱۳ جدول تناوبی قرار دارد. می‌دانیم که به‌جز عناصر گروه ۱۳، عناصر گروه ۳ جدول تناوبی هم ۳ الکترون ظرفیتی دارند؛ پس عنصر X می‌تواند متعلق به گروه ۳ جدول بوده و هم‌گروه اتم $_{31}Ga$ نباشد.

$_{31}Ga : [_{18}Ar]3d^{10}\underbrace{4s^2 4p^1}_{\text{الکترون‌های ظرفیت}}$

آرایش الکترونی عناصر گروه ۱۳: $\cdots \underbrace{ns^2np^1}_{\text{الکترون‌های ظرفیت}}$

آرایش الکترونی عناصر گروه ۳: $\cdots \underbrace{(n-1)d^1ns^2}_{\text{الکترون‌های ظرفیت}}$

④ اتم $_{31}A(_{31}Ga)$ یک عنصر فلزی است. به طور معمول فلزها، تنها توانایی از دست دادن الکترون را دارند و در پیوند اشتراکی و تشکیل ترکیب‌های مولکولی شرکت نمی‌کنند.

۳۷- گزینه ۳

درس‌نامه ① الکترون‌های ظرفیت عناصر دسته‌های s، p و d به صورت زیر است:

الکترون‌های ظرفیت عناصر:
- عناصر دستهٔ s ← الکترون‌های آخرین زیرلایهٔ s (ns)
- عناصر دستهٔ d ← الکترون‌های آخرین زیرلایهٔ s و زیرلایهٔ ماقبل آخر d $(ns, (n-1)d)$
- عناصر دستهٔ p ← الکترون‌های آخرین زیرلایه‌های s و p (ns, np)

② جدول زیر مقدار عدد کوانتومی فرعی را برای زیرلایه‌های گوناگون نشان می‌دهد:

نوع زیرلایه	s	p	d	f
مقدار l	۰	۱	۲	۳

با توجه به خواستهٔ سؤال، باید به دنبال اتمی باشیم که $n+l$ الکترون‌های ظرفیت آن برابر ۳۳ باشد. سریع‌ترین راه بررسی گزینه‌هاست:

① در سنگ آهک ($CaCO_3$)، کاتیون Ca^{2+} وجود دارد. $_{20}Ca$ جزء فلزهای دستهٔ s در گروه ۲ جدول تناوبی است:

$_{20}Ca : [_{18}Ar]\underbrace{4s^2}_{\text{الکترون‌های ظرفیت}} \Rightarrow \text{الکترون‌های ظرفیت } (n+l) = 2(\overbrace{4}^{n} + \overbrace{0}^{l}) = 8$

② در میان عناصر گروه ۱۴، دو عنصر شبه‌فلزی $_{14}Si$ و $_{32}Ge$، رسانایی الکتریکی کمی دارند.

گروه ۱۴
- C: نافلز — دگرشکل گرافیت ← رسانایی الکتریکی زیاد؛ دگرشکل الماس ← نارسانا
- Si: شبه‌فلز و رسانایی الکتریکی کم
- Ge: شبه‌فلز و رسانایی الکتریکی کم
- Sn: فلز و رسانایی الکتریکی زیاد
- Pb: فلز و رسانایی الکتریکی زیاد

$_{14}Si$ و $_{32}Ge$ از عناصر دستهٔ p بوده و به ترتیب در تناوب‌های ۳ و ۴ جدول قرار دارند و آرایش الکترونی لایهٔ ظرفیت عناصر گروه ۱۴ به صورت ns^2np^2 است:

$_{14}Si : [_{10}Ne]\underbrace{3s^2 3p^2}_{\text{الکترون‌های ظرفیت}} \Rightarrow \text{الکترون‌های ظرفیت } (n+l) = 2(\overbrace{3}^{n} + \overbrace{0}^{l}) + 2(\overbrace{3}^{n} + \overbrace{1}^{l}) = 14$

$_{32}Ge : [_{18}Ar]3d^{10}\underbrace{4s^2 4p^2}_{\text{الکترون‌های ظرفیت}}$

$\Rightarrow \text{الکترون‌های ظرفیت } (n+l) = 2(\overbrace{4}^{n} + \overbrace{0}^{l}) + 2(\overbrace{4}^{n} + \overbrace{1}^{l}) = 18$

③ دمای بالاتر از $473\ K$ همان دمای بالاتر از $200\ ^\circ C$ است. $473 - 273 = 200\ ^\circ C$ در میان هالوژن‌ها، عنصر برم (Br_2)، تنها در دمای بالاتر از $200\ ^\circ C$ با هیدروژن واکنش می‌دهد.
آرایش الکترونی لایهٔ ظرفیت عناصر گروه ۱۷ (هالوژن‌ها) به صورت ns^2np^5 است:

نکته در جدول زیر شرایط دمایی لازم برای انجام واکنش هالوژن‌ها با گاز هیدروژن، آورده شده است:

نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای $-200\ ^\circ C$ به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای $200\ ^\circ C$ واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از $400\ ^\circ C$ واکنش می‌دهد.

$_{35}Br : [_{18}Ar]3d^{10}\underbrace{4s^2 4p^5}_{\text{الکترون‌های ظرفیت}}$

$\Rightarrow$ الکترون‌های ظرفیت $(n+l) = 2(\overset{4s}{4+0}) + 5(\overset{4p}{4+1}) = 33$ (n: 4, 4 — l: 0, 1)

تا همین جا جواب سؤال پیدا شد ولی بیایید گزینهٔ آخر رو هم بررسی کنیم:

④ از عنصرهای دورهٔ چهارم جدول، آرایش الکترونی دو عنصر $_{24}Cr$ و $_{29}Cu$ (از دستهٔ d) از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کنند:

$_{24}Cr : [_{18}Ar]\underbrace{3d^5 4s^1}_{\text{الکترون‌های ظرفیت}}$

$\Rightarrow$ الکترون‌های ظرفیت $(n+l) = 5(\overset{3d}{3+2}) + 1(\overset{4s}{4+0}) = 29$ (n: 3, 4 — l: 2, 0)

$_{29}Cu : [_{18}Ar]\underbrace{3d^{10} 4s^1}_{\text{الکترون‌های ظرفیت}}$

$\Rightarrow$ الکترون‌های ظرفیت $(n+l) = 10(\overset{3d}{3+2}) + 1(\overset{4s}{4+0}) = 54$ (n: 3, 4 — l: 2, 0)

۳۸- گزینه ۲

عبارت‌های «ب» و «ت» درست‌اند.

بررسی سایر موارد: **الف)** در آرایش الکترونی عناصر دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای، زیرلایهٔ 4s در عناصر دسته‌های s و d و زیرلایهٔ 4p در عناصر دستهٔ p، بیرونی‌ترین زیرلایه‌ها هستند. در دستهٔ s، عنصر با آرایش الکترونی $4s^2$ و در دستهٔ p، عنصر با آرایش الکترونی $4s^2 4p^2$ و در ۱۰ عنصر دستهٔ d، همهٔ عناصر به‌جز دو عنصر با آرایش‌های الکترونی $3d^5 4s^1$ و $3d^{10} 4s^1$، در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ خود، ۲ الکترون دارند؛ که مجموعاً می‌شه ۱۰ عنصر نه ۹ عنصر!

دستهٔ p	دستهٔ d	دستهٔ s
$4s^2 4p^2$	$3d^x 4s^2$	$4s^2$
(۱ عنصر)	(۸ عنصر)	(۱ عنصر)

ب)

نکته

در یک دوره از چپ به راست:
- خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها کاهش می‌یابد.
- خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها افزایش می‌یابد.

در یک گروه از بالا به پایین:
- خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها افزایش می‌یابد.
- خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها کاهش می‌یابد.

با توجه به نکتهٔ بالا، روند تغییر خصلت فلزی و نافلزی در هر گروه و هر دورهٔ جدول، عکس یکدیگر است.

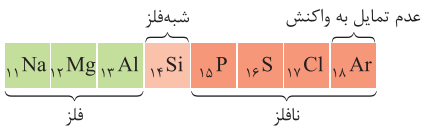
پ) عنصرهای هر گروه، خواص شیمیایی مشابه دارند نه یکسان!

ت)

نکته به طور کلی، رفتار شیمیایی عنصرها به صورت جدول زیر است:

عناصر	رفتار شیمیایی
فلزی	اغلب قابلیت از دست دادن الکترون و تشکیل کاتیون را دارند.
نافلزی	۱) اغلب تمایل به گرفتن الکترون و تشکیل آنیون را دارند. ۲) تمایل به اشتراک‌گذاشتن الکترون دارند.
شبه‌فلزی	تنها تمایل به اشتراک‌گذاشتن الکترون در واکنش با دیگر اتم‌ها را دارند.

به طور کلی عنصری که **فقط** با اشتراک‌گذاشتن الکترون می‌تواند به آرایش الکترونی گاز نجیب برسد، شبه‌فلز است. در عناصر دورهٔ سوم جدول دوره‌ای، تنها $_{14}Si$، شبه‌فلز بوده و با اشتراک‌گذاشتن الکترون می‌تواند به آرایش گاز نجیب $_{18}Ar$ برسد.



۳۹- گزینه ۱

درس‌نامه **توصیف یک نمونه گاز**

در بررسی رفتار و قوانین گازها، ما با ۴ کمیت: مقدار یا تعداد مول (n)، دما (T)، فشار (P) و حجم گاز (V) سروکار داریم. حجم (یا به طور کلی هر یک از کمیت‌ها برای) یک نمونه گاز با تغییر هر یک از سه کمیت دیگر، تغییر می‌کند؛ بنابراین برای توصیف یک نمونه گاز، علاوه بر مقدار، باید دما و فشار آن (۳ کمیت از ۴ کمیت گفته‌شده) نیز مشخص شود.

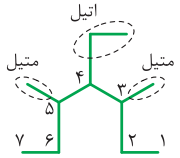
V (حجم گاز) $\propto \frac{nT}{P}$ ← (n: مول گاز، T: دمای گاز، P: فشار گاز)

با توجه به توضیحات داده‌شده تنها ① دربارهٔ توصیف یک نمونه گاز درست است؛ زیرا مقدار (۱/۶ گرم)، دما $(200\ ^\circ C)$ و فشار $(1\ atm)$ گاز در آن مشخص شده است.

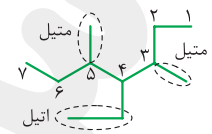
۴۰- گزینه ۱ و ۲

شفاف‌سازی یکسان‌بودن فرمول ساختاری دو ترکیب، یعنی دو ساختار یکسان بوده و مربوط به یک نوع ترکیب است. (اگر ساختارها را نام‌گذاری کنیم، هر دو ساختار، نام یکسانی دارند.)

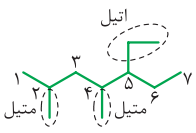
گام ۱ برای این‌که بتونیم راحت‌تر تشخیص بدیم که کدام ترکیب‌ها فرمول ساختاری یکسانی دارند و در واقع مربوط به یک ترکیب هستند، باید آن‌ها را نام‌گذاری کنیم، با توجه به گزینه‌ها، فقط باید موارد «الف»، «ب» و «ت» رو بررسی کنیم:



الف) ۴ـ اتیل ـ ۳ و ۵ـ دی‌متیل هپتان



ب) ۴ـ اتیل ـ ۳ و ۵ـ دی‌متیل هپتان



ت) ۵ـ اتیل ـ ۲ و ۴ـ دی‌متیل هپتان

فرمول‌های ساختاری «الف» و «ب» یکسان و مربوط به یک ترکیب (۴ – اتیل ـ ۳ و ۵ ـ دی‌متیل هپتان) است. پس تا این‌جا ③ و ④ پَر!

گام ۲ برای قسمت دوم سؤال، با توجه به این‌که همهٔ ساختارهای داده‌شده مربوط به آلکان‌ها با فرمول عمومی C_nH_{2n+2} هستند، باید با توجه به شمار اتم‌های کربن هر ساختار، فرمول مولکولی آن را به دست آوریم و ببینیم که تفاوت فرمول مولکولی کدام دو ترکیب برابر با فرمول مولکولی اولین عضو خانوادهٔ آلکن‌ها یعنی اتن (C_2H_4) است.

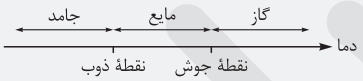
تفاوت جرم مولی $C_۲H_۴$ = تفاوت جرم مولی $C_۲H_۴$

- الف و ب: فرمول مولکولی $C_{۱۱}H_{۲۴}$ ⟸ آلکان ۱۱کربنه
- پ: فرمول مولکولی $C_۹H_{۲۰}$ ⟸ آلکان ۹کربنه
- ت: فرمول مولکولی $C_{۱۱}H_{۲۴}$ ⟸ آلکان ۱۱کربنه

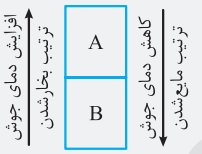
تفاوت جرم مولی مولکول‌های «الف» و «پ» و هم‌چنین مولکول‌های «پ» و «ت»، برابر با جرم مولی اتن ($C_۲H_۴$) است. *یعنی هم ۱ درسته و هم ۲ و این سؤال کنکور دو پاسخ صحیح داره!*

۴۱- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ هر ماده‌ای در دماهای پایین‌تر از نقطهٔ ذوب خود به حالت جامد، در دماهای بالاتر از نقطهٔ جوش خود به حالت گاز و بین این دو دما (نقطهٔ ذوب و جوش) به حالت مایع است. مثلاً آب در دماهای کم‌تر از $۰\ ^\circ C$ جامد، در دماهای بالاتر از $۱۰۰\ ^\circ C$ به حالت گاز و در دماهای بین صفر و ۱۰۰ درجهٔ سلسیوس (مثلاً دمای اتاق، $۲۵\ ^\circ C$) به حالت مایع است.



۲ اگر مقایسهٔ نقطهٔ جوش دو مادهٔ گازی A و B به صورت $A > B$ باشد، هنگام مایع‌کردن این دو گاز، ابتدا A که نقطهٔ جوش بالاتری دارد، مایع می‌شود ولی اگر بخواهیم A و B مایع را به گاز تبدیل کنیم، ابتدا B که نقطهٔ جوش پایین‌تری دارد، به گاز تبدیل می‌شود.



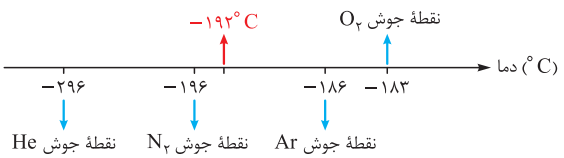
۳ ترتیب نقطهٔ جوش چهار گاز هواکره که شما باید *بدونین* به صورت زیر است:

مقایسهٔ نقطهٔ جوش: $He < N_۲ < Ar < O_۲$

$-۲۶۹\ ^\circ C \quad -۱۹۶\ ^\circ C \quad -۱۸۶\ ^\circ C \quad -۱۸۳\ ^\circ C$

موارد «الف» و «پ» درست‌اند.

بررسی همه موارد: الف) دمای $-۱۹۲\ ^\circ C$ بالاتر از نقطهٔ جوش نیتروژن ($-۱۹۶\ ^\circ C$) و پایین‌تر از نقطهٔ جوش آرگون ($-۱۸۶\ ^\circ C$) و اکسیژن ($-۱۸۳\ ^\circ C$) است؛ بنابراین در این دما، $N_۲$ به صورت گاز و Ar و $O_۲$ به صورت مایع هستند.



ب) اولاً که در مخلوط گاز طبیعی، گاز نجیب He وجود دارد نه گاز نجیب Ar! ثانیاً در اوایل فصل ۲ کتاب شیمی دهم می‌خوانیم که جداسازی هلیم از گاز طبیعی به دانش و فناوری پیشرفته‌ای نیاز دارد که هنوز مختصصان کشورمان موفق به دستیابی به این فناوری و جداسازی هلیم از گاز طبیعی نشده‌اند.

پ) هلیم در کرهٔ زمین به مقدار خیلی کم یافت می‌شود، به طوری که مقدار ناچیزی از آن در هواکره وجود دارد و مقدار بیشتری در لایه‌های زیرین پوستهٔ زمین، از واکنش‌های هسته‌ای در اعماق زمین تولید می‌شود. به همین دلیل منابع زمینی آن از هواکره سرشارتر و برای تولید هلیم در مقیاس صنعتی مناسب‌ترند.

ت) نقطهٔ جوش هلیم $-۲۶۹\ ^\circ C$ است و این گاز در دماهای بالای $-۲۶۹\ ^\circ C$ مانند دمای $-۲۰۰\ ^\circ C$ به حالت گاز است نه مایع!

۴۲- گزینه ۲

گام ابتدا معادلهٔ واکنش را موزانه می‌کنیم:

روش موازنه به روش وارسی و استفاده از ضرایب مجهول: موزانه را با اتم Fe در ترکیب $FeSO_۴$ شروع کرده و به $FeSO_۴$ ضریب ۱ می‌دهیم، بنابراین ضریب Fe در سمت چپ برابر (۱) می‌شود. در ادامه موزانه را با هیچ‌یک از عنصرهای S، O و H نمی‌توان ادامه داد؛ بنابراین از ضرایب مجهول استفاده می‌کنیم:

$$a H_۲SO_۴ + ۱ Fe \rightarrow ۱ FeSO_۴ + b SO_۲ + a H_۲O$$

از آن‌جا که اتم H در سمت چپ فقط در ساختار $H_۲SO_۴$ و در سمت راست فقط در ساختار $H_۲O$ وجود دارد، ضریب این دو ماده باید برابر بوده و آن را a قرار می‌دهیم.

$(۱)\quad a = ۱ + b$ ⟸ تعداد اتم‌های S در سمت راست = تعداد اتم‌های S در سمت چپ

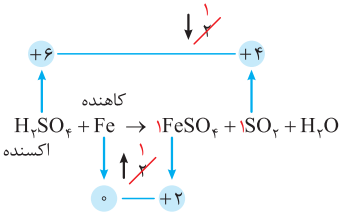
$(۲)\quad ۳a = ۴ + ۲b$ ⟸ تعداد اتم‌های O در سمت راست = تعداد اتم‌های O در سمت چپ

$$\times(-۲)\begin{cases} a = ۱ + b \\ ۳a = ۴ + ۲b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -۲a = -۲ - ۲b \\ ۳a = ۴ + ۲b \end{cases} \Rightarrow a = ۲, b = ۱$$

$$۲H_۲SO_۴ + Fe \rightarrow FeSO_۴ + SO_۲ + ۲H_۲O$$

روش موازنه به روش تغییر عدد اکسایش:

به طور کلی برای موازنهٔ واکنش‌های اکسایش ـ کاهش، ابتدا تغییر عدد اکسایش اتم‌ها را حساب می‌کنیم، سپس مقدار تغییر عدد اکسایش گونهٔ کاهنده را ضریب گونهٔ اکسنده و مقدار تغییر عدد اکسایش گونهٔ اکسنده را ضریب کاهنده قرار می‌دهیم. البته باید دقت کنیم که اگر مانند این واکنش، در سمت چپ معادله، عنصری وجود داشته باشد (مانند S) که عدد اکسایش برخی از اتم‌های آن تغییر کرده و عدد اکسایش برخی دیگر از اتم‌های آن تغییری نکرده باشد، موازنه را باید از سمت راست و از گونه‌ای که عدد اکسایش اتم در آن تغییر کرده، شروع کنیم. یعنی تغییر عدد اکسایش گونه‌های اکسنده و کاهنده را باید ضریب مواد در سمت راست آن قرار دهیم:



(در این واکنش عدد اکسایش برخی از اتم‌های S (در تبدیل $H_۲SO_۴$ به $FeSO_۴$) تغییر نکرده است و عدد اکسایش برخی از اتم‌های S (در تبدیل $H_۲SO_۴$ به $SO_۲$) تغییر کرده است.)

حالا با توجه به ضرایب معلوم، ضرایب بقیهٔ مواد را تعیین می‌کنیم:

$$۲H_۲SO_۴ + ۱Fe \rightarrow ۱FeSO_۴ + ۱SO_۲ + ۲H_۲O$$

گام جرم محلول $H_۲SO_۴$ و درصد جرمی $H_۲SO_۴$ در محلول را داریم؛ بنابراین به راحتی با استوکیومتری ساده می‌توانیم به جرم Fe مصرفی برسیم: $۲H_۲SO_۴ \sim ۱Fe$

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم محلول} \times \frac{\text{درصد جرمی}}{۱۰۰}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{H_۲SO_۴}} \times \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{Fe}}$$

$$\Rightarrow \frac{۲۰۰ \times \frac{۴/۹}{۱۰۰}}{۲ \times ۹۸} = \frac{x}{۱ \times ۵۶} \Rightarrow x = \frac{۴/۹ \times ۵۶}{۹۸} = ۲/۸\ g\,Fe$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$۲۰۰\ g\ \text{محلول} \times \frac{۴/۹\ g\,H_۲SO_۴}{\underbrace{۱۰۰\ g\ \text{محلول}}_{\text{درصد جرمی}}} \times \frac{۱\ mol\,H_۲SO_۴}{۹۸\ g\,H_۲SO_۴} \times \frac{۱\ mol\,Fe}{۲\ mol\,H_۲SO_۴}$$

$$\times \frac{۵۶\ g\,Fe}{۱\ mol\,Fe} = ۲/۸\ g\,Fe$$

۴۳- گزینه ۳

موارد «پ» و «ت» درست‌اند.

بررسی همه موارد: الف) میلهٔ شیشه‌ای مالش داده شده به موی سر، بار منفی دارد؛ بنابراین مولکول‌های آب از سر مثبت (اتم‌های H)، جذب آب می‌شوند، نه سر منفی!

ب) هنگام مایع‌کردن (سردکردن) دو گاز، ابتدا گازی که نقطهٔ جوش بالاتری دارد، مایع می‌شود:

نیروهای بین مولکولی: $\underset{\text{ناقطبی}}{F_۲} < \underset{\text{قطبی}}{HCl}$

HCl زودتر و آسان‌تر مایع می‌شود. ⟸ نقطهٔ جوش: $HCl > F_۲$

پ) مولکول‌های ناقطبی گاز $CO_۲$ با آب واکنش می‌دهند، در حالی که گاز قطبی NO هنگام انحلال در آب، با آن واکنش نمی‌دهد.

ت) گشتاور دوقطبی مولکول‌های $H_۲O$ و $H_۲S$ به ترتیب برابر با ۱/۸۵ D و ۰/۹۷ D است و این یعنی میزان قطبیت مولکول‌های آب و در نتیجه نیروهای بین مولکولی آن، تقریباً دو برابر مولکول‌های هیدروژن سولفید است.

۴۴- گزینه ۲

گام ۱ ابتدا از روی جرم یون سولفات، شمار مول‌های آهن (III) سولفات و شمار مول‌های یون Fe^{3+} در آن را، به دست می‌آوریم.

فرمول شیمیایی آهن (III) برمید و آهن (III) سولفات به ترتیب به صورت $FeBr_3$ و $Fe_2(SO_4)_3$ است. در $Fe_2(SO_4)_3$، به ازای ۳ مول یون SO_4^{2-}، ۲ مول یون Fe^{3+} وجود دارد، بنابراین:

$$1\,mol\,Fe_2(SO_4)_3 \sim 2\,mol\,Fe^{3+} \sim 3\,mol\,SO_4^{2-}$$

$$8/64\,g\,SO_4^{2-} \times \frac{1\,mol\,SO_4^{2-}}{96\,g\,SO_4^{2-}} = 0/09\,mol\,SO_4^{2-}$$

$$\Rightarrow 0/09\,mol\,SO_4^{2-} \begin{cases} \times \frac{1\,mol\,Fe_2(SO_4)_3}{3\,mol\,SO_4^{2-}} = 0/03\,mol\,Fe_2(SO_4)_3 \\ \times \frac{2\,mol\,Fe^{3+}}{3\,mol\,SO_4^{2-}} = 0/06\,mol\,Fe^{3+} \end{cases}$$

گام ۲ شمار مول‌های Fe^{3+} را در $FeBr_3$ به دست می‌آوریم. با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال، شمار مول‌های $FeBr_3$، ۲ برابر شمار مول‌های $Fe_2(SO_4)_3$، یعنی $2\times 0/03 = 0/06$ مول است.

با توجه به فرمول $FeBr_3$، به ازای هر مول $FeBr_3$، ۱ مول یون Fe^{3+} وجود دارد؛ پس شمار مول‌های Fe^{3+} در $FeBr_3$ برابر با ۰/۰۶ مول است.

گام ۳ حالا مجموع شمار مول‌های Fe^{3+} را در محلول به دست می‌آوریم و با استفاده از فرمول ppm، غلظت یون Fe^{3+} را حساب می‌کنیم:

$$\text{مجموع شمار مول‌های } Fe^{3+} \text{ در محلول} = 0/06 + 0/06 = 0/12\,mol$$

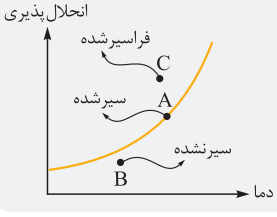
$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{0/12\,mol\,Fe^{3+} \times \frac{56\,g}{1\,mol\,Fe^{3+}}}{400\,g} \times 10^6 = 16800$$

۴۵- گزینه ۴

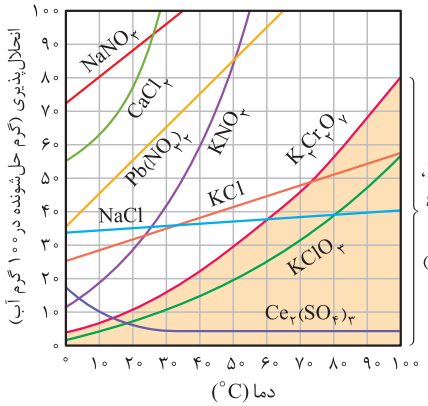
درس‌نامه جایگاه محلول‌های سیرشده، سیرنشده و فراسیرشده در نمودار انحلال‌پذیری

◇ به نموداری که اثر دما را بر انحلال‌پذیری یک ماده نشان می‌دهد، **منحنی انحلال‌پذیری ـ دما** می‌گویند.

◇ هر نقطه روی منحنی، نشان‌دهندهٔ محلول سیرشده (نقطهٔ A)، هر نقطه زیر منحنی نشان‌دهندهٔ محلول سیرنشده (نقطهٔ B) و هر نقطه بالای منحنی نشان‌دهندهٔ یک محلول فراسیرشده (نقطهٔ C) در آن دما است.



هر نقطه زیر منحنی انحلال‌پذیری $K_2Cr_2O_7$، نشان‌دهندهٔ یک محلول سیرنشده از این ماده در آن دما است، بنابراین با توجه به نمودار، دمای محلول سیرنشدهٔ A (یعنی m) می‌تواند صفر تا ۱۰۰ درجهٔ سانتی‌گراد باشد.



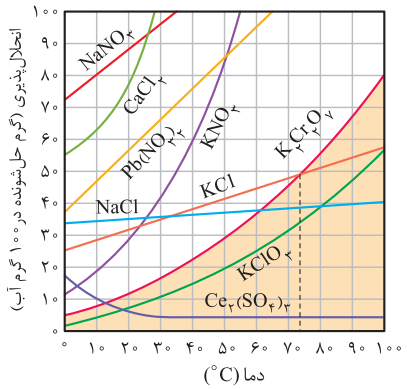
همهٔ نقاط زیر منحنی $K_2Cr_2O_7$، محلول‌های سیرنشدهٔ این ماده در دماهای مشخص (۰ـ۱۰۰ °C) هستند.

بررسی گزینه‌ها:

① دیدید که m می‌تواند دمای ۰ °C تا ۱۰۰ °C باشد. فرض کنید m، ۲۰ °C باشد با توجه به نمودار، در دمای ۲۰ °C اگر حدود ۷۵ گرم $CaCl_2$ را در ۱۰۰ گرم آب حل کنیم، محلول سیرشدهٔ این نمک در این دما به دست می‌آید. پس این گزینه ***غلط!***

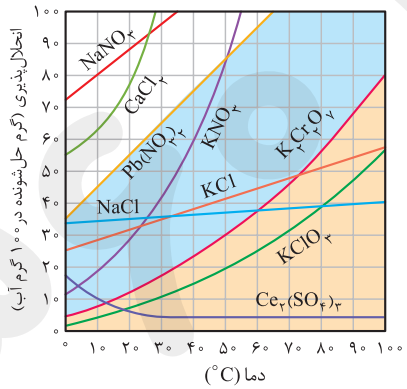
② دمای محلول $NaNO_3$ ***چه ربطی*** به دمای محلول $K_2Cr_2O_7$ ***داره؟!***

③ هر نقطه روی نمودار KCl، محلول سیرشدهٔ آن را در دمای مشخص نشان می‌دهد. دمای محل تلاقی دو منحنی $K_2Cr_2O_7$ و KCl، حدود ۷۳ °C است. تا قبل از این دما، منحنی KCl بالاتر از منحنی $K_2Cr_2O_7$ قرار دارد و هر نقطهٔ روی منحنی KCl (محلول سیرشدهٔ KCl) می‌شه نقطه‌ای بالاتر از منحنی $K_2Cr_2O_7$ یعنی یک محلول فراسیرشده از $K_2Cr_2O_7$. ولی بعد از دمای ۷۳ °C، منحنی KCl پایین منحنی $K_2Cr_2O_7$ قرار می‌گیرد و هر نقطهٔ روی منحنی KCl (محلول سیرشدهٔ KCl) می‌شه نقطه‌ای پایین‌تر از منحنی $K_2Cr_2O_7$؛ یعنی یک محلول سیرنشده از $K_2Cr_2O_7$.



پس برای این‌که در دمای m، (در شرایط یکسان یعنی به ازای جرم حل‌شونده و حلال یکسان) محلولِ دارای نمک KCl، سیرشده و محلولِ دارای نمک $K_2Cr_2O_7$ سیرنشده باشد، m باید بیشتر از ۷۳ °C باشد $m > 73\,^\circ C$.

④ با توجه به نمودار در بازهٔ دمایی ۰ تا ۱۰۰ درجهٔ سانتی‌گراد[1]، منحنی $Pb(NO_3)_2$ بالاتر از منحنی $K_2Cr_2O_7$ قرار دارد، بنابراین هر نقطه‌ای پایین‌تر از منحنی $K_2Cr_2O_7$ (محلول سیرنشدهٔ $K_2Cr_2O_7$) می‌شه نقطه‌ای پایین‌تر از منحنی $Pb(NO_3)_2$ یعنی یک محلول سیرنشده از $Pb(NO_3)_2$. پس می‌توان گفت در شرایط یکسانِ (یعنی به ازای جرم حل‌شونده و حلال و دمای یکسان) محلول سیرنشدهٔ $K_2Cr_2O_7$ (محلول A)، هر محلولی از $Pb(NO_3)_2$، سیرنشده است.



تله تفاوت ① و ④ در اینه که در ①، فقط دمای دو محلول را باید یکسان در نظر بگیریم، اما در ④، علاوه بر دما باید جرم حل‌شونده و حلال، یکسان در نظر گرفته شود. فرض کنید در دمای ۲۰ °C، ۵ گرم $K_2Cr_2O_7$ در ۱۰۰ گرم آب حل کرده‌ایم و یک محلول سیرنشده به دست آمده است. حالا ④ داره می‌گه اگر در همین دما، ۵ گرم $Pb(NO_3)_2$ در ۱۰۰ گرم آب حل کنیم، باز هم محلول سیرنشده خواهد بود؟ که با توجه به بالاتربودن نمودار $Pb(NO_3)_2$ نسبت به $K_2Cr_2O_7$، ***می‌گیم بله!*** اما در ①، فقط گفته در دمای ۲۰ °C، محلول سیرشده از $CaCl_2$ نمی‌تونیم داشته باشیم که همان‌طور که قبلاً توضیح دادیم، با تغییر مقدار نمک، می‌توانیم محلول سیرشده از این ماده، تهیه کنیم.

۱- اگر از دمای ۷۰ °C تا ۱۰۰ °C به تقریب دو منحنی $Pb(NO_3)_2$ و $K_2Cr_2O_7$ را موازی در نظر بگیریم، در بازهٔ دمایی ۰ °C تا ۱۰۰ °C، منحنی $Pb(NO_3)_2$ بالای منحنی $K_2Cr_2O_7$ قرار دارد.

۴۶- گزینه ۱

استراتژی ابتدا واکنش اتن و اتین را با گاز هیدروژن بنویس و موازنه کن. مول اتن و اتین را برابر با x در نظر بگیر و به مجموع مول گاز H_2 مصرف‌شده در دو واکنش برس. تموم شد دیگه! به راحتی می‌تونی جرم گاز اتن رو محاسبه کنی.

گام واکنش گاز اتن و اتین با H_2 به صورت زیر است:

I) $C_2H_4 + H_2 \rightarrow C_2H_6$

II) $C_2H_2 + 2H_2 \rightarrow C_2H_6$

گام اگر x مول C_2H_4 در واکنش (I) مصرف شود، x مول H_2 مصرف می‌شود و اگر x مول گاز اتین در واکنش (II) مصرف شود، 2x مول گاز H_2 مصرف می‌شود؛ بنابراین مقدار گاز H_2 مصرف‌شده برابر با 3x مول است. اکنون می‌توان نوشت:

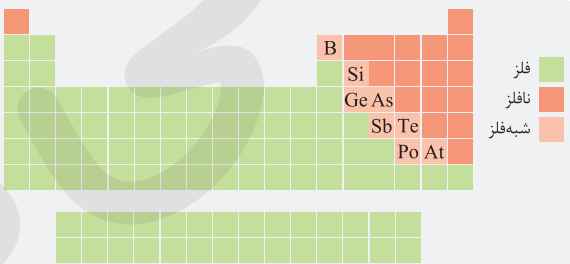
$$3x\ mol\ H_2 \times \frac{2\ g\ H_2}{1\ mol\ H_2} = 0/6 \Rightarrow 6x = 0/6 \Rightarrow x = 0/1\ mol\ H_2$$

گام جرم گاز اتن برابر است با:

$$0/1\ mol\ C_2H_4 \times \frac{28\ g\ C_2H_4}{1\ mol\ C_2H_4} = 2/8\ g\ C_2H_4$$

۴۷- گزینه ۳

درس‌نامه شبه‌فلزهای جدول تناوبی:



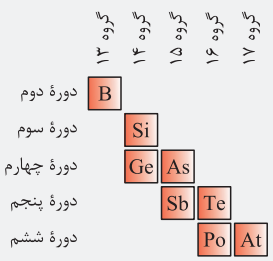
◇ شبه‌فلزها در جدول دوره‌ای همانند مرزی بین فلزها و نافلزها قرار دارند.

عنصرهایی که در سمت راست این شبه‌فلزها قرار گرفته‌اند، نافلز و عنصرهایی که در سمت چپ این شبه‌فلزها قرار گرفته‌اند، فلز هستند (البته به‌جز هیدروژن که یک نافلز است).

◇ *بدانید و آگاه باشید!* که در هر دوره (به‌جز دورهٔ اول که شامل H و He است و دورهٔ هفتم که چند عنصر با ویژگی‌های نامشخص دارد!) **حداقل** یک عنصر شبه‌فلز وجود دارد.

◇ همهٔ شبه‌فلزها در دستهٔ p جدول دوره‌ای قرار دارند.

◇ مجموعاً ۸ عنصر شبه‌فلز در جدول تناوبی وجود دارد که عبارت‌اند از: بور (B)، سیلیسیم (Si)، ژرمانیم (Ge)، آرسنیک (As)، آنتیموان (Sb)، تلوریم (Te)، پولونیم (Po) و استاتین (At).



۱ در هر یک از دوره‌های دوم و سوم، تنها یک شبه‌فلز وجود دارد.

۲ در هر یک از دوره‌های چهارم، پنجم و ششم، دو شبه‌فلز وجود دارد.

۳ در هر یک از گروه‌های ۱۳ و ۱۷، تنها یک شبه‌فلز وجود دارد.

۴ در هر یک از گروه‌های ۱۴، ۱۵ و ۱۶، دو شبه‌فلز وجود دارد.

حالت فیزیکی عناصر جدول تناوبی:

◇ **نافلزها:**

حالت فیزیکی نافلزهای جدول تناوبی در دما و فشار اتاق

- جامد ← I_2 , Se , S , P , C
- مایع ← فقط Br_2
- گاز ← Cl_2 , F_2 , O_2 , N_2 , H_2 و گازهای نجیب: Rn , Xe , Kr , Ar , Ne , He

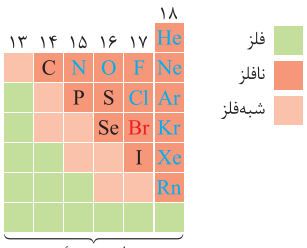
◇ **فلزها و شبه‌فلزها:** در دما و فشار اتاق، **به‌جز فلز جیوه (Hg)**، بقیهٔ فلزها جامدند. حالت فیزیکی هر ۸ شبه‌فلز جدول تناوبی هم در دما و فشار اتاق، جامد است.

عبارت‌های «الف» و «ت» درست‌اند.

گام شناسایی موقعیت شبه‌فلز A در جدول تناوبی:

۱ عنصر A یک شبه‌فلز است و از آن‌جا که شبه‌فلزهای جدول تناوبی در گروه‌های ۱۳ تا ۱۷ جدول قرار دارند؛ این عنصر در یکی از این گروه‌ها، قرار دارد.

۲ در گروه شامل A، فقط یک عنصر گازی وجود دارد: با توجه به این‌که تنها حالت فیزیکی بعضی از نافلزهای جدول تناوبی، گازی است؛ می‌توان دریافت که این گروه می‌تواند یکی از گروه‌های ۱۵ یا ۱۶ جدول تناوبی باشد. (گروه‌های ۱۳ و ۱۴ که فاقد عنصر گازی‌اند. گروه ۱۷ هم شامل ۲ عنصر نافلز گازی F_2 و Cl_2 است نه یکی!)



گام **بررسی عبارت‌ها:** **الف)** دیدیم که شبه‌فلز A می‌تواند مانند $_{15}P$ در گروه ۱۵ جدول تناوبی باشد، یعنی قسمت اول این عبارت درسته. فسفر در دورهٔ سوم جدول است و Si، تنها شبه‌فلز این دوره، در گروه ۱۴ قرار دارد نه ۱۵! پس قسمت دوم این عبارت هم درسته.

ب) گوگرد در گروه ۱۶ جدول تناوبی جای دارد. شبه‌فلزهای این گروه در دوره‌های ۵ و ۶ قرار دارند و اعداد اتمی آن‌ها مانند بقیهٔ عناصر گروه ۱۶، ۲ واحد کم‌تر از گاز نجیب هم‌دورهٔ آن‌ها است یعنی:

عدد اتمی گاز نجیب تناوب ۵ $(_{54}Xe)$

↑

(۱) $\Rightarrow$ عدد اتمی شبه‌فلز تناوب ۵ از گروه ۱۶ $\Rightarrow 54-2=52$

عدد اتمی گاز نجیب تناوب ۶ $(_{86}Rn)$

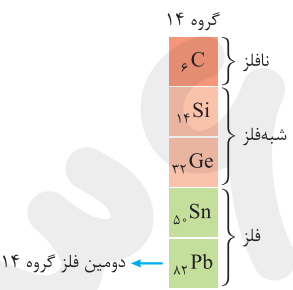
↑

(۲) $\Rightarrow$ عدد اتمی شبه‌فلز تناوب ۶ از گروه ۱۶ $\Rightarrow 86-2=84$

در حالت (۱)، عدد اتمی شبه‌فلز $(_{52}A)$، از عدد اتمی عنصر $_{53}M$ کوچک‌تر است، نه بزرگ‌تر! پس این عبارت *غلطه!* و تا همین‌جا پاسخ تست (۳) پیدا شد. ولی بیایید دو عبارت بعدی رو هم بررسی کنیم.

پ) نخستین نافلز جدول دوره‌ای، کربن است که در گروه ۱۴ قرار دارد. با توجه به اطلاعات سؤال، شبه‌فلز A می‌تواند متعلق به گروه‌های ۱۵ و ۱۶ جدول باشد نه گروه ۱۴!

ت) هالوژن جامد جدول (ید $(_{53}I)$)، در تناوب پنجم قرار دارد. اگر عدد اتمی شبه‌فلز A (که متعلق به گروه ۱۵ یا ۱۶ جدول است)، از عدد اتمی ید بزرگ‌تر باشد، شبه‌فلز A در تناوب ششم و در گروه ۱۶ جدول قرار دارد و عدد اتمی آن ۲ واحد کم‌تر از گاز نجیب $_{86}Rn$ بوده و برابر با ۸۴ است. از طرفی دومین فلز در گروه ۱۴، $_{82}Pb$ است که عدد اتمی آن از ۸۴ کوچک‌تر است. پس این عبارت درسته!



مشاوره راستش اکثر بچه‌ها نتونستن این سؤال رو سر جلسهٔ کنکور پاسخ بدن. در واقع بدون شناخت کامل ۸ عنصر شبه‌فلز جدول تناوبی، نمی‌تونستید به این سؤال پاسخ بدید. در جدول تناوبی کتاب‌های درسی نظام قدیم، این ۸ عنصر شبه‌فلزی مشخص شده بودند ولی در هیچ‌کدوم از کتاب درسی جدید، همهٔ این شبه‌فلزها معرفی یا مشخص نشده‌اند. *پی بگیم؟!*

۴۸- گزینه ۲

استراتژی ابتدا واکنش رو موازنه کن و سپس از روی مجموع حجم گازهای تولیدشده، جرم خالص $CaSO_4$ رو محاسبه کن. برای ادامه فقط کافیه حواست باشه که جرم مادهٔ ناخالص، از مجموع جرم خالص ماده و ناخالصی‌های موجود در آن به دست می‌آید. با دقت به این موضوع، می‌تونی به راحتی درصد خلوص $CaSO_4$ رو محاسبه کنی.

گام موازنهٔ معادلهٔ واکنش: $2CaSO_4 \rightarrow 2CaO + 2SO_2(g) + O_2(g)$

گام به دست آوردن جرم خالص $CaSO_4$:

روش استفاده از کسر تناسب:

$2CaSO_4 \sim 2SO_2$ و $1O_2$ (۳ مول گاز)

$$\frac{\text{جرم خالص}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{CaSO_4}} = \frac{\text{مجموع حجم دو گاز}}{\underbrace{\text{ضریب} \times 22/4}_{(SO_2+O_2)}}$$

نکته در مسائل استوکیومتری واکنش، در مواردی که به جای حجم یک مادهٔ گازی، مجموع یا تفاوت حجم دو ماده، خواسته یا داده می‌شود. کسر تناسب مربوط به حجم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\text{حجم}}{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}} \quad (\text{STP در شرایط } 22/4)$$

$$\nearrow \frac{\text{مجموع حجم دو گاز}}{\text{حجم مولی گازها} \times (\text{مجموع ضرایب دو مادهٔ گازی})}$$

$$\searrow \frac{\text{تفاوت حجم دو گاز}}{\text{حجم مولی گازها} \times |\text{تفاوت ضرایب دو مادهٔ گازی}|}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2\times136} = \frac{13/44}{(2+1)\times 22/4} \Rightarrow x = 0/2\times2\times136$$

$= 54/4\ g\ CaSO_4$ خالص

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$13/44\ L\ \text{گاز} \times \frac{1\ mol\ \text{گاز}}{22/4\ L\ \text{گاز}} \times \frac{2\ mol\ CaSO_4}{3\ mol\ \text{گاز}} \times \frac{136\ g\ CaSO_4}{1\ mol\ CaSO_4}$$

$= 54/4\ g\ CaSO_4$ خالص

گام به دست آوردن درصد خلوص $CaSO_4$:

$$\text{درصد خلوص } CaSO_4 = \frac{\text{جرم مادهٔ خالص}}{\text{جرم مادهٔ ناخالص}} \times 100 \Rightarrow \frac{54/4}{54/4+13/6}\times100$$

$$= \frac{54/4}{68}\times100 = \%80$$

تله بچه‌ها اگر از روش کسر تناسب استفاده می‌کنید، باید حواستون باشه که در این مسئله جرم مادهٔ ناخالص به شما داده نشده و فقط جرم ناخالصی‌های مادهٔ ناخالص رو دارید. اگر در کسر تناسب مربوط به مادهٔ $CaSO_4$، به اشتباه رابطهٔ درصد خلوص را وارد کنید و به اشتباه به جای جرم ناخالص $CaSO_4$ (که مجموع جرم خالص $CaSO_4$ و ناخالصی‌هاست)، مقدار ناخالصی اون؛ یعنی ۱۳/۶ گرم را قرار بدید، به پاسخ نمی‌رسید!

$$\frac{\text{درصد خلوص}}{100} \times \frac{\text{جرم ناخالص}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{CaSO_4}} = \frac{\text{مجموع حجم دو گاز}}{\underbrace{\text{ضریب} \times 22/4}_{SO_2+O_2}}$$

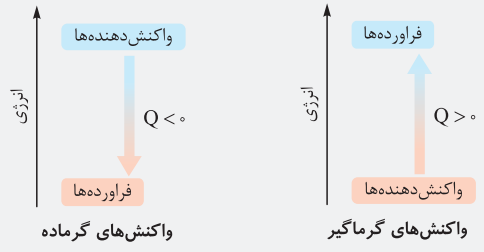
غلطه!

$$\Rightarrow \frac{13/6\times\frac{x}{100}}{2\times136} = \frac{13/44}{3\times22/4} \Rightarrow x = 400 \times$$

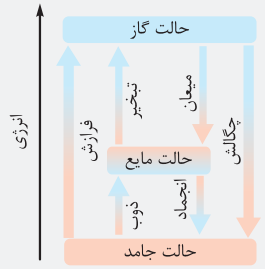
۴۹- گزینه ۴

درس‌نامه واکنش‌های گرماده، با آزادسازی انرژی همراه‌اند و سطح انرژی فراورده‌ها در آن‌ها پایین‌تر از واکنش‌دهنده‌ها است.

در حالی که واکنش‌های گرماگیر، با جذب انرژی همراه هستند و سطح انرژی فراورده‌ها در آن‌ها بالاتر از واکنش‌دهنده‌هاست.



تغییر حالت فیزیکی مواد خالص: تغییر حالت فیزیکی مواد خالص با تغییر انرژی همراه است. در نمودار روبه‌رو تغییر انرژی متناظر با تغییر حالت‌های فیزیکی مختلف نشان داده شده است:



هر دو فرایند ذوب (تبدیل حالت فیزیکی جامد به مایع) و فرازش (تبدیل حالت فیزیکی جامد به گاز) گرماگیر و با افزایش سطح انرژی همراه‌اند، در حالی که فرایند میعان (تبدیل حالت فیزیکی گاز به مایع) گرماده بوده و با کاهش سطح انرژی همراه است.

۵۰- گزینه ۲

گام براساس اطلاعات داده‌شده در سؤال، می‌توان نوشت:

$$a:\ \Delta H(H-Cl) + \Delta H(H-F) = 1000$$

$$\Rightarrow \Delta H(H-Cl) = 1000 - \Delta H(H-F)$$

$$b:\ \Delta H(Cl-Cl) = 1/5\Delta H(F-F)$$

گام براساس واکنش اول $\Delta H(H-H) = 435\ kJ.mol^{-1}$ است. حالا اگر رابطهٔ ΔH واکنش‌های دوم و سوم را براساس آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده و فراورده بنویسیم، خواهیم داشت:

نکته مقدار ΔH یک واکنش گازی را می‌توان از طریق آنتالپی‌های پیوند در مواد واکنش‌دهنده و فراورده، به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\Delta H(\text{واکنش}) = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]$$

برای واکنش دوم: $[435 + \Delta H(Cl-Cl)] - [2\Delta H(H-Cl)] = -186$

$$\Rightarrow \Delta H(Cl-Cl) - 2\Delta H(H-Cl) = -621$$

برای واکنش سوم: $[435 + \Delta H(F-F)] - [2\Delta H(H-F)] = -544$

$$\Rightarrow \Delta H(F-F) - 2\Delta H(H-F) = -979$$

گام اگر موارد a و b را در معادلهٔ به‌دست‌آمده برای واکنش دوم قرار دهیم، با تشکیل دستگاه برای معادلهٔ حاصل با معادلهٔ به‌دست‌آمده برای واکنش سوم خواهیم داشت:

$$1/5\Delta H(F-F) - 2(1000 - \Delta H(H-F)) = -621$$

$$\begin{cases} 1/5\Delta H(F-F) - 2000 + 2\Delta H(H-F) = -621 \\ \Delta H(F-F) - 2\Delta H(H-F) = -979 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2/5\Delta H(F-F) = 400 \Rightarrow \Delta H(F-F) = 160$$

۵۱- گزینه ۱

نکته ۱ سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد در یک واکنش، با ضرایب استوکیومتری آن‌ها متناسب است. برای مثال اگر ضرایب استوکیومتری مواد X و Y در معادلهٔ یک واکنش به ترتیب ۶ و ۳ باشند، سرعت متوسط تولید یا مصرف مادهٔ X، ۲ برابر سرعت متوسط تولید یا مصرف مادهٔ Y خواهد بود.

۲ سرعت متوسط واکنش از تقسیم سرعت متوسط تولید یا مصرف یک مادهٔ شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن در معادلهٔ موازنه‌شده، به دست می‌آید:

$$aA + bB \rightarrow cC + dD$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}(A)}{a} = \frac{\bar{R}(B)}{b} = \frac{\bar{R}(C)}{c} = \frac{\bar{R}(D)}{d}$$

۳ با استفاده از کاتالیزگر، سرعت واکنش افزایش می‌یابد. با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط واکنش با سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد شرکت‌کننده در واکنش (رابطهٔ قبل)، می‌توان دریافت که استفاده از کاتالیزگر، سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد در واکنش را نسبت به ضرایب استوکیومتری آن‌ها افزایش می‌دهد، *نه به یک اندازه!*

در این واکنش شیمیایی، سرعت متوسط تغییر مول‌های مادهٔ A، ۳ برابر سرعت متوسط تغییر مول‌های D است پس می‌توان نوشت:

$$\frac{\bar{R}_A}{\bar{R}_D} = ۳$$

از آن‌جا که سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد در یک واکنش، با ضرایب استوکیومتری آن‌ها متناسب است، می‌توان گفت در معادلهٔ این واکنش، ضریب استوکیومتری A، ۳ برابر ضریب استوکیومتری D است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ کاتالیزگر، سرعت متوسط تغییر مول‌های مواد (A و D) را به یک نسبت (به نسبت ضرایب استوکیومتری آن‌ها) افزایش می‌دهد، *نه به یک اندازه!*

۳ سؤال که نگفته ضریب استوکیومتری مادهٔ D برابر ۱ است!

ممکن است که ضریب A، ۶ و ضریب D، ۲ باشد. در این حالت نیز، نسبت ضرایب A به D برابر با ۳ خواهد بود، ولی سرعت واکنش $\frac{۱}{۲}$ سرعت متوسط تولید یا مصرف مادهٔ D است.

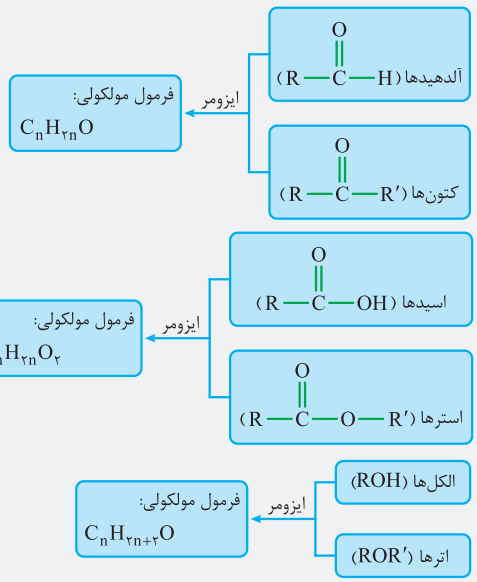
$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_D}{\text{ضریب استوکیومتری D در معادلهٔ واکنش}}$$

۴ اصلاً مشخص نیست که هر کدام از مواد A و D، واکنش‌دهنده یا فراوردهٔ واکنش هستند و نمی‌توان در این‌باره اظهار نظر کرد.

۵۲- گزینه ۴

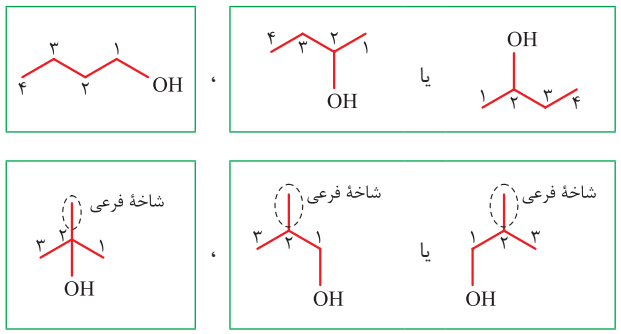
درس‌نامه **ایزومر یا هم‌پار در ترکیب‌های آلی با گروه‌های عاملی اکسیژن‌دار:**

- شیمی‌دان‌ها به موادی که فرمول مولکولی یکسان اما ساختار متفاوتی دارند، ایزومر (هم‌پار) می‌گویند.
- در تعداد کربن برابر، به شرط این‌که گروه‌های هیدروکربنی (R و R′) متصل به گروه‌های عاملی، سیرشده و غیرحلقوی باشند، الکل‌ها و اترهای یک‌عاملی با هم، آلدهیدها و کتون‌های یک‌عاملی با هم و اسیدها و استرهای یک‌عاملی با هم، ایزومر هستند.

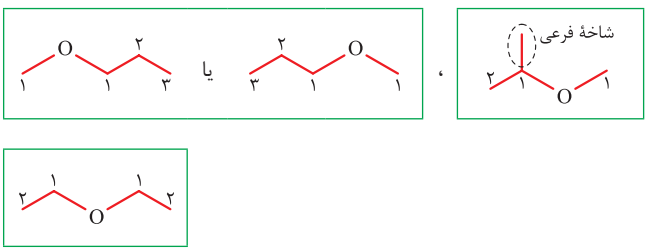


فرمول مولکولی $C_nH_{۲n+۲}O$ می‌تواند مربوط به یک الکل یا اتر سیرشده باشد. فرمول ساختاری الکل‌ها به صورت R—OH و فرمول ساختاری اترها به صورت R—O—R′ است و این مواد به شرط داشتن شمار اتم کربن برابر و گروه‌های هیدروکربنی سیرشده و غیرحلقوی، ایزومر یکدیگرند. بنابراین برای ترکیبی ۴کربنه با فرمول مولکولی $C_۴H_{۱۰}O$ ($C_nH_{۲n+۲}O \xrightarrow{n=۴} C_۴H_{۱۰}O$) می‌توان فرمول‌های ساختاری الکلی و اتری را به صورت زیر رسم کرد:

ایزومری الکل‌ها (R—OH): الکل $C_۴H_{۱۰}O$ (یا همان $\underbrace{C_۴H_۹}_{R}$—OH)، یک الکل ۴کربنی است. با توجه به ساختار گروه R و شمارهٔ کربن متصل به گروه هیدروکسیل (—OH)، ۴ ساختار متفاوت را می‌توان برای آن در نظر گرفت:



ایزومری اترها (R′—O—R): اتر $C_۴H_{۱۰}O$ (یا همان R′—O—R)، یک اتر ۴کربنی است. با توجه به ساختار گروه‌های R و R′ و محل قرارگیری گروه اتری (—O—)، ۳ ساختار متفاوت را می‌توان برای آن در نظر گرفت:



مشاوره ایزومری آلکان‌ها جزء اهداف کتاب درسی یازدهم بوده و هست و باید آن را بلد باشید، اما ایزومری سایر خانواده‌های ترکیب‌های آلی جزء اهداف کتاب درسی نبوده است. اما می‌بینید که بعضی وقت‌ها طراحان محترم کنکور کمی خارج از اهداف چارچوب کتاب درسی سؤال طرح می‌کنند. بنابراین *بهتره* شما هم همیشه نیم‌نگاهی به این موارد داشته باشید تا سر جلسهٔ کنکور *سوپرایز نشید!*

۵۳- گزینه ۳

عبارت‌های «الف» و «ب» درست‌اند.

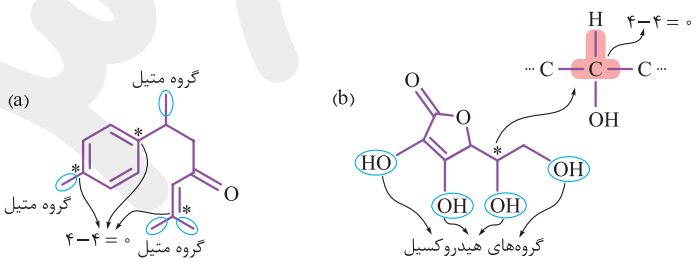
با توجه به ساختارهای داده‌شده، فرمول مولکولی (a) به صورت $C_{۱۵}H_{۲۰}O$ و فرمول مولکولی (b) به صورت $C_۶H_۸O_۶$ است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) در مولکول (a) با فرمول مولکولی $C_{۱۵}H_{۲۰}O$، ۱۵ اتم C وجود دارد که مجموع جرم آن‌ها برابر $۱۵\times۱۲ = ۱۸۰\ g.mol^{-۱}$ است؛ هم‌چنین اتم‌های دیگر در این مولکول ۲۰ اتم H و ۱ اتم O است که مجموع جرم آن‌ها برابر $۲۰+۱۶ = ۳۶\ g.mol^{-۱}$ می‌باشد، در نتیجه می‌توان نوشت:

در مولکول a: $\frac{\text{جرم اتم‌های کربن}}{\text{جرم سایر اتم‌ها}} = \frac{۱۸۰}{۳۶} = ۵$

ب) در مولکول (b)، ۴ گروه هیدروکسیل و در مولکول (a) نیز، ۴ گروه متیل ($CH_۳$) وجود دارد.



پ) عدد اکسایش اتم‌های کربن ستاره‌دار در دو ساختار قبل، برابر صفر است. شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش صفر در ترکیب (a)، ۳ و در ترکیب (b) ۱ بوده و برابر نیستند.

ت) اتم‌های C، O و H به ترتیب ۴، ۶ و ۱ الکترون ظرفیتی دارند؛ بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l} \text{شمار الکترون‌های ظرفیت اتم‌ها در مولکول a } (C_{۱۵}H_{۲۰}O) = ۱۵(۴)+۲۰(۱)+۱(۶) = ۸۶ \\ \text{شمار الکترون‌های ظرفیت اتم‌ها در مولکول b } (C_۶H_۸O_۶) = ۶(۴)+۸(۱)+۶(۶) = ۶۸ \end{array}\right\} \Rightarrow \text{اختلاف} = ۱۸$$

تیزبازی با توجه به این‌که سؤال از نوع موردی «الف، ب و ...» است، برای راحتی و سرعت عمل بیشتر، اول باید عبارت‌های ساده‌تر رو بررسی کنی؛ یعنی عبارت «ب». با مشخص‌شدن درستی این عبارت، ① و ② حذف می‌شن و با توجه به دو گزینهٔ باقی‌مانده، فقط باید یکی از عبارت‌های «الف» یا «ت» رو به دلخواه بررسی کنی و به جواب برسی.

۵۴- گزینه ۱

فرمول مولکولی مولکول‌های داده‌شده و تفاوت شمار اتم‌ها در آن‌ها، به صورت زیر است:

استیرن: $CH_2=CH$ (با حلقهٔ بنزنی)
⇒ فرمول مولکولی: C_8H_8 ⇒ ۱۶ اتم

بوتانول: $CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH$
⇒ فرمول مولکولی: $C_4H_{10}O$ ⇒ ۱۵ اتم

⇒ اختلاف اتم‌ها = ۱

سیانو اتن: $CH_2=CH-CN$
⇒ فرمول مولکولی: C_3H_3N ⇒ ۷ اتم

وینیل کلرید: $CH_2=CH-Cl$
⇒ فرمول مولکولی: C_2H_3Cl ⇒ ۶ اتم

⇒ اختلاف اتم‌ها = ۱

جوهر مورچه (فرمیک اسید): $H-C(=O)-OH$
⇒ فرمول مولکولی: $HCOOH$ ⇒ ۵ اتم

تترافلوئورو اتن: $F_2C=CF_2$
⇒ فرمول مولکولی: C_2F_4 ⇒ ۶ اتم

⇒ اختلاف اتم‌ها = ۱

استون: $CH_3-C(=O)-CH_3$
⇒ فرمول مولکولی: C_3H_6O ⇒ ۱۰ اتم

پروپن: $H_3C-CH=CH_2$
⇒ فرمول مولکولی: C_3H_6 ⇒ ۹ اتم

⇒ اختلاف اتم‌ها = ۱

مشاوره تسلط بر مولکول‌های شیمی آلی از *اوهپ واجباته*. شدیداً توصیه می‌شه که همهٔ مولکول‌های موجود در کتاب درسی رو بشناسید و ساختار و فرمولشون رو بلد باشید.

۵۵- گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها: ① مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم، یک پاک‌کنندهٔ خورنده است که واکنش آن‌ها با آب، گرماده است، نه گرماگیر!

نکته در مورد نقش پاک‌کنندگی مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم در زدودن رسوب‌ها، چربی‌ها و سایر آلاینده‌ها، به موارد زیر *توجه فرمایین*:

الف) از این پودر برای بازکردن لوله‌ها و مسیرهایی استفاده می‌شود که بر اثر ایجاد رسوب و تجمع چربی‌ها بسته شده‌اند، زیرا این مخلوط (به دلیل وجود NaOH) خاصیت بازی دارد و در واکنش با چربی‌ها تولید صابون می‌کند که نوعی پاک‌کننده است.

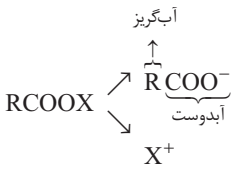
ب) واکنش این مخلوط با آب، گرماده است و دما را شدیداً بالا می‌برد. با افزایش دما قدرت پاک‌کنندگی افزایش می‌یابد. در ضمن گرمای آزادشده، سبب ذوب‌شدن چربی‌ها شده و زدودن آن‌ها را راحت‌تر می‌کند.

پ) گاز هیدروژن تولیدشده در این واکنش، پاک‌کنندگی این مخلوط را افزایش می‌دهد؛ زیرا گاز با ایجاد فشار، به رسوب‌ها ضربه وارد کرده و باعث خردشدن آن‌ها می‌شود.

② خاصیت آب‌گریزی بیشتر یعنی خاصیت چربی‌دوستی بیشتر! هر چه خاصیت چربی‌دوستی پارچه بیشتر باشد، لکهٔ چربی محکم‌تر به پارچه می‌چسبد و پاک‌کردن آن با صابون سخت‌تر خواهد بود.

نکته صابون لکهٔ چربی را از پارهٔ نخی راحت‌تر از پارچهٔ پلی‌استری پاک می‌کند، زیرا خاصیت چربی‌دوستی پارچهٔ نخی نسبت به پارچهٔ پلی‌استری، کم‌تر است.

③ سر آبدوست صابون، گروه COO^- است که بار منفی دارد و سر آب‌گریز آن، همان زنجیر هیدروکربنی است که بار مثبت ندارد.



④ اگر از اسید چرب، یک اتم هیدروژن کم کنیم و به جای آن یکی از کاتیون‌های Na^+، K^+ یا NH_4^+ قرار گیرد، صابون به دست می‌آید. با توجه به این‌که جرم مولی هر سه کاتیون از جرم مولی اتم هیدروژن بیشتر است؛ قطعاً جرم مولی صابون از اسید چرب هم‌کربن آن بیشتر است:

$$\underset{\text{اسید چرب}}{RCOOH} \xrightarrow{-H,+X} RCOO\underset{\text{جرم مولی بیشتر از H}}{X}$$

۵۶- گزینه ۱

رنگ‌هایی که برای پوشش سطوح استفاده می‌شوند، از نوع کلوئیدند؛ یعنی نوعی مخلوط ناهمگن هستند و دست کم از دو جزء تشکیل شده‌اند اما دقت کنید که خود رنگدانه‌های TiO_2 و Fe_2O_3 به تنهایی، مادهٔ خالص محسوب می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها: ② تیتانیم در مقایسه با فولاد، واکنش‌پذیری ناچیزی دارد، به همین دلیل در ساخت پروانهٔ کشتی، از تیتانیم استفاده می‌شود.

نکته شما با توجه به جدول زیر که در فصل ۳ کتاب درسی دوازدهم اومده، باید مقایسهٔ خواص تیتانیم و فولاد *رو بلد باشین*:

ویژگی / ماده	تیتانیم	فولاد
نقطهٔ ذوب ($^\circ C$)	۱۶۶۷	۱۵۳۵
چگالی ($g.mL^{-1}$)	۴/۵۱	۷/۹۰
واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا	ناچیز	متوسط
مقاومت در برابر خوردگی	عالی	ضعیف
مقاومت در برابر سایش	عالی	عالی

③ آرایش یون‌ها در سرتاسر شبکهٔ بلوری جامدهای یونی از یک الگوی تکراری پیروی می‌کند، به طوری که هر کاتیون با شمار معینی آنیون و هر آنیون با شمار معینی کاتیون احاطه شده است. در ضمن هر چه جاذبهٔ میان یون‌های سازندهٔ یک ترکیب یونی (چگالی بار یون‌ها) قوی‌تر باشد، استحکام شبکهٔ یونی و آنتالپی فروپاشی آن، بیشتر است.

④ این جمله به طور کلی درست است. همهٔ فلزها رسانایی گرمایی و الکتریکی دارند اما فلزهای دستهٔ d، در برخی ویژگی‌ها مانند سختی، نقطهٔ ذوب و تنوع عدد اکسایش با بقیهٔ فلزها متفاوت‌اند.

۵۷- گزینه ۲

نکته برای بازهای ضعیف یک‌ظرفیتی مانند BOH می‌توان نوشت:

① $[OH^-] = M\alpha \quad (\alpha = \frac{\text{درصد یونش}}{100})$

② در دمای اتاق: $[H^+][OH^-] = 10^{-14}$

③ $pH = -\log[H^+]$

روش گام ۱ ابتدا $[OH^-]$ در دو محلول را حساب می‌کنیم:

$$[OH^-]=M\alpha \begin{cases} \text{محلول DOH}: [OH^-]=M_1\times\frac{۰/۱۲}{۱۰۰}=۱۲\times۱۰^{-۴}\ M_1 \\ \text{محلول AOH}: [OH^-]=M_2\times\frac{۰/۳}{۱۰۰}=۳\times۱۰^{-۳}\ M_2 \end{cases}$$

گام ۲ $[H^+]$ دو محلول و رابطهٔ pH آن‌ها را می‌نویسیم:

$$\text{محلول DOH}: [H^+]=\frac{۱۰^{-۱۴}}{[OH^-]}=\frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۲\times۱۰^{-۴}\ M_1}\Rightarrow pH=-\log[H^+]$$

$$=-\log(\frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۲\times۱۰^{-۴}\ M_1})$$

$$\text{محلول AOH}: [H^+]=\frac{۱۰^{-۱۴}}{[OH^-]}=\frac{۱۰^{-۱۴}}{۳\times۱۰^{-۳}\ M_2}\Rightarrow pH=-\log[H^+]$$

$$=-\log(\frac{۱۰^{-۱۴}}{۳\times۱۰^{-۳}M_2})$$

گام ۳ رابطهٔ pH دو محلول را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} pH(DOH)=a \\ pH(AOH)=a+۱ \end{cases}\Rightarrow pH(AOH)-pH(DOH)=۱$$

$$\Rightarrow -\log(\frac{۱۰^{-۱۴}}{۳\times۱۰^{-۳}\ M_2})-(-\log(\frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۲\times۱۰^{-۴}\ M_1}))=۱$$

$$\xrightarrow{\log a-\log b=\log\frac{a}{b}} \log(\frac{\frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۲\times۱۰^{-۴}\ M_1}}{\frac{۱۰^{-۱۴}}{۳\times۱۰^{-۳}\ M_2}})=۱$$

$$\Rightarrow \log(\frac{۳\times۱۰^{-۳}\ M_2}{۱۲\times۱۰^{-۴}\ M_1})=۱\Rightarrow \log\frac{۱۰M_2}{۴M_1}=۱$$

$$\xrightarrow{\log x=a\Rightarrow x=۱۰^a} \frac{۱۰M_2}{۴M_1}=۱۰\Rightarrow M_2=۴M_1$$

روش در این‌گونه مسائل که مربوط به مقایسهٔ دو محلول است، به جای پارامتری حل‌کردن سؤال، می‌توانیم به پارامترها به دلخواه عدد دهیم. مثلاً در این‌جا می‌توانیم pH محلول DOH را برابر ۱۰ و pH محلول AOH را برابر ۱۱ در نظر بگیریم.

$$DOH: [H^+]=۱۰^{-pH}=۱۰^{-۱۰}\xrightarrow{[H^+][OH^-]=۱۰^{-۱۴}}[OH^-]=۱۰^{-۴}$$

$$\xrightarrow{[OH^-]=M\alpha} M=\frac{۱۰^{-۴}}{\frac{۰/۱۲}{۱۰۰}}=\frac{۱}{۱۲}$$

$$AOH: [H^+]=۱۰^{-pH}=۱۰^{-۱۱}\xrightarrow{[H^+][OH^-]=۱۰^{-۱۴}}[OH^-]=۱۰^{-۳}$$

$$\xrightarrow{[OH^-]=M\alpha} M=\frac{۱۰^{-۳}}{\frac{۰/۳}{۱۰۰}}=\frac{۱}{۳}$$

به این ترتیب خواهیم داشت:

$$\frac{M(AOH)}{M(DOH)}=\frac{\frac{۱}{۳}}{\frac{۱}{۱۲}}=۴$$

تیزبازی می‌دانیم که pH با $[H^+]$ رابطهٔ وارونه دارد و با توجه به این‌که pH، یک تابع لگاریتمی است، می‌توان گفت که با ۱۰ برابر شدن غلظت H^+، pH به اندازهٔ $\log۱۰$ یعنی ۱ واحد کم می‌شود. در این‌جا با توجه به این‌که pH محلول DOH، ۱ واحد کم‌تر است می‌توان گفت که $[H^+]$ در این محلول، ۱۰ برابر $[H^+]$ در محلول AOH است. از طرفی حاصل $[H^+][OH^-]$ در دمای اتاق، برای هر دو محلول یکسان است؛ بنابراین $[OH^-]$ در محلول DOH، $\frac{۱}{۱۰}$ $[OH^-]$ در محلول AOH است.

$$[OH^-](DOH)=\frac{۱}{۱۰}[OH^-](AOH)$$

$$\xrightarrow{[OH^-]=M\alpha} M(DOH)\times\frac{\cancel{۰/۱۲}^{۰/۴}}{\cancel{۱۰۰}}=\frac{۱}{۱۰}\times M(A(OH))\times\frac{\cancel{۰/۳}^{۱}}{\cancel{۱۰۰}}$$

$$=\frac{M(AOH)}{M(DOH)}=۴$$

۵۸- گزینه ۴

درس‌نامه سلول‌های گالوانی

۱ در سلول‌های گالوانی، الکترود با E° کوچک‌تر، نقش آند (قطب منفی) و الکترود با E° بزرگ‌تر، نقش کاتد (قطب مثبت) را ایفا می‌کند.

۲ ولتاژ یا emf سلول‌های گالوانی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$emf=E^\circ(\text{کاتد})-E^\circ(\text{آند})=E^\circ(\text{بزرگ‌تر})-E^\circ(\text{کوچک‌تر})$$

۳ در سلول‌های گالوانی، جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی، از آند به کاتد است.

۴ در سلول‌های گالوانی، آنیون‌ها به سمت آند و کاتیون‌ها به سمت کاتد حرکت می‌کنند.

بررسی گزینه‌ها: ۱ و ۳ اگر X، الکترود Ag باشد، در سلول حاصل، Zn با E° کوچک‌تر، نقش آند و Ag با E° بزرگ‌تر، نقش کاتد را ایفا می‌کند؛ بنابراین در آند، Zn به $Zn^{۲+}$ اکسایش و در کاتد، Ag^+ به Ag کاهش می‌یابد.

نیم‌واکنش کاتدی: $Ag^+(aq)+e^-\rightarrow Ag(s)$

نیم‌واکنش آندی: $Zn(s)\rightarrow Zn^{۲+}(aq)+۲e^-$

با مبادلهٔ ۲ مول الکترون، ۱ مول Zn مصرف می‌شود؛ بنابراین خواهیم داشت:

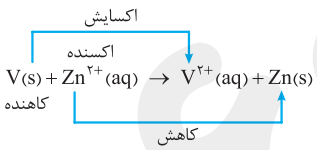
$$۰/۰۲\ mol\,e^-\times\frac{۱\ mol\,Zn}{۲\ mol\,e^-}\times\frac{۶۵\ g\,Zn}{۱\ mol\,Zn}=۰/۶۵\ g\,Zn$$

در ضمن در این سلول، جهت حرکت کاتیون‌ها به سمت کاتد یعنی الکترود نقره است.

۲ و ۴ اگر X، الکترود V باشد، در سلول حاصل، V با E° کوچک‌تر، نقش آند و Zn با E° بزرگ‌تر، نقش کاتد را دارد؛ بنابراین جهت حرکت الکترون‌ها از آند به کاتد (از V به Zn) و جهت حرکت آنیون‌ها به سمت آند (V) است و همسو نیست.

$$emf=E^\circ(\text{کاتد})-E^\circ(\text{آند})=-۰/۷۶-(-۱/۲)=۰/۴۴\ V$$

معادلهٔ کلی واکنش انجام‌شده در این سلول به صورت زیر است:



۵۹- گزینه ۱

در باتری‌های دگمه‌ای، همهٔ مواد به حالت جامد هستند.



Zn اکسایش یافته از این‌رو نقش آند را دارد در حالی که نقره کاهش یافته و نقش کاتد را دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۲ در فصل ۲ شیمی دهم می‌خوانیم که نام سنگ معدن آلومینیم، بوکسیت است. بوکسیت در واقع، $Al_۲O_۳$ به همراه ناخالصی است. $Al_۲O_۳$ واکنش‌دهندهٔ فرایند هال است:

معادلهٔ واکنش فرایند هال: $۲Al_۲O_۳+۳C\rightarrow ۴Al+۳CO_۲$

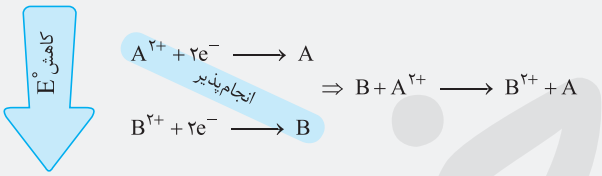
۳ در کتاب درسی شیمی دوازدهم می‌خوانیم که پوشاندن سطح یک فلز با لایهٔ نازکی از فلزهای ارزشمند و مقاوم در برابر خوردگی، **آبکاری** نام دارد. فرایندی که در سلول الکترولیتی انجام می‌شود.

۴ تولید قوطی‌های آلومینیمی از قوطی‌های کهنه فقط به ۷ درصد از انرژی لازم برای تهیهٔ همان تعداد قوطی از فرایند هال نیاز دارد؛ بنابراین می‌توان گفت که تفاوت انرژی لازم برای تولید قوطی آلومینیمی از فرایند هال با تولید آن از قوطی‌های کهنه برابر $۱۰۰-۷=۹۳$ درصد است.

۶۰- گزینه ۴

درس‌نامه پیش‌بینی انجام‌پذیری یا انجام‌ناپذیری یک واکنش:

در سری الکتروشیمیایی از بالا به پایین، با کاهش E° نیم‌سلول‌ها، قدرت کاهندگی گونه‌های سمت راست افزایش می‌یابد؛ بنابراین در **سری الکتروشیمیایی، گونهٔ سمت راست پایین‌تر می‌تواند با گونهٔ سمت چپ بالاتر واکنش دهد.**



پس در این‌گونه سؤالات، اول نیم‌واکنش‌ها را به ترتیب از E° زیاد به کم مرتب و سپس از قاعدهٔ بالا استفاده می‌کنیم.

ابتدا نیم‌واکنش‌ها را به ترتیب از E° زیاد به E° کم مرتب کرده و بعد گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

E° کاهش ↓

$$Fe^{3+} + 3e^- \rightarrow Fe \quad , E^\circ = -0/04\,V$$
$$V^{3+} + e^- \rightarrow V^{2+} \quad , E^\circ = -0/26\,V$$
$$Mn^{2+} + 2e^- \rightarrow Mn \quad , E^\circ = -1/18\,V$$
$$V^{2+} + 2e^- \rightarrow V \quad , E^\circ = -1/20\,V$$

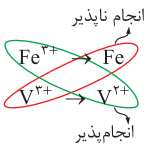
بررسی گزینه‌ها:

۱) گونهٔ سمت راست پایین‌تر (V) می‌تواند با گونهٔ سمت چپ بالاتر (Fe^{3+}) به طور طبیعی واکنش دهد.

۲) گونهٔ سمت راست پایین‌تر (Mn) می‌تواند با گونهٔ سمت چپ بالاتر (Fe^{3+}) به طور طبیعی واکنش دهد.

۳) گونهٔ سمت راست پایین‌تر (Mn) می‌تواند با گونهٔ سمت چپ بالاتر (V^{3+}) به طور طبیعی واکنش دهد.

۴) گونهٔ سمت راست بالاتر (Fe) **نمی‌تواند** با گونهٔ سمت چپ پایین‌تر (V^{3+}) به طور طبیعی واکنش دهد.



۶۱- گزینه ۳

درس‌نامه خنثی‌شدن ناقص اسید و باز

اگر محلول چند اسید و باز قوی را با هم مخلوط کنیم و مجموع $n_a \cdot M_a \cdot V_a$ اسیدها با مجموع $n_b \cdot M_b \cdot V_b$ بازها برابر نباشد، اسیدها و بازها به طور کامل یکدیگر را خنثی نمی‌کنند و مقداری از اسید یا باز باقی می‌ماند.

اسید و باز به طور کامل همدیگر را خنثی نمی‌کنند. $\Rightarrow n_a \cdot M_a \cdot V_a \neq n_b \cdot M_b \cdot V_b$

(n_a: ظرفیت اسید، M_a: غلظت مولی محلول اسید، V_a: حجم محلول اسید، n_b: ظرفیت باز، M_b: غلظت مولی محلول باز، V_b: حجم محلول باز)

در این‌گونه موارد می‌توان، مول H^+ یا OH^- باقی‌مانده در محلول را به صورت زیر به دست آورد:

مول H^+ یا OH^- باقی‌مانده $= |n_a \cdot M_a \cdot V_a - n_b \cdot M_b \cdot V_b|$

اگر مقدار مربوط به اسید $(n_a \cdot M_a \cdot V_a)$ بیشتر از مقدار مربوط به باز $(n_b \cdot M_b \cdot V_b)$ باشد، محیط اسیدی خواهد بود و مقدار به‌دست‌آمدهٔ این رابطه مول H^+ را نشان می‌دهد؛ اما اگر مقدار مربوط به باز $(n_b \cdot M_b \cdot V_b)$ بیشتر باشد، محیط بازی خواهد بود و مقدار به‌دست‌آمده، مول OH^- را نشان می‌دهد.

شفاف‌سازی pH محلول نهایی کم‌تر از ۷ است، یعنی محلول اسیدی است و طی فرایند مورد نظر، بازها به طور کامل مصرف می‌شوند و مقداری از اسید باقی می‌ماند. در ضمن با افزودن آب، تعداد مول اسید تغییری نمی‌کند.

گام غلظت مولی محلول NaOH را حساب می‌کنیم:

$$[NaOH] = \frac{4\,g \times \frac{1\,mol}{40\,g}}{1\,L} = 0/1\,mol.L^{-1}$$

گام با توجه به تعداد مول اسید و بازها، تعداد مول اسید باقی‌مانده و در نتیجه تعداد مول باقی‌ماندهٔ H^+ را به دست می‌آوریم:

$$HCl: n_a \cdot M_a \cdot V_a = 1 \times 0/2 \times 0/25 = 0/05\ mol$$

$$KOH: n_b \cdot M_b \cdot V_b = 1 \times 0/1 \times 0/1 = 0/01\ mol$$

$$NaOH: n_b \cdot M_b \cdot V_b = 1 \times 0/1 \times 0/15 = 0/015\ mol$$

از کل ۰/۰۵ مول H^+، ۰/۰۱+۰/۰۱۵=۰/۰۲۵ مول آن با OH^- خنثی می‌شود و ۰/۰۲۵ مول آن باقی می‌ماند.

$$\text{مول } H^+ \text{ باقی‌مانده} = \underbrace{n_a \cdot M_a \cdot V_a}_{\text{اسید}} - \underbrace{n_b \cdot M_b \cdot V_b}_{\text{مجموع بازها}}$$

$$= 0/05 - 0/025 = 0/025\ mol$$

$$\text{حجم محلول بعد از خنثی‌شدن} = \underbrace{250}_{HCl} + \underbrace{100}_{KOH} + \underbrace{150}_{NaOH} = 500\,mL = 0/5\,L$$

گام با توجه به $[H^+]$ در محلول نهایی، حجم آب اضافه‌شده را به دست می‌آوریم:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-1/7} = 10^{-2} \times 10^{0/3} = 0/02\ mol.L^{-1}$$

با افزودن آب، تعداد مول H^+ تغییری نمی‌کند؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$[H^+]_{\text{نهایی}} = \frac{\text{تعداد مول } H^+}{\text{حجم نهایی محلول}} \Rightarrow 0/02 = \frac{0/025}{V_{\text{نهایی}}}$$

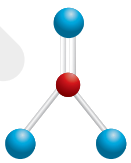
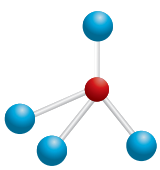
$$\Rightarrow V_{\text{نهایی}} = \frac{0/025}{0/02} = 1/25\,L$$

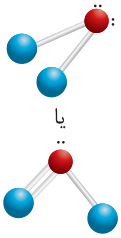
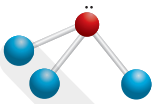
$$V_{\text{نهایی}} = V_{\text{اولیه}} + V_{\text{آب اضافه‌شده}} \Rightarrow V_{\text{آب اضافه‌شده}} = 1/25 - 0/5$$

$$= 0/75\,L = 750\,mL$$

۶۲- گزینه ۳

نکته با توجه به شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی اتم مرکزی و شمار اتم‌های متصل به آن، می‌توان شکل هندسی یک گونه را تعیین کرد:

شمار اتم‌های متصل به اتم مرکزی	شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی اتم مرکزی	شکل گونه	شکل کلی	مثال
۲	۰	خطی		N_2O، SCO، CO_2 و HCN
۳	۰	سه‌ضلعی مسطح		SO_3، CO_3^{2-} و NO_3^-
۴	۰	چهاروجهی		$CHCl_3$، CH_4، CCl_4، SO_4^{2-}، NH_4^+، SiH_4 و SiF_4

شمار اتم‌های متصل به اتم مرکزی	شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی اتم مرکزی	شکل‌گونه	شکل کلی	مثال
۲	۱ یا ۲	خمیده		H_2O ، H_2S ، OF_2 ، O_3 و SO_2
۳	۱	هرمی		H_3O^+ ، PCl_3 ، NH_3 و NF_3

عبارت‌های «الف» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: **الف)** مولکول‌های «آ» و «ب» به ترتیب می‌توانند SO_2 و CO_2 باشند که در هر دو مولکول، اتم‌های مرکزی (یعنی S و C) بار جزئی مثبت دارند، زیرا خصلت نافلزی آن‌ها از اکسیژن کم‌تر است.

نکته در یک پیوند اشتراکی، هر اتمی که خاصیت نافلزی بیشتری دارد، الکترون‌های پیوندی را بیشتر به سمت خودش می‌کشد و دارای بار جزئی منفی $(\delta-)$ است و اتم دیگر دارای بار جزئی مثبت $(\delta+)$!

در یک دورهٔ جدول دوره‌ای، از چپ به راست خاصیت نافلزی افزایش می‌یابد؛ مثلاً خاصیت نافلزی کلر (Cl) از فسفر (P) بیشتر است. در یک گروه از بالا به پایین خاصیت نافلزی کاهش می‌یابد؛ مثلاً خاصیت نافلزی گوگرد (S) از اکسیژن (O) کم‌تر است. مقایسهٔ خاصیت نافلزی چند عنصر مهم به صورت روبه‌رو است:

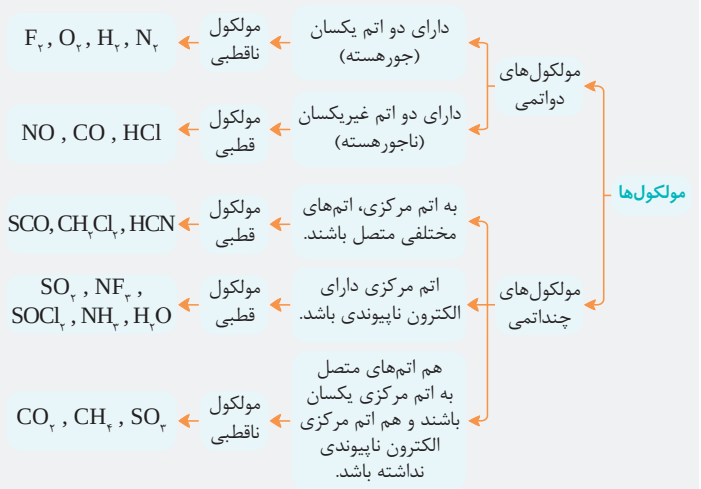
خاصیت نافلزی: $F > O > N > Cl > Br > I > S \simeq C > H$

ب) Li_2O یک ترکیب یونی است و ساختار مولکولی ندارد.

پ) در مولکول CO_2، بار جزئی اتم مرکزی (کربن) مثبت است. اگر به جای یکی از اتم‌های اکسیژن این مولکول، گوگرد قرار گیرد، مولکول SCO (کربونیل سولفید) به دست می‌آید که بار جزئی اتم کربن در این مولکول، نیز مثبت می‌باشد.

ت) اگر به SO_2، یک اتم اکسیژن اضافه شود، مولکول SO_3 به دست می‌آید که یک مولکول ناقطبی با گشتاور دوقطبی برابر صفر است.

نکته به کمک قواعد زیر، می‌توانید قطبی یا ناقطبی بودن مولکول‌های دو تا پنج اتمی را بررسی کنید:



۶۳- گزینه ۲

مقدار CO از ۵/۹۹ گرم در غیاب کاتالیزگر به ۰/۶۱ گرم در حضور کاتالیزگر می‌رسد:

$$\text{درصد کاهش جرم آلاینده} = \left|\frac{\text{میزان تغییر جرم آلاینده}}{\text{مقدار اولیهٔ آلاینده در غیاب مبدل}}\right| \times 100$$

$$\text{درصد کاهش جرم CO} = \left|\frac{0/61-5/99}{5/99}\right| \times 100 \simeq \%89/8$$

برای قسمت دوم سؤال، باید مقدار کاهش مول CO و C_8H_{18} را حساب کرده و ببینیم کدام آلاینده، بیشترین کاهش مقدار مول را داراست:

$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \begin{cases} \nearrow \text{کاهش مول CO} = \left|\frac{0/61-5/99}{28}\right| = \frac{5/38}{28} \simeq 0/2 \\ \searrow \text{کاهش مول } C_8H_{18} = \left|\frac{0/07-1/67}{114}\right| = \frac{1/6}{114} \simeq 0/01 \end{cases}$$

۶۴- گزینه ۳

اتن (نه پلی‌اتن!) یکی از مهم‌ترین خوراک‌ها در صنایع پتروشیمی به شمار می‌آید، زیرا اتن (C_2H_4)، ترکیبی سیرنشده است و از آن می‌توان مواد گوناگونی تولید کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) کاملاً درسته!

۲) حلال چسب، همان اتیل استات است که از واکنش اتانول (الکل ضدعفونی‌کننده) با استیک اسید (پرکاربردترین اسید آلی) در محیط اسیدی، تولید می‌شود.

۴) از اتان (C_2H_6) به عنوان سوخت استفاده می‌شود.

نکته برخی از موادی که از اتن می‌توان آن‌ها را سنتز کرد، به همراه کاربردهای آن‌ها، در جدول زیر آمده است:

فراوردهٔ هدف و کاربرد آن	معادلهٔ موازنه‌شدهٔ سنتز
گاز اتان (C_2H_6) (سوخت)	$C_2H_4(g) + H_2(g) \xrightarrow{Ni(s)} C_2H_6(g)$ (گاز هیدروژن)
اتانول (C_2H_6O) (ضدعفونی‌کننده)	$C_2H_4(g) + H_2O(l) \xrightarrow{H_2SO_4} C_2H_6O(l)$ (آب)
کلرو اتان (C_2H_5Cl) (افشانهٔ بی‌حس‌کنندهٔ موضعی)	$C_2H_4(g) + HCl(g) \rightarrow C_2H_5Cl(g)$ (گاز هیدروژن کلرید)
پلی‌اتن $(C_2H_4)_n$ (سازندهٔ اصلی برخی لوازم پلاستیکی)	$nC_2H_4(g) \xrightarrow{\text{دما و فشار}} (C_2H_4)_n(s)$

۶۵- گزینه ۲

نکته جدول زیر، اثر تغییر غلظت، حجم و دما را بر تعادل به طور خلاصه نشان می‌دهد:

عامل		عکس‌العمل تعادل به تغییر	چگونگی تغییر ثابت تعادل (K) با جابه‌جاشدن تعادل
تغییر غلظت	افزایش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت مصرف آن ماده	تغییر نمی‌کند.
	کاهش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت تولید آن ماده	تغییر نمی‌کند.
تغییر حجم (فشار)	افزایش حجم (کاهش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی بیشتر	تغییر نمی‌کند.
	کاهش حجم (افزایش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی کم‌تر	تغییر نمی‌کند.

عامل			عکس‌العمل تعادل به تغییر	چگونگی تغییر ثابت تعادل (K) با جابه‌جاشدن تعادل
تغییر دما	واکنش‌های گرماده	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.
		افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
	واکنش‌های گرماگیر	کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
		افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت رفت)	کاهش می‌یابد.

بررسی گزینه‌ها: ① واکنش (I) گرماگیر ($\Delta H > 0$) است و با افزایش دما، در جهت رفت جابه‌جا می‌شود، بنابراین غلظت فراورده‌ها افزایش می‌یابد. با افزایش حجم ظرف در واکنش (II) و به عبارت دیگر کاهش فشار، غلظت همهٔ مواد کاهش می‌یابد، در ضمن با کاهش فشار، تعادل به سمت تعداد مول‌های گازی بیشتر یعنی در جهت برگشت جابه‌جا شده و غلظت فراورده‌ها کاهش می‌یابد.

② با کاهش حجم ظرف در واکنش (I) یا به عبارت دیگر، افزایش فشار، غلظت همهٔ مواد افزایش می‌یابد اما دقت کنید با توجه به این‌که شمار مول‌های گازی در دو سمت معادلهٔ واکنش برابر است، تعادل جابه‌جا نمی‌شود. در ضمن واکنش (II) گرماده ($\Delta H < 0$) است و با کاهش دما، در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و غلظت فراورده‌ها افزایش می‌یابد.

نکته به طور کلی با افزایش حجم یک سامانه، بدون توجه به تغییرات مقدار مواد موجود در تعادل، می‌توان گفت غلظت همهٔ مواد گازی کاهش می‌یابد. در کاهش حجم هم برعکس!

افزایش حجم (کاهش فشار) ← کاهش غلظت همهٔ مواد گازی

کاهش حجم (افزایش فشار) ← افزایش غلظت همهٔ مواد گازی

③ افزایش غلظت CO در دو واکنش، تعادل‌ها را در جهت مصرف این ماده یعنی در جهت رفت جابه‌جا می‌کند اما دقت کنید که ثابت تعادل (K) فقط با تغییر دما تغییر می‌کند و با تغییر غلظت مواد، تغییری نمی‌کند.

④ شمار مول‌های گازی در دو طرف واکنش (I) برابر است؛ بنابراین با تغییر فشار، تعادل (I) جابه‌جا نخواهد شد اما افزایش حجم ظرف (کاهش فشار) در تعادل (II) تعادل را به سمت تعداد مول‌های گازی بیشتر یعنی در جهت برگشت جابه‌جا می‌کند.

ریاضیات

۶۶- گزینه ۲

درس‌نامه ① در دنباله‌های هندسی، از تقسیم هر جمله به جملهٔ قبلی‌اش به قدرنسبت می‌رسیم، یعنی:

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

② اگر قدرنسبت یک دنبالهٔ هندسی بین ۰ و ۱ و یکی از جمله‌هایش عددی مثبت باشد، جمله‌هایش حتماً نزولی هستند.

گام طبق مورد (۱) درس‌نامه، نسبت جملهٔ پنجم ($x-1$) به چهارم ($x+1$) و همین‌طور نسبت جملهٔ هشتم (x) به هفتم ($2x+1$)، باید مساوی q باشد:

$$q = \underbrace{\frac{x-1}{x+1}}_{(*)} = \frac{x}{2x+1}$$

گام معادلهٔ آبی‌رنگ بالا را طرفین‌وسطین می‌کنیم تا به یک معادلهٔ درجه‌دوم برسیم:

$$(x-1)(2x+1) = x(x+1) \Rightarrow 2x^2 + \cancel{x} - 2x - 1 = x^2 + \cancel{x} \Rightarrow x^2 - 2x = 1$$

گام به طرفین تساوی بالا یک واحد اضافه می‌کنیم تا به معادلهٔ $x^2 - 2x + 1 = 2$ برسیم، این‌جوری می‌توانیم جای سمت چپ این معادله بنویسیم $(x-1)^2$:

$$(x-1)^2 = 2 \xrightarrow{\sqrt{\ }} x - 1 = \pm\sqrt{2} \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$$

گام حالا مقادیر x را در (*) جای‌گذاری می‌کنیم تا هر دو مقدار قدرنسبت به دست بیاید:

- $x = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow q_1 = \frac{(1+\sqrt{2})-1}{(1+\sqrt{2})+1} = \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$
- $x = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow q_2 = \frac{(1-\sqrt{2})-1}{(1-\sqrt{2})+1} = \frac{-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

گام سؤال حاصل‌ضرب دوتا قدرنسبت را می‌خواهد که می‌شود:

$$q_1 q_2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}\right)\left(\frac{-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}\right) = \frac{-2}{2^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{-2}{4-2} = -1$$

مزدوج

مشاوره بعضی وقت‌ها سؤالات کنکور ایراد دارند، اما راستش را بخواهید این سؤال خیلی‌خیلی ایراد دارد، چون هیچ‌کدام از قدرنسبت‌ها قابل قبول نیستند. بیایید $q = \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$ را که به ازای $x = 1+\sqrt{2}$ به دست آمد بررسی کنیم. صورت و مخرج q مثبت و ۲ واحد بیشتر از صورتش است؛ پس q عددی بین ۰ و ۱ و در نتیجه طبق مورد (۲) درس‌نامه، جمله‌های دنباله باید نزولی باشند. اما این‌جا از $a_4 = x+1$ به $a_7 = 2x+1$ به ازای $x = 1+\sqrt{2}$ صعود داریم جای نزول، ببینید:

$$a_4 = x+1 = 2+\sqrt{2}, \quad a_7 = 2(1+\sqrt{2})+1 = 3+2\sqrt{2}$$

زیاد شد جای این‌که کم‌تر بشه!

پس این سؤال کاملاً غلط است!

۶۷- گزینه ۳

درس‌نامه ① در سهمی $y = Ax^2 + Bx + C$، طول و عرض رأس را می‌توانیم از رابطه‌های زیر به دست بیاوریم:

طول رأس: $x_S = -\frac{B}{2A}$ ، عرض رأس: $y_S = -\frac{\Delta}{4A}$

② هر وقت ضریب x^2 در یک سهمی مثبت بود، دهانه‌اش رو به بالا و هروقت منفی بود دهانه‌اش رو به پایین است.

گام ضریب x^2 در سهمی $y = -5x^2 + ax - 8$ عددی منفی است؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه دهانه‌اش مثل شکل مقابل رو به پایین می‌شود:



گام همان‌طور که در شکل بالا می‌بینید، این سهمی در تمام قسمت قرمزرنگش اکیداً صعودی است و به محض این‌که از رأسش رد می‌شویم در قسمت آبی‌رنگ نزولی می‌شود، پس بزرگ‌ترین بازه‌ای که این سهمی در آن اکیداً صعودی هست بازهٔ $(-\infty, x_S]$ است.

گام به گفتهٔ سؤال، بزرگ‌ترین بازه‌ای که سهمی در آن اکیداً صعودی هست بازهٔ $(-\infty, 2/5]$ است. از مقایسهٔ این بازه با $(-\infty, x_S]$ نتیجه می‌گیریم که $x_S = 2/5$ می‌شود. حالا به کمک مورد (۱) درس‌نامه x_S را در سهمی $y = \underbrace{-5}_{A}x^2 + \underbrace{a}_{B}x \underbrace{-8}_{C}$ به دست می‌آوریم و مساوی ۲/۵ می‌گذاریم:

$$-\frac{B}{2A} = 2/5 \Rightarrow -\frac{a}{2(-5)} = \frac{5}{2} \Rightarrow a = 25$$

پس ضابطهٔ سهمی به این صورت شد: $y = \underbrace{-5}_{A}x^2 + \underbrace{25}_{B}x \underbrace{-8}_{C}$

گام حالا که a را داریم می‌توانیم به کمک مورد (۱) درس‌نامه، عرض رأس را هم حساب کنیم:

$$y_S = -\frac{\Delta}{4A} = -\frac{25^2 - 4(-5)(-8)}{4(-5)} = \frac{625-160}{20} = \frac{465}{20} = \frac{460+5}{20}$$

$$= \frac{460}{20} + \frac{5}{20} = 23 + 0/25 = 23/25$$

۶۸- گزینه ۲

استراتژی قبل از هر چیز شرط Δ را بررسی می‌کنیم. در ادامه شرط ریشه‌ها را به زبان نامساوی‌ها می‌نویسیم و به کمکشان دوتا عبارت مثبت می‌سازیم تا بتوانیم حاصل‌ضربشان را بزرگ‌تر از صفر بگذاریم. این‌جوری به نامعادله‌ای می‌رسیم که به کمک S و P می‌توانیم حلش کنیم.

درس‌نامه ۱ معادلهٔ درجه‌دوم $Ax^2+Bx+C=0$ به شرطی دوتا ریشه دارد که $\Delta>0$ باشد. جمع (S) و ضرب (P) این ریشه‌ها هم از این رابطه‌ها محاسبه می‌شوند:

$$S=-\frac{B}{A} \quad و \quad P=\frac{C}{A}$$

۲ در سهمی $y=Ax^2+Bx+C$، اگر ضریب x^2 یعنی A مثبت باشد، دهانهٔ سهمی رو به بالا و اگر منفی باشد، دهانهٔ سهمی رو به پایین است.

گام چون قرار است معادلهٔ $2x^2+7x+m=0$ دوتا ریشه داشته باشد، پس دلتایش بزرگ‌تر از صفر است.

$$\Delta>0 \Rightarrow 7^2-4(2)(m)>0 \Rightarrow 49-8m>0$$

$$\Rightarrow 8m<49 \Rightarrow m<6/\ldots \quad (I)$$

گام فرض می‌کنیم ریشه‌های معادله α و β باشند. به گفتهٔ سؤال این ریشه‌ها بزرگ‌تر از -3 هستند؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases}\alpha>-3 \Rightarrow \alpha+3>0\\ \beta>-3 \Rightarrow \beta+3>0\end{cases}$$

گام با توجه به نامساوی‌های بالا، $\alpha+3$ و $\beta+3$ هر دو مثبت و در نتیجه ضربشان هم مثبت است:

$$(\alpha+3)(\beta+3)>0 \Rightarrow \alpha\beta+\underbrace{3\alpha+3\beta}_{3(\alpha+\beta)}+9>0 \Rightarrow P+3S+9>0 \quad (*)$$

گام در ادامه به کمک مورد (۱) درس‌نامه، S و P را در معادلهٔ $\underset{A}{2}x^2\underset{B}{+7}x\underset{C}{+m}=0$ به دست می‌آوریم:

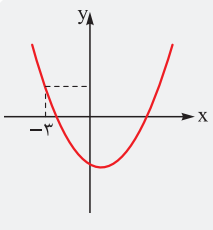
$$\begin{cases}S=-\frac{B}{A}=-\frac{7}{2} \text{ یا } -3/5\\ P=\frac{C}{A}=\frac{m}{2}\end{cases}$$

گام حالا S و P به‌دست‌آمده را در نامساوی (*) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{m}{2}+\underbrace{3(-3/5)}_{-10/5}+9>0 \Rightarrow \frac{m}{2}-1/5>0 \Rightarrow \frac{m}{2}>1/5 \Rightarrow m>3 \quad (II)$$

گام با توجه به نامساوی‌های (I) و (II) می‌توانیم بگوییم $3<m<6/\ldots$ است؛ پس m سه مقدار صحیح ۴، ۵ و ۶ را می‌تواند داشته باشد.

تیزبازی ضریب x^2 در سهمی $y=2x^2+7x+m$ عددی مثبت است؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه دهانه‌اش رو به بالاست و ریشه‌هایش هم بزرگ‌تر از -3 اند، بنابراین نمودار سهمی می‌تواند به این صورت باشد:



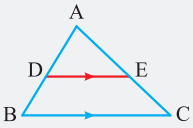
همان‌طور که در شکل می‌بینید، سهمی به ازای -3 عددی مثبت تحویل می‌دهد؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$2(-3)^2+7(-3)+m>0 \Rightarrow 18-21+m>0 \Rightarrow m>3$$

ادامهٔ حل هم که مثل روش قبل است.

۶۹- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ در شکل زیر اگر DE با BC موازی باشد، می‌توانیم تناسب‌های زیر را بنویسیم:



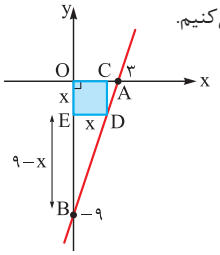
الف) $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$ (جزءبه‌جزء)

ب) $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$ (جزءبه‌کل)

۲ اگر خطی محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول p و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض q قطع کند، معادله‌اش را می‌توانیم به این صورت بنویسیم: $\frac{x}{p}+\frac{y}{q}=1$

۳ طول قطر مربعی به ضلع x می‌شود $x\sqrt{2}$.

روش گام رأس‌های مهم را مطابق شکل نام‌گذاری می‌کنیم.



چون چهارضلعی رنگی مربع است، پس ED با OC و در نتیجه با OA هم موازی است؛ بنابراین طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم در مثلث AOB تالس بنویسیم.

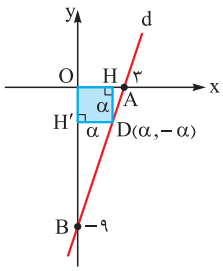
گام فرض می‌کنیم طول ضلع مربع x باشد. در این صورت $ED=EO=x$ و $BE=OB-OE=9-x$ می‌شود. حالا در مثلث AOB تالس جزءبه‌کل می‌نویسیم:

$$\frac{BE}{BO}=\frac{ED}{OA} \Rightarrow \frac{9-x}{9}=\frac{x}{3} \Rightarrow 9-x=3x \Rightarrow 4x=9 \Rightarrow x=\frac{9}{4}$$

گام حالا که می‌دانیم طول ضلع مربع $\frac{9}{4}$ است، طبق مورد (۳) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم طول قطرش می‌شود:

$$OD=\frac{9}{4}\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{9\times2}{4\sqrt{2}}=\frac{9}{2\sqrt{2}}$$

روش گام مطابق شکل فرض می‌کنیم طول ضلع مربع α باشد، در این صورت طول نقطهٔ D برابر α ولی عرضش چون منفی است، می‌شود $-\alpha$، پس مختصات نقطهٔ D به این صورت شد: $D(\alpha,-\alpha)$



گام همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، خط d محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول ۳ و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض -9 قطع می‌کند؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه معادله‌اش را می‌توانیم به این صورت بنویسیم:

$$d:\frac{x}{3}+\frac{y}{-9}=1$$

گام نقطهٔ $D(\alpha,-\alpha)$ روی خط d قرار دارد؛ پس باید در معادله‌اش صدق کند:

$$\frac{\alpha}{3}+\frac{-\alpha}{-9}=1 \Rightarrow \frac{4\alpha}{9}=1 \Rightarrow \alpha=\frac{9}{4}$$

بنابراین مختصات نقطهٔ D به صورت $D(\frac{9}{4},-\frac{9}{4})$ می‌شود.

گام اول نکتهٔ زیر را بخوانید:

نکته فاصلهٔ نقطهٔ $A(a,b)$ از مبدأ مختصات برابر است با: $OA=\sqrt{a^2+b^2}$

طول قطر مربع همان فاصلهٔ نقطهٔ $D(\frac{9}{4},-\frac{9}{4})$ از مبدأ مختصات است که نکتهٔ بالا برابر می‌شود با:

$$OD=\sqrt{(\frac{9}{4})^2+(-\frac{9}{4})^2}=\sqrt{2\times(\frac{9}{4})^2}=\frac{9\sqrt{2}}{4}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{9}{2\sqrt{2}}$$

۷۰- گزینه ۱

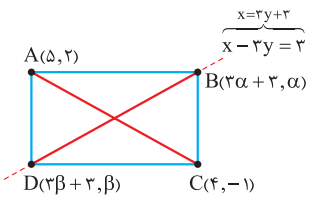
درس‌نامه ۱ اگر نقطه‌ای مثل A روی تابع $y=f(x)$ باشد، می‌توانیم مختصات پارامتری‌اش را به صورت $A(\alpha,f(\alpha))$ در نظر بگیریم. مثلاً اگر نقطهٔ A روی خط $y=x+1$ قرار داشته باشد، مختصات پارامتری‌اش به صورت $A(\alpha,\alpha+1)$ است.

۲ فاصلهٔ دو نقطهٔ $A(x_1,y_1)$ و $B(x_2,y_2)$ برابر است با:

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

۳ در مستطیل طول قطرها برابرند.

گام اول شکل فرضی زیر را می‌کشیم. به گفتهٔ سؤال نقطه‌های B و D روی خط $\underbrace{x-3y=3}_{x=3y+3}$ قرار دارند؛ پس می‌توانیم مختصات پارامتری‌شان را به صورت $B(3\alpha+3,\alpha)$ و $D(3\beta+3,\beta)$ در نظر بگیریم.



گام طبق مورد (۳) درس‌نامه، طول قطرهای AC و BD در مستطیل برابرند. طول این دو پاره‌خط را به کمک مورد (۲) درس‌نامه به دست می‌آوریم و مساوی هم می‌گذاریم:

$$BD=AC \Rightarrow \sqrt{\underbrace{((3\alpha+3)-(3\beta+3))^2}_{3\alpha-3\beta=3(\alpha-\beta)}+(\alpha-\beta)^2}$$

$$=\sqrt{\underbrace{(5-4)^2}_{1}+\underbrace{(2-(-1))^2}_{3}} \Rightarrow \sqrt{\underbrace{9(\alpha-\beta)^2}_{10(\alpha-\beta)^2}+(\alpha-\beta)^2}=\sqrt{1+9}$$

$$\Rightarrow \sqrt{10}\,|\alpha-\beta|=\sqrt{10} \Rightarrow |\alpha-\beta|=1 \Rightarrow \alpha-\beta=\pm1$$

این‌جا باید حواسمان باشد که مقدار درست $\alpha-\beta$ را انتخاب کنیم. طبق شکل بالا عرض نقطهٔ B از D بیشتر، یعنی $\alpha>\beta$ است. این یعنی $\alpha-\beta>0$ و در نتیجه $\alpha-\beta=+1$ انتخاب می‌کنیم.

گام سؤال اختلاف طول نقطه‌های $B(3\alpha+3,\alpha)$ و $D(3\beta+3,\beta)$ را می‌خواهد که می‌شود:

$$\text{اختلاف طول‌ها}=(3\alpha+3)-(3\beta+3)=3(\underbrace{\alpha-\beta}_{\text{بالاتر شد ۱}})=3$$

تله اگر حواسمان نبود و به جای اختلاف طول‌ها، اختلاف عرض‌ها یعنی $\alpha-\beta$ را انتخاب می‌کردیم، این‌جوری در تلهٔ (۳) می‌افتادیم.

۷۱- گزینه ۳

گام با تابع دوضابطه‌ای $f(x)=\begin{cases}x^2-x-7 & x\geq1\\ 2x-1 & x<1\end{cases}$ طرف هستیم؛ پس اول باید بفهمیم برای محاسبهٔ $f(1-|a|)$ و $f(2+|a|)$ از کدام ضابطه باید استفاده کنیم.

گام دو حالت را بررسی می‌کنیم:

◇ **$a=0$ باشد**، در این حالت $f(1-\underbrace{|a|}_{0})=f(1)$ و $f(2+\underbrace{|a|}_{0})=f(2)$ است. ورودی‌های f هر دو بزرگ‌تر مساوی ۱ شدند، پس برای محاسبهٔ جفتشان از ضابطهٔ بالایی استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases}f(1)=1^2-1-7=-7\\ f(2)=2^2-2-7=-5\end{cases}$$

همان‌طور که می‌بینید به ازای $a=0$، $f(1-|a|)=f(2+|a|)$ نشد؛ پس می‌رویم سراغ حالت دوم.

◇ **a مثبت یا منفی باشد**؛ در این حالت در عبارت «$1-|a|$» عدد مثبت $|a|$ از ۱ کم می‌شود؛ پس حتماً $1-|a|<1$ و در نتیجه برای محاسبهٔ $f(1-|a|)$ باید از ضابطهٔ پایینی ($x<1$ و $f(x)=2x-1$) استفاده کنیم:

$$f(1-|a|)=2(1-|a|)-1=1-2|a|$$

در عبارت «$2+|a|$» هم عدد مثبت $|a|$ به ۲ اضافه می‌شود، پس حتماً $2+|a|\geq1$ و در نتیجه برای محاسبهٔ $f(2+|a|)$ از ضابطهٔ بالایی ($f(x)=x^2-x-7, x\geq1$) استفاده می‌کنیم:

$$f(2+|a|)=(2+|a|)^2-(2+|a|)-7$$

$$=(4+|a|^2+4|a|)-(2+|a|)-7=|a|^2+3|a|-5$$

گام حالا طبق میل سؤال $f(1-|a|)$ را مساوی $f(2+|a|)$ می‌گذاریم تا مقادیر a پیدا بشوند:

$$|a|^2+3|a|-5=1-2|a| \Rightarrow |a|^2+5|a|-6=0$$

$$\Rightarrow (|a|-1)(|a|+6)=0 \Rightarrow \begin{cases}|a|=1 \Rightarrow a=\pm1\\ |a|=-6 \times\end{cases}$$

پس در مجموع دو مقدار $a=1,-1$ خواستهٔ سؤال را برآورده می‌کند.

۷۲- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ اگر نمودار تابع $f(x)$ را بلد باشیم، می‌توانیم به کمک جدول زیر نمودار توابع $f(x\pm k)$، $f(x)\pm k$ و همین‌طور $-f(x)$ را هم بکشیم (k هم عددی مثبت است):

ضابطهٔ تابع	روش رسم از روی $f(x)$
$f(x+k)$	نمودار $f(x)$ را k واحد به سمت چپ می‌بریم.
$f(x-k)$	نمودار $f(x)$ را k واحد به سمت راست می‌بریم.
$f(x)+k$	نمودار $f(x)$ را k واحد به سمت بالا می‌بریم.
$f(x)-k$	نمودار $f(x)$ را k واحد به سمت پایین می‌بریم.
$-f(x)$	نمودار $f(x)$ را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم.

۲ اگر f تابعی اکیداً نزولی باشد، برای $f>0$، تابع $\sqrt{f}$ هم نزولی خواهد بود.

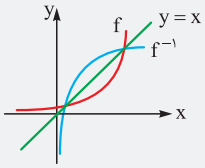
۳ اگر نقطه‌ای با طول و عرض یکسان مثل $A(a,a)$ روی f باشد، قطعاً روی f^{-1} هم هست.

۴ اگر تابع f با دامنهٔ $D_f=[a,b]$ اکیداً نزولی باشد، بردش برابر است با:

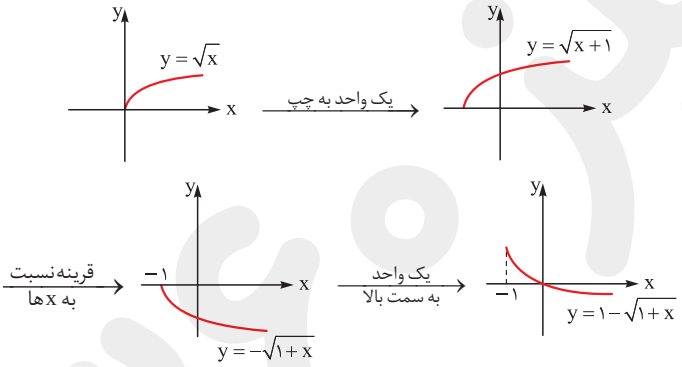
$$R_f=[f(b),f(a)]$$

۵ دامنهٔ f همان برد f^{-1} و برد f همان دامنهٔ f^{-1} است.

۶ اگر نمودار تابع وارون‌پذیر f را نسبت به خط $y=x$ (همان نیمساز ناحیهٔ اول و سوم) قرینه کنیم، به نمودار f^{-1} می‌رسیم. یک نمونه ببینید:



گام اول نمودار تابع $y=1-\sqrt{1+x}$ را می‌کشیم تا به کمکش هم صعودی یا نزولی بودن $y=\sqrt{1-\sqrt{1+x}}$ را بفهمیم هم دامنه‌اش را. به کمک مورد (۱) درس‌نامه، در سه مرحله از روی نمودار $y=\sqrt{x}$ به نمودار $y=1-\sqrt{1+x}$ می‌رسیم:



همان‌طور که در نمودار بالا می‌بینید، $y=1-\sqrt{1+x}$ از مبدأ مختصات می‌گذرد، چون در این تابع $y(0)=1-\sqrt{1+0}=0$ می‌شود و این یعنی نمودارش از نقطهٔ $(0,0)$ یا همان مبدأ مختصات می‌گذرد.

گام از نمودار تابع $y=1-\sqrt{1+x}$ دو چیز می‌فهمیم. اول این‌که $y=1-\sqrt{1+x}$ نزولی است؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، جذرش یعنی $f(x)=\sqrt{1-\sqrt{1+x}}$ هم نزولی است. دوم این‌که دامنهٔ تابع $f(x)=\sqrt{1-\sqrt{1+x}}$ جاهایی است که $1-\sqrt{1+x}\geq0$ باشد؛ طبق نمودار این اتفاق فقط در بازهٔ $[-1,0]$ می‌افتد که نمودار بالای محور xها است؛ پس $D_f=[-1,0]$ می‌شود.

گام تا این‌جا فهمیدیم f تابعی اکیداً نزولی با دامنهٔ $D_f=[-1,0]$ است؛ پس طبق مورد (۴) درس‌نامه بردش می‌شود:

$$R_f=[f(0),f(-1)]$$

$f(0)$ که برابر $\sqrt{1-\sqrt{\underbrace{1+0}_{1}}}=\sqrt{\underbrace{1-1}_{0}}$ و $f(-1)$ هم برابر 1 است؛ پس $R_f=[0,1]$.

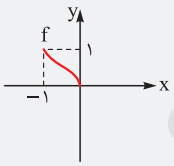
گام طبق مورد (۲) درس‌نامه R_f همان $D_{f^{-1}}$ است، پس: $D_{f^{-1}} = R_f = [0,1]$

گام دامنهٔ تابع‌های f و f^{-1}، یعنی $D_f = [-1,0]$ و $D_{f^{-1}} = [0,1]$ فقط در $x = 0$ مشترک‌اند؛ پس اگر قرار باشد تابع‌های f و f^{-1} همدیگر را قطع کنند، فقط در $x = 0$ همچین چیزی امکان دارد. همین‌جا می‌توانیم بگوییم f و f^{-1} یا در یک نقطه همدیگر را قطع می‌کنند یا هیچ نقطهٔ تقاطعی وجود ندارد.

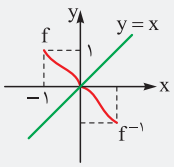
دومی در گزینه‌ها نیست ولی «یک نقطهٔ برخورد» در (۴) وجود دارد؛ پس همین گزینه جواب است اما تحلیل این موضوع را هم ببینید:

دیدیم که $f(0) = 0$ شد؛ بنابراین نقطهٔ (۰,۰) روی f و در نتیجه طبق مورد (۳) درس‌نامه روی f^{-1} هم هست. این یعنی f و f^{-1} فقط در نقطهٔ (۰,۰) همدیگر را قطع می‌کنند.

تیزبازی با توجه به دامنه و برد $f(x)$ که قبل‌تر به دست آوردیم، می‌توانیم بگوییم نمودارش تقریباً این‌شکلی است:



حالا طبق مورد (۶) درس‌نامه، نمودار f را نسبت به خط $y = x$ قرینه می‌کنیم تا به نمودار f^{-1} برسیم:



همان‌طور که می‌بینید، f و f^{-1} دقیقاً در یک نقطه همدیگر را قطع می‌کنند.

۷۳- گزینه ۲

درس‌نامه در دنیای لگاریتم‌ها قوانین مهم زیر برقرارند:

الف) اگر $\log_a b = c$ باشد، می‌توانیم بنویسیم: $a^c = b$

ب) جمع و تفریق دو لگاریتم با مبناهای یکسان به صورت زیر انجام می‌شود:

$$\log_a b + \log_a c = \log_a bc \quad , \quad \log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

پ) لگاریتم، توانی را که روی عبارت جلویش نشسته باشد به عنوان ضریب به پشت خودش منتقل می‌کند، یعنی: $\log_a b^m = m \log_a b$

ت) لگاریتم، معکوس توانی را که روی مبنایش نشسته باشد به عنوان ضریب به پشت خودش منتقل می‌کند، یعنی: $\log_{b^n} a = \frac{1}{n} \log_b a$

ث) ترکیب دو قانون بالا به این صورت می‌شود: $\log_{b^n} a^m = \frac{m}{n} \log_b a$

گام در تساوی داده‌شده، جای $(x-2)^2$ حق داریم بنویسیم $(2-x)^2$ تا به تساوی $\log_{10}(2-x) - \log_{10} \frac{1}{(2-x)^2} = 3$ برسیم. در سمت چپ این تساوی تفریق دو لگاریتم با مبناهای یکسان را داریم؛ پس طبق مورد (ب) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$\log_{10} \frac{(2-x)}{\frac{1}{(2-x)^2}} = 3 \Rightarrow \log_{10}(2-x)^3 = 3$$

گام حالا طبق مورد (پ) درس‌نامه اول توان ۳ را از روی $(2-x)^3$ برمی‌داریم و به عنوان ضریب، پشت لگاریتم می‌گذاریم؛ بعد از مورد (الف) درس‌نامه استفاده می‌کنیم:

$$3 \log_{10}(2-x) = 3^1 \Rightarrow (2-x) = 10^1 \Rightarrow x = -8$$

گام $\log_{\sqrt{2}}(-x)$ به ازای $x = -8$ می‌شود $\log_{\sqrt{2}} 8$. حالا جای ۸ می‌نویسیم 2^3 و جای $\sqrt{2}$ هم می‌نویسیم $2^{\frac{1}{2}}$ تا بتوانیم به کمک مورد (ث) درس‌نامه، خواستهٔ سؤال را حساب کنیم:

$$\log_{2^{\frac{1}{2}}} 2^3 = \frac{3}{\frac{1}{2}} \log_2 2 = 6 \times 1 = 6$$

۷۴- گزینه ۱

درس‌نامه اتحادهای مثلثاتی زیر را بلد باشید:

- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ یا $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ یا $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$
- $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$ یا $\cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} - 1$

گام اول در تساوی $3\sin^2 x + a\cos^2 x = 4$، جای $\cos^2 x$ می‌نویسیم $1 - \sin^2 x$:

$$3\sin^2 x + \underbrace{a(1-\sin^2 x)}_{a - a\sin^2 x} = 4 \Rightarrow 3\sin^2 x - a\sin^2 x = 4 - a$$

$$\Rightarrow (3-a)\sin^2 x = 4 - a \Rightarrow \sin^2 x = \frac{4-a}{3-a} \quad (*)$$

گام طبق درس‌نامه $\cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} - 1$ است. در این تساوی طبق (*) می‌توانیم جای $\sin^2 x$، عبارت $\frac{4-a}{3-a}$ را بنویسیم:

$$\cot^2 x = \frac{1}{\frac{4-a}{3-a}} - 1 = \frac{3-a}{4-a} - 1 = \frac{3-a-(4-a)}{4-a} = -\frac{1}{4-a} = \frac{1}{a-4}$$

تیزبازی بیایید در تساوی $3\sin^2 x + a\cos^2 x = 4$، به جای x بگذاریم 60°:

$$3\sin^2 60^\circ + a\cos^2 60^\circ = 4$$

$\sin^2 60^\circ$ همان $(\frac{\sqrt{3}}{2})^2 = \frac{3}{4}$ و $\cos^2 60^\circ$ هم همان $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$ است. این مقادیر را در تساوی بالا جای‌گذاری می‌کنیم:

$$3(\underbrace{\frac{3}{4}}_{\frac{9}{4}}) + a(\frac{1}{4}) = 4 \Rightarrow \frac{a}{4} = 4 - \frac{9}{4} \xrightarrow{\times 4} a = 16 - 9 = 7$$

خواستهٔ سؤال یعنی $\cot^2 x$ هم به ازای $x = 60^\circ$ می‌شود:

$$\cot^2 60^\circ = (\frac{\sqrt{3}}{3})^2 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

حالا باید به دنبال گزینه‌ای بگردیم که به ازای $a = 7$ بشود $\frac{1}{3}$. این اتفاق فقط برای $\frac{1}{a-4}$ در (۱) می‌افتد. ببینید:

$$\frac{1}{a-4} = \frac{1}{7-4} = \frac{1}{3}$$

پس همین گزینه جواب است.

۷۵- گزینه ۳

درس‌نامه (۱) برای از بین‌بردن منفی پشت کسینوس در $-\cos\alpha$، به جای α مکملش یعنی $\pi - \alpha$ را قرار می‌دهیم. برای از بین بردن منفی پشت بقیهٔ نسبت‌های مثلثاتی هم، زاویه را قرینه می‌کنیم. ببینید:

$-\cos\alpha = \cos(\pi - \alpha)$	$-\sin\alpha = \sin(-\alpha)$
$-\cot\alpha = \cot(-\alpha)$	$-\tan\alpha = \tan(-\alpha)$

(۲) برای حل معادلات مثلثاتی داریم:

$\sin A = \sin B \Rightarrow \begin{cases} A = 2k\pi + B \\ A = 2k\pi + \pi - B \end{cases}$
$\cos A = \cos B \Rightarrow \begin{cases} A = 2k\pi + B \\ A = 2k\pi - B \end{cases}$
$\tan A = \tan B \Rightarrow A = k\pi + B$

گام ۱ اول معادلهٔ $\cos(2x-\frac{\pi}{4})+\cos(x+\frac{\pi}{4})=0$ را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\cos(2x-\frac{\pi}{4})=-\cos(x+\frac{\pi}{4})$$

طبق مورد (۱) درس‌نامه برای از بین بردن منفی پشت کسینوس در $-\cos(x+\frac{\pi}{4})$ باید به جای «$x+\frac{\pi}{4}$»، مکملش یعنی $\pi-(x+\frac{\pi}{4})=\frac{3\pi}{4}-x$ را قرار بدهیم، این‌جوری به معادلهٔ مقابل می‌رسیم:

$$\cos(2x-\frac{\pi}{4})=\cos(\frac{3\pi}{4}-x)$$

گام ۲ حالا به کمک مورد (۲) درس‌نامه، جواب‌های معادلهٔ بالا را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 2x-\frac{\pi}{4}=2k\pi+(\frac{3\pi}{4}-x) \Rightarrow 3x=\underbrace{2k\pi+\pi}_{(2k+1)\pi} \\ 2x-\frac{\pi}{4}=2k\pi-(\frac{3\pi}{4}-x) \Rightarrow x=2k\pi+\underbrace{\frac{\pi}{4}-\frac{3\pi}{4}}_{\frac{-2\pi}{4}=-0/5\pi} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=(\frac{2k+1}{3})\pi \xrightarrow[k=-1,0]{k\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]} x=-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3} \\ x=(2k-0/5)\pi \xrightarrow[k=0]{k\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]} x=-0/5\pi=-\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

پس معادله در بازهٔ $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ ۳تا جواب دارد.

۷۶- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ رفع ابهام صفرصفرم در حضور مجهول: هر وقت سؤال گفت $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$ مساوی یک عدد حقیقی ناصفر است ولی با جای‌گذاری $x=a$ در عبارت جلوی حد به $\frac{\circ}{\circ}$ یا $\frac{\circ}{\circ}$ رسیدید، سریعاً را هم مساوی صفر بگذارید. این‌جوری به یک حد $\frac{\circ}{\circ}$ می‌رسید که حاصلش بعد از رفع ابهام، برابر آن عدد حقیقی ناصفر می‌شود.

۲ یکی از سریع‌ترین روش‌های رفع ابهام صفرصفرم، استفاده از قاعدهٔ هوپیتال است. در این روش اول جای صورت و مخرج مشتقشان را می‌نویسیم، بعد سراغ محاسبهٔ حد می‌رویم:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} \overset{Hop}{=\!=} \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

۳ فرمول مشتق بعضی از انواع توابع را در جدول زیر ببینید:

تابع	فرمول مشتق
ax^n	anx^{n-1}
$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$

گام ۱ به گفتهٔ سؤال $\lim_{x\to 0}\frac{a+\sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x}$ مساوی عدد غیرصفر ۲ است، ولی مخرج این حد به ازای $x=0$ صفر می‌شود؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه باید صورت هم برابر صفر باشد:

$$a+\underbrace{\sqrt{(0+1)(0+1)}}_{1}=0 \Rightarrow a=-1$$

گام ۲ به ازای $a=-1$ حد بالا به این صورت درمی‌آید:

$$\lim_{x\to 0}\frac{-1+\sqrt{(bx+1)(cx+1)}}{x}=2 \Rightarrow \lim_{x\to 0}\frac{-1+\sqrt{bcx^2+bx+cx+1}}{x}=2$$

گام ۱ با جای‌گذاری $x=0$ در عبارت جلوی حد به $\frac{\circ}{\circ}$ می‌رسیم؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه هوپیتال می‌زنیم:

$$\lim_{x\to 0}\frac{-1+\sqrt{bcx^2+bx+cx+1}}{x} \overset{Hop}{=\!=} \lim_{x\to 0}\frac{0+\frac{2bcx+b+c}{2\sqrt{bcx^2+bx+cx+1}}}{1}$$

$$=\frac{0+\frac{0+b+c}{2\sqrt{1}}}{1}=\frac{b+c}{2}$$

گام ۲ حالا طبق میل سؤال حد را مساوی ۲ می‌گذاریم: $\frac{b+c}{2}=2 \Rightarrow b+c=4$

پس خواستهٔ سؤال می‌شود: $\frac{b}{a}+\frac{c}{a}=\frac{b+c}{a}=\frac{4}{-1}=-4$

تیزبازی اول نکتهٔ زیر را بخوانید:

نکته هر وقت $u\to 0$ و در حدمان عبارتی مثل «$\sqrt[n]{1+u}$» داشتیم، می‌توانیم به جایش بنویسیم «$1+\frac{u}{n}$». مثلاً اگر $x\to 0$، می‌توانیم به جای $\sqrt[2]{1+x}$ بنویسیم $1+\frac{x}{2}$.

در حد $\lim_{x\to 0}\frac{-1+\sqrt[2]{1+\overset{u}{bcx^2+bx+cx}}}{x}$، u به سمت ۰ میل می‌کند؛ پس طبق نکتهٔ بالا به جای $\sqrt[2]{1+\overset{u}{bcx^2+bx+cx}}$ می‌توانیم بنویسیم $1+\frac{\overset{u}{bcx^2+bx+cx}}{2}$:

$$\lim_{x\to 0}\frac{-1+\sqrt[2]{1+\overset{u}{bcx^2+bx+cx}}}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{-1+1+\frac{bcx^2+bx+cx}{2}}{x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x(bcx+b+c)}{2x}=\frac{b+c}{2}$$

طبق میل سؤال حد را مساوی ۲ می‌گذاریم: $\frac{b+c}{2}=2 \Rightarrow b+c=4$

که باز هم خواستهٔ سؤال می‌شود: $\frac{b+c}{a}=\frac{4}{-1}=-4$

۷۷- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ دو جا خیلی سریع می‌توانید قدرمطلق را در نامساوی‌ها حذف کنید:

- $|\square|<a \Rightarrow -a<\square<a$
- $|\square|>a \Rightarrow \square>a$ یا $\square<-a$

۲ تابع f در $x=a$ پیوسته است هرگاه حد چپ، حد راست و مقدارش در $x=a$ مساوی هم باشند، یعنی:

$$\lim_{x\to a^-}f(x)=\lim_{x\to a^+}f(x)=f(a)$$

۳ اگر درون جزء صحیح، عدد صحیحی جمع یا منها شده باشد، می‌توانیم از جزء صحیح بیرون بیاوریمش، این یعنی اگر $a\in\mathbb{Z}$ باشد، $[x\pm a]$ همان $[x]\pm a$ است.

گام ۱ $\sqrt{x^2-2x+1}$ همان $\sqrt{(x-1)^2}=|x-1|$ است. طبق مورد (۱) درس‌نامه هم می‌توانیم به جای $|x|\le c$ بنویسیم $-c\le x\le c$ و به جای $|x|>c$ بنویسیم $x>c$ یا $x<-c$؛ پس $f(x)$ به این صورت درمی‌آید:

پس:

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2-2x+1} & ;|x|\le c\\ ax^2+bx+2 & ;|x|>c\end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x)=\begin{cases}|x-1| & ;-c\le x\le c\\ ax^2+bx+2 & ;x<-c \text{ یا } x>c\end{cases}$$

گام به گفتهٔ سؤال، $f(x)$ در $\mathbb{R}$ پیوسته است؛ پس باید در $x=c$ و $x=-c$ هم پیوسته باشد:

◇ **پیوستگی در $x=c$**: برای محاسبهٔ حد چپ و مقدار f در $x=c$ از ضابطهٔ بالایی و برای محاسبهٔ حد راست از ضابطهٔ پایینی استفاده می‌کنیم:

◇ **حد راست**: $\lim\limits_{x\to c^+} f(x) = \lim\limits_{x\to c^+}(ax^2+bx+2) = ac^2+bc+2$

◇ **حد چپ و مقدار**: $\lim\limits_{x\to c^-} f(x) = f(c) = |c-1|$

حالا حد چپ و راست و مقدار f در $x=c$ را، مساوی هم می‌گذاریم:

$$ac^2+bc+2=|c-1|$$

به گفتهٔ سؤال c عددی طبیعی است؛ پس $c\geq 1$ و در نتیجه $c-1\geq 0$ می‌شود، بنابراین می‌توانیم در تساوی بالا خودِ $c-1$ را از قدرمطلق بیرون بیاوریم:

$$ac^2+bc+2=c-1 \Rightarrow ac^2+bc-c+3=0 \quad (I)$$

◇ **پیوستگی f در $x=-c$**: برای محاسبهٔ حد راست و مقدار f در $x=-c$ سراغ ضابطهٔ بالایی و برای محاسبهٔ حد چپ سراغ ضابطهٔ پایینی می‌رویم:

◇ **حد راست و مقدار**: $\lim\limits_{x\to(-c)^+} f(x) = f(-c) = |-c-1|$

◇ **حد چپ**: $\lim\limits_{x\to(-c)^-} f(x) = \lim\limits_{x\to(-c)^-}(ax^2+bx+2)$

$$= a(-c)^2+b(-c)+2 = ac^2-bc+2$$

این بار حد چپ و راست و مقدار f در $x=-c$ را مساوی هم می‌گذاریم:

$$ac^2-bc+2=|-c-1|$$

چون c عددی طبیعی است، پس $-c$ حتماً عددی منفی و در نتیجه $-c-1$ هم عددی منفی است؛ بنابراین در تساوی بالا باید قرینهٔ $c-1$ را از قدرمطلق بیرون بیاوریم:

$$ac^2-bc+2=\underbrace{-(-c-1)}_{c+1} \Rightarrow ac^2-bc-c+1=0 \quad (II)$$

گام طرفین رابطه‌های (I) و (II) را از هم کم می‌کنیم تا رابطهٔ بین b و c را به دست بیاوریم:

$$\begin{cases} ac^2+bc-c+3=0 \\ ac^2-bc-c+1=0 \end{cases} \xrightarrow{\text{پایینی - بالایی}} 2bc+2=0$$

$$\Rightarrow bc+1=0 \Rightarrow b=-\frac{1}{c} \quad (*)$$

طبق رابطهٔ (*) می‌توانیم در تساوی $ac^2+bc-c+3=0$ به جای b بنویسیم $-\frac{1}{c}$:

$$ac^2-\frac{1}{\cancel{c}}\times\cancel{c}-c+3=0 \Rightarrow ac^2-c+2=0$$

$$\Rightarrow ac^2=c-2 \Rightarrow a=\frac{c-2}{c^2} \quad (**)$$

گام حالا به کمک تساوی‌های (*) و (**) خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$M=\left[\frac{a}{b}\right]=\left[\frac{\frac{c-2}{c^2}}{-\frac{1}{c}}\right]=\left[\frac{-c+2}{c}\right]=\left[-1+\frac{2}{c}\right] \overset{\text{مورد(۳) درس‌نامه}}{=} -1+\left[\frac{2}{c}\right]$$

c عددی طبیعی است. اگر $c=1$ باشد:

$$M=-1+\left[\frac{2}{c}\right]=-1+\left[\frac{2}{1}\right]=+1$$

اگر $c=2$ باشد:

$$M=-1+\left[\frac{2}{c}\right]=-1+\left[\frac{2}{2}\right]=0$$

و اگر $c>2$، مثلاً $c=3$ باشد:

$$M=-1+\underbrace{\left[\frac{2}{3}\right]}_{0}=-1$$

بنابراین $\left[\frac{a}{b}\right]$ می‌تواند برابر ۱، صفر یا -1 باشد که فقط -1 را در ① داریم، پس همین گزینه جواب است.

تیزبازی چون تابع $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2-2x+1} & ;|x|\leq c\\ ax^2+bx+2 & ;|x|>c\end{cases}$ به ازای مقادیر طبیعی c روی $\mathbb{R}$ پیوسته است؛ پس به ازای $c=3$ هم باید روی $\mathbb{R}$ پیوسته باشد. پس پیوستگی تابع $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2-2x+1} & ;|x|\leq 3\\ ax^2+bx+2 & ;|x|>3\end{cases}$ را بررسی می‌کنیم. این تابع باید در $x=3$ پیوسته باشد:

◇ **حد راست**: $\lim\limits_{x\to 3^+}(ax^2+bx+2)=9a+3b+2$

◇ **حد چپ و مقدار**: $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=f(3)=\sqrt{3^2-2(3)+1}=\sqrt{4}=2$

حالا حد چپ، راست و مقدار f در $x=3$ را مساوی هم می‌گذاریم:

$$9a+3b+2=2 \Rightarrow 9a=-3b \Rightarrow \frac{a}{b}=-\frac{3}{9}=-\frac{1}{3} \Rightarrow \left[\frac{a}{b}\right]=-1$$

که خوشبختانه همین مقدار در ① حضور دارد.

۷۸- گزینه ۴

درس‌نامه $x=a$ برای تابع f در دو حالت نقطهٔ گوشه‌ای است:

الف) f در $x=a$ پیوسته باشد. مشتق چپ و راست f در $x=a$، جفتشان موجود ولی نابرابر باشند.

ب) f در $x=a$ پیوسته باشد. از بین مشتق چپ و راست f در $x=a$، یکی موجود و دیگری نامتناهی باشد.

گام قبل از هر چیز به ضابطهٔ پایین، یعنی $f(x)=b+(x-a)^m$ توجه کنید. به گفتهٔ سؤال دامنهٔ این ضابطه $x\geq a$ است، این یعنی برای این ضابطه $f(a)$ تعریف شده است. این‌جا دو تا محدودیت برای m درست می‌شود:

◇ **m نمی‌تواند صفر باشد**: چون اگر صفر باشد، $f(x)=b+(x-a)^0$ و درنتیجه $f(a)$ می‌شود: $f(a)=b+0^0$

0^0 هم که تعریف نشده است، پس در این حالت $f(a)$ وجود ندارد؛ بنابراین $m\neq 0$ است.

◇ **m نمی‌تواند منفی باشد**: چون اگر m عددی منفی مثل $m=-1$ باشد، $f(x)=b+(x-a)^{-1}=b+\frac{1}{x-a}$ می‌شود. در این حالت $x=a$ ریشهٔ مخرج است و باز هم $f(a)$ تعریف‌نشده می‌شود.

تا این‌جا فهمیدیم که m عددی صحیح و مثبت است، یعنی: $m\geq 1$

گام حالا باید بفهمیم چه نقطه‌هایی می‌توانند گوشه‌ای باشند. به ازای $x<a$، با تابع ثابت $f(x)=b$ طرف هستیم که پیوسته و مشتق‌پذیر است؛ پس به ازای $x<a$ نقطهٔ گوشه‌ای نداریم. به ازای $x>a$ هم با تابع $f(x)=b+(x-a)^m$ طرفیم که به ازای mهای صحیح بزرگ‌تر مساوی ۱، چندجمله‌ای است؛ پس پیوسته و مشتق‌پذیر هست. در نتیجه برای $x>a$ هم نقطهٔ گوشه‌ای نداریم، بنابراین تنها نقطه‌ای که ممکن است گوشه‌ای باشد، $x=a$ است.

گام اگر $x=a$ بخواهد برای f نقطهٔ گوشه‌ای باشد، طبق درس‌نامه f باید در $x=a$ پیوسته باشد. حد چپ، راست و مقدار f در $x=a$ را حساب می‌کنیم، حواسمان هم هست که برای محاسبهٔ حد راست و مقدار از ضابطهٔ پایین و برای محاسبهٔ حد چپ از ضابطهٔ بالا استفاده می‌کنیم:

◇ **حد راست و مقدار**: $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=\lim\limits_{x\to a^+}(b+(x-a)^m)=b+(0)^m$

◇ **حد چپ**: $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = \lim\limits_{x\to a^-} (b) = b$

حالا سه مقدار بالا را مساوی هم می‌گذاریم:

$$b = b + (0)^m \Rightarrow 0 = (0)^m$$

که چون $m \geq 1$ است، تساوی بالا همیشه برقرار است؛ پس تابع در $x = a$ پیوسته است.

گام حالا بیایید $m \geq 1$ را به دو قسمت تقسیم کنیم:

◇ **$m = 1$**: در این حالت $f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + (x-a)^1 & x \geq a \end{cases}$ است. از این تابع مشتق می‌گیریم و $f'_+(a)$ و $f'_-(a)$ را حساب می‌کنیم:

$$f'(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ 1 & x > a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_-(a) = 0 \\ f'_+(a) = 1 \end{cases}$$

همان‌طور که می‌بینید مشتق چپ و راست در این حالت هر دو موجود ولی نابرابرند؛ پس طبق درس‌نامه، در این حالت $x = a$ نقطهٔ گوشه‌ای است. تا این‌جا یک مقدار برای m پیدا کردیم.

◇ **$m \geq 2$**: در این حالت می‌توانیم m را خود ۲ در نظر بگیریم. این‌جوری $f(x) = \begin{cases} b & x < a \\ b + (x-a)^2 & x \geq a \end{cases}$ است. باز هم مشتق می‌گیریم و $f'_+(a)$ و $f'_-(a)$ را حساب می‌کنیم:

$$f'(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ 0 + 2(x-a)^1 & x \geq a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_-(a) = 0 \\ f'_+(a) = 2(a-a) = 0 \end{cases}$$

در این حالت مشتق چپ و راست هر دو موجود ولی برابرند؛ پس به ازای $m = 2$ نقطهٔ گوشه‌ای نداریم. به ازای بقیهٔ عددهای صحیح بزرگ‌تر از ۲ هم همین اتفاق می‌افتد؛ پس کلاً برای $m \geq 2$ نقطهٔ گوشه‌ای نداریم، بنابراین در کل یک مقدار برای m پیدا شد.

۷۹- گزینه ۲

استراتژی ابتدا قدرمطلق را از بین ببرید و بعد تابع را به صورت چندضابطه‌ای بنویسید (حواستان به دامنهٔ ضابطه‌ها باشد). سپس از f مشتق بگیرید و تعداد نقاط بحرانی و اکسترمم‌ها را محاسبه کنید.

درس‌نامه

۱ برای پیداکردن دامنهٔ توابع رادیکالی به شکل $\sqrt{u}$، کافی است نامعادلهٔ $u \geq 0$ را حل کنید.

۲ به سه دسته از نقاط یک تابع، نقطهٔ بحرانی می‌گوییم:

الف) نقاط سر و ته بازه‌های بسته

ب) نقاط مشتق‌ناپذیر

پ) نقاطی که تابع در آن‌ها مشتق‌پذیر است ولی مشتق در آن‌ها برابر صفر است.

۳ برای پیداکردن نقاط بحرانی توابع رادیکالی به شکل $y = \sqrt{u}$ به این صورت عمل می‌کنیم:

الف) ابتدا دامنهٔ تابع را به دست می‌آوریم. حالا (همان‌طور که در مورد ۲ هم گفتیم) نقاط سر و ته بازه‌های بسته، بحرانی هستند.

ب) سپس از تابع مشتق می‌گیریم. حالا ریشه‌هایی از صورت و مخرج مشتق که در دامنه هستند هم بحرانی می‌شوند.

۴ برای پیداکردن اکسترمم‌های نسبی یک تابع، ابتدا از آن مشتق می‌گیریم و سپس تعیین علامت می‌کنیم. حالا هرجا که علامت مشتق از مثبت به منفی تغییر کرد ماکزیمم نسبی و هرجا که علامت مشتق از منفی به مثبت تغییر کرد مینیمم نسبی داریم. برای مثال اگر جدول تعیین علامت مشتق یک تابع به صورت زیر باشد، داریم:

a		b		c		d	
+	+		−	−			+
↗	↗	max نسبی	↘	↘	min نسبی		↗

گام ابتدا f را به صورت دوضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x) = \sqrt{x(1-|x|)} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} \sqrt{x(1-x)} & x \geq 0 \\ \sqrt{x(1+x)} & x < 0 \end{cases}$$

گام حالا دامنهٔ هر ضابطه را بررسی می‌کنیم:

$$\sqrt{x(1-x)} \Rightarrow x(1-x) \geq 0 \xrightarrow{\text{جدول تعیین علامت}} \begin{array}{c|ccccc} & & 0 & & 1 & \\ \hline & - & | & + & | & - \end{array}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک با } x \geq 0} x \in [0,1]$$

$$\sqrt{x(1+x)} \Rightarrow x(1+x) \geq 0 \xrightarrow{\text{جدول تعیین علامت}} \begin{array}{c|ccccc} & & -1 & & 0 & \\ \hline & + & | & - & | & + \end{array}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک با } x < 0} x \in (-\infty, -1]$$

پس ضابطهٔ f به این صورت شد:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x(1-x)} & 0 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{x(1+x)} & x \leq -1 \end{cases}$$

گام اول به دنبال نقاط بحرانی می‌گردیم.

$\{-1, 0, 1\}$ که طول نقاط بحرانی‌اند، چون سر و ته بازهٔ بسته هستند. حالا از هر ضابطه هم مشتق می‌گیریم و صورت و مخرج آن را برابر صفر قرار می‌دهیم تا طول مابقی نقاط بحرانی به دست آید:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x - x^2} & 0 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{x + x^2} & x \leq -1 \end{cases}$$

$$\sqrt{x - x^2} \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} & \text{ریشهٔ صورت} \\ x = 0, 1 & \text{ریشه‌های مخرج} \end{cases}$$

$$\sqrt{x + x^2} \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{1+2x}{2\sqrt{x+x^2}} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} & \text{ریشهٔ صورت} \\ x = 0, -1 & \text{ریشه‌های مخرج} \end{cases}$$

اما دقت کنید $x = -\frac{1}{2}$ غیر قابل قبول است، چون دامنهٔ $\sqrt{x+x^2}$ برابر $x \leq -1$ بود؛ بنابراین در کل طول نقاط بحرانی برابر $\{-1, 0, \frac{1}{2}, 1\}$ است، یعنی تابع ۴ نقطهٔ بحرانی دارد و $k = 4$ می‌شود.

گام حالا مشتق تابع را تعیین علامت می‌کنیم تا طول نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی هم به دست آیند. دقت کنید همان‌طور که در گام ۳ دیدیم، در بازهٔ $[0,1]$ ضابطهٔ تابع به صورت $\sqrt{x-x^2}$ و ضابطهٔ مشتق آن به صورت $\frac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}}$ است.

برای تعیین علامت $\frac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}}$ در بازهٔ $(0,1)$ توجه کنید که مخرج همواره مثبت است (چون رادیکال با فرجهٔ ۲ است) و کافی است صورت را تعیین علامت کنیم:

$$1-2x \xrightarrow[\text{در بازهٔ } (0,1)]{\text{جدول تعیین علامت}} \begin{array}{c|ccccc} & & 0 & & \frac{1}{2} & & 1 \\ \hline & & | & + & | & - & | \end{array}$$

علامت مشتق از مثبت به منفی تغییر کرد؛ پس $x = \frac{1}{2}$ طول نقطهٔ ماکزیمم نسبی است.

گام در بازهٔ $(-\infty, -1]$ هم ضابطهٔ تابع به صورت $\sqrt{x+x^2}$ و ضابطهٔ مشتق آن به صورت $\frac{1+2x}{2\sqrt{x+x^2}}$ است. مشابه حالت قبلی کافی است علامت $1+2x$ در بازهٔ $(-\infty, -1)$ را به دست آوریم:

$$1+2x \xrightarrow[\text{در بازهٔ } (-\infty,-1)]{\text{جدول تعیین علامت}} \begin{array}{c|ccccc} & & -1 & & -\frac{1}{2} & \\ \hline & - & | & & | & \end{array}$$

علامت مشتق همواره منفی است؛ پس در این بازه اکسترمم نسبی نداریم.

گام پس تابع فقط ۱ نقطهٔ ماکزیمم نسبی و صفر نقطهٔ مینیمم نسبی دارد، یعنی $m = 1$ و $n = 0$ و بنابراین:

$$m + n + k = 1 + 0 + 4 = 5$$

۸۰- گزینه ۱

گام به صف ۶ کتاب فکر کنید. در چه حالت‌هایی تعداد کتب بالای ریاضی از پایین آن بیشتر است؟

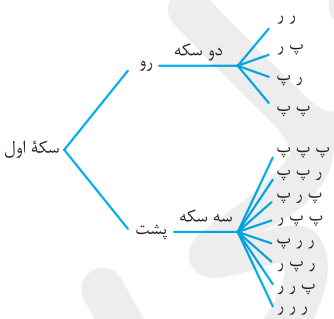
اول یا دوم یا سوم باشد، این‌طوری:

×	×	×
×	×	
×	×	
×	×	ریاضی
×	ریاضی	
×		
ریاضی		

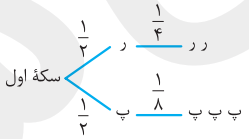
گام پس جای ریاضی ۳ حالت و پنج کتاب دیگر $5!$ حالت دارند؛ بنابراین جواب طبق اصل ضرب $3\times 5! = 360$ است.

۸۱- گزینه ۲

گام نمودار درختی را ببینید:



گام شاخه‌های مورد نظر که تمام سکه‌ها یکسان باشند، عبارت‌اند از:



گام با استفاده از قانون جمع احتمال جواب را حساب می‌کنیم:

$$(\frac{1}{2}\times\frac{1}{4})+(\frac{1}{2}\times\frac{1}{8})=\frac{3}{16}$$

۸۲- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ واریانس n دادهٔ x_1، x_2، ... و x_n با میانگین $\bar{x}$، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\sigma^2=\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2}{n}$$

۲ هروقت از بین تعدادی داده یکی از آن‌ها را حذف کنیم ولی هم‌چنان میانگین داده‌ها تغییری نکند، آن عدد حذف‌شده حتماً با میانگین برابر است.

گام چون تنها دادهٔ متفاوت بین دو دسته a است، می‌توانیم دستهٔ اول را به صورت a,b,c,d,e,f و دستهٔ دوم را به صورت b,c,d,e,f در نظر بگیریم.

گام به گفتهٔ سؤال، میانگین دو دسته برابرند. این یعنی حذف دادهٔ a تأثیری روی میانگین نمی‌گذارد؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه میانگین هر دو دسته برابر همان دادهٔ حذف‌شده، یعنی a است.

گام فرمول واریانس برای دو دسته را می‌نویسیم. حواسمان هم هست که برای هر دو دسته $\bar{x}=a$ شد:

$$\sigma_1^2=\frac{(b-a)^2+(c-a)^2+\cdots+(f-a)^2}{5}\quad (I)$$

$$\sigma_2^2=\frac{(a-a)^2+(b-a)^2+(c-a)^2+\cdots+(f-a)^2}{6}\quad (II)$$

تنها اختلاف صورت کسرهای بالا $(a-a)^2=0$ است؛ پس صورت دو کسر یکسان‌اند.

جفتشان را A در نظر می‌گیریم و روابط (I) و (II) را به هم تقسیم می‌کنیم:

و داریم:

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}=\frac{\frac{A}{5}}{\frac{A}{6}}=\frac{6}{5}\Rightarrow \sigma_1^2=\frac{6}{5}\sigma_2^2$$

گام سؤال گفته $\sigma_1^2=\sigma_2^2+\frac{2}{3}$. طبق تساوی به‌دست‌آمده می‌توانیم به جای σ_1^2 بنویسیم $\frac{6}{5}\sigma_2^2$:

$$\frac{6}{5}\sigma_2^2=\sigma_2^2+\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{1}{5}\sigma_2^2=\frac{2}{3}\Rightarrow\sigma_2^2=\frac{10}{3}\Rightarrow\sigma_1^2=\frac{10}{3}\times\frac{6}{5}=4$$

البته می‌توانستیم $\sigma_2^2=\frac{10}{3}$ را در $\sigma_1^2=\sigma_2^2+\frac{2}{3}$ هم جای‌گذاری کنیم تا به σ_1^2 برسیم:

$$\sigma_1^2=\frac{10}{3}+\frac{2}{3}=\frac{12}{3}=4$$

پس واریانس دستهٔ اول ۴ است.

۸۳- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ اگر A و B دو پیشامد از یک فضای نمونه‌ای باشند، احتمال رخ‌دادن پیشامد A به شرط رخ‌دادن پیشامد B را به صورت $P(A\mid B)$ نمایش می‌دهیم. از این رابطه محاسبه می‌شود:

$$P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

۲ $P(A')$ و $P(A'\mid B)$ به صورت زیر باز می‌شوند:

$$P(A')=1-P(A)\ ,\ P(A'\mid B)=1-P(A\mid B)$$

شفاف‌سازی ۱ «وضعیت گل‌شدن دو پنالتی متفاوت است»، یعنی یا اولی گل شود و دومی خراب یا اولی خراب شود و دومی گل.

۲ «با احتمال ۶۰ درصد پنالتی اول را گل می‌کند، در این صورت احتمال گل‌شدن پنالتی دوم ۸۰ درصد و در غیر این صورت ۳۰ درصد است.» یعنی:

$$P(\text{دومی گل}\mid\text{اولی خراب})=0/3\ ,\ P(\text{دومی گل}\mid\text{اولی گل})=0/8$$

گام گل‌شدن پنالتی اول را پیشامد A و گل‌شدن پنالتی دوم را پیشامد B در نظر می‌گیریم. طبق «مورد (۱) شفاف‌سازی»، احتمال مورد نظر جمع احتمالِ دو حالت است، یعنی:

$$P=P(\text{اولی گل}\cap\text{دومی خراب})+P(\text{اولی خراب}\cap\text{دومی گل})$$

$$=P(A\cap B')+P(A'\cap B)\quad (*)$$

گام طبق مورد (۲) «شفاف‌سازی» و مورد (۱) و (۲) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases}P(\underbrace{\text{دومی گل}}_{B}\mid\underbrace{\text{اولی خراب}}_{A'})=0/3\Rightarrow 0/3=\dfrac{P(B\cap A')}{P(A')}\quad (1)\\ P(\underbrace{\text{دومی گل}}_{B}\mid\underbrace{\text{اولی گل}}_{A})=0/8\Rightarrow P(B'\mid A)=1-P(B\mid A)\\ \Rightarrow\dfrac{P(B'\cap A)}{P(A)}=1-0/8\quad (2)\end{cases}$$

گام به گفتهٔ سؤال احتمال گل‌شدن پنالتی اول ۶۰ درصد است، این یعنی $P(A)=0/6$ و در نتیجه $P(A')=1-0/6=0/4$ است. این موارد را در رابطه‌های (۱) و (۲) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases}0/3=\dfrac{P(B\cap A')}{0/4}\Rightarrow P(B\cap A')=0/12\\ \dfrac{P(B'\cap A)}{0/6}=\underbrace{1-0/8}_{0/2}\Rightarrow P(B'\cap A)=0/12\end{cases}$$

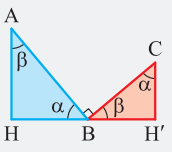
گام در آخر $P(B\cap A')=0/12$ و $P(B'\cap A)=0/12$ را در (*) جای‌گذاری می‌کنیم تا به خواستهٔ سؤال برسیم:

$$P=0/12+0/12=0/24$$

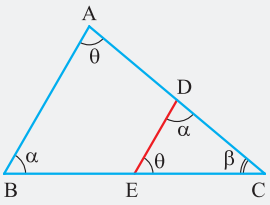
۸۴- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ دو مثلث قائم‌الزاویه با وترهای عمود بر هم، همیشه متشابه‌اند.

مثلاً در شکل مقابل مثلث‌های ABH و BCH′ با زاویه‌های α و β با هم متشابه‌اند.



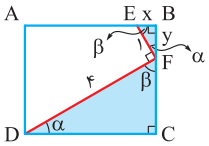
۲ برای نوشتن نسبت تشابه دو مثلث، ضلع‌های رو به زاویهٔ برابر را در یک نسبت زیر هم می‌نویسیم، به طوری که در صورت نسبت‌ها اضلاع یک مثلث و در مخرج آن‌ها اضلاع مثلث دیگر قرار داشته باشند. مثلاً نسبت تشابه مثلث‌های ABC و DEC در شکل مقابل برابر می‌شود با:



$$\frac{AC}{EC}=\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{DC}$$

(AC و EC: رو به α، AB و DE: رو به β، BC و DC: رو به θ)

گام **تشخیص مثلث‌های متشابه:** به مثلث‌های قائم‌الزاویهٔ رنگی شکل مقابل نگاه کنید. وترهایشان بر هم عمودند؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم با هم مشابه‌اند.

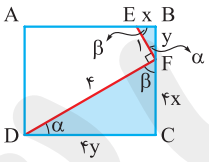


گام **نوشتن نسبت تشابه:** مطابق شکل بالا طول BE را x و BF را y در نظر می‌گیریم. حالا به کمک مورد (۲) درس‌نامه، نسبت تشابه مثلث‌های قائم‌الزاویهٔ رنگی را می‌نویسیم:

$$\frac{FC}{BE}=\frac{DC}{BF}=\frac{DF}{EF}\Rightarrow\frac{FC}{x}=\frac{DC}{y}=\frac{۴}{۱}\Rightarrow\begin{cases}\frac{FC}{x}=\frac{۴}{۱}\Rightarrow FC=۴x\\ \frac{DC}{y}=\frac{۴}{۱}\Rightarrow DC=۴y\end{cases}$$

(FC و BE: رو به α، DC و BF: رو به β، DF و EF: رو به ۹۰°)

گام **پیداکردن رابطهٔ بین $x^۲$ و $y^۲$:** اطلاعات بالا را روی شکل گام (۱) می‌نویسیم تا به شکل مقابل برسیم.



طول ضلع‌های مربع برابرند؛ پس طول BC و DC را مساوی هم می‌گذاریم:

$$DC=BC\Rightarrow ۴y=y+۴x\Rightarrow ۳y=۴x\xrightarrow{\text{توان ۲}}۹y^۲=۱۶x^۲\quad(*)$$

گام **محاسبهٔ $y^۲$:** در مثلث قائم‌الزاویهٔ DFC فیثاغورس می‌نویسیم:

$$DC^۲+FC^۲=DF^۲\Rightarrow(۴y)^۲+(۴x)^۲=۴^۲\Rightarrow ۱۶y^۲+۱۶x^۲=۱۶$$

طبق رابطهٔ (*) می‌توانیم در تساوی به‌دست‌آمده جای $۱۶x^۲$ بنویسیم $۹y^۲$:

$$۱۶y^۲+۹y^۲=۱۶\Rightarrow ۲۵y^۲=۱۶\Rightarrow y^۲=\frac{۱۶}{۲۵}$$

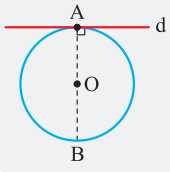
گام **محاسبهٔ خواستهٔ سؤال:** خوب بلدیم که مساحت مربع، برابرِ مجذور ضلعش است، پس:

$$S_{\square}=DC^۲=(۴y)^۲=۱۶y^۲\xrightarrow{y^۲=\frac{۱۶}{۲۵}}S_{\square}=۱۶\times\frac{۱۶}{۲۵}=\frac{۲۵۶}{۲۵}\times\frac{۴}{۴}$$

$$=\frac{۱۰۲۴}{۱۰۰}=۱۰/۲۴$$

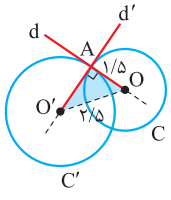
۸۵- گزینه ۴

درس‌نامه همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، قطر (AB) همیشه بر خط مماس (d) در نقطهٔ تماس (A) عمود است و برعکس. یعنی اگر d در نقطهٔ A بر دایره مماس باشد و از همین نقطه خطی عمود بر d بکشیم، حتماً از مرکز دایره می‌گذرد.



گام رسم شکل مناسب و تحلیل آن: شکل مسئله به صورت مقابل است. به گفتهٔ سؤال مماس d باید بر مماس d' در نقطهٔ تماسش با دایرهٔ C، عمود باشد؛ پس طبق درس‌نامه، d باید از مرکز O بگذرد. همین‌طور d' هم باید از مرکز O' بگذرد. به گفتهٔ سؤال شعاع دایرهٔ کوچک‌تر ۱/۵ است، پس $OA=۱/۵$ و فاصلهٔ مرکز دایره‌ها ۲/۵ هست؛ پس $OO'=۲/۵$ می‌شود.

(نقطهٔ تماسش با دایرهٔ C: A)



گام محاسبهٔ خواستهٔ سؤال: در مثلث قائم‌الزاویهٔ رنگی طول OA و OO' را داریم؛ پس می‌توانیم به کمک قضیهٔ فیثاغورس، خواستهٔ سؤال یعنی شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر را هم حساب کنیم:

(شعاع دایرهٔ بزرگ‌تر: $O'A$)

$$OA^۲+O'A^۲=OO'^۲\Rightarrow ۱/۵^۲+O'A^۲=۲/۵^۲$$

$$\Rightarrow O'A=۶/۲۵-۲/۲۵=۴\Rightarrow O'A=۲$$

۱۴۰۳ نوبت دوم خـــارج

فیزیک

۱- گزینه ۱

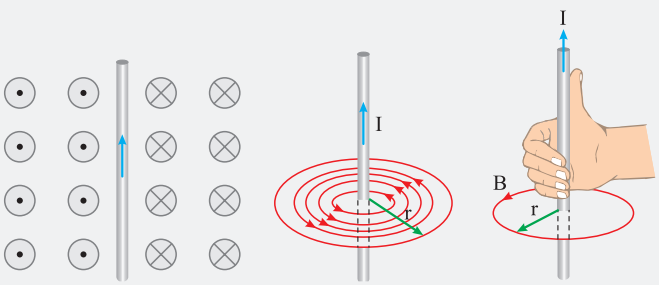
درس‌نامه **ضربهٔ قدرت در ماشین درون‌سوز بنزینی:** در این مرحله در اثر فشار زیاد، مخلوط منبسط می‌شود و این انبساط به سرعت رخ می‌دهد؛ بنابراین می‌توان آن را بی‌دررو در نظر گرفت. در نتیجه در این انبساط، فشار و دمای مخلوط کاهش می‌یابد. در این مرحله مخلوط، پیستون را به شدت به پایین می‌راند و روی آن کار انجام می‌دهد.

با توجه به درس‌نامه، در ضربهٔ قدرت پیستون پایین می‌آید و فشار و دمای گاز کاهش می‌یابد.

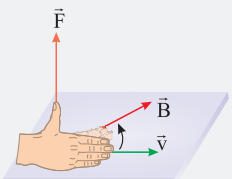
مشاوره طرح سؤال از مراحل کار ماشین گرمایی درون‌سوز بنزینی در کنکور نوبت اول ۱۴۰۳ رشتهٔ ریاضی و هم‌چنین در این آزمون، زنگ هشداری است برای شما که به سادگی از کنار این مباحث نگذرید.

۲- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ **میدان مغناطیسی در اطراف سیم حامل جریان:** وقتی که از یک سیم، جریان الکتریکی عبور می‌کند، در اطراف آن میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود. طبق قاعدهٔ دست راست، اگر سیم را طوری در دست راست خود بگیریم که انگشت شست دست راست در جهت جریان باشد، جهت خم‌شدن چهار انگشت، جهت میدان مغناطیسی در اطراف آن را نشان می‌دهد.



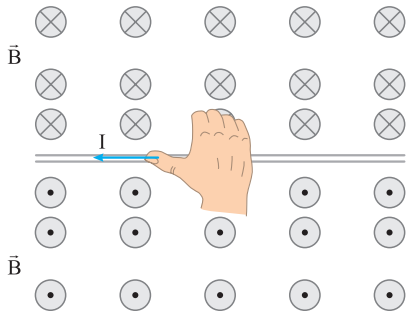
۲ برای تشخیص جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار، از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم. طبق این قاعده، اگر چهار انگشت دست راست خود را در جهت حرکت ذره با بار مثبت ($\vec{v}$) قرار بدهیم به طوری که وقتی آن را خم می‌کنیم در جهت میدان مغناطیسی ($\vec{B}$) قرار بگیرد، آن‌گاه انگشت شستمان جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار مثبت ($\vec{F}$) را نشان می‌دهد.



توجه کنید که نیروی وارد بر بار منفی در خلاف جهت نیروی وارد بر بار مثبت است.

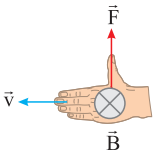
◇ برای تشخیص جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار با بار منفی، قاعدهٔ دست راست را می‌توانید با دست چپتان اجرا کنید.

تشخیص جهت جریان در سیم: همان‌طور که در شکل می‌بینید، جهت میدان مغناطیسی در بالای سیم به صورت درون‌سو و در پایین آن برون‌سو است. انگشت شست دست راستمان را باید طوری در راستای سیم قرار بدهیم که وقتی چهار انگشتمان را خم می‌کنیم، از بالای سیم به سمت داخل برود و از پایین آن خارج شود. اگر انگشت شست دست راست را به سمت چپ قرار بدهیم، این حالت رخ می‌دهد (شکل (الف)).



(الف)

تشخیص جهت نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون: بار الکتریکی الکترون منفی است *(امیدواریم خواست بوده که گفته الکترون)*، پس می‌توانیم قاعدهٔ دست راست را با دست چپمان اجرا کنیم. طبق این قاعده، چهار انگشت دست چپمان را در جهت حرکت الکترون (سمت چپ) قرار می‌دهیم، به طوری که وقتی آن‌ها را خم می‌کنیم، در جهت میدان مغناطیسی (درون‌سو) قرار بگیرد. در این حالت، انگشت شست دست چپمان، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون (سمت بالا) را نشان می‌دهد (شکل (ب)).



(ب)

تله اگر حواستان به منفی‌بودن بار الکتریکی الکترون نباشد، به گزینهٔ نادرست ۱ می‌رسید.

۳- گزینه ۳

استراتژی در فرایندهای واپاشی، عدد جرمی و عدد اتمی قبل از فرایند را به ترتیب برابر با مجموع عدد جرمی‌ها و مجموع عدد اتمی‌ها پس از فرایند قرار بدهید. با این روش می‌توانید عدد جرمی و عدد اتمی هستهٔ دختر را پیدا کنید.

درس‌نامه ۱ تعداد نوترون‌های هسته، برابر با اختلاف عدد جرمی و عدد اتمی آن است.

نماد عنصر — عدد جرمی — عدد اتمی — عدد نوترونی: ${}^{A}_{Z}X_{N}$

عدد اتمی ← $N = A - Z$ → تعداد نوترون‌ها

عدد جرمی

۲ فرایند واپاشی β^+ (پوزیترون) با رابطهٔ مقابل بیان می‌شود: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{1}e^{+}$

گام ۱ ابتدا فرایند این واپاشی را می‌نویسیم (هستهٔ دختر را با ${}^{A}_{Z}Y$ نشان دادیم).

$${}^{15}_{8}O \rightarrow {}^{0}_{1}e^{+} + {}^{A}_{Z}Y$$

گام ۲ تعداد نوکلئون‌ها قبل و پس از فرایند یکسان است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

عدد جرمی: $15 = 0 + A \Rightarrow A = 15$

عدد اتمی: $8 = 1 + Z \Rightarrow Z = 7$ $\Rightarrow {}^{15}_{7}Y$

گام ۳ حالا تعداد نوترون‌های هستهٔ ${}^{15}_{7}Y$ را به دست می‌آوریم.

$$N = A - Z \xrightarrow[Z=7]{A=15} N = 15 - 7 = 8$$

۴- گزینه ۱

رفتار مقاومت الکتریکی و القاگر آرمانی را از نظر انرژی اشتباه نگیرید! وقتی جریان الکتریکی از مقاومت عبور می‌کند، جریان چه پایا باشد و چه تغییر کند، انرژی وارد آن می‌شود و این انرژی در مقاومت به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود، اما در یک القاگر آرمانی، تنها وقتی انرژی وارد القاگر آرمانی می‌شود که جریان الکتریکی در آن افزایش یابد و این انرژی در میدان مغناطیسی القاگر آرمانی ذخیره شده و هنگام کاهش جریان، آزاد می‌شود. وقتی جریان الکتریکی پایا از یک القاگر آرمانی عبور کند، انرژی به آن وارد یا از آن خارج نمی‌شود. در این سؤال هم، چون جریان الکتریکی پایا است، پس انرژی الکتریکی به آن وارد یا از آن خارج نمی‌شود.

مشاوره در این سؤال، نه فرمول به کارتان می‌آید و نه مقادیر داده‌شده! بلکه باید رفتار القاگر آرمانی به لحاظ انرژی را بلد باشید. اگر مفاهیم را به خوبی درک کنید، از علم (مخصوصاً فیزیک) بسیار لذت می‌برید.

۵- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ انرژی پتانسیل گرانشی: اگر جسمی با جرم m در ارتفاع h نسبت به سطح زمین قرار بگیرد، آن‌گاه انرژی پتانسیل گرانشی آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید (مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین فرض کردیم).

$$U = mgh$$

(m: جرم (kg)، h: ارتفاع (m)، g: شتاب گرانش (m/s^2))

۲ انرژی جنبشی جسمی که با تندی v در حال حرکت است:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

(m: جرم (kg))

۳ انرژی مکانیکی: به مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم، انرژی مکانیکی می‌گوییم.

$$E = K + U$$

(E: انرژی مکانیکی (J)، K: انرژی جنبشی (J)، U: انرژی پتانسیل (J))

۴ اگر در طول مسیر حرکت جسم، نیروهای اتلافی (مانند اصطکاک و مقاومت هوا) بر آن وارد شوند و بر روی جسم کار منفی انجام دهند، انرژی مکانیکی جسم کاهش می‌یابد. کار این نیروها (W_f) در یک مسیر معین، برابر با اختلاف انرژی مکانیکی جسم در ابتدا و پایان مسیر است.

$$W_f = E_2 - E_1$$

کار مقاومت هوا در مسیر، برابر با اختلاف انرژی مکانیکی جسم در ابتدا و پایان مسیر است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم (مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را در سطح زمین در نظر گرفتیم.):

$$W_f = E_2 - E_1 = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = K_2 - K_1 + U_2 - U_1$$

$$\xrightarrow{K_1 = 0\ J,\ U_2 = 0\ J} W_f = \frac{1}{2}mv_2^2 - mgh_1$$

$$\xrightarrow[g = 10\ m/s^2,\ h_1 = 22\ m]{W_f = -16\ J,\ m = \frac{W}{g} = 0/8\ kg} -16 = \frac{1}{2} \times 0/8 \times v_2^2 - 0/8 \times 10 \times 22$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 400 \Rightarrow v_2 = 20\ m/s$$

۶- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ چگالی مخلوط:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

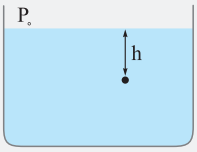
(ρ_1: چگالی مایع اول، ρ_2: چگالی مایع دوم، V_1: حجم مایع اول، V_2: حجم مایع دوم)

◇ یکی از یکاهای متداول چگالی، یکای g/cm^3 است. برای تبدیل یکای g/cm^3 به kg/m^3 و برعکس به صورت مقابل عمل می‌کنیم:

$$\frac{g}{cm^3} \xleftrightarrow[\times 1000]{\div 1000} \frac{kg}{m^3}$$

◇ این را هم بدانید که $1\ mL = 1\ cm^3$ است.

۲ فشار کل در عمق h از سطح آزاد مایع:



$$P = \rho g h + P_0 \rightarrow \text{فشار جو (Pa)}$$

(ρ: چگالی مایع (kg/m^3)، h: عمق (m)، g: شتاب گرانش (m/s^2))

۳ فشار پیمانه‌ای (P_g): اختلاف فشار مطلق و فشار جو.

$$P_g = P - P_0$$

(فشار پیمانه‌ای ← P_g، P: فشار مطلق، P_0: فشار جو →)

گام دو مایع با هم مخلوط شده‌اند؛ پس چگالی مخلوط حاصل از این دو مایع را به دست می‌آوریم.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$\xrightarrow[V_1 = 400\ cm^3,\ V_2 = 600\ cm^3]{\rho_1 = 1\ g/cm^3,\ \rho_2 = 1/2\ g/cm^3} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{1 \times 400 + 1/2 \times 600}{400 + 600} = 1/12\ g/cm^3$$

گام حالا این مخلوط داخل ظرف استوانه‌ای‌شکل با عمق ۵۰ cm ریخته شده است و طراح از ما فشار پیمانه‌ای در کف این ظرف را می‌خواهد.

$$P = \rho_{\text{مخلوط}} g h + P_0 \xrightarrow{P - P_0 = P_g} P_g = \rho_{\text{مخلوط}} g h$$

$$\xrightarrow[g = 10\ m/s^2,\ h = 50\ cm = 0/5\ m]{\rho_{\text{مخلوط}} = 1/12\ g/cm^3 = 1120\ kg/m^3} P_g = 1120 \times 10 \times 0/5 = 5600\ Pa = 5/6\ kPa$$

مشاوره معمولاً هر سال حداقل یک سؤال با ایدهٔ تازه داریم و ایدهٔ این سؤال هم تازه بود. از این‌جور سؤال‌ها نترسید! سؤال را به خوبی تحلیل کنید و پابه‌پای سؤال پیش بروید تا در نهایت به خواستهٔ سؤال برسید.

۷- گزینه ۱

درس‌نامه رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان در حرکت سقوط آزاد:

$$\Delta y = -\frac{1}{2} g t^2$$

(Δy: جابه‌جایی در راستای قائم (m)، g: شتاب گرانش (m/s^2)، t: زمان (s))

علامت منفی در این رابطه برای این است که جهت مثبت را به طرف بالا در نظر می‌گیریم، ولی جهت شتاب گرانش به سمت پایین است.

گام زمان سقوط گلوله را از رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان حساب می‌کنیم.

$$\Delta y = -\frac{1}{2} g t^2 \xrightarrow{\Delta y = -80\ m,\ g = 10\ m/s^2} -80 = -\frac{1}{2} \times 10 t^2 \Rightarrow t^2 = 16 \Rightarrow t = 4\ s$$

یعنی گلوله در لحظهٔ $t = 4\ s$ به زمین برخورد می‌کند.

گام گلوله $0/6\ s$ قبل از رسیدن به زمین به مدت $t' = (4 - 0/6)\ s$ در راه بوده است؛ پس جابه‌جایی گلوله در مدت t' برابر می‌شود با:

$$\Delta y' = -\frac{1}{2} g t'^2 \xrightarrow{t' = 4 - 0/6 = 3/4\ s} \Delta y' = -\frac{1}{2} \times 10 \times (3/4)^2$$

$$= -\frac{10 \times 3/4}{2} \times 3/4 = -57/8\ m$$

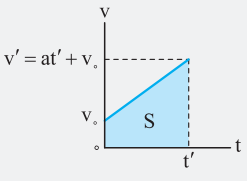
گام اگر سطح زمین را مبدأ مکان بگیریم، مکان اولیهٔ گلوله $y_0 = 80\ m$ خواهد بود. در این صورت داریم:

$$\Delta y' = y' - y_0 \xrightarrow{\Delta y' = -57/8\ m,\ y_0 = 80\ m} -57/8 = y' - 80$$

$$\Rightarrow y' = 80 - 57/8 = 22/2\ m$$

۸- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند، یک خط راست مانند شکل روبه‌رو است.



۲ در حرکت با شتاب ثابت a بر روی خط راست، اگر سرعت متحرک در بازهٔ زمانی Δt از v_1 به v_2 برسد، می‌توانیم سرعت v_2 را از رابطهٔ زیر حساب کنیم.

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow v_2=a\Delta t+v_1$$

۳ مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t بیانگر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک است. مثلاً برای شکل بالا اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در بازهٔ صفر تا t' برابر است با: $\Delta x=S$

۴ سرعت متوسط متحرک:

جابه‌جایی (m) ↖
$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$$
↙ زمان (s)

گام سرعت دو متحرک در لحظه‌های $t_1=4\,s$ و $t_2=8\,s$ را حساب می‌کنیم.

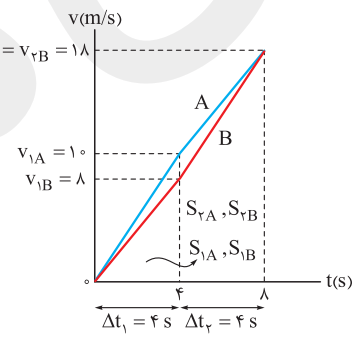
$$\begin{cases} v_{1A}=a_{1A}\Delta t_1+v_0 \xrightarrow[\Delta t_1=t_1-t_0=4\,s]{a_{1A}=2/5\,m/s^2,\ v_0=0\,m/s} v_{1A}=2/5\times 4=10\,m/s \\ v_{2A}=a_{2A}\Delta t_2+v_{1A} \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\Delta t_2=t_2-t_1=8-4=4\,s]{a_{2A}=2\,m/s^2,\ v_{1A}=10\,m/s} v_{2A}=2\times 4+10=18\,m/s$$

$$\begin{cases} v_{1B}=a_{1B}\Delta t_1+v_0 \xrightarrow[\Delta t_1=4\,s]{a_{1B}=2\,m/s^2,\ v_0=0\,m/s} v_{1B}=2\times 4=8\,m/s \\ v_{2B}=a_{2B}\Delta t_2+v_{1B} \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\Delta t_2=4\,s]{a_{2B}=2/5\,m/s^2,\ v_{1B}=8\,m/s} v_{2B}=2/5\times 4+8=18\,m/s$$

گام با سرعت‌هایی که در گام اول حساب کردیم، نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک را به صورت شکل مقابل رسم می‌کنیم و مساحت محصور هر کدام از نمودارها را در ۴ ثانیهٔ اول و ۴ ثانیهٔ دوم حساب می‌کنیم.



$$\begin{cases} \Delta x_{1A}=S_{1A}=\frac{10\times 4}{2}=20\,m \\ \Delta x_{2A}=S_{2A}=\frac{10+18}{2}\times 4=56\,m \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta x_{1B}=S_{1B}=\frac{8\times 4}{2}=16\,m \\ \Delta x_{2B}=S_{2B}=\frac{8+18}{2}\times 4=52\,m \end{cases}$$

گام حالا نسبت سرعت متوسط متحرک B به سرعت متوسط متحرک A در مدت ۸ s را پیدا کنیم.

$$\frac{v_{av_B}}{v_{av_A}}=\frac{\frac{\Delta x_{\text{کل}\,B}}{\Delta t_{\text{کل}}}}{\frac{\Delta x_{\text{کل}\,A}}{\Delta t_{\text{کل}}}}=\frac{\Delta x_{1B}+\Delta x_{2B}}{\Delta x_{1A}+\Delta x_{2A}}=\frac{16+52}{20+56}=\frac{17}{19}$$

۹- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست:

مکان (m) ↑ — شتاب $(\frac{m}{s^2})$ ↗ — مکان اولیه (m) ↗

$$x=\frac{1}{2}a t^2+v_0 t+x_0$$

↓ زمان (s) — ↘ سرعت اولیه $(\frac{m}{s})$

۲ معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت:

$$x=vt+x_0$$

↓ سرعت $(\frac{m}{s})$

گام ابتدا معادله‌های مکان ـ زمان دو متحرک را می‌نویسیم.

متحرک A: متحرک A از مبدأ مکان $(x_{0A}=0\,m)$ و از حال سکون $(v_{0A}=0\,\frac{m}{s})$ با شتاب ثابت $a_A=2\,m/s^2$ شروع به حرکت کرده است:

$$x_A=\frac{1}{2}a_A t^2+v_{0A}t+x_{0A} \Rightarrow x_A=\frac{1}{2}\times 2\times t^2+0\times t+0 \Rightarrow x_A=t^2$$

متحرک B: متحرک B با سرعت ثابت $v_B=16\,m/s$ حرکت می‌کند و در لحظهٔ $t=3\,s$ از مبدأ مکان $(x_B=0\,m)$ عبور می‌کند؛ پس اول باید مکان اولیهٔ این متحرک را مشخص کنیم و بعد معادلهٔ مکان ـ زمانش را بنویسیم.

$$x_B=v_B t+x_{0B} \xrightarrow[t=3\,s,\ x_B=0\,m]{v_B=16\,m/s} 0=16\times 3+x_{0B} \Rightarrow x_{0B}=-48\,m$$

$$x_B=v_B t+x_{0B} \Rightarrow x_B=16t-48$$

گام حالا ببینیم متحرک‌های A و B در لحظه‌های $t_1=7\,s$ و $t_2=9\,s$ کجای محور x هستند و در هر کدام از این لحظه‌ها فاصله‌شان از هم چه‌قدر است.

$$t_1=7s \Rightarrow \begin{cases} x_{1A}=7^2=49\,m \\ x_{1B}=16\times 7-48=64\,m \end{cases} \Rightarrow x_{1B}-x_{1A}=64-49=15\,m$$

یعنی در لحظهٔ $t_1=7\,s$ متحرک B، 15 m از متحرک A جلوتر است.

$$t_2=9\,s \Rightarrow \begin{cases} x_{2A}=9^2=81\,m \\ x_{2B}=16\times 9-48=96\,m \end{cases} \Rightarrow x_{2B}-x_{2A}=96-81=15\,m$$

یعنی در لحظهٔ $t_2=9\,s$ متحرک B، 15 m از متحرک A جلوتر است.

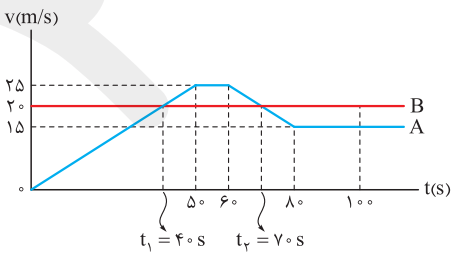
گام حالا یک لحظه بین 7 s و 9 s را هم امتحان می‌کنیم تا بفهمیم دو متحرک به هم نزدیک شده‌اند یا دور:

$$t'=8\,s \Rightarrow \begin{cases} x_{8A}=8^2=64\,m \\ x_{8B}=16\times 8-48=80\,m \end{cases} \Rightarrow x_{8B}-x_{8A}=80-64=16\,m$$

این‌جا مشخص شد که در لحظهٔ $t'=8\,s$ متحرک B، 16 m از متحرک A جلوتر است؛ بنابراین در بازهٔ زمانی 7 s تا 9 s فاصلهٔ دو متحرک از هم ابتدا افزایش سپس کاهش یافته است.

۱۰- گزینه ۱

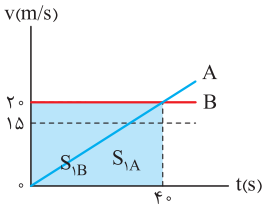
گام در شکل زیر ابتدا به کمک مفهوم شیب خط یا قضیهٔ تالس t_1 و t_2 را پیدا می‌کنیم.



$$\text{شیب خط نمودار A در بازهٔ صفر تا } 50\,s = \frac{25}{50}=\frac{20}{t_1} \Rightarrow t_1=40\,s$$

$$\text{شیب خط نمودار A در بازهٔ } 60\,s \text{ تا } 80\,s = \frac{15-25}{80-60}=\frac{20-25}{t_2-60} \Rightarrow t_2=70\,s$$

گام ۲ می‌دانیم مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان بیانگر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک است. با توجه به این‌که هر دو متحرک در مبدأ زمان از مبدأ محور عبور کرده‌اند $(x_{\circ A} = x_{\circ B} = \circ\,m)$، مکان هر کدام از متحرک‌ها را در لحظه‌های $t_1 = ۴۰\,s$، $t_2 = ۵۰\,s$ و $t_3 = ۶۰\,s$ به کمک مساحت زیر نمودار محاسبه می‌کنیم.

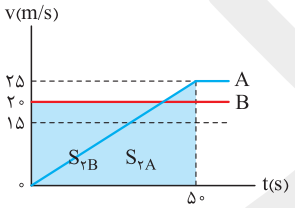


(الف)

شکل (الف) (بازهٔ صفر تا ۴۰ s)

$$\begin{cases} \Delta x_{۱A} = S_{۱A} = \frac{۲۰\times ۴۰}{۲} = ۴۰۰\,m \Rightarrow x_{۱A} - x_{\circ A} = ۴۰۰\,m \\ \xrightarrow{x_{\circ A} = \circ\,m} x_{۱A} = ۴۰۰\,m \\ \Delta x_{۱B} = S_{۱B} = ۲۰\times ۴۰ = ۸۰۰\,m \Rightarrow x_{۱B} - x_{\circ B} = ۸۰۰\,m \\ \xrightarrow{x_{\circ B} = \circ\,m} x_{۱B} = ۸۰۰\,m \end{cases}$$

پس در لحظهٔ $t_1 = ۴۰\,s$ متحرک B، $۸۰۰ - ۴۰۰ = ۴۰۰\,m$ از متحرک A جلوتر است. تا این‌جا ② پَرا!

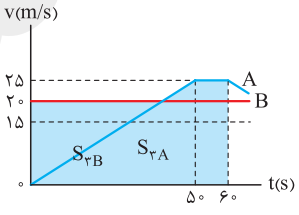


(ب)

شکل (ب) (بازهٔ صفر تا ۵۰ s)

$$\begin{cases} \Delta x_{۲A} = S_{۲A} = \frac{۲۵\times ۵۰}{۲} = ۶۲۵\,m \Rightarrow x_{۲A} - x_{\circ A} = ۶۲۵\,m \\ \xrightarrow{x_{\circ A} = \circ\,m} x_{۲A} = ۶۲۵\,m \\ \Delta x_{۲B} = S_{۲B} = ۲۰\times ۵۰ = ۱۰۰۰\,m \Rightarrow x_{۲B} - x_{\circ B} = ۱۰۰۰\,m \\ \xrightarrow{x_{\circ B} = \circ\,m} x_{۲B} = ۱۰۰۰\,m \end{cases}$$

پس در لحظهٔ $t_2 = ۵۰\,s$ متحرک B، $۱۰۰۰ - ۶۲۵ = ۳۷۵\,m$ از متحرک A جلوتر است و ④ هم پرا!



(پ)

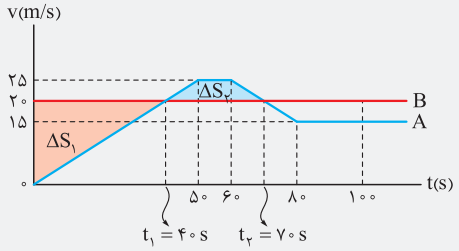
شکل (پ) (بازهٔ صفر تا ۶۰ s)

$$\begin{cases} \Delta x_{۳A} = S_{۳A} = \text{مساحت ذوزنقه} = \frac{۶۰ + \overbrace{(۶۰-۵۰)}^{۱۰}}{۲}\times ۲۵ = ۸۷۵\,m \\ \Rightarrow x_{۳A} - x_{\circ A} = ۸۷۵\,m \xrightarrow{x_{\circ A} = \circ\,m} x_{۳A} = ۸۷۵\,m \\ \Delta x_{۳B} = S_{۳B} = ۲۰\times ۶۰ = ۱۲۰۰\,m \Rightarrow x_{۳B} - x_{\circ B} = ۱۲۰۰\,m \\ \xrightarrow{x_{\circ B} = \circ\,m} x_{۳B} = ۱۲۰۰\,m \end{cases}$$

یعنی در لحظهٔ $t_3 = ۶۰\,s$ متحرک B، $۱۲۰۰ - ۸۷۵ = ۳۲۵\,m$ از متحرک A جلوتر است و ③ پَرپَرا! بنابراین تنها گزینهٔ ممکن، ① است که آن را انتخاب می‌کنیم.

تیزبازی به شکل زیر نگاه کنید. مساحت مثلث ΔS_1، مسافتی است که متحرک B همان ۴۰ ثانیهٔ اول از متحرک A جلو می‌افتد.

$$\Delta S_1 = \frac{۲۰\times ۴۰}{۲} = ۴۰۰\,m$$



پس تا لحظهٔ $t_1 = ۴۰\,s$ متحرک B، ۴۰۰ m از متحرک A جلو می‌افتد و مساحت ذوزنقهٔ ΔS_2، نشان‌دهندهٔ مقدار نزدیک‌شدن متحرک A به متحرک B است.

$$\Delta S_2 = \frac{\overbrace{(۶۰-۵۰)}^{۱۰} + \overbrace{(۷۰-۴۰)}^{۳۰}}{۲}\times(۲۵-۲۰) = ۱۰۰\,m$$

بنابراین متحرک A فقط می‌تواند ۱۰۰ m از آن ۴۰۰ متری که عقب افتاده را جبران کند و هرگز به متحرک B نمی‌رسد.

۱۱- گزینه ۳

درس‌نامه ① نیروی اصطکاک جنبشی:

ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح

$$f_k = \mu_k F_N$$

نیروی عمودی سطح (N)

② اندازهٔ نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند (R)، برابر با برایند دو نیروی عمودی سطح (F_N) و نیروی اصطکاک (f) است.

$$R = \sqrt{F_N^۲ + f^۲}$$

در رابطهٔ بالا، f می‌تواند f_s، $f_{s,max}$ یا f_k باشد.

جسم در حال حرکت است، پس نیروی اصطکاک وارد بر جسم از نوع نیروی اصطکاک جنبشی است؛ بنابراین نیرویی که در ضمن حرکت، جسم به دیوار وارد می‌کند $(\vec{R})$ برایند دو نیروی عمودی سطح $(\vec{F}_N)$ و نیروی اصطکاک جنبشی $(\vec{f}_k)$ است و می‌توانیم بنویسیم:

(هواستون باشه که طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که جسم به دیوار وارد می‌کنه، هم‌اندازه، هم‌راستا و در خلاف جهت نیرویی هست که دیوار به جسم وارد می‌کنه.)

$$R = \sqrt{F_N^۲ + f_k^۲} \xrightarrow[f_k = \mu_k F_N = \mu_k F_1 = ۰/۴\times ۴۰ = ۱۶\,N]{F_N = F_1 = ۴۰\,N} R = \sqrt{۴۰^۲ + ۱۶^۲}$$

$$= \sqrt{(۸\times ۵)^۲ + (۸\times ۲)^۲} = \sqrt{۸^۲\times(۲۵+۴)} = ۸\sqrt{۲۹}\,N$$

۱۲- گزینه ۲

درس‌نامه بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی:

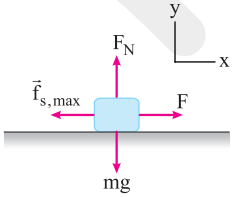
ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح

$$f_{s,max} = \mu_s F_N$$

بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی (N) — نیروی عمودی سطح (N)

در رابطهٔ بالا، اگر $f_{s,max} \geq F_{محرک}$ باشد، جسم ساکن می‌ماند و نیروی اصطکاک برابر با محرک F است.

گام ۲ جسمی را که بر روی سطح افقی در حال سکون قرار دارد، در نظر بگیرید. اگر نیروی افقی F بر این جسم وارد شود و جسم حرکت نکند، نیروی اصطکاک وارد بر جسم از نوع نیروی اصطکاک ایستایی (f_s) است. حالا اگر نیروی F را افزایش بدهیم، نیروی اصطکاک ایستایی هم افزایش می‌یابد تا به بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی $(f_{s,max})$ برسد. در این لحظه، جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد و پس از آن با افزایش نیروی F، جسم حرکت کرده و نیروی اصطکاک وارد بر آن از نوع نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) می‌شود؛ بنابراین منظور سؤال از «حداقل نیرویی که در راستای افقی به جسم وارد می‌شود تا جسم به حرکت درآید»، بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی $(f_{s,max})$ است. با توجه به شکل مقابل، بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی $(f_{s,max})$ را محاسبه می‌کنیم.



$$F_{net,y} = \circ \Rightarrow F_N - mg = \circ \Rightarrow F_N = mg$$

$$F_{net,x} = \circ \Rightarrow F - f_{s,max} = \circ \Rightarrow F = f_{s,max}$$

$$\xrightarrow[\mu_s = ۰/۵\,,\ m = ۵\,kg\,,\ g = ۱۰\,m/s^۲]{f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg} F = ۰/۵\times ۵\times ۱۰ = ۲۵\,N$$

① و ③ پَرا!

گام در قسمت دوم سؤال، جسم در حال حرکت است؛ پس نیروی اصطکاک وارد بر جسم از نوع نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) است؛ اگر جسمی را روی جسم ۵ کیلوگرمی قرار بدهیم، نیروی عمودی سطح (F_N) افزایش می‌یابد و در نتیجه نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) نیز افزایش می‌یابد. در این صورت، حالت‌های زیر ممکن است پیش بیاید:

۱) اگر $f_k < F_{محرک}$ شود، جسم به صورت تندشونده حرکت می‌کند و نمی‌ایستد.

۲) اگر $f_k = F_{محرک}$ شود، نیروی خالص وارد بر جسم صفر است (*شتابش صفره*) و جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

۳) اگر $f_k > F_{محرک}$ شود، نیروی خالص وارد بر جسم در خلاف جهت حرکت آن است و جسم به صورت کندشونده حرکت می‌کند و بعد از مدتی می‌ایستد.

سؤال **حداکثر** جرمی را می‌خواهد که می‌توانیم روی جسم قرار بدهیم تا متوقف نشود؛ یعنی حالت (۲).

$$f_k = F \xrightarrow[F_N=(m+5)g]{f_k=\mu_k F_N} F=\mu_k(m+5)g$$

$$\xrightarrow[\mu_k=0/4\,,\,g=10\,m/s^2]{F=25\,N} 25=0/4\times(m+5)\times10 \Rightarrow m=6/25-5=1/25\,kg$$

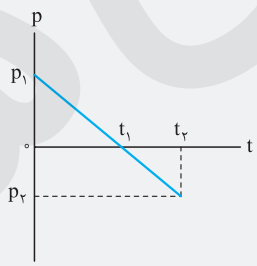
۱۳- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ نیروی خالص متوسط برحسب تکانه:

$$F_{av}\ (N) \leftarrow F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}=ma \rightarrow a\ (m/s^2)$$

Δp: تغییرات تکانه $(\frac{kg.m}{s})$، m: جرم جسم (kg)، Δt: مدت‌زمان (s)

۲ اگر متحرکی با شتاب ثابت بر روی مسیر مستقیم حرکت کند، نمودار تکانه ـ زمان آن به صورت یک خط راست (تابع درجه‌اول) است؛ مثل شکل مقابل:



نمودار تکانه ـ زمان متحرک به صورت یک خط راست (تابع درجه‌اول) است؛ بنابراین متحرک با شتاب ثابت حرکت می‌کند و در نتیجه شتاب آن در هر لحظه، برابر با شتاب متوسط آن در هر بازهٔ زمانی است؛ پس به جای محاسبهٔ شتاب متحرک در لحظهٔ $t=8\,s$، می‌توانیم شتاب متوسط آن در بازهٔ زمانی صفر تا $10\,s$ را محاسبه کنیم.

$$F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t} \xrightarrow{F_{av}=ma} ma=\frac{\Delta p}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[\Delta t=t_2-t_1=10-0=10\,s]{m=0/2\,kg\,,\,\Delta p=p_2-p_1=7-1=6\,\frac{kg.m}{s}} \frac{2}{10}a=\frac{6}{10} \Rightarrow a=3\,m/s^2$$

۱۴- گزینه ۴

درس‌نامه بیشینهٔ تندی خودرو هنگام پیچ به شرط آن‌که نلغزد: $v_{max}=\sqrt{\mu_s rg}$

◇ برای تبدیل یکای km/h به m/s و برعکس به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$\frac{km}{h} \underset{\times\frac{36}{10}}{\overset{\times\frac{10}{36}}{\rightleftarrows}} \frac{m}{s}$$

حداکثر تندی‌ای که خودرو می‌تواند روی پیچ هنگام دورزدن داشته باشد و نلغزد، هنگامی است که بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی، نیروی مرکزگرا را تأمین کند؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$v_{max}=\sqrt{\mu_s rg} \xrightarrow[r=25\,m\,,\,g=10\,m/s^2]{v_{max}=36\,km/h=36\times\frac{10}{36}=10\,m/s} 10=\sqrt{\mu_s\times25\times10}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 100=250\,\mu_s \Rightarrow \mu_s=0/4$$

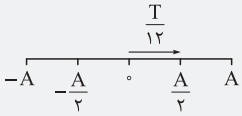
۱۵- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ دورهٔ تناوب نوسانگر: مدت‌زمان انجام یک نوسان کامل.

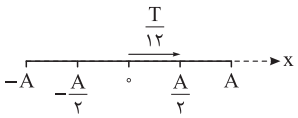
$$\text{دورهٔ تناوب } (s) \leftarrow T=\frac{t}{n} \rightarrow \text{زمان } (s)$$

تعداد نوسان

۲ در حرکت هماهنگ ساده، حداقل مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از نقطهٔ تعادل (مرکز نوسان) به مکان $x=\frac{A}{2}$ برسد، $\frac{T}{12}$ است.



گام با توجه به شکل زیر، دورهٔ تناوب نوسانگر را به دست می‌آوریم.



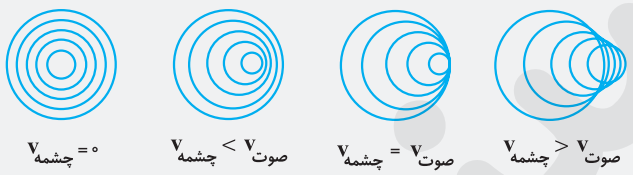
$$\Delta t=\frac{T}{12} \xrightarrow{\Delta t=\frac{1}{60}\,s} \frac{1}{60}=\frac{T}{12} \Rightarrow T=\frac{1}{5}\,s$$

گام حالا با جای‌گذاری داده‌ها در رابطهٔ زیر، تعداد نوسان‌های نوسانگر در هر دقیقه (۶۰ ثانیه) را محاسبه می‌کنیم.

$$T=\frac{t}{n} \xrightarrow[t=60\,s]{T=\frac{1}{5}\,s} \frac{1}{5}=\frac{60}{n} \Rightarrow n=300$$

۱۶- گزینه ۱

درس‌نامه شکل‌های زیر، جبهه‌های موج حاصل از چشمه‌های صوت را نشان می‌دهد. در این شکل‌ها، $v_{چشمه}$ تندی چشمه و $v_{صوت}$ تندی صوت است.



چشمهٔ (۱) با تندی کم‌تر از تندی صوت $(v_1 < v)$ و چشمهٔ (۲) با تندی بیشتر از تندی صوت $(v_2 > v)$ در حال حرکت و چشمهٔ (۳) ساکن $(v_3 = 0)$ است.

$$v_3 < v_1 < v < v_2$$

۱۷- گزینه ۴

شفاف‌سازی دورهٔ تناوب سامانهٔ جرم ـ فنر ۴۰ درصد کاهش می‌یابد، یعنی:

$$T_2=T_1-\frac{40}{100}T_1=\frac{6}{10}T_1$$

درس‌نامه دورهٔ تناوب سامانهٔ جرم ـ فنر:

$$\text{دورهٔ تناوب } (s) \leftarrow T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow \text{جرم } (kg)$$

ثابت فنر (N/m)

نسبت دورهٔ تناوب سامانهٔ جرم ـ فنر در حالت دوم به حالت اول را داریم؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \xrightarrow[m_2=m_1-320]{\frac{T_2}{T_1}=\frac{6}{10}} \frac{6}{10}=\sqrt{\frac{m_1-320}{m_1}}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} \frac{36}{100}=\frac{m_1-320}{m_1} \Rightarrow 9m_1=25m_1-25\times320$$

$$\Rightarrow 16\,m_1=25\times320 \Rightarrow m_1=500\,g$$

۱۸- گزینه ۲

درس‌نامه وقتی یک پرتو نور از محیط شفافی وارد محیط شفاف دیگری می‌شود، بخشی از نور بازمی‌تابد و بخشی دیگر وارد محیط دوم می‌شود. ضریب شکست هر محیط به صورت مقابل تعریف می‌شود.

$$n = \frac{c}{v} \leftarrow \text{ضریب شکست} \quad \begin{matrix} c \rightarrow \text{تندی نور در خلأ (m/s)} \\ v \rightarrow \text{تندی نور در محیط (m/s)} \end{matrix}$$

پرتو نور از شیشه وارد مایع شده است و سؤال از ما نسبت تندی انتشار نور در مایع به تندی انتشار نور در شیشه را می‌خواهد.

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow \frac{n_{\text{شیشه}}}{n_{\text{مایع}}} = \frac{v_{\text{مایع}}}{v_{\text{شیشه}}} \xrightarrow[n_{\text{مایع}}=\frac{5}{4}]{n_{\text{شیشه}}=\frac{3}{2}} \frac{v_{\text{مایع}}}{v_{\text{شیشه}}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{4}} = \frac{6}{5}$$

تله اگر نسبت $\frac{v_{\text{شیشه}}}{v_{\text{مایع}}}$ را به دست بیاورید، به گزینهٔ نادرست (۱) می‌رسید.

۱۹- گزینه ۳

شفاف‌سازی بسامد صوت اصلی ۲۰ درصد افزایش یابد، یعنی:

$$f_1' = f_1 + \frac{20}{100} f_1 = \frac{6}{5} f_1$$

درس‌نامه ۱ تندی انتشار موج در طناب یا تار تحت کشش:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \leftarrow \text{تندی انتشار موج (m/s)} \quad \begin{matrix} F \rightarrow \text{نیروی کشش طناب یا تار (N)} \\ \mu \rightarrow \text{چگالی خطی جرم (kg/m)} \end{matrix}$$

۲ بسامد تشدیدی هماهنگ اول (بسامد صوت اصلی) در تار مرتعش دو انتها بسته:

$$f = \frac{v}{2L} \quad \begin{matrix} v \rightarrow \text{تندی انتشار موج (m/s)} \\ L \rightarrow \text{طول تار (m)} \end{matrix}$$

گام ۱ نسبت بسامد صوت اصلی در حالت دوم به حالت اول را داریم؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$f = \frac{v}{2L} \Rightarrow \frac{f_1'}{f_1} = \frac{v_2}{v_1} \xrightarrow{\frac{f_1'}{f_1}=\frac{6}{5}} \frac{v_2}{v_1} = \frac{6}{5}$$

گام ۲ حالا می‌توانیم نیروی کشش تار در حالت دوم را به دست بیاوریم.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \xrightarrow[F_1=50\,N]{\frac{v_2}{v_1}=\frac{6}{5}} \frac{6}{5} = \sqrt{\frac{F_2}{50}}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} \frac{36}{25} = \frac{F_2}{50} \Rightarrow F_2 = 72\,N$$

بنابراین نیروی کشش تار را باید $(F_2 - F_1 = 72 - 50)$ ۲۲ N افزایش دهیم.

۲۰- گزینه ۲

برای تشکیل طیف گسیلی خطی اتم‌های هر گاز نظیر هیدروژن، هلیم، جیوه، سدیم و نئون معمولاً از یک لامپ باریک و بلند شیشه‌ای که حاوی مقداری گاز رقیق و کم‌فشار است، استفاده می‌شود. دو الکترود به نام‌های آند و کاتد در دو طرف این لامپ قرار دارد که به ترتیب به پایانه‌های مثبت و منفی یک منبع تغذیه با ولتاژ بالا وصل‌اند. این ولتاژ بالا، سبب تخلیهٔ الکتریکی در گاز می‌شود و اتم‌های گاز درون لامپ شروع به گسیل نور می‌کنند. آزمایش نشان می‌دهد که طیف خطی ایجادشده و هم‌چنین رنگ نور گسیل‌شده، به نوع گاز درون لامپ بستگی دارد.

مشاوره این سؤال از متن کتاب درسی طراحی شده است. اگر کتاب درسی را نخوانده‌اید، فرصت را از دست ندهید تا بعداً حسرت نخورید.

۲۱- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ حداقل کار لازم برای خارج‌کردن الکترون‌ها از سطح یک فلز خاص را تابع کار فلز می‌گوییم و رابطهٔ آن به صورت زیر است.

$$W_0 = h f_0$$

W_0: تابع کار فلز (J) — ثابت پلانک (J.s) — f_0: بسامد آستانه (Hz)

۲ بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها در اثر فوتوالکتریک:

$$K_{max} = hf - W_0$$

K_{max}: بیشینهٔ انرژی جنبشی (J) — f: بسامد فوتون (Hz) — h: ثابت پلانک (J.s) — W_0: تابع کار فلز (J)

◇ تبدیل یکای eV به J (و برعکس):

$$eV \xrightarrow[\div 1/6\times10^{-19}]{\times 1/6\times10^{-19}} J$$

کافی است داده‌ها را در رابطهٔ زیر جای‌گذاری کنیم تا بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها پس از جداشدن از فلز را به دست بیاوریم.

$$K_{max} = hf - W_0 \xrightarrow{f=5f_0} K_{max} = 5hf_0 - W_0$$

$$\xrightarrow{W_0=hf_0} K_{max} = 5W_0 - W_0 = 4W_0$$

$$\xrightarrow{W_0=7/5\,eV} K_{max} = 4\times7/5 = 7\,eV$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل eV به J}} K_{max} = 7\times1/6\times10^{-19} = 1/12\times10^{-18}\,J$$

۲۲- گزینه ۱

عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

(الف) و (ب) در تمام فرایندهای واپاشی پرتوزا، تعداد نوکلئون‌ها در طی فرایند واپاشی هسته‌ای پایسته است؛ یعنی تعداد نوکلئون‌ها قبل از فرایند با تعداد نوکلئون‌ها پس از فرایند یکسان است. ×

همین الان گزینهٔ درست معلوم شد!

(پ) اختلاف بین ترازهای انرژی نوکلئون‌ها در هسته از مرتبهٔ keV تا مرتبهٔ MeV است، در حالی که اختلاف بین ترازهای انرژی الکترون‌ها در اتم از مرتبهٔ eV است؛ پس اختلاف بین ترازهای انرژی نوکلئون‌ها در هسته در مقایسه با اختلاف ترازهای انرژی الکترون‌ها در اتم، خیلی‌زیاد است.

مشاوره در سؤالات به اصطلاح چندموردی (الف، ب و ...)، گزینه‌های نادرست را با توجه به عبارت‌ها حذف کنید تا زودتر به پاسخ برسید.

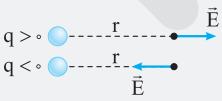
۲۳- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از یک ذرهٔ باردار q در فاصلهٔ r از آن:

$$E = k\frac{|q|}{r^2} \leftarrow \text{اندازهٔ میدان الکتریکی (N/C)}$$

$|q|$: بار الکتریکی (C) — r: فاصله (m) — k: ثابت کولن $(\frac{N.m^2}{C^2})$

۲ جهت میدان الکتریکی، از بارهای مثبت رو به خارج و به سوی بارهای منفی است.

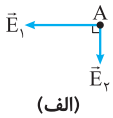


گام ۱ اندازهٔ هر یک از میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ که به ترتیب ناشی از بارهای الکتریکی q_1 و q_2 هستند، در حالت اول و در نقطهٔ A نسبت به هم به دست می‌آوریم.

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{|q_2|}{|q_1|}\times\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\xrightarrow[q_1=10\,\mu C,\ r_1=40\,cm]{q_2=20\,\mu C,\ r_2=20\,cm} \frac{E_2}{E_1} = \frac{20}{10}\times\left(\frac{20}{40}\right)^2 = 2\times\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow E_2 = \frac{1}{2}E_1$$

گام با توجه به این‌که $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ در نقطهٔ A بر هم عمودند (شکل (الف))، اندازهٔ میدان الکتریکی خالص آن دو را به دست می‌آوریم.



(الف)

$$E_A = \sqrt{E_۱^۲ + E_۲^۲} = \sqrt{E_۱^۲ + (\frac{E_۱}{۲})^۲} = \sqrt{E_۱^۲ + \frac{۱}{۴}E_۱^۲} = \sqrt{\frac{۵}{۴}E_۱^۲} = \frac{E_۱}{۲}\sqrt{۵}$$

گام اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار $q_۲$ در نقطهٔ A در حالت دوم $(E'_۲)$ را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{E'_۲}{E_۲} = (\frac{r_۲}{r'_۲})^۲ \xrightarrow{r_۲=۴۰\,cm,\ r'_۲=۲۰\,cm} \frac{E'_۲}{E_۲} = (\frac{۴۰}{۲۰})^۲ = ۴ \Rightarrow E'_۲ = ۴E_۲$$

$$\xrightarrow{E_۲=\frac{۱}{۲}E_۱} E'_۲ = ۴\times\frac{۱}{۲}E_۱ = ۲E_۱$$

گام اندازهٔ میدان الکتریکی خالص ناشی از دو بار $q_۱$ و $q_۲$ در نقطهٔ A در حالت دوم (شکل (ب)) را محاسبه می‌کنیم.



(ب)

$$E'_A = \sqrt{E_۱^۲ + E_۲'^۲} = \sqrt{E_۱^۲ + (۲E_۱)^۲} = \sqrt{E_۱^۲ + ۴E_۱^۲}$$

$$\Rightarrow E'_A = \sqrt{۵E_۱^۲} = E_۱\sqrt{۵}$$

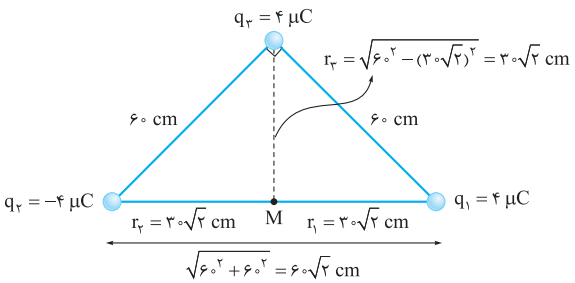
گام حالا می‌توانیم نسبت بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A در حالت دوم به حالت اول را پیدا کنیم.

$$\frac{E'_A}{E_A} = \frac{E_۱\sqrt{۵}}{\frac{E_۱}{۲}\sqrt{۵}} = ۲$$

۲۴- گزینه ۱

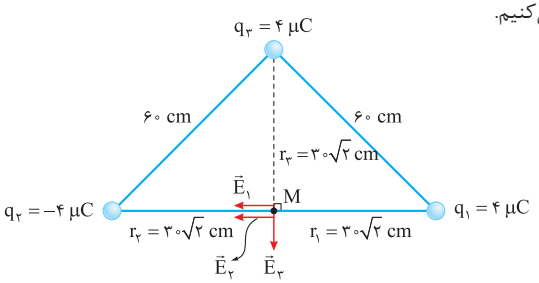
استراتژی میدان‌های الکتریکی مربوط به هر یک از بارهای $q_۱$، $q_۲$ و $q_۳$ در نقطهٔ M را مشخص کنید، سپس میدان الکتریکی خالص آن‌ها را به دست بیاورید.

گام ابتدا فاصلهٔ بارهای الکتریکی $q_۱$، $q_۲$ و $q_۳$ از نقطهٔ M را پیدا می‌کنیم (شکل (الف)).



(الف)

گام با توجه به این‌که میدان الکتریکی از بار مثبت رو به خارج و به سوی بار منفی است، اندازه و جهت هر یک از میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای $q_۱$، $q_۲$ و $q_۳$ در نقطهٔ M را تعیین می‌کنیم.



$$E_۱ = k\frac{|q_۱|}{r_۱^۲} = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{۴\times۱۰^{-۶}}{(۳۰\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲})^۲}$$

$$\Rightarrow E_۱ = \frac{۹\times۴\times۱۰^۳}{۹\times۱۰^۲\times۲\times۱۰^{-۴}} = ۲\times۱۰^۵\ N/C$$

$$\left.\begin{array}{l}|q_۱| = |q_۲| = |q_۳| = ۴\,\mu C \\ r_۱ = r_۲ = r_۳ = ۳۰\sqrt{۲}\,cm\end{array}\right\} \Rightarrow E_۱ = E_۲ = E_۳ = ۲\times۱۰^۵\ N/C$$

گام حالا با توجه به جهت‌های $E_۱$، $E_۲$ و $E_۳$، میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M را محاسبه می‌کنیم.

$$E_{۱,۲} = E_۱ + E_۲ \xrightarrow{E_۱=E_۲} E_{۱,۲} = ۲E_۱$$

$$E_M = \sqrt{(E_{۱,۲})^۲ + E_۳^۲} = \sqrt{(۲E_۱)^۲ + E_۱^۲} = \sqrt{۴E_۱^۲ + E_۱^۲} = \sqrt{۵E_۱^۲} = E_۱\sqrt{۵}$$

$$\xrightarrow{E_۱=۲\times۱۰^۵\ N/C} E_M = ۲\sqrt{۵}\times۱۰^۵\ N/C$$

۲۵- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ اصل کوانتیده‌بودن بار الکتریکی:

$$q = ne \quad , \quad e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\ C$$

(C) بار الکتریکی ← q ، n ← تعداد الکترون‌ها

۲ اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از میدان الکتریکی:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$$

ΔV (V) ← اختلاف پتانسیل الکتریکی
ΔU (J) ← تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی
q (C) ← بار الکتریکی

◇ هر کیلووات‌ساعت (۱ kW.h)، معادل $۳/۶\times۱۰^۶$ J انرژی است.

$$۱\,kW.h = ۳/۶\times۱۰^۶\ J$$

دو رابطهٔ $\Delta U = q\Delta V$ و $q = ne$ را با هم ترکیب می‌کنیم و تعداد الکترون‌های شارش‌یافته بین این دو نقطه (n) را به دست می‌آوریم.

$$\left.\begin{array}{l}\Delta U = q\Delta V \\ q = ne\end{array}\right\} \Rightarrow \Delta U = ne\Delta V \Rightarrow n = \frac{\Delta U}{e\Delta V}$$

$$\xrightarrow[e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\ C,\ \Delta V=۲\ kV=۲\times۱۰^۳\ V]{\Delta U=۸\ kW.h=۸\times۳/۶\times۱۰^۶\ J} n = \frac{۸\times۳/۶\times۱۰^۶}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\times۲\times۱۰^۳}$$

$$= \frac{۴\times۳/۶}{۱/۶}\times۱۰^{۲۲} \Rightarrow n = ۹\times۱۰^{۲۲}$$

۲۶- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ تعریف مقاومت الکتریکی: نسبت اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک رسانا به جریان الکتریکی عبوری از آن.

$$R = \frac{V}{I}$$

Ω ← مقاومت الکتریکی
V (V) ← اختلاف پتانسیل الکتریکی
I (A) ← جریان الکتریکی

۲ توان مصرفی مقاومت الکتریکی:

$$P = \frac{V^۲}{R}$$

W ← توان الکتریکی
V (V) ← اختلاف پتانسیل الکتریکی
Ω ← مقاومت الکتریکی

گام جریان الکتریکی عبوری از مقاومت R و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن را داریم؛ پس می‌توانیم مقدار مقاومت الکتریکی R را محاسبه کنیم.

$$R = \frac{V}{I} = \frac{۸}{۰/۵} = ۱۶\ \Omega$$

گام نسبت توان الکتریکی مصرفی مقاومت R در حالت دوم (P') به حالت اول (P) را داریم؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{P'}{P} = \frac{\frac{V^۲}{R'}}{\frac{V^۲}{R}} = \frac{R}{R'} \xrightarrow[R=۱۶\ \Omega]{P'=P+۰/۶P=۱/۶P} \frac{۱/۶P}{P} = \frac{۱۶}{R'} \Rightarrow R' = ۱۰\ \Omega$$

بنابراین مقاومت R باید به ۱۰ Ω برسد؛ یعنی ۶ Ω (۱۰ − ۱۶) کاهش یابد.

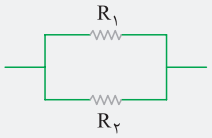
۲۷- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ مقاومت معادل دو مقاومت متوالی $R_۱$ و $R_۲$:



$$R_{eq} = R_۱ + R_۲$$

۲ مقاومت معادل دو مقاومت موازی:



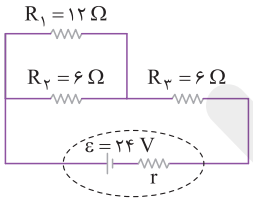
$$R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

۳ جریان الکتریکی خروجی از باتری:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$$

نیروی محرکهٔ مولد (V) ↑ — جریان الکتریکی (A) ← I — مقاومت معادل مدار (Ω) ↙ — مقاومت درونی مولد (Ω) ↘

گام در حالتی که کلید باز است (شکل (الف))، مقاومت ۳ Ω از مدار خارج می‌شود و R_1 و R_2 با هم موازی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها با R_3 متوالی است. مقاومت معادل مدار را در این حالت به دست می‌آوریم.



(الف)

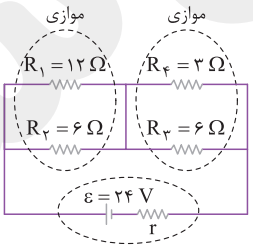
$$R_{1,2}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{12\times6}{12+6}=4\,\Omega \quad \text{موازی } R_1 \text{ و } R_2$$

$$R_{eq}=R_{1,2}+R_3=4+6=10\,\Omega \quad \text{متوالی } R_{1,2} \text{ و } R_3$$

حالا می‌توانیم جریان الکتریکی عبوری از باتری را محاسبه کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{24}{10+r}$$

گام در حالتی که کلید بسته است (شکل (ب))، مقاومت معادل مدار (R'_{eq}) را به دست می‌آوریم.



(ب)

$$R_{3,4}=\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}=\frac{3\times6}{3+6}=2\,\Omega \quad \text{موازی } R_3 \text{ و } R_4$$

$$R'_{eq}=R_{1,2}+R_{3,4}=4+2=6\,\Omega \quad \text{متوالی } R_{1,2} \text{ و } R_{3,4}$$

جریان عبوری از مولد (I') در این حالت را نیز محاسبه می‌کنیم.

$$I'=\frac{\varepsilon}{R'_{eq}+r}=\frac{24}{6+r}$$

گام از آن‌جا که مقاومت معادل مدار کاهش یافته است، پس جریان الکتریکی عبوری از باتری افزایش می‌یابد و داریم:

$$I'-I=1 \Rightarrow \frac{24}{6+r}-\frac{24}{10+r}=1 \Rightarrow \frac{24(10+r)-24(6+r)}{(6+r)(10+r)}=1$$

$$\Rightarrow \frac{240+24r-144-24r}{60+16r+r^2}=1 \Rightarrow 60+16r+r^2=96$$

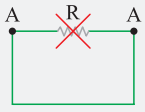
$$\Rightarrow r^2+16r-36=0 \Rightarrow (r-2)(r+18)=0 \Rightarrow r=2\,\Omega$$

۲۸- گزینه ۴

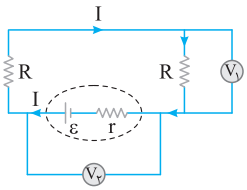
درس‌نامه ۱ محاسبهٔ اختلاف پتانسیل دو سر باتری:

مقاومت درونی مولد (Ω) ↑ — جریان الکتریکی (A) → I — اختلاف پتانسیل دو سر مولد (V) ← $V=\varepsilon-rI$ — نیروی محرکهٔ مولد (V) ↓

۲ اتصال کوتاه: اگر دو سر مقاومتی را با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل کنیم، پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت الکتریکی یکسان شده و در نتیجه اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن صفر می‌شود. در این حالت مقاومت الکتریکی اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌گردد.



گام با وصل‌کردن کلید k، مقاومت‌هایی که با آن موازی هستند اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شوند. در نتیجه مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد؛ بنابراین جریان عبوری از مدار افزایش می‌یابد.



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \xrightarrow{\downarrow R_{eq}} I \text{ افزایش می‌یابد.}$$

گام طبق روابط زیر، عددی که ولت‌سنج V_1 نشان می‌دهد، افزایش می‌یابد اما عددی که ولت‌سنج V_2 نشان می‌دهد، کاهش می‌یابد.

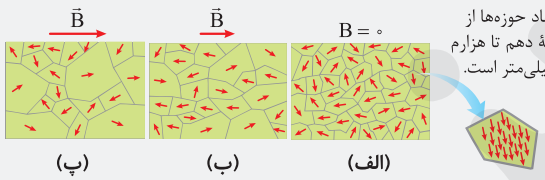
$$V_1=IR \xrightarrow[R \text{ ثابت است.}]{\uparrow I} V_1 \text{ افزایش می‌یابد.}$$

$$V_2=\varepsilon-rI \xrightarrow[\varepsilon \text{ و } r \text{ ثابت هستند.}]{\uparrow I} V_2 \text{ کاهش می‌یابد.}$$

۲۹- گزینه ۱

درس‌نامه

مواد فرومغناطیسی: اتم‌های این مواد به طور ذاتی دارای دوقطبی مغناطیسی هستند. این دوقطبی‌ها در ناحیه‌هایی که حوزه‌های مغناطیسی نامیده می‌شوند، هم‌جهت‌اند. نمونه‌ای از ساختار حوزه‌ها در مواد فرومغناطیسی در شکل‌های صفحهٔ بعد نشان داده شده است.



(پ) مادهٔ فرومغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی قوی — (ب) مادهٔ فرومغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی خارجی ضعیف — (الف) مادهٔ فرومغناطیسی در نبود میدان مغناطیسی خارجی

با افزایش اندازهٔ میدان مغناطیسی، حجم حوزه‌هایی که دوقطبی مغناطیسی آن‌ها نسبت به میدان همسو هستند، زیاد می‌شود.

مواد پارامغناطیسی: اتم‌های این مواد، خاصیت مغناطیسی دارند اما دوقطبی مغناطیسی وابسته به آن‌ها، به طور کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند *(هوزهٔ مغناطیس ندارند)*. شکل (ت)، سمت‌گیری کاتوره‌ای دوقطبی‌های مغناطیسی در یک مادهٔ پارامغناطیسی در نبود میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد.



(ت)

شکل نشان داده شده، دوقطبی‌های مغناطیسی را نشان می‌دهد که در حوزه‌های مغناطیسی هم‌جهت هستند؛ پس این دوقطبی‌های مغناطیسی مربوط به مادهٔ فرومغناطیسی است (۲ و ۳ *پَرا!*) و با توجه به اینکه حجم بعضی از حوزه‌های مغناطیسی زیاد است، پس این ماده در حضور میدان مغناطیسی خارجی ضعیف قرار دارد.

۳۰- گزینه ۳

درس‌نامه جریان القایی متوسط در پیچه یا سیملوله یا مداری که شار مغناطیسی در آن تغییر می‌کند:

$$I_{av}=-\frac{N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

جریان القایی متوسط مدار در بازه‌های زمانی داده‌شده را محاسبه می‌کنیم.

$$\left.\begin{array}{l} t_1 \text{ صفر تا } : I_{av,1} = -\dfrac{N(\frac{\Phi_\circ}{2}-\Phi_\circ)}{Rt_1} = \dfrac{N\Phi_\circ}{2Rt_1} \\ \frac{3}{2}t_1 \text{ تا } t_1 : I_{av,2} = -\dfrac{N(\frac{\Phi_\circ}{2}-\frac{\Phi_\circ}{2})}{R(\circ/\Delta t_1)} = \circ \\ 2t_1 \text{ تا } \frac{3}{2}t_1 : I_{av,3} = -\dfrac{N(\circ-\frac{\Phi_\circ}{2})}{R(\circ/\Delta t_1)} = \dfrac{N\Phi_\circ}{Rt_1} \end{array}\right\} \Rightarrow I_{av,3} = 2I_{av,1}$$

همان‌طور که می‌بینید، جریان القایی متوسط مدار در بازهٔ زمانی t_1 تا $\frac{3}{2}t_1$، دو برابر جریان القایی متوسط مدار در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 است؛ *یعنی* ۴ *درسته!* دقت کنید که جریان القایی متوسط در پیچه، سیملوله یا مداری که شار مغناطیسی در آن تغییر می‌کند، متناسب با شیب نمودار $\Phi - t$ است و چون شیب نمودار $\Phi - t$ در طی بازه‌های زمانی داده‌شده تغییر نمی‌کند، پس جریان القایی متوسط در بازهٔ زمانی مربوطه، مقداری ثابت است.

۳۱- گزینه ۲

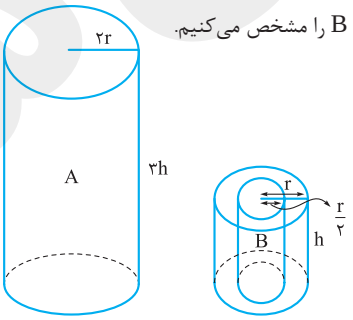
درس‌نامه چگالی: نسبت جرم به حجم مادهٔ همگن.

$$\text{چگالی } (kg/m^3) \leftarrow \rho = \frac{m \to (kg) \text{ جرم}}{V \to (m^3) \text{ حجم}}$$

◇ **حجم استوانه:**

$$\text{حجم} \leftarrow V = \underset{\text{مساحت مقطع}}{A}\ \underset{\text{ارتفاع}}{h}$$

گام ابتدا تکلیف حجم استوانه‌های A و B را مشخص می‌کنیم.



$$V_A = A_A h_A = \pi r_A^2 h_A$$

$$\xrightarrow[h_A=3h]{r_A=2r} V_A = \pi(2r)^2(3h)$$

$$= 12\pi r^2 h$$

$$V_B = A_B h_B = \pi r^2_{B_{\text{خارجی}}} h_B - \pi r^2_{B_{\text{داخلی}}} h_B$$

$$\xrightarrow[r_{B_{\text{داخلی}}}=\frac{r}{2},\ h_B=h]{r_{B_{\text{خارجی}}}=r} V_B = \pi r^2 h - \pi(\frac{r}{2})^2 h = \frac{3}{4}\pi r^2 h$$

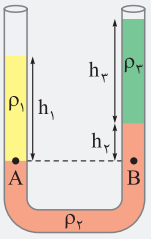
گام حالا خواستهٔ سؤال، یعنی نسبت $\frac{\rho_A}{\rho_B}$ را به دست می‌آوریم.

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$

$$\xrightarrow[V_A=12\pi r^2 h,\ V_B=\frac{3}{4}\pi r^2 h]{m_A=3m_B} \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{3\,m_B}{m_B} \times \frac{\frac{1}{4}\pi r^2 h}{12\pi r^2 h} = \frac{3}{16}$$

۳۲- گزینه ۳

درس‌نامه اگر چند مایع مخلوط‌نشدنی در یک لولهٔ U‌شکل قرار داشته باشند و از هر دو طرف با هوای آزاد در ارتباط باشند، طبق اصل هم‌فشاری در نقاط هم‌تراز در یک مایع، رابطهٔ زیر برقرار است:



$$P_A = P_B$$

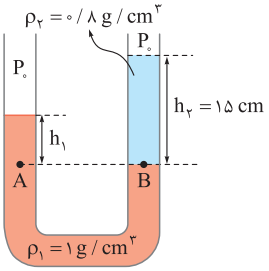
$$\Rightarrow \cancel{P_\circ} + \rho_1 g h_1 = \cancel{P_\circ} + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3$$

$$\Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3$$

$$\Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3$$

در این رابطه، مهم این است که یکاهای چگالی‌ها یکسان و یکاهای ارتفاع‌ها یکسان باشند. مثلاً ممکن است چگالی‌ها را برحسب kg/m^3 قرار بدهیم، در حالی که ارتفاع‌ها برحسب cm باشند.

اگر شیر رابط را باز کنیم، چون چگالی مایع (۱) بیشتر از چگالی مایع (۲) است $(\rho_1 > \rho_2)$، مایع (۱) در شاخهٔ سمت چپ پایین می‌آید و همان مقدار در شاخهٔ سمت راست بالا می‌رود و به صورت شکل مقابل می‌شود.



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 + P_\circ = \rho_2 g h_2 + P_\circ \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

$$\xrightarrow[\rho_2=0/8\ g/cm^3,\ h_2=15\ cm]{\rho_1=1\ g/cm^3} 1\times h_1 = \circ/8\times 15 \Rightarrow h_1 = 12\ cm$$

بنابراین اختلاف ارتفاع سطح آزاد در دو طرف لوله ۳ cm (۱۲ − ۱۵) است.

مشاوره از ظاهر سؤال نترسید! فقط نحوهٔ پرسش این سؤال کمی متفاوت است وگرنه همان‌طور که دیدید، برای حل این سؤال از روش عجیب و غریبی استفاده نکردیم.

۳۳- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ انرژی پتانسیل گرانشی: اگر جسمی با جرم m در ارتفاع h نسبت به سطح زمین قرار بگیرد، آن‌گاه انرژی پتانسیل گرانشی آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید (مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین فرض کردیم).

$$U = \underset{\text{جرم (kg)}}{m}\ g\ \underset{\text{ارتفاع (m)}}{h}$$

(g: شتاب گرانش m/s^2)

۲ انرژی جنبشی جسمی که با تندی v در حال حرکت است:

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

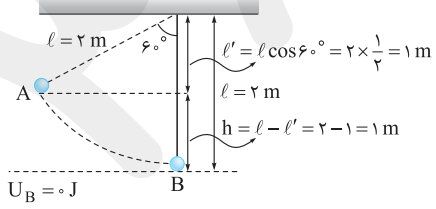
(m: جرم (kg))

۳ انرژی مکانیکی: به مجموع انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل جسم، انرژی مکانیکی می‌گوییم.

$$E = \underset{\text{انرژی جنبشی (J)}}{K} + \underset{\text{انرژی پتانسیل (J)}}{U}$$

◇ اگر اثر نیروهای اتلافی (مانند نیروی اصطکاک، نیروی مقاومت هوا و ...) در نظر گرفته نشوند، انرژی مکانیکی پایسته است.

ابتدا شکل مناسبی رسم می‌کنیم.



بیشینهٔ انرژی جنبشی وزنه هنگامی است که از نقطهٔ B می‌گذرد. با توجه به این‌که از نیروی مقاومت هوا بر روی وزنه صرف نظر شده است، پس انرژی مکانیکی وزنه پایسته است و می‌توانیم بنویسیم:

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\xrightarrow[U_B=0\ J]{K_A=0\ J,\ U_A=mgh} K_B = mgh$$

$$\xrightarrow[g=10\ m/s^2,\ h=1\ m]{m=0/2\ kg} K_B = K_{max} = \circ/2\times 10\times 1 = 2\ J$$

۳۴- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ با توجه به معادلهٔ حالت گاز کامل $(PV = nRT)$ و رابطهٔ $n = \frac{m}{M}$، برای مقایسهٔ دو حالت مختلف، رابطهٔ کلی زیر را در نظر بگیرید و هر کمیتی را که در سؤال ثابت فرض شده بود، از طرفین این رابطه حذف کنید.

$$\frac{P_1 V_1}{m_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{m_2 T_2}$$

(فشار ↑، حجم ↑، جرم ↓، دما (K) ↓)

۲ **فشار پیمانه‌ای (P_g)**: اختلاف فشار مطلق و فشار جو.

$$P_g = P - P_0$$

(P: فشار مطلق، P_0: فشار جو)

۳ **رابطهٔ بین دما برحسب درجهٔ سلسیوس و کلوین**:

$$T = \theta + 273$$

(T: دما برحسب کلوین (K)، θ: دما برحسب درجهٔ سلسیوس ($^\circ C$))

با توجه به این‌که حجم کپسول ثابت است $(V_1 = V_2)$، داریم: $\frac{P_1}{m_1 T_1} = \frac{P_2}{m_2 T_2}$

$$\xrightarrow[T_1 = 47+273 = 320\ K\ ,\ T_2 = 27+273 = 300\ K]{P_1 = 3+1 = 4\ atm\ ,\ P_2 = 2+1 = 3\ atm} \frac{4}{m_1 \times 320} = \frac{3}{m_2 \times 300}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{m_1 \times 80} = \frac{1}{m_2 \times 100} \Rightarrow m_2 = 0/8 m_1$$

$$\frac{m_2 - m_1}{m_1} \times 100 = \frac{0/8 m_1 - m_1}{m_1} \times 100 = -20\%$$

یعنی جرم گاز ۲۰ درصد کاهش یافته است.

۳۵- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ **قانون اول ترمودینامیک**: در یک فرایند ایستاوار، تغییر انرژی درونی گاز، برابر با مجموع کار انجام‌شده توسط محیط روی گاز و گرمای داده‌شده به گاز است.

$$\Delta U = Q + W$$

(Q: گرمای داده‌شده به گاز (J)، W: کار انجام‌شده روی گاز (J) → ΔU: تغییر انرژی درونی (J))

۲ **فرایند هم‌دما**: در این فرایند، دمای گاز ثابت می‌ماند و تغییر انرژی درونی آن صفر است.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q = -W$$

توجه داشته باشید که هنگام تراکم گاز، $W > 0$ و هنگام انبساط آن، $W < 0$ است.

۳ **فرایند بی‌دررو**: در این فرایند، بین گاز و محیط، گرما مبادله نمی‌شود. $Q = 0$

گام ۱ با توجه به این‌که فرایند (۱) هم‌دما است، تغییر انرژی درونی آن صفر است.

$$\Delta U_1 = Q_1 + W_1 \xrightarrow{\Delta U = 0} Q_1 = -W_1$$

از طرفی در فرایند (۱) گاز در حال تراکم است؛ بنابراین $W_1 > 0$ است.

$$Q_1 = -W_1 \xrightarrow{W_1 > 0} Q_1 < 0$$

گام ۲ فرایند (۲) بی‌دررو است؛ بنابراین $Q_2 = 0$ است.

شیمی

۳۶- گزینه ۱

اگر در آرایش الکترونی اتمی (اتم عنصر A)، بیرونی‌ترین زیرلایه، $4s^2$ باشد، آن عنصر (A) می‌تواند به گروه‌های ۲ تا ۱۲ جدول دوره‌ای در دورهٔ چهارم، به جزء گروه‌های ۶ و ۱۱ که آرایش الکترونی آن‌ها از قاعدهٔ آفبا پیروی نکرده و آرایش آن‌ها به $4s^1$ ختم می‌شود، مربوط باشد؛ یعنی می‌شه ۹ عنصر، ۱ عنصر از دستهٔ s و ۸ عنصر از دستهٔ d.

شمارهٔ گروه	۲	۳-۵	۶	۷-۱۰	۱۱	۱۲
آرایش الکترون‌های ظرفیت	$4s^2$	$3d^{(1-3)}4s^2$	$3d^5 4s^1$	$3d^{(5-8)}4s^2$	$3d^{10}4s^1$	$3d^{10}4s^2$

$_{24}Cr : [_{18}Ar]3d^5 4s^1$ ↓ $\quad$ $_{29}Cu : [_{18}Ar]3d^{10}4s^1$ ↓

بررسی گزینه‌ها: **۱** با توجه به توضیحات داده‌شده، حداقل عدد اتمی عنصر A می‌تواند مربوط به $_{20}Ca$ با آرایش الکترونی $[_{18}Ar]4s^2$ و حداکثر عدد اتمی آن می‌تواند مربوط به $_{30}Zn$ با آرایش الکترونی $[_{18}Ar]3d^{10}4s^2$ باشد.

از طرفی عنصری که آرایش الکترونی آن به $3s^1$ ختم شده است، دارای آرایش الکترونی $[_{10}Ne]3s^1$ و عدد اتمی ۱۱ (همان $_{11}Na$) است؛ بنابراین حداقل و حداکثر اختلاف اعداد اتمی عنصر A و عنصر $_{11}Na$، به ترتیب $11-9=2$ و $30-19=11$ است.

خب تا همین‌جا پاسخ تست مشخص شد، ولی بیایین گزینه‌های دیگر را هم بررسی کنیم:

۲ زیرلایهٔ 3d در ۱۰ عنصر دستهٔ d تناوب چهارم جدول، در حال پرشدن از الکترون است. دیدید که عنصر A، به‌جز دو عنصر $_{24}Cr$ و $_{29}Cu$ می‌تواند یکی از عنصرهای دستهٔ d تناوب چهارم باشد که می‌شه ۸ عنصر نه ۹تا!

۳ عناصری که آرایش الکترونی آن‌ها به $4s^2$ ختم می‌شود همگی از فلزات (فلزهای دستهٔ s و d) هستند. فلزها در تشکیل ترکیب‌های یونی شرکت می‌کنند نه مولکولی!

۴ دیدیم که فلز A می‌تواند جزء فلزهای دستهٔ s یا d جدول باشد؛ بنابراین یون پایدار آن و میزان بار آن به نوع عنصر بستگی دارد. برای مثال اگر $_{21}Sc$ را در نظر بگیریم، یون پایدار آن (+۳) است و اگر $_{20}Ca$ را در نظر بگیریم، یون پایدار آن (+۲) است یا $_{26}Fe$، هر دو یون پایدار (+۲) و (+۳) را دارد.

۳۷- گزینه ۳

در پانزدهمین عنصر دستهٔ d، زیرلایهٔ 3d کاملاً پر $(3d^{10})$ و زیرلایهٔ 4d نیمه‌پر $(4d^5)$ می‌باشد؛ بنابراین آرایش الکترونی این عنصر به صورت زیر است:

$$[_{36}Kr]4d^5 5s^2 \Rightarrow \text{عدد اتمی} = 43$$

نکته بچه‌ها حواستون باشه که در این عنصر، آرایش الکترون‌های ظرفیتی را به اشتباه $4d^5 5s^1$ ننویسید. عنصری با آرایش الکترونی $[_{36}Kr]4d^5 5s^1$، ۱۴اُمین عنصر از عناصر واسطه است نه ۱۵اُمین!

سیزدهمین عنصر دستهٔ p در جدول تناوبی، عنصری است که زیرلایه‌های 2p و 3p آن کاملاً پُر بوده و زیرلایهٔ 4p آن یک الکترون دارد $(2p^6, 3p^6, 4p^1)$؛ بنابراین آرایش الکترونی این عنصر به صورت زیر است:

$$[_{18}Ar]3d^{10}4s^2 4p^1 \Rightarrow \text{عدد اتمی} = 31$$

اختلاف عدد اتمی این دو عنصر برابر $43-31=12$ است که این عدد، عدد اتمی دومین فلز قلیایی خاکی در گروه ۲ $(_{12}Mg)$ است و نه دومین فلز قلیایی $(_{11}Na)$!

تله اگر حواستون نباشه و عنصر با آرایش الکترونی $[_{36}Kr]4d^5 5s^1$ (۱۴اُمین عنصر دستهٔ d) را به عنوان ۱۵اُمین عنصر دستهٔ d در نظر بگیرید، اختلاف عدد اتمی این عنصر با سیزدهمین عنصر دستهٔ p، برابر $42-31=11$ می‌شه که برابر عدد اتمی دومین فلز قلیایی $(_{11}Na)$ است و این عبارت رو به اشتباه درست می‌گیرید.

بررسی سایر گزینه‌ها: **۱** در دورهٔ سوم ۳ عنصر فلزی $_{11}Na$، $_{12}Mg$ و $_{13}Al$ و یک شبه‌فلز $_{14}Si$ (با رسانایی الکتریکی کم‌تر)، رسانای جریان الکتریکی هستند.

۲ در عناصر واسطهٔ دورهٔ چهارم، از میان ۱۰ عنصر، آرایش الکترونی ۲ عنصر $_{24}Cr$ و $_{29}Cu$ به $4s^1$ و بقیهٔ اتم‌ها به $4s^2$ ختم می‌شود که تعداد آن‌ها برابر ۸ خواهد بود.

۴ اگر آرایش الکترونی یون‌های A^{3+}، M^{2+} به $3p^6$ و $4s^2$ ختم شده باشد، آرایش الکترونی و عدد اتمی دو عنصر A و M به صورت زیر خواهد بود:

$$A^{3+} : \underbrace{[_{10}Ne]3s^2 3p^6}_{[_{18}Ar]} \Rightarrow A : [_{18}Ar]3d^1 4s^2$$

$$\Rightarrow \text{عدد اتمی} = 18+1+2 = 21$$

$M^{2+}: [{}_{18}Ar]3d^{10}4s^2 \Rightarrow M: [{}_{18}Ar]3d^{10}4s^24p^2$

$\Rightarrow$ عدد اتمی $= 18+10+2+2=32$

اختلاف عدد اتمی این دو عنصر برابر ۱۱ است که مربوط به عدد اتمی سدیم $({}_{11}Na)$ با رنگ شعلهٔ زردرنگ است.

مشاوره در ۴) این سؤال، آرایش الکترونی یون M^{2+} به $4s^2$ ختم شده؛ یعنی آرایش الکترونی لایهٔ ظرفیت عنصر M به صورت $4s^24p^2$ بوده و این عنصر شبه‌فلز $_{32}Ge$ است. می‌دانیم که شبه‌فلزها یون پایدار تشکیل نمی‌دهند و احتمالاً توجیه طراح محترم برای این مورد، فرض تشکیل یون ناپایدار بوده! *پی بگیم؟!*

۳۸- گزینه ۴

عبارت‌های «پ» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) در انتهای هر دورهٔ جدول تناوبی، گازهای نجیب حضور دارند ولی گاز نجیب هلیم در دورهٔ اول به آرایش هشت‌تایی نمی‌رسد.

(ب) با توجه به این‌که اغلب عناصر دارای ایزوتوپ هستند، در جدول تناوبی، برای هر عنصر، جرم اتمی میانگین قرار داده می‌شود نه عدد جرمی! (تذکر: برای $_{43}^{99}Tc$ که عنصری ساختگی است، در جدول تناوبی جرم اتمی میانگین نوشته نشده است.)

(پ) در دورهٔ چهارم جدول تناوبی، ۶ عنصر مربوط به دستهٔ p و ۲ عنصر $_{30}Zn$ و $_{29}Cu$ از دستهٔ d، به ترتیب با آرایش‌های الکترونی ظرفیتی $3d^{10}4s^2$ و $3d^{10}4s^1$، دارای زیرلایهٔ 3d پر و ۱۰ الکترونی هستند.

(ت)

نکته ۱ در یون‌های هم‌الکترون، هر چه عدد اتمی بیشتر باشد، شعاع یون کوچک‌تر است.

شعاع: $\underbrace{{}_7N^{3-} > {}_8O^{2-} > {}_9F^- > {}_{11}Na^+ > {}_{12}Mg^{2+} > {}_{13}Al^{3+}}_{\text{همگی ۱۰ الکترون دارند}}$

۲ تفاوت شعاع آنیون‌های یک دوره، خیلی ناچیز بوده و کم‌تر از تفاوت شعاع کاتیون‌های آن دوره است. به طور مثال، در دورهٔ سوم، تفاوت شعاع S^{2-} و Cl^- تنها ۳ pm $(184-181=3)$ است، در حالی که تفاوت شعاع Na^+ و Mg^{2+}، ۳۰ pm $(102-72=30)$ می‌باشد.

یون‌های پایدار نافلزات دورهٔ دوم F^-، O^{2-}، N^{3-} هستند. در آنیون‌های یک دوره، از چپ به راست، شعاع و مقدار بار یون کاهش می‌یابد. کاهش مقدار بار الکتریکی باعث کاهش چگالی بار آنیون می‌شود، در حالی که کاهش شعاع، باعث افزایش چگالی بار $\left(\text{چگالی بار} \propto \frac{\text{بار یون}}{\text{شعاع یون}}\right)$ می‌شود ولی از آن‌جا که تفاوت شعاع آنیون‌های یک دوره خیلی کم است، در این‌جا تأثیر مقدار بار از تأثیر شعاع بیشتر است؛ یعنی:

$$\downarrow \frac{\text{بار آنیون}}{\text{شعاع آنیون}} \propto \text{چگالی بار آنیون} \downarrow \xrightarrow[\text{خیلی تغییر (روند کاهشی) نمی‌کند.}]{\text{با کاهش مقدار بار آنیون در یک دوره از چپ به راست، شعاع آنیون}}$$

$\Rightarrow$ در آنیون‌های یک دوره، هرچه مقدار بار آنیون کم‌تر باشد، چگالی بار کم‌تر است.

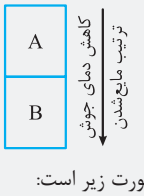
بنابراین: ${}_7N^{3-} > {}_8O^{2-} > {}_9F^-$: مقایسهٔ چگالی بار آنیون‌های پایدار نافلزات دورهٔ دوم

تیزبازی در این سؤال مثل خیلی از سؤال‌های موردی «الف»، «ب» و ...، با بررسی عبارت «الف» و «ب» به پاسخ درست می‌رسیدین و نیازی به بررسی دو عبارت چالشی بعدی نبود.

۳۹- گزینه ۴

درس‌نامه ترتیب جداشدن گازها از هوای مایع

اگر مقایسهٔ نقطهٔ جوش دو مادهٔ گازی A و B به صورت $A > B$ باشد، هنگام مایع‌کردن این دو گاز، ابتدا A که نقطهٔ جوش بالاتری دارد، مایع می‌شود، ولی اگر بخواهیم A و B مایع را به گاز تبدیل کنیم، ابتدا B که نقطهٔ جوش پایین‌تری دارد، به گاز تبدیل می‌شود.



◇ ترتیب نقطهٔ جوش چهار گاز هواکره که شما باید *بدونین* به صورت زیر است:

مقایسهٔ نقطهٔ جوش: $\underset{-269\,^\circ C}{He} < \underset{-196\,^\circ C}{N_2} < \underset{-186\,^\circ C}{Ar} < \underset{-183\,^\circ C}{O_2}$

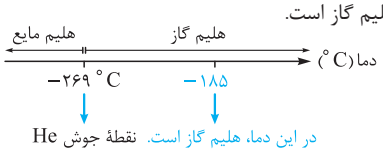
اگر نمونه‌ای از هوای مایع با دمای $-200\,^\circ C$ را وارد برج تقطیر کنیم، ترتیب جداشدن گازها *این‌طوری‌است*:

ترتیب جداشدن گازها: $\underset{(1)}{N_2} \rightarrow \underset{(2)}{Ar} \rightarrow \underset{(3)}{O_2}$

دقت کنید که دمای $-200\,^\circ C$ بالاتر از نقطهٔ جوش هلیم $(-269\,^\circ C)$ می‌باشد؛ بنابراین در هوای مایع با دمای $-200\,^\circ C$، خبری از هلیم نیست! (هر ماده‌ای بالاتر از نقطهٔ جوش خود به حالت گاز است؛ پس هلیم در دمای $-200\,^\circ C$ هم‌چنان به حالت گاز باقی می‌ماند.)

نقطهٔ جوش اکسیژن $-183\,^\circ C$، آرگون $-186\,^\circ C$ و نیتروژن $-196\,^\circ C$ است؛ بنابراین تفاوت نقطهٔ جوش اکسیژن و آرگون $(3\,^\circ C)$ از نیتروژن و آرگون $(10\,^\circ C)$ کم‌تر است.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) نقطهٔ جوش هلیم $-269\,^\circ C$ است؛ دمای $-185\,^\circ C$، بالاتر از نقطهٔ جوش هلیم بوده و در این دما، هلیم گاز است.



در این دما، هلیم گاز است. نقطهٔ جوش He

۲) نقطهٔ جوش گاز آرگون $(-186\,^\circ C)$ کم‌تر از گاز اکسیژن $(-183\,^\circ C)$ است، بنابراین با گرم‌کردن هوای مایع، ابتدا Ar که نقطهٔ جوش پایین‌تری دارد، به گاز تبدیل می‌شود.

۳) $H_2O(g)$ و $CO_2(g)$ در فرایند کاهش دما برای تهیهٔ هوای مایع با رسیدن به نقطهٔ انجماد و تصعیدشون از مخلوط گازی جدا و به حالت جامد تبدیل می‌شوند. ابتدا با کاهش دما تا $0\,^\circ C$ (نقطهٔ انجماد آب یا ذوب یخ)، رطوبت (H_2O) هوا به صورت یخ جدا می‌شود، سپس در دمای $-78\,^\circ C$ (نقطهٔ چگالش یا تصعید CO_2)، گاز کربن دی‌اکسید به حالت جامد درآمده و از مخلوط گازی جدا می‌شود.

۴۰- گزینه ۲

گام ابتدا باید ببینیم که به ازای سوختن کامل هر مول از این مواد، چند مول CO_2 حاصل می‌شود.

نکته در واکنش سوختن کامل ترکیب‌های آلی، تمام اتم‌های کربن موجود در ترکیب به CO_2 تبدیل می‌شود، بنابراین برای سرعت عمل بیشتر، نیازی به نوشتن کامل معادلهٔ موازنه‌شدهٔ سوختن نیست، کافیست ضریب ترکیب را ۱ و ضریب CO_2 را برابر با تعداد اتم‌های کربن ترکیب در نظر بگیرید: $C_xH_yO_z \rightarrow xCO_2$

با توجه به نکتهٔ بالا داریم: $1CH_4 \sim 1CO_2, 1CH_3OH \sim 1CO_2$

گام با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال، جرم و در نتیجه مول گاز CO_2 تشکیل‌شده در دو ظرف با هم برابر است؛ پس با توجه به گام اول، می‌توان دریافت که مول CH_3OH و CH_4 با هم برابر بوده و در نتیجه نسبت جرم CH_3OH به CH_4 در ابتدای فرایند برابر با نسبت جرم مولی آن‌هاست:

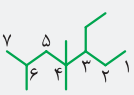
$$\frac{\text{جرم } CH_3OH}{\text{جرم } CH_4} \xrightarrow{\text{جرم مولی} \times \text{مول} = \text{جرم}} \frac{\text{جرم مولی } CH_3OH \times \text{مول } CH_3OH}{\text{جرم مولی } CH_4 \times \text{مول } CH_4} = \frac{32}{16} = 2$$

۴۱- گزینه ۳

درس‌نامه نام‌گذاری آلکان‌های شاخه‌دار

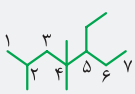
برای نام‌گذاری ساختار آلکان‌های شاخه‌دار، ابتدا باید زنجیر اصلی کربنی (طولانی‌ترین مسیر اتم‌های کربن) در آن را پیدا کرده و شماره‌گذاری این زنجیر را از سمتی انجام دهیم که از کنار هم قرار دادن شماره‌های شاخه‌های فرعی آن، عدد کوچک‌تری به دست آید:

مثال:



۳۴۴۶: شماره‌گذاری از سمت راست

نادرست



۲۴۴۵: شماره‌گذاری از سمت چپ

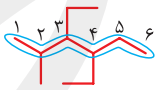
درست

در مرحلهٔ بعد، شماره و نام شاخه‌های فرعی را براساس تقدم حرف اول نام لاتین آن‌ها می‌آوریم و در نهایت نام آلکان مربوط به زنجیر اصلی را می‌نویسیم:

۵ ـ اتیل ـ ۲، ۴، ۴ ـ تری‌متیل هپتان

شفاف‌سازی یکسان‌بودن فرمول ساختاری دو ترکیب، یعنی دو ساختار یکسان بوده و مربوط به یک نوع ترکیب است.

استراتژی ابتدا ترکیب‌های «الف» تا «ت» را نام‌گذاری می‌کنیم و با توجه به نام آن‌ها دو ترکیبی که نام و در نتیجه فرمول ساختاری یکسان دارند را برای قسمت اول و ترکیبی که کم‌ترین مجموع اعداد در شاخه‌های فرعی را دارد، به عنوان جواب قسمت دوم سؤال انتخاب می‌کنیم.

(الف)  ⇐ ۳ و ۴ ـ دی‌اتیل ـ ۲ ـ متیل هگزان

مجموع اعداد شاخه‌های فرعی $= ۳+۴+۲=۹$

(ب)



۳۳۴: شماره‌گذاری از سمت چپ

درست

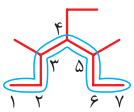


۳۴۴: شماره‌گذاری از سمت راست

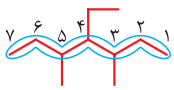
نادرست

⇐ ۳ و ۴ ـ دی‌اتیل ـ ۳ ـ متیل هگزان

مجموع اعداد شاخه‌های فرعی: $۳+۴+۳=۱۰$

(پ)  ⇐ ۴ ـ اتیل ـ ۳ و ۵ ـ دی‌متیل هپتان

مجموع اعداد شاخه‌های فرعی: $۴+۳+۵=۱۲$

(ت)  ⇐ ۴ ـ اتیل ـ ۳ و ۵ ـ دی‌متیل هپتان

مجموع اعداد شاخه‌های فرعی: $۴+۳+۵=۱۲$

تیزبازی با یه نگاه به گزینه‌ها متوجه می‌شید که کم‌ترین مجموع اعداد شاخه‌های فرعی مربوط به یکی از دو ترکیب (الف) یا (ب) است؛ بنابراین فقط با نام‌گذاری این دو ترکیب، هم جواب قسمت دوم سؤال به دست میاد و هم متوجه می‌شید که این دو ترکیب فرمول ساختاری یکسان ندارند و جواب قسمت اول سؤال رو به دست میارید.

۴۲- گزینه ۲

عبارت‌های «پ» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) اتانول، استون و هگزان، هر سه به عنوان حلال آلی در صنعت و آزمایشگاه کاربرد دارند.

(ب) $NH_۳$ و $H_۲O$ برخلاف $CO_۲$ دارای جاذبهٔ بین مولکولی از نوع پیوند هیدروژنی هستند.

(پ) کاملاً درسته! گشتاور دوقطبی، نشان‌دهندهٔ قطبیت ماده است و در شرایط یکسان با افزایش میزان آن، قدرت نیروی بین مولکولی هم افزایش پیدا می‌کند.

(ت)

نکته انحلال‌پذیری گازها در آب با دما رابطهٔ عکس و با فشار رابطهٔ مستقیم دارد.

در شرایط یکسان، به دلیل قطبیت، انحلال‌پذیری گاز قطبی NO از گاز ناقطبی $O_۲$ بیشتر است. با تغییر دما و فشار در شرایط یکسان برای هر دو گاز، میزان تغییرات انحلال‌پذیری گاز NO بیشتر از $O_۲$ خواهد بود؛ یعنی با کاهش فشار و افزایش دما که باعث کاهش انحلال‌پذیری گازها در آب می‌شود، انحلال‌پذیری NO نسبت به $O_۲$ در آب، بیشتر کاهش می‌یابد.

۴۳- گزینه ۱

گام ابتدا معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

روش موازنه به روش وارسی: $S+NaOH \rightarrow Na_۲S+Na_۲S_۲O_۳+H_۲O$

موازنه را باید با اتم هیدروژن شروع کنیم (زیرا سه اتم دیگر در بیش از ۲ ماده، ضریب مجهول دارند) و سپس اکسیژن را موازنه می‌کنیم:

$$-S+۲NaOH \rightarrow -Na_۲S+\frac{۱}{۳}Na_۲S_۲O_۳+۱H_۲O$$

برای از بین بردن ضریب کسری $(\frac{۱}{۳})$ همهٔ ضرایب معلوم را در ۳ ضرب می‌کنیم:

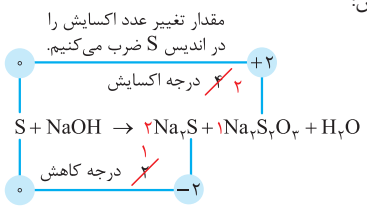
$$-S+۶NaOH \rightarrow -Na_۲S+۱Na_۲S_۲O_۳+۳H_۲O$$

در قدم بعدی با موازنهٔ Na و سپس S، موازنهٔ واکنش را تمام می‌کنیم:

$$۴S+۶NaOH \rightarrow ۲Na_۲S+Na_۲S_۲O_۳+۳H_۲O$$

روش موازنه به روش تغییر عدد اکسایش:

مقدار تغییر عدد اکسایش را در اندیس S ضرب می‌کنیم.



با توجه به تغییرات عدد اکسایش S، ضریب $Na_۲S$ را ۲ و ضریب $Na_۲S_۲O_۳$ را ۱ قرار داده و ضریب سایر مواد را مشخص می‌کنیم:

$$۴S+۶NaOH \rightarrow ۲Na_۲S+۱Na_۲S_۲O_۳+۳H_۲O$$

گام با استفاده از استوکیومتری واکنش، از حجم و غلظت محلول NaOH به جرم S می‌رسیم.

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{حجم} \times \text{غلظت مولی}}{\text{ضریب}}_{NaOH} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}_S}$$

$$\Rightarrow \frac{۰/۱ \times ۰/۳}{۶} = \frac{x}{۳۲ \times ۲} \Rightarrow x = ۰/۶۴\ g\ S$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$۳۰۰\ mL\ \text{محلول} \times \frac{۱\ L}{۱۰۰۰\ mL} \times \frac{۰/۱\ mol\ NaOH}{۱\ L\ \text{محلول}} \times \frac{۴\ mol\ S}{۶\ mol\ NaOH}$$

$$\times \frac{۳۲\ g\ S}{۱\ mol\ S} = ۰/۶۴\ g\ S$$

۴۴- گزینه ۴

درس‌نامه **نسبت درصد جرمی یا غلظت ppm اجزاء در یک محلول**

اگر در محلول یک ترکیب یونی (مانند $AB_۲$)، درصد جرمی یا ppm جزئی (مانند $A^{۲+}$ یا B^-) مشخص باشد، درصد جرمی یا ppm اجزاء دیگر از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\text{درصد جرمی یا } ppm(A^{۲+})}{\text{درصد جرمی یا } ppm(B^-)} = \frac{\text{جرم } A}{\text{جرم } B} = \frac{\text{جرم مولی } A \times \text{مول } A}{\text{جرم مولی } B \times \text{مول } B}$$

مول A و B در فرمول بالا، همان ضرایب A و B در معادلهٔ تفکیک ترکیب در آب (یا اندیس آن‌ها در فرمول شیمیایی ترکیب یونی) هستند.

مثال: در محلول کلسیم برمید $(CaBr_۲)$، نسبت غلظت ppm یون $Ca^{۲+}$ به Br^-، *این‌چوری حساب می‌شه:* (با توجه به فرمول $CaBr_۲$، به ازای هر یون $Ca^{۲+}$، ۲ یون Br^- وجود دارد.)

$$\frac{ppm(Ca^{۲+})}{ppm(Br^-)} = \frac{\text{جرم } Ca^{۲+}}{\text{جرم } Br^-} = \frac{\text{جرم مولی } Ca^{۲+} \times ۱}{\text{جرم مولی } Br^- \times ۲}$$

استراتژی اول جرم یون سولفات رو در هر یک از محلول‌های سدیم سولفات و آهن (III) سولفات محاسبه کن. بعد با توجه به مجموع جرم یون سولفات و جرم مخلوط نهایی، غلظت این یون رو برحسب ppm به دست بیار.

گام محاسبهٔ جرم یون سولفات در محلول سدیم سولفات:

روش با توجه به تعریف ppm، در $۱۰^۶$ گرم محلول سدیم سولفات $(Na_۲SO_۴)$، ۱۳۸۰ گرم Na^+ وجود دارد. حالا از روی جرم Na^+، جرم $SO_۴^{۲-}$ را در $۱۰^۶$ گرم محلول (که می‌شه ppm یون سولفات) حساب می‌کنیم:

$$\overset{۶۰}{\cancel{۱۳۸۰}}\ g\ Na^+ \times \frac{۱\ mol\ Na^+}{\overset{۲۳}{\cancel{۲۳}}\ g\ Na^+} \times \frac{۱\ mol\ SO_۴^{۲-}}{\overset{۲}{\cancel{۲}}\ mol\ Na^+} \times \frac{\overset{۴۸}{\cancel{۹۶}}\ g\ SO_۴^{۲-}}{۱\ mol\ SO_۴^{۲-}} = ۲۸۸۰\ g$$

روش با توجه به درسنامهٔ ابتدای پاسخ و نسبت غلظت ppm اجزاء در محلول Na_2SO_4 داریم:

$$\text{در محلول } Na_2SO_4 \Rightarrow \frac{ppm(Na^+)}{ppm(SO_4^{2-})} = \frac{\text{جرم مولی } 2\times Na^+}{\text{جرم مولی } 1\times SO_4^{2-}}$$

$$\Rightarrow \frac{1380}{ppm(SO_4^{2-})} = \frac{2\times 23}{96} \Rightarrow ppm(SO_4^{2-}) = \frac{1380\times 48}{23} = 2880$$

حالا جرم SO_4^{2-} را در ۱۰۰ گرم محلول به دست می‌آوریم:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times 10^6 \xrightarrow{\text{برای یون } SO_4^{2-}} 2880 = \frac{\text{جرم } SO_4^{2-}}{100}\times 10^6$$

$$\Rightarrow \text{جرم } SO_4^{2-} = 0/288\ g$$

گام محاسبهٔ جرم SO_4^{2-} در $Fe_2(SO_4)_3$:

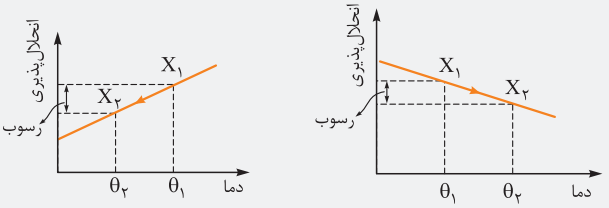
$$40\ mg\ Fe_2(SO_4)_3 \times \frac{1\ g}{1000\ mg} \times \frac{1\ mol\ Fe_2(SO_4)_3}{400\ g\ Fe_2(SO_4)_3} \times \frac{3\ mol\ SO_4^{2-}}{1\ mol\ Fe_2(SO_4)_3} \times \frac{96\ g\ SO_4^{2-}}{1\ mol\ SO_4^{2-}} = 0/0288\ g$$

گام با توجه به مجموع جرم یون سولفات و جرم محلول نهایی (با فرض سؤال، ۱۰۰ گرم) غلظت ppm یون سولفات برابر است با:

$$\text{محلول نهایی } ppm(SO_4^{2-}) = \frac{0/288 + 0/0288}{100}\times 10^6 = 3168$$

۴۵- گزینه ۱

نکته انحلال‌پذیری اغلب نمک‌ها با دما رابطهٔ مستقیم و انحلال‌پذیری برخی از آن‌ها، با دما رابطهٔ معکوس دارد. در نمک‌هایی که شیب نمودار انحلال‌پذیری ـ دمای آن‌ها صعودی است، با کاهش دما، مقداری از نمک رسوب می‌کند و در نمک‌هایی که شیب نمودار انحلال‌پذیری ـ دمای آن‌ها نزولی است، با افزایش دما، مقداری از نمک در ظرف رسوب می‌کند.



در همهٔ نمک‌های محلول در آب، نوع جاذبهٔ بین ذرات، جاذبهٔ یون ـ دوقطبی است و با تغییر دما، نوع جاذبه تغییر نمی‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۲ و ۳ اگر انحلال نمک گرماده باشد، با افزایش دما، مقداری نمک رسوب می‌کند و با اضافه‌شدن نمک بیشتر، محلول سیرشده ایجاد نمی‌شود.

۴ نمودار انحلال‌پذیری ـ دما برای برخی نمک‌ها خطی و برای برخی دیگر، غیرخطی و به صورت منحنی است. (معادلهٔ انحلال‌پذیری همهٔ نمک‌ها در آب، از رابطهٔ خط راست $(S = a\theta + b)$ تبعیت نمی‌کند.)

۴۶- گزینه ۴

شفاف‌سازی با توجه به فرمول عمومی آلکان‌ها (C_nH_{2n+2}) و آلکن‌ها (C_nH_{2n})، در مخلوط مورد نظر، یک آلکان (C_8H_{18}) و یک آلکن (C_7H_{14}) داریم. باید توجه کرد که فقط آلکن با برم واکنش می‌دهد.

گام از آن‌جایی که از بین دو هیدروکربن داده‌شده، فقط C_7H_{14} (آلکن) با برم واکنش می‌دهد، جرم C_7H_{14} را در مخلوط محاسبه می‌کنیم:

نکته هر مول آلکن با ۱ مول برم (Br_2) واکنش می‌دهد و به ترکیب سیرشدهٔ برم‌دار تبدیل می‌شود: $1C_nH_{2n} + 1Br_2 \rightarrow C_nH_{2n}Br_2$:واکنش آلکن‌ها با برم

$$C_7H_{14} + Br_2 \rightarrow C_7H_{14}Br_2$$

$$1/6\ g\ Br_2 \times \frac{1\ mol\ Br_2}{160\ g\ Br_2} \times \frac{1\ mol\ C_7H_{14}}{1\ mol\ Br_2} \times \frac{98\ g\ C_7H_{14}}{1\ mol\ C_7H_{14}} = 0/98\ g\ C_7H_{14}$$

گام با کم‌کردن جرم آلکن از جرم مخلوط داده‌شده، جرم آلکان را به دست آورده و سپس به کمک جرم‌های مولی آن‌ها، نسبت مولی خواسته‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم } C_8H_{18} = \text{جرم مخلوط} - \text{جرم } C_7H_{14} = 1/208 - 0/98 = 0/228\ g\ C_8H_{18}$$

$$\frac{\text{شمار مول‌های } C_7H_{14}}{\text{شمار مول‌های } C_8H_{18}} \xrightarrow{\text{مول}=\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}}} \frac{\frac{0/98}{98}}{\frac{0/228}{114}} = \frac{0/01}{0/002} = 5$$

۴۷- گزینه ۲

گام ابتدا معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$4C_3H_5N_3O_9(l) \rightarrow 12CO_2(g) + 10H_2O(g) + 6N_2(g) + O_2(g)$$

گام طبق قانون آووگادرو، در دما و فشار یکسان، حجم‌های یکسان از گازهای مختلف، شمار مول‌های یکسانی دارند؛ بنابراین می‌توان با توجه به حجم فراورده‌های گازی تولیدی در شرایط STP، به مول و جرم خالص مادهٔ اولیه رسید:

نکته بچه‌ها حواستون باشه که در شرایط استاندارد یا STP (فشار ۱ atm و دمای ۰ °C)، H_2O جامد است نه گاز! بنابراین نباید H_2O رو جزء فراورده‌های گازی واکنش در این شرایط در نظر بگیرید.

روش استفاده از کسر تناسب:

$$4C_3H_5N_3O_9 \sim \underbrace{19\ mol\ \text{گاز}}_{(12CO_2+6N_2+10O_2)}$$

$$\frac{\frac{\text{درصد خلوص}}{100}\times \text{جرم ناخالص}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{C_3H_5N_3O_9}} = \frac{\text{مجموع حجم گازهای تولیدی در شرایط STP}}{\underbrace{\text{مجموع ضرایب مواد گازی} \times 22/4}_{(CO_2,N_2,O_2)}}$$

نکته در مسائل استوکیومتری واکنش، در مواردی که به جای حجم یک مادهٔ گازی، مجموع یا تفاوت حجم دو مادهٔ گازی، خواسته یا داده می‌شود، کسر تناسب مربوط به حجم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\text{حجم} \rightarrow \frac{\text{مجموع حجم دو گاز}}{\text{حجم مولی گازها} \times (\text{مجموع ضرایب دو مادهٔ گازی})}$$

$$\text{حجم} \rightarrow \frac{\text{تفاوت حجم دو گاز}}{\text{حجم مولی گازها} \times |\text{تفاوت ضرایب دو مادهٔ گازی}|}$$

حجم = حجم مولی × ضریب (۲۲/۴ در شرایط STP)

$$\frac{363/2\times\frac{x}{100}}{4\times 227} = \frac{\frac{127/68}{(12+6+1)\times 22/4}}{} \Rightarrow x = \frac{4\times 227\times 30}{363/2} = \frac{300}{4} = 75\%$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

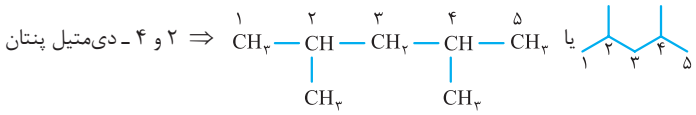
$$127/68\ L\ \text{گاز} \times \frac{1\ mol\ \text{گاز}}{22/4\ L\ \text{گاز}} \times \frac{4\ mol\ C_3H_5N_3O_9}{\underbrace{(12+6+1)\ mol\ \text{گاز}}_{CO_2,N_2,O_2}} \times \frac{227\ g\ C_3H_5N_3O_9\ \text{خالص}}{1\ mol\ C_3H_5N_3O_9} = \frac{127/6\times 4\times 227}{22/4\times 19} = 272/4\ g$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم خالص}}{\text{جرم ناخالص}}\times 100 = \frac{272/4}{363/2}\times 100 = \frac{270}{360}\times 100 = 75\%$$

۴۸- گزینه ۳

استراتژی ابتدا فرمول ساختاری یا نقطه ـ خط هیدروکربن مورد نظر را بکش و بعد حالت‌های مختلف قرارگیری اتم کلر به جای یک اتم H در هیدروکربن را در نظر بگیر، حواست باشه که موقعیت‌های یکسان رو، چند بار نشمری!

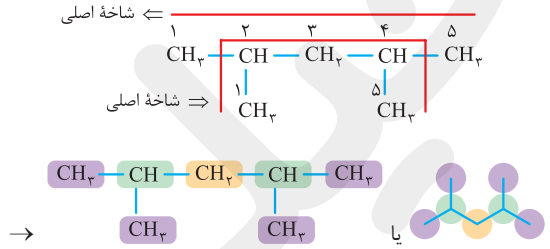
گام ۳ رسم فرمول ساختاری یا نقطه ـ خط هیدروکربن:



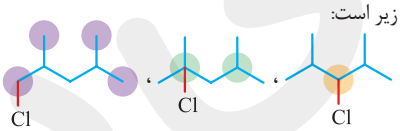
۲ و ۴ ـ دی‌متیل پنتان ⇐

گام ۴ جایگزین‌کردن ۱ اتم Cl با ۱ اتم H در ترکیب و به دست آوردن ساختارهای متفاوت (ایزومرهای) ترکیب و شمارش آن‌ها:

اگر به فرمول ساختاری این هیدروکربن دقت کنید، موقعیت ۴ گروه CH_3 در آن، با یکدیگر کاملاً یکسان است، هم‌چنین موقعیت دو گروه CH در آن هم، کاملاً یکسان می‌باشد و در نهایت یک موقعیت CH_2 هم داریم؛ بنابراین با جایگزین‌کردن ۱ اتم Cl با ۱ اتم H در هر کدام از گروه‌های CH_3، یک نوع ساختار، در هر کدام از گروه‌های CH، ۱ نوع ساختار دیگر و در گروه CH_2 هم ۱ ساختار دیگر به دست می‌آید که کلاً می‌شه ۳ ساختار متفاوت.



هر چهار گروه CH_3 با هم و هر دو گروه CH با هم، موقعیت یکسان دارند. ساختار نقطه ـ خط برای ۳ ساختار کلردار حاصل به صورت زیر است:



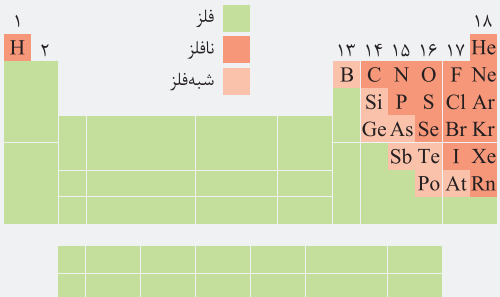
۴۹- گزینه ۱

درس‌نامه شبه‌فلزها و نافلزهای جدول تناوبی

◇ شبه‌فلزها (۸ عنصر) در جدول دوره‌ای همانند مرزی بین فلزها و نافلزها قرار دارند. عنصرهایی که در سمت راست این شبه‌فلزها قرار گرفته‌اند، نافلز و عنصرهایی که در سمت چپ این شبه‌فلزها قرار گرفته‌اند، فلز هستند (البته به‌جز هیدروژن که یک نافلز است.)

◇ اگر به جایگاه قرارگیری شبه‌فلزات در جدول تناوبی توجه کنید:

در هر یک از دوره‌های ۲ و ۳ یک شبه‌فلز و در هر یک از دوره‌های ۴، ۵ و ۶ دو شبه‌فلز قرار دارند.



شفاف‌سازی عنصر A می‌تواند یکی از نافلزهای گروه‌های ۱۴ تا ۱۷ و یا هیدروژن باشد. از آن‌جا که این عنصر نافلزی دارای فعالیت شیمیایی است، نمی‌تواند گاز نجیب باشد.

عبارت‌های «ب» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) در بین عنصرهای نافلزی گروه‌های ۱۴ تا ۱۷ فقط عنصرهای N، O و F از دورهٔ ۲ و Cl از دورهٔ ۳ گاز هستند، در هر یک از دوره‌های ۲ و ۳ جدول فقط یک شبه‌فلز وجود دارد نه دوتا!

(ب) فقط در گروه ۱۷ بیش از یک عنصر گازی وجود دارد ($_9F$ و $_{17}Cl$). حالت فیزیکی برم و ید، دو عنصر دیگر در این گروه، به ترتیب مایع و جامد است و با حالت فیزیکی عنصر گازی A که می‌تواند کلر یا فلوئور باشد، متفاوت است.

(پ) عدد اتمی آخرین شبه‌فلز گروه ۱۴ ($_{32}Ge$)، ۳۲ است. اگر عدد اتمی A از ۳۲ کوچک‌تر باشد، عنصر A در یکی از دوره‌های ۱ تا ۳ جدول است و با فلزهای واسطه که از دورهٔ چهارم جدول شروع می‌شوند، نمی‌تواند هم‌دوره باشد.

(ت) نافلزترین عنصر هر دوره، در گروه ۱۷ قرار دارد؛ بنابراین A در این عبارت متعلق به گروه ۱۷ است. با توجه به این‌که در هر گروه از بالا به پایین، خصلت نافلزی عناصر کاهش می‌یابد، برای اینکه عنصر D خاصیت نافلزی بیشتری از عنصر A داشته باشد، باید در دوره(ها)ی قبل از عنصر A قرار داشته باشد؛ بنابراین باید عدد اتمی D از A کوچک‌تر باشد.

تیزبازی مثل اکثر سؤالات موردی الف، ب و...، در این سؤال هم با بررسی دو عبارت به پاسخ می‌رسی. با مشخص‌شدن نادرستی عبارت «الف»، با توجه به گزینه‌ها، فقط باید عبارت «ب» یا «پ» رو به دلخواه بررسی کنی.

۵۰- گزینه ۴

عبارت‌های «پ» و «ت» درست‌اند.

هر دو ترکیب (a) و (b) دارای گروه عاملی آلدهیدی ($-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-H$) بوده و فرمول مولکولی آن‌ها به ترتیب C_9H_8O و C_7H_6O است.

بررسی عبارت‌ها: (الف)

نکته شمار پیوندهای اشتراکی در یک ترکیب آلی را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{\left[\begin{array}{l}(\text{۱}\times\text{تعداد اتم‌های هیدروژن یا هالوژن})+(\text{۴}\times\text{تعداد اتم‌های کربن})\\+(\text{۳}\times\text{تعداد اتم‌های نیتروژن})+(\text{۲}\times\text{تعداد اتم‌های اکسیژن})+\end{array}\right]}{\text{۲}}$$

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی در a} = \frac{\overbrace{(9\times4)}^{C}+\overbrace{(8\times1)}^{H}+\overbrace{(1\times2)}^{O}}{2} = 23$$

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی در b} = \frac{\overbrace{(7\times4)}^{C}+\overbrace{(6\times1)}^{H}+\overbrace{(1\times2)}^{O}}{2} = 18$$

$$\Rightarrow \text{تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی} = 23-18 = 5$$

$$\text{تفاوت شمار eهای اشتراکی} = 5\times2 = 10\ e$$

تله اگر در این عبارت حواستون به کلمهٔ شمار الکترون‌های اشتراکی نباشه و شمار پیوندهای اشتراکی رو در نظر بگیرید، این عبارت رو به اشتباه درست می‌گیرید.

تیزبازی در دو ترکیب غیر رادیکال پایدار مانند a و b، همواره تفاوت تعداد e اشتراکی عددی زوج است و عدد فرد ۵ *نمی‌تونه باشه!*

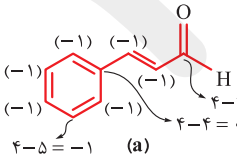
(ب) دومین عنصر خانوادهٔ آلکین‌ها (C_nH_{2n-2})، ۳ اتم کربن داشته و دارای فرمول مولکولی C_3H_4 است، ولی تفاوت جرم مولی a و b برابر با جرم مولی C_2H_2 است.

$$\underbrace{C_9H_8O}_{\text{فرمول مولکولی a}} - \underbrace{C_7H_6O}_{\text{فرمول مولکولی b}} = C_2H_2$$

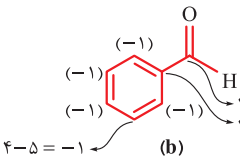
(پ) با جایگزین‌کردن گروه‌های CH_3 به جای اتم‌های H، با توجه به بیشتربودن شمار اتم‌های هیدروژن در ترکیب a (a، ۸ اتم H و b، ۶ اتم H دارند)، میزان افزایش جرم مولی a بیشتر از b خواهد بود.

(ت) همهٔ هیدروژن‌های دو ترکیب، به کربن متصل است؛ بنابراین تفاوت شمار پیوندهای $C-H$ آن‌ها با تفاوت شمار هیدروژن‌های آن‌ها برابر است: $8-6 = 2$

با توجه به عدد اکسایش اتم‌های کربن در مولکول‌های a و b، تفاوت شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش (−۱) در دو مولکول، برابر $7-5 = 2$ است.



۷ کربن با عدد اکسایش (−۱) ⇐



۵ کربن با عدد اکسایش (−۱) ⇐

تیزبازی در این سؤال، با بررسی دو عبارت «الف» و «ب» و مشخص‌شدن نادرستی آن‌ها، به پاسخ می‌رسید و نیازی به بررسی عبارت‌های زمان‌بر «پ» و «ت» نبود.

۵۱- گزینه ۱

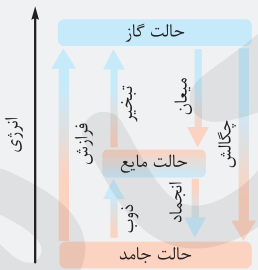
مولکول	فرمول	شمار کل اتم‌ها	شمار نوع عنصرها
سیانواتن	$C_۳H_۳N$	۷	۳
وینیل کلرید	$C_۲H_۳Cl$	۶	۳
تترافلوئورواتن	$C_۲F_۴$	۶	۲
فرمیک اسید	$HCOOH$	۵	۳
استون	$C_۳H_۶O$	۱۰	۳
پروپین	$C_۳H_۴$	۷	۲

تنها در مولکول‌های سیانواتن و تترافلوئورواتن تفاوت شمار کل اتم‌ها با شمار نوع عنصرها برابر ۴ است.

۵۲- گزینه ۳

نکته تغییر حالت‌های فیزیکی مواد خالص

تفاوت سطح انرژی یک ماده در حالت‌های مایع و گاز، بیشتر از تفاوت سطح انرژی حالت‌های جامد و مایع است؛ بنابراین برای مقدار معینی از یک مادهٔ خالص، میزان تغییر انرژی در فرایندهای تغییر حالت‌های فیزیکی، به صورت مقابل است:



$|\Delta H|$ (ذوب یا انجماد) $<$ $|\Delta H|$ (تبخیر یا میعان) $<$ $|\Delta H|$ (فرازش یا چگالش)

فرایند تصعید (فرازش) یک ماده، دشوارتر از فرایندهای تبخیر و ذوب‌کردن آن ماده است. در ضمن ΔH تبخیر با $-\Delta H$ میعان برابر است.

۵۳- گزینه ۴

استراتژی اول واکنش سوختن کامل ۱ مول گاز $H_۲$ رو بنویس. با توجه به این‌که ΔH این واکنش و آنتالپی‌های پیوند $O-H$ و $O=O$ رو داری، آنتالپی پیوند $H-H$ رو به دست بیار. حالا با داشتن آنتالپی‌های پیوند $H-Cl$ و $H-H$ به راحتی می‌تونی آنتالپی واکنش مورد نظر سؤال رو به دست بیاری.

گام ۱ معادلهٔ واکنش سوختن کامل ۱ مول $H_۲$ را می‌نویسیم و آنتالپی پیوند $H-H$ را به دست می‌آوریم:

$$H_۲(g)+\frac{۱}{۲}O_۲(g) \rightarrow H_۲O(g) \quad \Delta H=-۲۴۲\ kJ$$

نکته

$$\Delta H_{\text{واکنش}}=[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]-[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}}=[\Delta H(H-H)+\frac{۱}{۲}\Delta H(O=O)]-[۲\Delta H(O-H)]$$

$$\Rightarrow -۲۴۲=(x+\frac{۱}{۲}(۴۹۶))-(۲(۴۶۰)) \Rightarrow x=۴۳۰$$

$$\Delta H(H-H)=۴۳۰\ kJ.mol^{-۱}$$

گام ۲ با استفاده از آنتالپی‌های پیوند مواد واکنش‌دهنده و فراورده، ΔH واکنش مورد نظر سؤال را محاسبه می‌کنیم: $H_۲(g)+۲Cl(g) \rightarrow ۲HCl(g) \quad \Delta H=?$

$$\Delta H_{\text{واکنش}}=\Delta H(H-H)-(۲\Delta H(H-Cl))=۴۳۰-۲(۴۳۰)=-۴۳۰\ kJ$$

بچه‌ها دقت کنید که مواد واکنش‌دهنده در این واکنش، مولکول $H_۲$ و اتم‌های Cl هستند نه مولکول‌های $Cl_۲$! بنابراین نیازی به آنتالپی پیوند $Cl-Cl$ نداریم!

۵۴- گزینه ۲

درس‌نامه سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد و سرعت متوسط واکنش

- استوکیومتری واکنش، یعنی ارتباط کمّی میان مقدار مواد شرکت‌کننده در واکنش (واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها)، بر مبنای مول است. به عبارتی دیگر، در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش، ضرایب مواد، نسبت مولی بین مواد را نشان می‌دهند.
- سرعت مصرف یا تولید یک مادهٔ شرکت‌کننده در واکنش را می‌توان برحسب تغییر تعداد مول‌های آن در واحد زمان برای همهٔ مواد (تغییر غلظت مولی در واحد زمان، برای مواد محلول و گازی و یا تغییر حجم در واحد زمان برای مواد گازی واکنش) بیان کرد.
- سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد در یک واکنش، با ضرایب استوکیومتری آن‌ها متناسب است؛ یعنی در یک بازهٔ زمانی معین، قدرمطلق **میزان تغییرات** تعداد مول یا غلظت مواد شرکت‌کننده در واکنش، متناسب با ضرایب استوکیومتری آن‌ها است.

به طور مثال در واکنش $۲SO_۲+O_۲ \rightarrow ۲SO_۳$ خواهیم داشت:

$$\Delta n(SO_۳)=۲|\Delta n(O_۲)| \quad \text{یا} \quad \Delta[SO_۳]=۲|\Delta[O_۲]|$$

- سرعت متوسط واکنش از تقسیم سرعت متوسط تولید یا مصرف یک مادهٔ شرکت‌کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن در معادلهٔ موازنه‌شده، به دست می‌آید:

$$aA+bB \rightarrow cC+dD$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}}=\frac{\bar{R}(A)}{a}=\frac{\bar{R}(B)}{b}=\frac{\bar{R}(C)}{c}=\frac{\bar{R}(D)}{d}$$

می‌دانیم که سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد در یک واکنش با ضرایب استوکیومتری آن‌ها متناسب است. از طرفی دیگر، استوکیومتری واکنش بر مبنای مول بوده و ضرایب استوکیومتری مواد در معادلهٔ واکنش، نسبت‌های مولی آن‌ها را نشان می‌دهد؛ بنابراین اگر ضریب استوکیومتری مواد A و D در واکنش را به ترتیب a و d در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}}=\frac{\bar{R}(A)}{a}=\frac{\bar{R}(D)}{d} \Rightarrow \frac{|\frac{\Delta m}{M}(A)|}{a.\Delta t}=\frac{|\frac{\Delta m}{M}(D)|}{d.\Delta t} \begin{cases} \frac{\Delta mA}{\Delta t}=۳\frac{\Delta mD}{\Delta t} \\ M_D=\frac{۱}{۳}M_A \end{cases}$$

$$\frac{۳\ \Delta m(D)}{a.\Delta t\ .۳\ M_D}=\frac{\Delta m(D)}{d.\Delta t.M_D} \Rightarrow a=d$$

بنابراین ضرایب استوکیومتری دو مادهٔ A و D در واکنش یکسان است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) با توجه به این‌که ضرایب استوکیومتری دو مادهٔ A و D با هم برابر است، سرعت متوسط مصرف یا تولید آن‌ها با هم برابر است؛ یعنی در واحد زمان، تغییر شمار مول A و D با هم برابر می‌باشد.

۳) طبق اطلاعات سؤال، ما فقط می‌دانیم که ضرایب استوکیومتری A و D با هم برابرند، ولی نمی‌توان گفت که این ضرایب برابر ۱ هستند؛ بنابراین نمی‌توان گفت که سرعت واکنش، برابر با سرعت تغییر مول D است.

$$\bar{R}_{\text{واکنش}}=\frac{\bar{R}_D}{d}$$ ← می‌تواند ۱ یا هر عدد صحیح دیگری باشد

۴) در سؤال، هیچ داده‌ای مبنی بر این‌که هر یک از دو مادهٔ A و D مشخصاً مادهٔ اولیه یا فراورده هستند، وجود ندارد.

۵۵- گزینه ۱

آنزیم استفاده‌شده در پاک‌کننده‌ها باعث افزایش قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها می‌شود. در نتیجه سرعت فرایند پاک‌شدن لباس‌ها افزایش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۲) مخلوط صابون، آب و روغن یک مخلوط ناهمگن از نوع کلوئید است.

۳) انحلال آمونیوم نیترات در آب یک انحلال یونی محسوب می‌شود نه مولکولی!

$$NH_۴NO_۳(s) \rightarrow NH_۴^+(aq)+NO_۳^-(aq)$$

۴) فلزهای قلیایی خاکی دوره‌های ۳ و ۴ به ترتیب Mg و Ca هستند. صابون‌های منیزیم و کلسیم، در آب حل نمی‌شوند و رسوب می‌کنند. از این‌رو مخلوط آن‌ها با آب یک سوسپانسیون تشکیل می‌دهد نه کلوئید!

۵۶- گزینه ۲

درس‌نامه اضافه‌کردن اسید و باز قوی بدون خنثی‌شدن کامل!

اگر محلول اسید و باز قوی را با هم مخلوط کنیم و $n_a \cdot M_a \cdot V_a$ اسید با $n_b \cdot M_b \cdot V_b$ باز برابر نباشد، اسید و باز به طور کامل همدیگر را خنثی نمی‌کنند و مقداری از اسید یا باز باقی می‌ماند.

اسید و باز به طور کامل همدیگر را خنثی نمی‌کنند. $\Rightarrow \underset{\text{حجم محلول باز}}{V_b} \cdot \underset{\text{غلظت مولی محلول باز}}{M_b} \cdot \underset{\text{ظرفیت باز}}{n_b} \neq \underset{\text{حجم محلول اسید}}{V_a} \cdot \underset{\text{غلظت مولی محلول اسید}}{M_a} \cdot \underset{\text{ظرفیت اسید}}{n_a}$

در این‌گونه موارد، می‌توان مول H^+ یا OH^- باقی‌مانده در محلول را به صورت زیر به دست آورد:

مول H^+ یا OH^- باقی‌مانده $= |n_a \cdot M_a \cdot V_a - n_b \cdot M_b \cdot V_b|$

اگر مقدار مربوط به اسید $(n_a \cdot M_a \cdot V_a)$ بیشتر از مقدار مربوط به باز $(n_b \cdot M_b \cdot V_b)$ باشد، محیط اسیدی خواهد بود و مقدار به‌دست‌آمده از این رابطه، مول H^+ را نشان می‌دهد؛ اما اگر مقدار مربوط به باز $(n_b \cdot M_b \cdot V_b)$ بیشتر باشد، محیط بازی خواهد بود و مقدار به‌دست‌آمده، مول OH^- را نشان می‌دهد.

گام ۱ ابتدا غلظت مولی محلول NaOH را حساب می‌کنیم:

$$[NaOH] = \frac{۱/۶\ g \times \frac{۱\ mol}{۴۰\ g}}{۱\ L} = ۰/۰۴\ mol.L^{-۱}$$

گام ۲ مول H^+ یا OH^- باقی‌مانده در محلول را به دست می‌آوریم:

مول H^+ یا OH^- باقی‌مانده $= |n_a \cdot M_a \cdot V_a - n_b \cdot M_b \cdot V_b|$

$$= |(۱\times ۰/۲\times ۰/۱) - (۱\times ۰/۰۴\times ۰/۲)| = |\underbrace{۰/۰۲}_{\text{مول } H^+} - \underbrace{۰/۰۰۸}_{\text{مول } OH^-}|$$

$$\xrightarrow{\text{مول } H^+ > \text{مول } OH^-} \text{مول } H^+ \text{ باقی‌مانده} = ۰/۰۱۲\ mol$$

گام ۳ حالا با توجه به حجم نهایی محلول، $[H^+]$ و pH نهایی محلول را حساب می‌کنیم:

$$[H^+] \text{ در محلول نهایی} = \frac{\text{مول } H^+ \text{ باقی‌مانده}}{V_a + V_b + V_{آب}} = \frac{۰/۰۱۲\ mol}{\underbrace{(۰/۱+۰/۲+۰/۲)}_{۰/۵}\ L}$$

$$= ۰/۰۲۴\ mol.L^{-۱}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log(۲۴\times ۱۰^{-۳}) = ۳ - \log ۲۴ = ۳ - \log(۲^۳ \times ۳)$$

$$= ۳ - ۳\log ۲ - \log ۳ = ۳ - (۳\times ۰/۳) - ۰/۵ = ۱/۶$$

۵۷- گزینه ۳

نکته

در سلول گالوانی:
- الکترود با E° کوچک‌تر ← آند (قطب منفی) سلول
- الکترود با E° بزرگ‌تر ← کاتد (قطب مثبت) سلول

◇ در همهٔ سلول‌های الکتروشیمیایی (گالوانی و الکترولیتی)، جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از آند به کاتد بوده و در محلول(های) الکترولیت، جهت حرکت کاتیون‌ها به سمت کاتد و آنیون‌ها به سمت آند است.

◇ ولتاژ هر سلول گالوانی که به نیروی الکتروموتوری (emf) هم معروف است، همان اختلاف پتانسیل میان دو نیم‌سلول کاتد و آند می‌باشد. برای محاسبهٔ ولتاژ یک سلول گالوانی، باید E° آند را از E° کاتد کم کنیم:

$$emf = E^\circ_{سلول} = E^\circ_{(کاتد)} - E^\circ_{(آند)} = E^\circ_{(بزرگ‌تر)} - E^\circ_{(کوچک‌تر)}$$

در سلول $Fe - Pt$، الکترود Fe نقش آند و Pt نقش کاتد را ایفا می‌کند. از این‌رو آنیون‌های نیم‌سلول Pt توسط دیوارهٔ متخلخل به سمت آند یعنی الکترود Fe حرکت می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در همهٔ سلول‌های گالوانی، جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از آند به سمت کاتد است و جهت حرکت کاتیون‌ها هم در دیوارهٔ متخلخل از الکترولیت محلول آندی به سمت محلول کاتدی است.

۲) در این سلول به ازای مبادلهٔ ۲ مول الکترون ($۱۲/۰۴\times ۱۰^{۲۳}$ الکترون)، ۱ مول یا همان ۵۶ گرم از جرم آند (Fe) کم می‌شود. از این‌رو اگر ۰/۵۶ گرم که معادل ۰/۰۱ مول Fe است، از جرم آند کم شود، باید ۰/۰۲ مول الکترون که معادل $۱۲/۰۴\times ۱۰^{۲۱}$ یا $۱/۲۰۴\times ۱۰^{۲۲}$ شمار الکترون است، از مدار عبور کند.

$$۱Fe \sim ۱Pt \sim ۲\ mol\ e^-$$

۴) در سلول‌های گالوانی $E^\circ_{کاتد}$ بیشتر از $E^\circ_{آند}$ است؛ بنابراین E° این سلول، برابر است با:

$$E^\circ_{سلول} = E^\circ_{کاتد} - E^\circ_{آند} = E^\circ_{(Fe^{۲+}/Fe)} - E^\circ_{(Mn^{۲+}/Mn)}$$

$$= -۰/۴۴ - (-۱/۱۸) = ۰/۷۴\ V$$

در ضمن در سلول $Mn - Fe$، الکترود Fe (دارای E° بزرگ‌تر) نقش کاتد را داشته و کاتیون $Fe^{۲+}$ در آن کاهش می‌یابد؛ بنابراین $Fe^{۲+}$ اکسنده است.

۵۸- گزینه ۱

نکته در اسیدهای تک‌پروتون‌دار (HA) رابطهٔ درجهٔ یونش (α) و غلظت یون هیدرونیوم $([H^+])$ به صورت مقابل است:

$$\alpha = \frac{[H^+]}{M} \Rightarrow [H^+] = M.\alpha$$

(M: غلظت اولیهٔ اسید)

$$[H^+] = M.\alpha \Rightarrow M = \frac{۱\times ۱۰^{-۲}}{۱۰^{-۱/۳}} = ۱۰^{-۰/۷} = \frac{۱}{۱۰^{۰/۷}}$$

$$\xrightarrow[۱۰^{۰/۷}=۵]{\log ۵=۰/۷} X = \frac{۱}{۵} = ۰/۲\ mol.L^{-۱}$$

$$[H^+] = M.\alpha \Rightarrow M = \frac{۱\times ۱۰^{-۳}}{۱۰^{-۰/۷}} = ۱۰^{-۲/۳} = ۱۰^{-۳}\times ۱۰^{۰/۷} = ۵\times ۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow Y = ۵\times ۱۰^{-۳}\ mol.L^{-۱} \Rightarrow \frac{X}{Y} = \frac{۲\times ۱۰^{-۱}}{۵\times ۱۰^{-۳}} = ۴۰$$

۵۹- گزینه ۴

در فصل ۲ کتاب درسی شیمی دوازدهم می‌خوانیم که در سلول سوختی، آند و کاتد دارای کاتالیزگرهایی هستند که سرعت نیم‌واکنش‌های اکسایش (هیدروژن) و کاهش (اکسیژن) را افزایش می‌دهند *نه این‌که کلاً کاتالیزگر باشند!*

در مورد ۳، می‌دانیم که NaCl خالص در دمای $۸۰۱\ ^\circ C$ ذوب می‌شود و در برقکافت آن، با افزودن مقداری $CaCl_۲$ (به عنوان کمک‌ذوب) دمای ذوب آن تا حدود $۵۸۷\ ^\circ C$ پایین می‌آید. (یعنی حدود $۲۱۴ = ۸۰۱ - ۵۸۷$ (به تقریب ۲۱۵) درجهٔ سانتی‌گراد، نقطهٔ ذوب کاهش می‌یابد.) این کار از نظر اقتصادی به صرفه‌تر است؛ زیرا انرژی کم‌تری مصرف می‌شود.

مشاوره در برخی از سؤال‌های کنکورهای اخیر، عبارت‌هایی آورده شده که برای بررسی آن‌ها مستقیماً باید اعداد ذکرشده در متن یا جدول‌های کتاب درسی رو حفظ باشید، مثل نقطهٔ ذوب. متأسفانه چاره‌ای نیست جز این‌که این اعداد رو هم حفظ کنید! *پی بگیم؟!*

۶۰- گزینه ۱

درس‌نامه پیش‌بینی انجام‌پذیری یا انجام‌ناپذیری یک واکنش

در سری الکتروشیمیایی از بالا به پایین، با کاهش E° نیم‌سلول‌ها، قدرت کاهندگی گونه‌های سمت راست افزایش می‌یابد؛ بنابراین در سری الکتروشیمیایی، گونهٔ سمت راست پایین‌تر (کاهندهٔ قوی‌تر) می‌تواند با گونهٔ سمت چپ بالاتر (اکسندهٔ قوی‌تر)، واکنش دهد.

پس در این‌گونه سؤالات، اول نیم‌واکنش‌ها را به ترتیب، از E° زیاد به کم، مرتب و سپس از قاعدهٔ بالا استفاده می‌کنیم:

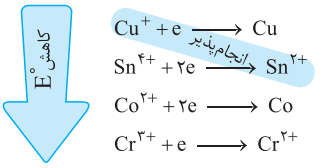
E° کاهش

$A^{۲+} + ۲e^- \longrightarrow A$

$B^{۲+} + ۲e^- \longrightarrow B$ (انجام‌پذیر)

$\Rightarrow B + A^{۲+} \longrightarrow B^{۲+} + A$

ابتدا نیم‌واکنش‌ها را به ترتیب، از E° زیاد به E° کم مرتب می‌کنیم:



با توجه به درس‌نامه، گونهٔ سمت راست پایین‌تر (کاهندهٔ قوی‌تر) می‌تواند با گونهٔ سمت چپ بالاتر (اکسندهٔ قوی‌تر) واکنش دهد نه برعکس؛ بنابراین تنها واکنش (۱) انجام‌پذیر است.

۶۱- گزینه ۲

درس‌نامه مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب‌های یونی

به طور کلی برای مقایسهٔ ΔH فروپاشی شبکهٔ ترکیب‌های یونی می‌توان از روش زیر استفاده کرد:

گام ۱ هر چه مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در یک ترکیب یونی بزرگ‌تر باشد، ΔH فروپاشی شبکهٔ آن بزرگ‌تر است.

گام ۲ اگر مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون برای دو ترکیب یونی برابر باشد، شعاع یون‌های سازندهٔ آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم؛ هر چه شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد، ΔH فروپاشی بزرگ‌تر است.

به طور کلی در مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب‌های یونی، اولویت با مقایسهٔ مجموع قدرمطلق بار یون‌های سازندهٔ ترکیب یونی است؛ بنابراین هر چه تفاوت مجموع قدرمطلق بار یون‌های سازندهٔ دو ترکیب یونی بیشتر باشد، تفاوت ΔH فروپاشی شبکهٔ بلور آن‌ها با هم بیشتر خواهد بود.

بررسی گزینه‌ها:

بیشترین اختلاف ⇒

② $LiF \Rightarrow {}^{Li^+}_{\uparrow}\ {}^{F^-}_{\uparrow} \Rightarrow 1+1=2$

$Al_2O_3 \Rightarrow {}^{\downarrow}_{Al^{3+}}\ {}^{\downarrow}_{O^{2-}} \Rightarrow 3+2=5$

① $MgO \Rightarrow {}^{Mg^{2+}}_{\uparrow}\ {}^{O^{2-}}_{\uparrow} \Rightarrow 2+2=4$

$NaCl \Rightarrow {}^{\downarrow}_{Na^+}\ {}^{\downarrow}_{Cl^-} \Rightarrow 1+1=2$

④ $AlF_3 \Rightarrow {}^{Al^{3+}}_{\uparrow}\ {}^{F^-}_{\uparrow} \Rightarrow 3+1=4$

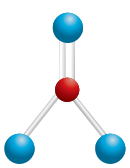
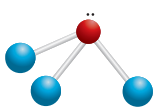
$BaCl_2 \Rightarrow {}^{\downarrow}_{Ba^{2+}}\ {}^{\downarrow}_{Cl^-} \Rightarrow 2+1=3$

③ $KCl \Rightarrow {}^{K^+}_{\uparrow}\ {}^{Cl^-}_{\uparrow} \Rightarrow 1+1=2$

$CaO \Rightarrow {}^{\downarrow}_{Ca^{2+}}\ {}^{\downarrow}_{O^{2-}} \Rightarrow 2+2=4$

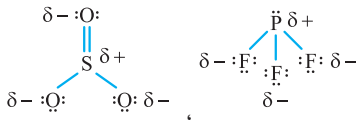
۶۲- گزینه ۴

نکته در مولکول‌های چهاراتمی با سه اتم کناری متصل به اتم مرکزی (مانند AB_3)، اگر اتم مرکزی فاقد جفت‌الکترون ناپیوندی باشد، مدل فضاپرکن یا شکل هندسی مولکول به صورت سه‌ضلعی مسطح خواهد بود و اگر اتم مرکزی دارای جفت‌الکترون ناپیوندی باشد، شکل یا مدل فضاپرکن مولکول به صورت هرم با قاعدهٔ سه‌ضلعی است.

شمار اتم‌های متصل به اتم مرکزی	شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی اتم مرکزی	شکل گونه	شکل کلی	مثال
۳	۰	سه‌ضلعی مسطح		SO_3
۳	۱	هرمی		NH_3

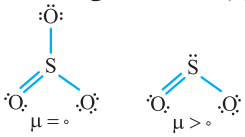
عبارت‌های «الف» و «پ» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) مثلاً اگر مولکول (آ)، PF_3 و مولکول (ب)، SO_3 باشد، بار جزئی اتم‌های مرکزی مشابه (مثبت) است.



(ب) آهن (III) کلرید یک ترکیب یونی است نه مولکولی!

(پ) اگر مولکول (ب) را SO_3 در نظر بگیریم، یک مولکول ناقطبی با گشتاور دوقطبی برابر صفر ($\mu = 0$) داریم. با کم‌کردن یک اتم O از آن، مولکول SO_2 به دست می‌آید که یک مولکول قطبی با گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر است:



(ت) خصلت نافلزی در F بیشتر از N و در O بیشتر از N است؛ بنابراین در NF_3 (نیتروژن تری‌فلوئورید)، علامت بار جزئی اتم‌های جانبی (اتم‌های F) منفی و در NO_2 (نیتروژن دی‌اکسید)، علامت بار جزئی اتم مرکزی (N) مثبت است.

۶۳- گزینه ۳

گام ۱ ابتدا تغییر جرم (کاهش جرم) هر یک از آلاینده‌ها را به واسطهٔ استفاده از کاتالیزگر محاسبه می‌کنیم:

تغییرات جرم CO $= 5/99 - 0/61 = 5/38\ g$

تغییرات جرم C_8H_{18} $= 1/67 - 0/07 = 1/60\ g$

تغییرات جرم NO $= 1/04 - 0/04 = 1/00\ g$

گام ۲ با توجه به مقادیر تغییر جرم و جرم اولیه (جرم بدون حضور کاتالیزگر) هر آلاینده، درصد کاهش جرم آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

درصد کاهش جرم CO $= \frac{5/38}{5/99} \times 100 = \frac{538}{5/99} \simeq \frac{538}{6} \simeq \%90$

درصد کاهش جرم $C_8H_{18} = \frac{1/60}{1/67} \times 100 = \frac{160}{1/67} \simeq \frac{160}{1/7} \simeq 94 \Rightarrow$ کمی بیشتر از ٪۹۴

درصد کاهش جرم NO $= \frac{1/00}{1/04} \times 100 = \frac{100}{1/04} \simeq \frac{100}{1} \Rightarrow$ کمی کم‌تر از ٪۱۰۰

گام ۳ برای قسمت دوم سؤال، باید جرم آلاینده‌ها به ازای طی یک کیلومتر مسافت با حضور کاتالیزگر را بر جرم مولی آن‌ها تقسیم کنیم تا کم‌ترین مقدار مول آلاینده را بتوانیم محاسبه کنیم که می‌شه مول C_8H_{18}.

مول CO $= 0/61\ g \times \frac{1\ mol\ CO}{28\ g\ CO} \simeq \frac{61}{30} \times 10^{-2} > 2 \times 10^{-2}$

مول C_8H_{18} $= 0/07\ g \times \frac{1\ mol\ C_8H_{18}}{114\ g\ C_8H_{18}} = \frac{7}{114} \times 10^{-2} < 0/07 \times 10^{-2}$

مول NO $= 0/04\ g \times \frac{1\ mol\ NO}{30\ g\ NO} = \frac{4}{30} \times 10^{-2} \simeq 0/13 \times 10^{-2}$

۶۴- گزینه ۱

به فرایند تبدیل مواد ساده به ترکیبات پیچیده، سنتز گفته می‌شود نه برعکس!

۶۵- گزینه ۴

I) $\underbrace{CH_4(g) + 2H_2S(g)}_{3\ \text{مول گاز}} + Q \rightleftharpoons \underbrace{CS_2(g) + 4H_2(g)}_{5\ \text{مول گاز}}$

II) $\underbrace{2CO(g) + O_2(g)}_{3\ \text{مول گاز}} \rightleftharpoons \underbrace{2CO_2}_{2\ \text{مول گاز}} + Q$

بررسی گزینه‌ها: ① طبق اصل لوشاتلیه، با افزایش فشار، تعادل در جهت مول‌های گازی کم‌تر یعنی در واکنش (I) در جهت برگشت و در واکنش (II) در جهت رفت، جابه‌جا می‌شود.

② افزایش حجم ظرف یا کاهش فشار، سبب جابه‌جایی تعادل (II) به سمت مول گازی بیشتر، یعنی واکنش برگشت و افزایش شمار مول‌های واکنش‌دهنده‌ها می‌شود نه فراورده‌ها!

۳) اولاً که ثابت تعادل (K) تنها وابسته به دماست و تغییر فشار روی مقدار K تأثیری ندارد، ثانیاً واکنش (II)، واکنشی گرماده است و افزایش دما در واکنش‌های گرماده باعث جابه‌جایی تعادل در جهت برگشت و کاهش مقدار K می‌شود نه افزایش آن!

۴) واکنش‌های (I) و (II) در جهت رفت، به ترتیب با افزایش و کاهش شمار مول‌های گازی همواره هستند؛ بنابراین تغییر یکسان حجم و در نتیجه فشار باعث جابه‌جایی این تعادل‌ها در جهت‌های متفاوت می‌شود.

ریاضیات

۶۶- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ در دنباله‌های هندسی، از تقسیم هر جمله به جملهٔ قبلی‌اش به قدرنسبت می‌رسیم؛ یعنی:

$$q=\frac{a_2}{a_1}=\frac{a_3}{a_2}=\cdots=\frac{a_n}{a_{n-1}}$$

۲) اگر قدرنسبت یک دنبالهٔ هندسی، بین ۰ و ۱ و یکی از جملاتش مثبت باشد، جمله‌هایش حتماً نزولی هستند.

گام طبق مورد (۱) درس‌نامه، نسبت جملهٔ دوم (x) به اول ($x+1$) و همین‌طور نسبت جملهٔ پنجم ($2-x$) به چهارم ($x-1$)، باید مساوی q باشد:

$$q=\underbrace{\frac{x}{x+1}}_{(*)}=\frac{2-x}{x-1}$$

گام معادلهٔ آبی‌رنگ بالا را طرفین‌وسطین می‌کنیم تا به یک معادلهٔ درجه‌دوم برسیم:

$$x(x-1)=(x+1)(2-x)\Rightarrow x^2-x=2x-x^2+2-x$$

$$\Rightarrow 2x^2-2x-2=0\Rightarrow x^2-x-1=0$$

معادلهٔ بالا را به کمک Δ حل می‌کنیم:

$$x=\frac{1\pm\sqrt{(-1)^2-4(1)(-1)}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$$

گام حالا مقادیر x را در (*) جای‌گذاری می‌کنیم تا هر دو مقدار قدرنسبت به دست بیاید:

◇ $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\Rightarrow q_1=\frac{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}{\frac{1+\sqrt{5}}{2}+1}=\frac{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}\Rightarrow q_1=\frac{1+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$

◇ $x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}\Rightarrow q_2=\frac{\frac{1-\sqrt{5}}{2}}{\frac{1-\sqrt{5}}{2}+1}=\frac{\frac{1-\sqrt{5}}{2}}{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}\Rightarrow q_2=\frac{1-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$

گام سؤال مجموع دو قدرنسبت را می‌خواهد که می‌شود:

$$q_1+q_2=\left(\frac{1+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}\right)+\left(\frac{1-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}\right)=\frac{(1+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})+(3+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})}{\underbrace{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}_{\text{مزدوج}}}$$

$$=\frac{3-\sqrt{5}+3\sqrt{5}-5+3-3\sqrt{5}+\sqrt{5}-5}{9-5}=\frac{-4}{4}=-1$$

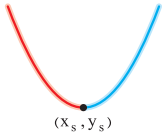
۶۷- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ در سهمی $y=Ax^2+Bx+C$، طول و عرض رأس را می‌توانیم از رابطه‌های زیر به دست بیاوریم:

طول رأس: $x_S=-\frac{B}{2A}$ ، عرض رأس: $y_S=-\frac{\Delta}{4A}$

۲) هر وقت ضریب x^2 در یک سهمی مثبت بود، دهانه‌اش رو به بالا و هر وقت منفی بود دهانه‌اش رو به پایین است.

گام همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، سهمی در تمام قسمت آبی‌رنگش صعودی است؛ پس بزرگ‌ترین بازه‌ای که این سهمی اکیداً صعودی هست، بازهٔ $[x_S,+\infty)$ است.



گام به گفتهٔ سؤال، بزرگ‌ترین بازه‌ای که سهمی در آن اکیداً صعودی هست، بازهٔ $[-0/7,+\infty)$ است. از مقایسهٔ این بازه با $[x_S,+\infty)$، نتیجه می‌گیریم که $x_S=-0/7$ می‌شود. حالا به کمک مورد (۱) درسنامه x_S را در سهمی $y=\underbrace{a}_{A}x^2+\underbrace{7}_{B}x\underbrace{-1}_{C}$ به دست می‌آوریم و مساوی $-0/7$ می‌گذاریم:

$$-\frac{B}{2A}=-0/7\Rightarrow\frac{\cancel{7}^{1}}{2a}=\frac{\cancel{7}^{1}}{10}\Rightarrow 2a=10\Rightarrow a=5$$

پس ضابطهٔ سهمی به این صورت شد: $y=\underbrace{5}_{A}x^2+\underbrace{7}_{B}x\underbrace{-1}_{C}$

گام حالا می‌توانیم به کمک مورد (۱) درس‌نامه، عرض رأس سهمی بالا را حساب کنیم:

$$y_S=-\frac{\Delta}{4A}=-\frac{7^2-4(5)(-1)}{4(5)}=-\frac{49+20}{20}=-\frac{69}{20}\times\frac{5}{5}=-\frac{345}{100}=-3/45$$

۶۸- گزینه ۳

استراتژی قبل از هر چیز شرط Δ را بررسی می‌کنیم. در ادامه شرط ریشه‌ها را به زبان نامساوی‌ها می‌نویسیم و به کمکشان دوتا عبارت مثبت می‌سازیم تا بتوانیم حاصل‌ضربشان را بزرگ‌تر از صفر بگذاریم. این‌جوری به نامعادله‌ای می‌رسیم که به کمک S و P می‌توانیم حلش کنیم.

درس‌نامه ۱ معادلهٔ درجه‌دوم $Ax^2+Bx+C=0$ به شرطی دوتا ریشه دارد که $\Delta>0$ باشد. جمع (S) و ضرب (P) این ریشه‌ها هم از این رابطه‌ها محاسبه می‌شوند:

$$S=-\frac{B}{A}\quad\text{و}\quad P=\frac{C}{A}$$

۲) در سهمی $y=Ax^2+Bx+C$، اگر ضریب x^2، یعنی A مثبت باشد، دهانهٔ سهمی رو به بالا و اگر منفی باشد، دهانهٔ سهمی رو به پایین است.

گام چون قرار است معادلهٔ $-x^2+5x+m=0$ دوتا ریشه داشته باشد، پس دلتایش بزرگ‌تر از صفر است.

$$\Delta>0\Rightarrow 5^2-4(-1)(m)>0\Rightarrow 25+4m>0\Rightarrow 4m>-25$$

$$\Rightarrow m>-\frac{25}{4}\Rightarrow m>-6/\ldots\quad(I)$$

گام فرض می‌کنیم ریشه‌های معادله α و β باشند. به گفتهٔ سؤال این ریشه‌ها کوچک‌تر از $\frac{9}{2}$ هستند، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases}\alpha<\frac{9}{2}\Rightarrow \alpha-\frac{9}{2}<0\\ \beta<\frac{9}{2}\Rightarrow \beta-\frac{9}{2}<0\end{cases}$$

گام با توجه به نامساوی‌های بالا، «$\alpha-\frac{9}{2}$» و «$\beta-\frac{9}{2}$» هر دو منفی‌اند؛ پس ضربشان باید مثبت باشد:

$$(\alpha-\tfrac{9}{2})(\beta-\tfrac{9}{2})>0\Rightarrow \alpha\beta\underbrace{-\tfrac{9}{2}\alpha-\tfrac{9}{2}\beta}_{-\frac{9}{2}(\alpha+\beta)}+\tfrac{81}{4}>0\Rightarrow P-\tfrac{9}{2}S+\tfrac{81}{4}>0\quad(*)$$

گام در ادامه به کمک درس‌نامه، S و P را در معادلهٔ $\underbrace{-1}_{A}x^2+\underbrace{5}_{B}x+\underbrace{m}_{C}=0$ به دست می‌آوریم:

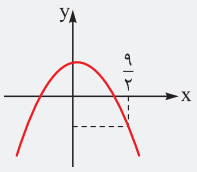
$$\begin{cases}S=-\frac{B}{A}=-\frac{5}{-1}=5\\ P=\frac{C}{A}=\frac{m}{-1}=-m\end{cases}$$

گام حالا S و P به‌دست‌آمده را در نامساوی(*) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$-m-\tfrac{9}{2}(5)+\tfrac{81}{4}>0\Rightarrow m<\tfrac{81}{4}-\underbrace{\tfrac{45}{2}}_{\frac{90}{4}}\Rightarrow m<-\tfrac{9}{4}\Rightarrow m<-2/\ldots\quad(II)$$

گام با توجه به نامساوی‌های (I) و (II) می‌توانیم بگوییم $-6/\ldots<m<-2/\ldots$ است؛ پس m چهار مقدار صحیح -6، -5، -4 و -3 را می‌تواند داشته باشد.

تیزبازی ضریب $x^۲$ در سهمی $y=-x^۲+۵x+m$ عددی منفی است، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه دهانه‌اش رو به پایین است، ریشه‌هایش هم کوچک‌تر از $\frac{q}{۲}$ اند؛ بنابراین نمودار سهمی می‌تواند به این صورت باشد:



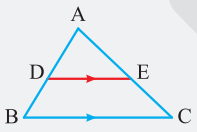
همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید؛ سهمی به ازای $\frac{۹}{۲}$ عددی منفی تحویل می‌دهد؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\underbrace{-(\frac{۹}{۲})^۲}_{-\frac{۸۱}{۴}}+۵\underbrace{(\frac{۹}{۲})}_{\frac{۴۵}{۲}}+m<۰ \Rightarrow m<\frac{۸۱}{۴}-\frac{۴۵}{۲} \Rightarrow m<-\frac{۹}{۴} \Rightarrow m<-۲/۲۵$$

ادامهٔ حل هم که مثل روش قبل است.

۶۹- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ در شکل زیر اگر DE با BC موازی باشد، می‌توانیم تناسب‌های زیر را بنویسیم:



الف) $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$ (جزءبه‌جزء)

ب) $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$ (جزءبه‌کل)

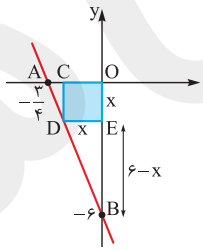
۲ اگر خطی محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول p و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض q قطع کند، معادله‌اش را می‌توانیم به این صورت بنویسیم:

$$\frac{x}{p}+\frac{y}{q}=۱$$

۳ طول قطر مربعی به ضلع x می‌شود $x\sqrt{۲}$.

روش

گام رأس‌ها را مطابق شکل نام‌گذاری می‌کنیم. چون چهارضلعی رنگی مربع است، پس ED با OC و در نتیجه با OA هم موازی است؛ بنابراین طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم در مثلث AOB تالس بنویسیم.



گام فرض می‌کنیم طول ضلع مربع x باشد. در این صورت $ED=EO=x$ و $BE=OB-OE=۶-x$ می‌شود. حالا در مثلث AOB تالس جزءبه‌کل می‌نویسیم:

$$\frac{BE}{BO}=\frac{ED}{OA} \Rightarrow \frac{۶-x}{۶}=\frac{x}{\frac{۳}{۴}} \Rightarrow \frac{۱}{۳}(۶-x)=\frac{۲}{۴}x \Rightarrow ۶-x=۸x$$

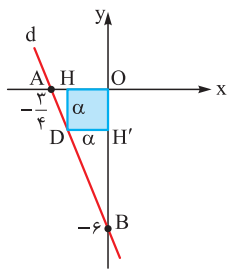
$$\Rightarrow ۹x=۶ \Rightarrow x=\frac{۶}{۹}=\frac{۲}{۳}$$

گام حالا که می‌دانیم طول ضلع مربع $\frac{۲}{۳}$ است، طبق مورد (۳) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم طول قطرش می‌شود:

$$OD=\frac{۲}{۳}\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=\frac{۲\times۲}{۳\sqrt{۲}}=\frac{۴}{۳\sqrt{۲}}$$

روش

گام مطابق شکل فرض می‌کنیم طول ضلع مربع α باشد، در این صورت طول و عرض نقطهٔ D هر دو منفی‌اند. مختصاتش به این صورت می‌شود: $D(-\alpha,-\alpha)$



گام همان‌طور که در شکل بالا می‌بینید؛ خط d محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول $-\frac{۳}{۴}$ و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به طول ۶- قطع می‌کند، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه معادله‌اش را می‌توانیم به این صورت بنویسیم:

$$d:\frac{x}{-\frac{۳}{۴}}+\frac{y}{-۶}=۱ \Rightarrow -\frac{۴}{۳}x-\frac{y}{۶}=۱$$

گام نقطهٔ $D(-\alpha,-\alpha)$ روی خط d قرار دارد، پس باید در معادله‌اش صدق کند:

$$-\frac{۴}{۳}(-\alpha)-\frac{-\alpha}{۶}=۱ \Rightarrow \frac{۴}{۳}\alpha+\frac{\alpha}{۶}=۱ \xrightarrow{\times۶} \overbrace{۸\alpha+\alpha}^{۹\alpha}=۶ \Rightarrow \alpha=\frac{۶}{۹}=\frac{۲}{۳}$$

بنابراین مختصات نقطهٔ D به صورت $D(-\frac{۲}{۳},-\frac{۲}{۳})$ می‌شود.

گام اول نکتهٔ زیر را بخوانید:

نکته فاصلهٔ نقطهٔ $A(a,b)$ از مبدأ مختصات برابر است با: $OA=\sqrt{a^۲+b^۲}$

طول قطر مربع همان فاصلهٔ نقطهٔ $D(-\frac{۳}{۴},-\frac{۳}{۴})$ از مبدأ مختصات است که طبق نکتهٔ بالا برابر می‌شود با:

$$OD=\sqrt{(-\frac{۲}{۳})^۲+(-\frac{۲}{۳})^۲}=\sqrt{۲\times(\frac{۲}{۳})^۲}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}=\frac{۴}{۳\sqrt{۲}}$$

۷۰- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ فاصلهٔ دو نقطهٔ $A(x_۱,y_۱)$ و $B(x_۲,y_۲)$ برابر است با:

$$AB=\sqrt{(x_۲-x_۱)^۲+(y_۲-y_۱)^۲}$$

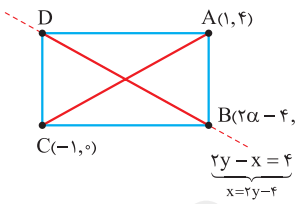
۲ شیب خط گذرنده از دو نقطهٔ $A(x_۱,y_۱)$ و $B(x_۲,y_۲)$ برابر است با:

$$m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$$

۳ دو خط با شیب‌های $m_۱$ و $m_۲$ به شرطی بر هم عمودند که ضرب شیب‌هایشان مساوی ۱-، یعنی $m_۱.m_۲=-۱$ باشد.

۴ اگر نقطه‌ای مثل A روی تابع $y=f(x)$ باشد، می‌توانیم مختصات پارامتری‌اش را به صورت $A(\alpha,f(\alpha))$ در نظر بگیریم. مثلاً اگر نقطهٔ A روی خط $y=x+۱$ قرار داشته باشد، مختصات پارامتری‌اش به صورت $A(\alpha,\alpha+۱)$ است.

گام اول شکل فرضی زیر را می‌کشیم. حواسمان هم هست که C را سمت چپ و پایین‌تر از A بگذاریم، چون هم طولش $\underbrace{۲y-x=۴}_{x=۲y-۴}$ از A کم‌تر است و هم عرضش. به گفتهٔ سؤال نقطهٔ B روی خط $\underbrace{۲y-x=۴}_{x=۲y-۴}$ قرار دارد،



پس طبق مورد (۴) درس‌نامه، می‌توانیم مختصات پارامتری‌اش را به صورت $B(۲\alpha-۴,\alpha)$ در نظر بگیریم.

گام در مستطیل، طول و عرض، یعنی BC و AB بر هم عمودند، پس طبق مورد (۳) حاصل‌ضرب شیب‌هایشان باید مساوی ۱- باشد: $m_{BC}\times m_{AB}=-۱$

گام طبق مورد (۲) درس‌نامه $m_{BC}=\frac{\alpha-۰}{(۲\alpha-۴)-(-۱)}=\frac{\alpha}{۲\alpha-۳}$ و $m_{AB}=\frac{\alpha-۴}{(۲\alpha-۴)-۱}=\frac{\alpha-۴}{۲\alpha-۵}$ است. این دو مورد را در تساوی بالا جای‌گذاری می‌کنیم تا به مقدار α برسیم:

$$\frac{\alpha}{۲\alpha-۳}\times\frac{\alpha-۴}{۲\alpha-۵}=-۱ \Rightarrow \frac{\alpha(\alpha-۴)}{(۲\alpha-۳)(۲\alpha-۵)}=-۱$$

$$\Rightarrow \alpha(\alpha-۴)=-(۲\alpha-۳)(۲\alpha-۵) \Rightarrow \alpha^۲-۴\alpha=-\underbrace{((۲\alpha)^۲-۸(۲\alpha)+۱۵)}_{۴\alpha^۲-۱۶\alpha+۱۵}$$

$$\Rightarrow \alpha^۲-۴\alpha=-۴\alpha^۲+۱۶\alpha-۱۵ \Rightarrow ۵\alpha^۲-۲۰\alpha+۱۵=۰$$

$$\xrightarrow{\div۵} \underbrace{۱}_{A}\alpha^۲\underbrace{-۴}_{B}\alpha\underbrace{+۳}_{C}=۰ \xrightarrow{A+B+C=۰} \begin{cases}\alpha=۱\\ \alpha=\frac{C}{A}=\frac{۳}{۱}\end{cases}$$

این‌جا باید حواسمان باشد که مقدار درست α را انتخاب کنیم. در شکل مورد نظر، $B(۲\alpha-۴,\alpha)$ سمت راست $C(-۱,۰)$ قرار دارد، پس طول B باید بیشتر از طول C باشد. به ازای $\alpha=۱$ این اتفاق نمی‌افتد، پس $\alpha=۳$ را انتخاب می‌کنیم.

به ازای $\alpha=۳$، نقطهٔ $B(۲\alpha-۴,\alpha)$ به این صورت می‌شود: $B(۲(۳)-۴,۳)=(۲,۳)$

گام سؤال طول مستطیل را می‌خواهد که همان فاصلهٔ نقطه‌های $B(۲,۳)$ و $C(-۱,۰)$ است. فاصلهٔ این نقاط طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌شود:

$$BC=\sqrt{\underbrace{(-۱-۲)}_{-۳}{}^۲+(۰-۳)^۲}=\sqrt{۲\times ۳^۲}=۳\sqrt{۲}$$

۷۱- گزینه ۲

درس‌نامه اگر a عددی مثبت باشد، می‌توانیم نامساوی‌های $|x|>a$ و $|x|<a$ را به صورت زیر، بدون قدرمطلق بنویسیم:

- $|x|>a \Rightarrow x>a$ یا $x<-a$
- $|x|<a \Rightarrow -a<x<a$

گام با تابع دوضابطه‌ای $f(x)=\begin{cases}۷-۳x & |x|>۱\\ -۲x & |x|<۱\end{cases}$ طرف هستیم. پس باید بفهمیم برای محاسبهٔ $f(۱+a^۲)$ و $f(-\frac{a^۲}{۱+a^۲})$ از کدام ضابطه باید استفاده کنیم.

گام اول باید حواسمان باشد که a نمی‌تواند صفر باشد، چون به ازای $a=۰$، $f(۱+a^۲)=f(۱)$ می‌شود و $x=۱$ در هیچ‌کدام از ضابطه‌ها وجود ندارد؛ بنابراین a یا مثبت است یا منفی. ما فرض می‌کنیم $a=۱$ است.

گام به ازای $a=۱$ ورودی‌های $x=-\frac{a^۲}{۱+a^۲}$ و $x=۱+a^۲$ را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases}x=-\frac{a^۲}{۱+a^۲}=-\frac{۱}{۱+۱}=-\frac{۱}{۲} \Rightarrow |x|<۱\\ x=۱+a^۲=۱+۱=۲ \Rightarrow |x|>۱\end{cases}$$

گام با توجه به نامساوی‌های بالا برای محاسبهٔ $f(-\frac{a^۲}{۱+a^۲})$ باید از ضابطهٔ پایینی $(f(x)=-۲x, |x|<۱)$ و برای محاسبهٔ $f(۱+a^۲)$ باید از ضابطهٔ بالایی $(f(x)=۷-۳x, |x|>۱)$ استفاده کنیم:

$$f(-\frac{a^۲}{۱+a^۲})=-۲(-\frac{a^۲}{۱+a^۲})=\frac{۲a^۲}{۱+a^۲}$$

$$f(۱+a^۲)=۷-۳(۱+a^۲)=۷-۳-۳a^۲=۴-۳a^۲$$

گام حالا طبق میل سؤال $f(-\frac{a^۲}{۱+a^۲})$ را مساوی $f(۱+a^۲)$ می‌گذاریم:

$$\frac{۲a^۲}{۱+a^۲}=۴-۳a^۲ \Rightarrow ۲a^۲=(۴-۳a^۲)(۱+a^۲)$$

$$\Rightarrow ۲a^۲=۴+۴a^۲-۳a^۲-۳a^۴ \Rightarrow ۳a^۴+a^۲-۴=۰$$

گام فرض می‌کنیم $a^۲=t$ باشد، در این صورت باید جای $a^۴$ در معادلهٔ بالا بنویسیم $t^۲$:

$$۳t^۲+t-۴=۰ \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب}=۰} \begin{cases}t=۱\\ t=\frac{C}{A}=-\frac{۴}{۳}\end{cases}$$

گام حالا جای tهای بالا می‌نویسیم $a^۲$:

$$\begin{cases}a^۲=-\frac{۴}{۳} \times\\ a^۲=۱ \Rightarrow a=\pm ۱ \checkmark\end{cases}$$

بنابراین اختلاف مقادیر a می‌شود $۲=(-۱)-۱$.

۷۲- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ اگر نمودار تابع $f(x)$ را بلد باشیم، می‌توانیم به کمک جدول زیر نمودار توابع $f(x\pm k)$، $f(x)\pm k$ و همین‌طور $-f(x)$ را هم بکشیم (k هم عددی مثبت است.):

ضابطهٔ تابع	روش رسم از روی $f(x)$
$f(x+k)$	نمودار $f(x)$ را k واحد به سمت چپ می‌بریم.
$f(x-k)$	نمودار $f(x)$ را k واحد به سمت راست می‌بریم.
$f(x)+k$	نمودار $f(x)$ را k واحد به سمت بالا می‌بریم.
$f(x)-k$	نمودار $f(x)$ را k واحد به سمت پایین می‌بریم.
$-f(x)$	نمودار $f(x)$ را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم.

۲ اگر f تابعی اکیداً نزولی باشد، برای $f>۰$، تابع $\sqrt{f}$ هم اکیداً نزولی خواهد بود.

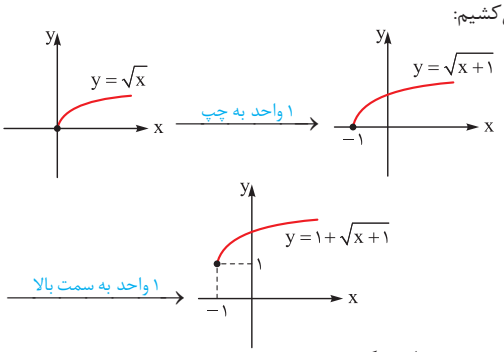
۳ اگر f تابعی اکیداً صعودی باشد، جواب‌های معادلهٔ $f(x)=x$ به ما نقاط برخورد f و $f^{-۱}$ را می‌دهد. فقط باید حواسمان باشد xهایی قابل قبول‌اند که عضو $D_f\cap D_{f^{-۱}}$ هستند.

۴ اگر تابع f با دامنهٔ $D_f=[a,\infty)$، اکیداً صعودی باشد، بردش برابر است با: $R_f=[f(a),\infty)$

۵ دامنهٔ f همان برد $f^{-۱}$ و برد f همان دامنهٔ $f^{-۱}$ است.

۶ برای پیداکردن تعداد جواب‌های معادلهٔ $f(x)=g(x)$، روش هندسی انتخابی مناسبی است. در این روش تعداد نقاط برخورد نمودارهای $f(x)$ و $g(x)$ در یک دستگاه مختصات، همان تعداد جواب‌های معادلهٔ $f(x)=g(x)$ است.

گام به کمک مورد (۱) درس‌نامه، در سه مرحله از روی نمودار $y=\sqrt{x}$، نمودار $y=۱+\sqrt{۱+x}$ را می‌کشیم:



از روی نمودار آخر، دوتا نتیجه می‌توانیم بگیریم:

- $y=۱+\sqrt{۱+x}$ اکیداً صعودی است، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، جذرش، یعنی $y=\sqrt{۱+\sqrt{۱+x}}$ هم اکیداً صعودی است.
- تابع $y=۱+\sqrt{۱+x}$، در بازهٔ $[-۱,\infty)$ تعریف شده و بزرگ‌تر از صفر هم هست؛ پس دامنهٔ تابع $f(x)=\sqrt{۱+\sqrt{۱+x}}$ هم می‌شود: $D_f=[-۱,\infty)$.

گام تابع $f(x)$ اکیداً صعودی و دامنه‌اش $D_f=[-۱,\infty)$ است، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه بردش می‌شود: $R_f=[f(-۱),\infty)$.

$f(-۱)$ هم که می‌شود $f(-۱)=\sqrt{۱+\underbrace{\sqrt{۱-۱}}_{۰}}=۱$، پس: $R_f=[۱,\infty)$

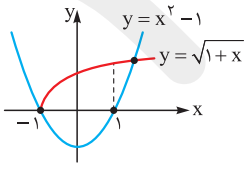
طبق مورد (۵) درس‌نامه $R_f=[۱,\infty)$ همان $D_{f^{-۱}}$ است، بنابراین: $D_{f^{-۱}}=[۱,\infty)$

گام چون $f(x)=\sqrt{۱+\sqrt{۱+x}}$ اکیداً صعودی شد، بنابراین طبق مورد (۳) درس‌نامه، تعداد جواب‌های معادلهٔ $f(x)=x$، تعداد نقاط برخورد f و $f^{-۱}$ را می‌دهد؛ پس این معادله را می‌سازیم:

$$\sqrt{۱+\sqrt{۱+x}}=x \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۱+\sqrt{۱+x}=x^۲ \Rightarrow \underbrace{\sqrt{۱+x}=x^۲-۱}_{(*)}$$

فقط باید حواسمان باشد که در معادلهٔ بالا xهایی قابل قبول‌اند که عضو $D_f\cap D_{f^{-۱}}$ باشند. $D_f=[-۱,\infty)$ و $D_{f^{-۱}}=[۱,\infty)$ شد، پس $D_f\cap D_{f^{-۱}}=[۱,\infty)$ در نتیجه باید $x\geq ۱$ باشد.

گام تعداد جواب‌های معادلهٔ (*) را می‌خواهیم، پس طبق مورد (۴) درس‌نامه، نمودار «$\underbrace{x^۲-۱}_{(x-۱)(x+۱)}$» و «$\sqrt{۱+x}$» را مثل شکل مقابل در یک دستگاه مختصات می‌کشیم تا ببینیم به ازای $x\geq ۱$ در چند نقطه همدیگر را قطع می‌کنند:



همان‌طور که می‌بینید؛ بعد از $x=۱$، یک نقطهٔ برخورد داریم، پس معادلهٔ $f(x)=x$ هم یک جواب دارد، این یعنی f و $f^{-۱}$ در یک نقطه همدیگر را قطع می‌کنند.

۷۳- گزینه ۱

درس‌نامه در دنیای لگاریتم‌ها قوانین مهم زیر برقرارند:

الف) اگر $\log_a b=c$ باشد، می‌توانیم بنویسیم: $a^c=b$

ب) جمع و تفریق دو لگاریتم با مبناهای یکسان به صورت زیر انجام می‌شود:

$$\log_a b+\log_a c=\log_a bc \quad , \quad \log_a b-\log_a c=\log_a \frac{b}{c}$$

پ) لگاریتم، توانی را که روی عبارت جلویش نشسته باشد، به عنوان ضریب به پشت خودش منتقل می‌کند؛ یعنی:

$$\log_a b^m = m\log_a b$$

گام در تساوی داده‌شده جای x^2-2x+1 می‌نویسیم $(x-1)^2$ تا به تساوی $\log(x-1)^2+3\log(1-x)=5$ برسیم. جای $(x-1)^2$ هم می‌نویسیم $(1-x)^2$:

$$\log(1-x)^2+3\log(1-x)=5$$

گام طبق مورد (پ) درس‌نامه می‌توانیم جای $3\log(1-x)$ بنویسیم $\log(1-x)^3$:

$$\log(1-x)^2+\log(1-x)^3=5$$

در سمت چپ تساوی بالا، جمع دو لگاریتم با مبناهای یکسان را داریم، پس طبق مورد (پ) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم: $\log(1-x)^2\times(1-x)^3=5 \Rightarrow \log_{10}(1-x)^5=5$

$$\xrightarrow{\text{مورد الف درس‌نامه}} (1-x)^5=10^5 \xrightarrow{\text{فرجهٔ ۵}} 1-x=10 \Rightarrow x=-9$$

گام $\log_3(-x)$ به ازای $x=-9$ می‌شود $\log_3 9$. حالا جای ۹ می‌نویسیم 3^2 تا بتوانیم به کمک مورد (پ) درس‌نامه، خواستهٔ سؤال را حساب کنیم:

$$\log_3 3^2=2\log_3 3=2\times 1=2$$

۷۴- گزینهٔ ۴

گام $\cot x$ را داریم، پس صورت و مخرج کسر $M=\frac{3\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x}$ را بر $\sin x$ تقسیم می‌کنیم تا بتوانیم به جای $\frac{\cos x}{\sin x}$ ها بنویسیم $\cot x$:

$$M=\frac{3\frac{\cos x}{\sin x}-\frac{\sin x}{\sin x}}{\frac{\cos x}{\sin x}+\frac{\sin x}{\sin x}}=\frac{3\cot x-1}{\cot x+1}$$

گام به گفتهٔ سؤال $\cot x=4$ است، پس M می‌شود:

$$M=\frac{\overset{12}{3(4)}-1}{4+1}=\frac{11}{5}\times\frac{2}{2}=\frac{22}{10}=2/2$$

تیزبازی اول نکتهٔ زیر را بخوانید:

نکته از تناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ می‌توانیم نتیجه بگیریم که $a=ck$ و $b=dk$ است. مثلاً اگر $\frac{a}{b}=\frac{3}{5}$ باشد، می‌توانیم بنویسیم: $a=3k\ ,\ b=5k$

به گفتهٔ سؤال $\cot x=4$ است، پس $\frac{\cos x}{\sin x}=\frac{4}{1}$ و در نتیجه طبق نکتهٔ بالا $\cos x=4k$ و $\sin x=k$ می‌شود. این مقادیر را در کسر $M=\frac{3\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x}$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$M=\frac{\overset{12k}{3(4k)}-k}{4k+k}=\frac{11k}{5k}=2/2$$

۷۵- گزینهٔ ۲

درس‌نامه ۱ برای از بین بردن منفی پشت کسینوس در $-\cos\alpha$، به جای α مکملش یعنی «$\pi-\alpha$» را قرار می‌دهیم. برای از بین بردن منفی پشت بقیهٔ نسبت‌های مثلثاتی هم، زاویه را قرینه می‌کنیم؛ ببینید:

$-\sin\alpha=\sin(-\alpha)$	$-\cos\alpha=\cos(\pi-\alpha)$
$-\tan\alpha=\tan(-\alpha)$	$-\cot\alpha=\cot(-\alpha)$

۲ برای حل معادلات مثلثاتی از جدول زیر استفاده می‌کنیم:

معادله	فرم کلی جواب
$\sin x=\sin\alpha$	$x=2k\pi+\alpha$ یا $x=2k\pi+(\pi-\alpha)$
$\cos x=\cos\alpha$	$x=2k\pi\pm\alpha$
$\tan x=\tan\alpha$	$x=k\pi\pm\alpha$

گام معادلهٔ $\cos(x-\frac{\pi}{3})+\cos(\frac{\pi}{6}-x)=0$ را به‌صورت $\cos(x-\frac{\pi}{3})=-\cos(\frac{\pi}{6}-x)$ می‌نویسیم. طبق مورد (۱) درس‌نامه برای از بین بردن منفی پشت کسینوس در $-\cos(\frac{\pi}{6}-x)$ باید به جای «$\frac{\pi}{6}-x$» مکملش، یعنی $\pi-(\frac{\pi}{6}-x)=\frac{5\pi}{6}+x$ را قرار بدهیم؛ این‌جوری به معادلهٔ زیر می‌رسیم:

$$\cos(x-\frac{\pi}{3})=\cos(\frac{5\pi}{6}+x)$$

گام جواب‌های معادلهٔ بالا را به کمک مورد (۲) درس‌نامه، به دست می‌آوریم:

$$x-\frac{\pi}{3}=2k\pi\pm(\frac{5\pi}{6}+x) \Rightarrow \begin{cases} x-\frac{\pi}{3}=2k\pi+\frac{5\pi}{6}+x \\ x-\frac{\pi}{3}=2k\pi-\frac{5\pi}{6}-x \end{cases}$$

گام در معادلهٔ بالایی x حذف می‌شود و جوابی ندارد، به همین خاطر فقط معادلهٔ پایینی را حل می‌کنیم:

$$x-\frac{\pi}{3}=2k\pi-\frac{5\pi}{6}-x \Rightarrow 2x=2k\pi+\underbrace{\frac{\pi}{3}-\frac{5\pi}{6}}_{-\frac{3\pi}{6}=-\frac{\pi}{2}} \Rightarrow x=k\pi-\frac{\pi}{4}$$

$$\xrightarrow[k=1,2]{x\in(0,2\pi)} x=\pi-\frac{\pi}{4}, 2\pi-\frac{\pi}{4}$$

بنابراین مجموع جواب‌ها می‌شود:

$$\text{مجموع جواب‌ها}=(\pi-\frac{\pi}{4})+(2\pi-\frac{\pi}{4})=3\pi-\frac{\pi}{2}=\frac{5\pi}{2}$$

۷۶- گزینهٔ ۴

درس‌نامه ۱ **رفع ابهام در حضور مجهول:** بعضی وقت‌ها سؤال می‌گوید $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$ مساوی یک عدد حقیقی ناصفر است، ولی با جای‌گذاری $x=a$ در عبارت جلوی حد، به $\frac{0}{0}$ و $\frac{\infty}{\infty}$ می‌رسیم. در این حالت سریعاً را هم به ازای $x=a$، مساوی صفر بگذارید. این‌جوری به یک حد $\frac{0}{0}$ می‌رسید که حاصلش بعد از رفع ابهام، برابر آن عدد حقیقی است.

۲ یکی از سریع‌ترین روش‌های رفع ابهام صفرصفر، استفاده از قاعدهٔ هوپیتال است. در این روش اول جای صورت و مخرج مشتقشان را می‌نویسیم؛ بعد حد می‌گیریم:

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} \overset{\text{Hop}}{=\!=} \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

۳ $$(\sqrt{u})'=\frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

گام به گفتهٔ سؤال $\lim_{x\to 0}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}$ مساوی عدد حقیقی و غیرصفر $\frac{1}{4}$ است. اما مخرج عبارت جلوی حد به ازای $x=0$، صفر می‌شود، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، صورت هم به ازای $x=0$ باید صفر بشود:

$$a+\sqrt{b(0)+c}=0 \Rightarrow a+\sqrt{c}=0 \Rightarrow a=-\sqrt{c} \quad (1)$$

به ازای $a=-\sqrt{c}$، حدمان به این صورت می‌شود: $\lim_{x\to 0}\frac{-\sqrt{c}+\sqrt{bx+c}}{x}$

گام با جای‌گذاری $x=0$ در عبارت جلوی حد به $\frac{0}{0}$ می‌رسیم، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، هوپیتال می‌زنیم:

$$\lim_{x\to 0}\frac{-\sqrt{c}+\sqrt{bx+c}}{x} \overset{\text{Hop}}{=\!=} \lim_{x\to 0}\frac{\frac{b}{2\sqrt{bx+c}}}{1}=\frac{b}{2\sqrt{c}}$$

گام حالا طبق میل سؤال، حد را مساوی $\frac{1}{4}$ می‌گذاریم:

$$\frac{b}{2\sqrt{c}}=\frac{1}{4} \Rightarrow b=\frac{\sqrt{c}}{2} \quad (2)$$

با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲)، مقدار $\frac{ab}{c}$ می‌شود:

$$\frac{(-\sqrt{c})(\frac{\sqrt{c}}{2})}{c}=\frac{-\frac{1}{2}c}{c}=-\frac{1}{2}$$

۷۷- گزینه ۲

درس‌نامه تابع $f(x)$ به شرطی در $x=a$ پیوسته است که حد راست و چپ و مقدارش در $x=a$ مساوی هم باشند؛ یعنی: $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = \lim\limits_{x\to a^-} f(x) = f(a)$

گام $\sqrt{x^2-4x+4}$ همان $\sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$ است، پس ضابطهٔ تابع را می‌توانیم به این صورت بنویسیم:

$$f(x)=\begin{cases}|x-2| & |x-2|\le c\\ a(x-2)^2+b(x-2) & |x-2|>c\end{cases}$$

گام در ضابطهٔ بالا $x-2$ را t می‌گیریم تا به ضابطهٔ ساده‌تر زیر برسیم:

$$f(t)=\begin{cases}|t| & |t|\le c\\ at^2+bt & |t|>c\end{cases} \Rightarrow f(t)=\begin{cases}|t| & -c\le t\le c\\ at^2+bt & t<-c \text{ یا } t>c\end{cases}$$

گام ضابطهٔ بالا و پایین $f(t)$ هر دو پیوسته‌اند، پس برای این‌که $f(t)$ پیوسته باشد، باید در نقاط مرزی $t=c$ و $t=-c$ پیوسته باشد.

شرط پیوستگی در هر دو نقطه را اعمال می‌کنیم:

◆ **پیوستگی در $t=c$**: حد راست، حد چپ و مقدار تابع در $t=c$ را حساب می‌کنیم. حواسمان هم هست که برای محاسبهٔ حد چپ و مقدار در $t=c$ از ضابطهٔ بالایی $(f(t)=|t|\,;-c\le t\le c)$ و برای محاسبهٔ حد راست از ضابطهٔ پایینی $(f(t)=at^2+t\,;t<-c \text{ یا } t>c)$ استفاده کنیم:

حد راست: $\lim\limits_{t\to c^+} f(t) = \lim\limits_{t\to c^+}(at^2+bt) = ac^2+bc$

حد چپ و مقدار: $\lim\limits_{t\to c^-} f(t) = \lim\limits_{t\to c^-}(|t|) = |c|$

حد چپ و راست و مقدار تابع در $t=c$ را مساوی هم می‌گذاریم: $ac^2+bc=|c|$

c عددی صحیح و نامنفی است، پس $|c|=c$ و در نتیجه تساوی بالا به این صورت درمی‌آید:

$$ac^2+bc=c \quad (I)$$

◆ **پیوستگی f در $t=-c$**: حد راست، حد چپ و مقدار تابع در $t=-c$ را حساب می‌کنیم. حواسمان هم هست که برای محاسبهٔ حد چپ در $t=-c$ از ضابطهٔ پایینی $(f(t)=at^2+t\,;t<-c \text{ یا } t>c)$ و برای محاسبهٔ حد چپ و مقدار از ضابطهٔ بالایی $(f(t)=|t|\,;-c\le t\le c)$ استفاده کنیم:

حد راست و مقدار: $\lim\limits_{t\to(-c)^+} f(t) = f(-c) = |-c|$

حد چپ: $\lim\limits_{t\to(-c)^-} f(t) = \lim\limits_{t\to(-c)^-}(at^2+bt) = a(-c)^2+b(-c) = ac^2-c$

حالا حد چپ و راست و مقدار تابع در $t=-c$ را مساوی هم می‌گذاریم: $ac^2-c=|-c|$

چون c عددی صحیح و نامنفی است، پس $-c\le 0$ است، بنابراین در تساوی بالا قرینهٔ $-c$، یعنی $-(-c)=c$ را از قدرمطلق خارج می‌کنیم:

$$ac^2-c=c \quad (II)$$

گام طرفین روابط (I) و (II) را با هم جمع می‌کنیم:

$$(ac^2+c)+(ac^2-c)=c+c \Rightarrow 2ac^2=2c \Rightarrow ac^2-c=0$$

$$\Rightarrow c(ac-1)=0 \Rightarrow \begin{cases}c=0\\ ac-1=0 \Rightarrow ac=1\end{cases}$$

در صورتی که $c=0$ باشد، $[ac]=[0]=0$ و در صورتی که $ac=1$ باشد، $[ac]=[1]=1$ است، پس دو مقدار برای $[ac]$ وجود دارد.

۷۸- گزینه ۱

درس‌نامه $x=a$ برای تابع f در دو حالت نقطهٔ گوشه‌ای است:

الف) f در $x=a$ پیوسته باشد. مشتق چپ و راست f در $x=a$، جفتشان موجود ولی نابرابر باشند.

ب) f در $x=a$ پیوسته باشد. از بین مشتق چپ و راست f در $x=a$، یکی موجود و دیگری نامتناهی باشد.

گام قبل از هر چیز به ضابطهٔ پایین، یعنی $f(x)=b+(x-a)^m$ توجه کنید. به گفتهٔ سؤال، m صحیح و نامنفی ($m\ge 0$) و دامنهٔ این ضابطه $x\ge a$ است؛ این یعنی برای این ضابطه $f(a)$ تعریف شده است. این‌جا دوتا محدودیت برای m درست می‌شود:

◆ **m نمی‌تواند صفر باشد**: چون اگر صفر باشد، $f(x)=b+(x-a)^0$ و در نتیجه $f(a)$ می‌شود: $f(a)=b+0^0$

0^0 هم که تعریف نشده است، پس در این حالت $f(a)$ وجود ندارد. بنابراین $m\neq 0$ است.

تا این‌جا فهمیدیم که m عددی صحیح و مثبت است؛ یعنی: $m\ge 1$

گام حالا باید بفهمیم چه نقطه‌هایی می‌توانند گوشه‌ای باشند. به ازای $x<a$، با تابع ثابت $f(x)=b$ طرف هستیم که پیوسته و مشتق‌پذیر است؛ پس به ازای $x>a$ نقطهٔ گوشه‌ای نداریم. به ازای $x>a$ هم با تابع $f(x)=b+(x-a)^m$ طرفیم که به ازای mهای صحیح بزرگ‌تر مساوی ۱، چندجمله‌ای است؛ پس پیوسته و مشتق‌پذیر هست. در نتیجه برای $x>a$ هم نقطهٔ گوشه‌ای نداریم. بنابراین تنها نقطه‌ای که ممکن است گوشه‌ای باشد، $x=a$ است.

گام اگر $x=a$ بخواهد برای f نقطهٔ گوشه‌ای باشد، طبق درس‌نامه، f باید در $x=a$ پیوسته باشد. حد چپ و راست و مقدار f در $x=a$ را حساب می‌کنیم، حواسمان هم هست که برای محاسبهٔ حد راست و مقدار از ضابطهٔ پایین و برای محاسبهٔ حد چپ از ضابطهٔ بالا استفاده کنیم:

◆ **حد راست و مقدار**: $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = \lim\limits_{x\to a^+}(b+(x-a)^m) = b+(0)^m = b+(0)^m$

◆ **حد چپ**: $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = \lim\limits_{x\to a^-}(b) = b$

حالا سه مقدار بالا را مساوی هم می‌گذاریم: $b=b+(0)^m \Rightarrow 0=(0)^m$

که چون $m\ge 1$ است، تساوی بالا همیشه برقرار است، پس تابع در $x=a$ پیوسته است.

گام حالا بیایید $m\ge 1$ را به دو قسمت تقسیم کنیم:

◆ $m=1$: در این حالت $f(x)=\begin{cases}b & x<a\\ b+(x-a)^1 & x\ge a\end{cases}$ است. از این تابع مشتق می‌گیریم و $f'_+(a)$ و $f'_-(a)$ را حساب می‌کنیم:

$$f'(x)=\begin{cases}0 & x<a\\ 1 & x\ge a\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}f'_-(a)=0\\ f'_+(a)=1\end{cases}$$

همان‌طور که می‌بینید؛ مشتق چپ و راست در این حالت هر دو موجود ولی نابرابرند، پس طبق درس‌نامه، در این حالت $x=a$ نقطهٔ گوشه‌ای است. تا این‌جا یک مقدار برای m پیدا کردیم.

◆ $m\ge 2$: در این حالت می‌توانیم m را خود ۲ در نظر بگیریم. این‌جوری $f(x)=\begin{cases}b & x<a\\ b+(x-a)^2 & x\ge a\end{cases}$ است. باز هم مشتق می‌گیریم و $f'_+(a)$ و $f'_-(a)$ را حساب می‌کنیم:

$$f'(x)=\begin{cases}0 & x<a\\ 0+2(x-a)^1 & x\ge a\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}f'_-(a)=0\\ f'_+(a)=2(a-a)=0\end{cases}$$

در این حالت مشتق چپ و راست هر دو موجود ولی برابرند، پس به ازای $m=2$ نقطهٔ گوشه‌ای نداریم. به ازای بقیهٔ عددهای صحیح بزرگ‌تر از ۲ هم همین اتفاق می‌افتد، پس کلاً برای $m\ge 2$ نقطهٔ گوشه‌ای نداریم. بنابراین در کل یک مقدار برای m پیدا شد.

۷۹- گزینه ۴

استراتژی ابتدا قدرمطلق را از بین ببرید و بعد تابع را به صورت چندضابطه‌ای بنویسید (حواستان به دامنهٔ ضابطه‌ها باشد). سپس از f مشتق بگیرید و تعداد نقاط بحرانی و اکسترمم‌ها را محاسبه کنید.

درس‌نامه ۱) برای پیداکردن دامنهٔ توابع رادیکالی به شکل $\sqrt{u}$، کافی است نامعادلهٔ $u\ge 0$ را حل کنید.

۲) به سه دسته از نقاط یک تابع، نقطهٔ بحرانی می‌گوییم:

الف) نقاط سر و ته بازه‌های بسته

ب) نقاط مشتق‌ناپذیر

پ) نقاطی که تابع در آن‌ها مشتق‌پذیر است ولی مشتق در آن‌ها برابر صفر است.

۳ برای پیداکردن نقاط بحرانی توابع رادیکالی به شکل $y=\sqrt{u}$ به این صورت عمل می‌کنیم:

الف) ابتدا دامنهٔ تابع را به دست می‌آوریم. حالا (همان‌طور که در مورد ۲ هم گفتیم) نقاط سر و ته بازه‌های بسته، بحرانی هستند.

ب) سپس از تابع مشتق می‌گیریم. حالا ریشه‌هایی از صورت و مخرج مشتق که در دامنه هستند هم بحرانی می‌شوند.

۴ برای پیداکردن اکسترم‌های نسبی یک تابع، ابتدا از آن مشتق می‌گیریم و سپس تعیین علامت می‌کنیم؛ حالا هر جا که علامت مشتق از مثبت به منفی تغییر کرد ماکزیمم نسبی و هر جا که علامت مشتق از منفی به مثبت تغییر کرد مینیمم نسبی داریم. برای مثال اگر جدول تعیین علامت مشتق یک تابع به صورت زیر باشد، داریم:

a		b		c		d	
+		+		−		−	+
↗		↗	max نسبی	↘		↘	min نسبی ↗

گام ابتدا f را به صورت دوضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x)=\sqrt{x|x|-x}=\sqrt{x(|x|-1)} \Rightarrow f(x)=\begin{cases}\sqrt{x(x-1)} & x>0\\ \sqrt{x(-x-1)} & x\le 0\end{cases}$$

گام حالا دامنهٔ هر ضابطه را بررسی می‌کنیم:

$$\sqrt{x(x-1)} \Rightarrow x(x-1)\ge 0 \xrightarrow{\text{جدول تعیین علامت}} \begin{array}{ccccc} & & 0 & & 1\\ + & & | & - & | & +\end{array}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک با } x>0} x\in[1,\infty)$$

$$\sqrt{x(-x-1)} \Rightarrow x(-x-1)\ge 0 \xrightarrow{\text{جدول تعیین علامت}} \begin{array}{ccccc} & & -1 & & 0\\ - & & | & + & | & -\end{array}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک با } x\le 0} x\in[-1,0]$$

پس ضابطهٔ f به این صورت شد:

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x(x-1)} & x\ge 1\\ \sqrt{x(-x-1)} & -1\le x\le 0\end{cases}$$

گام اول به دنبال نقاط بحرانی می‌گردیم.

$\{-1,0,1\}$ که طول نقاط بحرانی‌اند، چون سر و ته بازهٔ بسته هستند. حالا از هر ضابطه هم مشتق می‌گیریم و صورت و مخرج آن را برابر صفر قرار می‌دهیم تا طول مابقی نقاط بحرانی به دست آید:

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2-x} & x\ge 1\\ \sqrt{-x^2-x} & -1\le x\le 0\end{cases}$$

$$\sqrt{x^2-x} \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}} \Rightarrow \begin{cases}x=\frac{1}{2} & \text{ریشهٔ صورت}\\ x=0,1 & \text{ریشه‌های مخرج}\end{cases}$$

اما دقت کنید $x=\frac{1}{2}$ قبول نیست، چون دامنه $\sqrt{x^2-x}$ برابر $x\ge 1$ بود.

$$\sqrt{-x^2-x} \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}} \Rightarrow \begin{cases}x=-\frac{1}{2} & \text{ریشهٔ صورت}\\ x=0,-1 & \text{ریشه‌های مخرج}\end{cases}$$

بنابراین در کل طول نقاط بحرانی برابر $\{-1,0,-\frac{1}{2},1\}$ است، یعنی تابع ۴ نقطهٔ بحرانی دارد و $k=4$ می‌شود.

گام حالا مشتق تابع را تعیین علامت می‌کنیم تا طول نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی هم به دست آیند. دقت کنید همان‌طور که در گام ۳ دیدیم، در بازهٔ $[-1,0]$ ضابطهٔ تابع به صورت $\sqrt{-x^2-x}$ و ضابطهٔ مشتق آن به صورت $\frac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}}$ است.

برای تعیین علامت $\frac{-2x-1}{2\sqrt{-x^2-x}}$ در بازهٔ $[-1,0]$ توجه کنید که مخرج همواره مثبت است (چون رادیکال با فرجهٔ ۲ است) و کافی است صورت را تعیین علامت کنیم:

$$-2x-1 \xrightarrow[\text{در بازهٔ } [-1,0]]{\text{جدول تعیین علامت}} \begin{array}{ccccc} & & -1 & & -\frac{1}{2} & & 0\\ & & | & + & | & - & |\\ & \nearrow & & & \max & \searrow & \\ & & & & \text{نسبی} & & \end{array}$$

علامت مشتق از مثبت به منفی تغییر کرد، پس $x=-\frac{1}{2}$ طول نقطهٔ ماکزیمم نسبی است.

$x(x+1)$

گام در بازهٔ $[1,\infty)$ هم ضابطهٔ تابع به صورت $\sqrt{x^2-x}$ و ضابطهٔ مشتق آن به صورت $\frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}}$ است. مشابه حالت قبلی کافی است علامت $(2x-1)$ در بازهٔ $[1,\infty)$ را به دست آوریم:

$$2x-1 \xrightarrow[\text{در بازهٔ } [1,\infty)]{\text{جدول تعیین علامت}} \begin{array}{ccccc} & & \frac{1}{2} & & 1\\ & & | & + & |\end{array}$$

علامت مشتق همواره مثبت است، پس در این بازه اکسترمم نسبی نداریم.

گام پس تابع فقط ۱ نقطهٔ ماکزیمم نسبی و صفر نقطهٔ مینیمم نسبی دارد، یعنی $m=1$ و $n=0$ و بنابراین:

$$\frac{km+n}{k-n}=\frac{4(1)-0}{4-0}=\frac{4}{4}=1$$

۸۰- گزینه ۱

گام کاپیتان باید اول یا دوم یا سوم باشد تا بازیکنان بیشتری «بعد» از او وارد شوند:

$$\underbrace{xxxxx}_{\text{بعد}}\boxed{c} \quad \text{یا} \quad \underbrace{xxxx}_{\text{بعد}}\boxed{c}x \quad \text{یا} \quad \underbrace{xxx}_{\text{بعد}}\boxed{c}xx$$

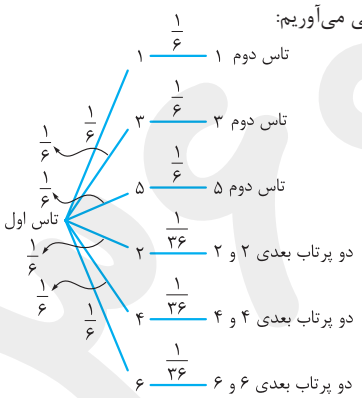
گام با مشخص‌شدن جای کاپیتان، برای ۵ نفر دیگر در هر حالت $5!$ جایگشت داریم.

گام بنابراین طبق اصل جمع تعداد حالت‌ها برابر است با: $5!+5!+5!=120\times 3=360$

۸۱- گزینه ۲

گام صورت سؤال می‌گوید اگر تاس ۱ یا ۳ یا ۵ بیاید ۱ بار دیگر و اگر ۲ یا ۴ یا ۶ بیاید دو بار دیگر پرتاب می‌کنیم. هدف این است که تمام ارقام روشده (دوتا یا سه‌تا) یکسان باشند.

گام سناریوی سؤال را در نمودار درختی می‌آوریم:

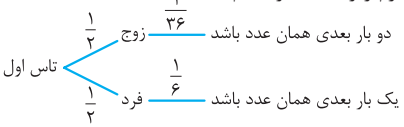


گام طبق فرمول احتمال کل، احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P=(\frac{1}{6}\times\frac{1}{6})+(\frac{1}{6}\times\frac{1}{6})+(\frac{1}{6}\times\frac{1}{6})+(\frac{1}{6}\times\frac{1}{36})+(\frac{1}{6}\times\frac{1}{36})+(\frac{1}{6}\times\frac{1}{36})$$

$$=(3\times\frac{1}{36})+(3\times\frac{1}{216})=\frac{1}{12}+\frac{1}{72}=\frac{6+1}{72}=\frac{7}{72}$$

البته می‌توانستیم نمودار درختی را به فرم زیر خلاصه‌تر کنیم:



که باز هم جواب می‌شود:

$$P=\frac{1}{2}\times\frac{1}{36}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{7}{72}$$

۸۲- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ واریانس n دادهٔ x_1، x_2، ... و x_n با میانگین $\bar{x}$، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2}{n}$$

۲ هر وقت از بین تعدادی داده یکی از آن‌ها را حذف کنیم ولی هم‌چنان میانگین داده‌ها تغییری نکند، آن عدد حذف‌شده حتماً با میانگین برابر است.

گام صورت سؤال می‌گوید در دستهٔ اول ۴ داده b، c، d و e و در دستهٔ دوم ۵ دادهٔ b، c، d، e و a داریم.

گام چون میانگین دو دسته برابر است، باید تنها دادهٔ متفاوت یعنی a، برابر میانگین باشد:

$$a = \frac{b+c+d+e}{4}$$

گام فرمول محاسبهٔ واریانس‌ها را می‌نویسیم:

$$\sigma^2_{\text{اول}} = \overbrace{\frac{(b-a)^2+(c-a)^2+(d-a)^2+(e-a)^2}{4}}^{\text{اسم این را S بگذاریم.}} = \frac{S}{4}$$

$$\sigma^2_{\text{دوم}} = \frac{(b-a)^2+(c-a)^2+(d-a)^2+(e-a)^2+(a-a)^2}{5} = \frac{S+0}{5} = \frac{S}{5}$$

پس داریم: $\frac{\sigma^2_{\text{اول}}}{\sigma^2_{\text{دوم}}} = \frac{5}{4}$

گام سؤال گفته $\sigma^2_{\text{اول}} = \sigma^2_{\text{دوم}} + 1$، پس با توجه به نسبت $\frac{5}{4}$ که پیدا کردیم داریم:

$\sigma^2_{\text{اول}} = 5$ و $\sigma^2_{\text{دوم}} = 4$ (و اگر حساس هستید $S = 20$)

گام پس داریم: $\sigma_{\text{اول}} = \sqrt{5}$ یعنی انحراف معیار دستهٔ اول $\sqrt{5}$ است.

۸۳- گزینه ۲

روش **گام** حداقل یک پنالتی گل می‌شود یعنی هر دو خراب نشوند.

پس با استفاده از متمم داریم: $P(\text{حداقل یک گل}) = 1 - P(\text{هر دو خراب})$

گام شانس خراب‌کردن پنالتی اول $\frac{20}{100} = 1 - \frac{80}{100}$ است و اگر پنالتی اول را گل نکند شانس خراب‌کردن دومی $\frac{50}{100} = 1 - \frac{50}{100}$ است. پس طبق قاعدهٔ ضرب احتمال، شانس خراب‌کردن هر دو پنالتی $0/1 = 0/5 \times 0/2$ است.

گام جواب می‌شود: $1 - 0/1 = 0/9$

روش **گام** اگر اصرار بر محاسبهٔ مستقیم داشته باشیم، سه حالت را در نظر می‌گیریم: اولی گل و دومی گل یا اولی خراب و دومی گل یا اولی گل و دومی خراب

گام با توجه به اعداد سؤال داریم:

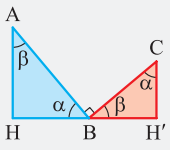
$$P(\text{حداقل یک گل}) = \underbrace{0/4}_{\text{دومی خراب}} \times \underbrace{0/8}_{\text{اولی گل}} + \underbrace{0/2}_{\text{اولی خراب}} \times \underbrace{0/5}_{\text{دومی گل}} + \underbrace{0/8}_{\text{اولی گل}} \times \underbrace{0/6}_{\text{دومی گل}}$$

$$= 0/48 + 0/1 + 0/32 = 0/9$$

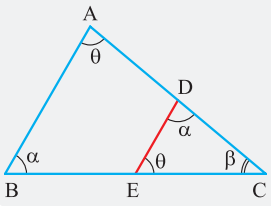
۸۴- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ دو مثلث قائم‌الزاویه با وترهای عمود بر هم، همیشه متشابه‌اند.

مثلاً در شکل مقابل مثلث‌های ABH و BCH′ با زاویه‌های α و β با هم متشابه‌اند.



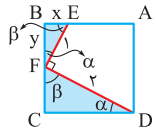
۲ برای نوشتن نسبت تشابه دو مثلث، ضلع‌های رو به زاویهٔ برابر را در یک نسبت زیر هم می‌نویسیم، به طوری که در صورت نسبت‌ها اضلاع یک مثلث و در مخرج آن‌ها اضلاع مثلث دیگر قرار داشته باشند. مثلاً نسبت تشابه مثلث‌های ABC و DEC در شکل مقابل برابر می‌شود با:



$$\frac{AC}{EC} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{DC}$$

$\frac{AC}{EC}$: رو به α — $\frac{AB}{DE}$: رو به β — $\frac{BC}{DC}$: رو به θ

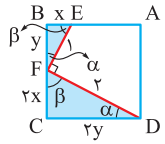
گام **تشخیص مثلث‌های متشابه:** به مثلث‌های قائم‌الزاویهٔ رنگی شکل مقابل نگاه کنید. وترهایشان بر هم عمودند، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم با هم متشابه‌اند.



گام **نوشتن نسبت تشابه:** مطابق شکل بالا طول BE را x و BF را y در نظر می‌گیریم. حالا به کمک مورد (۲) درس‌نامه، نسبت تشابه مثلث‌های قائم‌الزاویهٔ رنگی را می‌نویسیم:

$$\frac{FC}{\underbrace{BE}_{\text{رو به }\alpha}} = \frac{DC}{\underbrace{BF}_{\text{رو به }\beta}} = \frac{DF}{\underbrace{EF}_{\text{رو به }90^\circ}} \Rightarrow \frac{FC}{x} = \frac{DC}{y} = \frac{2}{1} \Rightarrow \begin{cases} \frac{FC}{x} = \frac{2}{1} \Rightarrow FC = 2x \\ \frac{DC}{y} = \frac{2}{1} \Rightarrow DC = 2y \end{cases}$$

گام **پیداکردن رابطهٔ بین x^2 و y^2:** اطلاعات بالا را روی شکل گام (۱) می‌نویسیم تا به شکل مقابل برسیم.



طول ضلع‌های مربع برابرند، پس طول BC و DC را مساوی هم می‌گذاریم:

$$DC = BC \Rightarrow 2y = y + 2x \Rightarrow y = 2x \xrightarrow{\text{توان ۲}} y^2 = 4x^2 \quad (*)$$

گام **محاسبهٔ y^2:** در مثلث قائم‌الزاویهٔ DFC، فیثاغورس می‌نویسیم:

$$DC^2 + FC^2 = DF^2 \Rightarrow (2y)^2 + (2x)^2 = 2^2 \Rightarrow 4y^2 + 4x^2 = 4$$

طبق رابطهٔ (*) می‌توانیم در تساوی بالا جای $4x^2$ بنویسیم y^2:

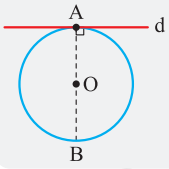
$$4y^2 + y^2 = 4 \Rightarrow 5y^2 = 4 \Rightarrow y^2 = \frac{4}{5}$$

گام **محاسبهٔ خواستهٔ سؤال:** بلدیم که مساحت مربع برابر ضلعش است، پس:

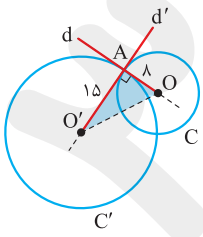
$$S_{\square} = DC^2 = (2y)^2 = 4y^2 \xrightarrow{y^2 = \frac{4}{5}} S_{\square} = 4 \times \frac{4}{5} = \frac{16}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{32}{10} = 3/2$$

۸۵- گزینه ۱

درس‌نامه همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید؛ قطر (AB) همیشه بر خط مماس (d) در نقطهٔ تماس (A) عمود است و برعکس. یعنی اگر d در نقطهٔ A بر دایره مماس باشد و از همین نقطه خطی عمود بر d بکشیم، حتماً از مرکز دایره می‌گذرد.



گام **(رسم شکل مناسب و تحلیل آن)** شکل مسئله به صورت مقابل است. به گفتهٔ سؤال مماس d باید بر مماس d′ در نقطهٔ تماسش با دایرهٔ C (A)، عمود باشد؛ پس طبق درس‌نامه، d باید از O بگذرد. همین‌طور d′ هم باید از O′ بگذرد.



به گفتهٔ سؤال، شعاع دایره‌ها ۸ و ۱۵ است، به همین خاطر در شکل بالا طول OA را ۸ و طول O′A را ۱۵ گذاشتیم.

گام **(محاسبهٔ خواستهٔ سؤال)** در مثلث قائم‌الزاویهٔ رنگی طول OA و O′A را داریم، پس می‌توانیم به کمک قضیهٔ فیثاغورس، خواستهٔ سؤال، یعنی فاصلهٔ بین مراکز دو دایره (OO′) را هم حساب کنیم:

$$OO'^2 = OA^2 + O'A^2 \Rightarrow OO'^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225$$

$$\Rightarrow OO'^2 = 289 \Rightarrow OO' = 17$$

۱۴۰۴ نوبت اول

فیزیک

۱- گزینه ۲

درس‌نامه فرایند واپاشی آلفا، بتای منفی، بتای مثبت و گاما به صورت زیر است.

آلفا: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$ بتای منفی: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e^{-}$

بتای مثبت: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{1}e^{+}$ گاما: ${}^{A}_{Z}X^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}X + \gamma$

در فرایند واپاشی آلفا، عدد جرمی هستهٔ دختر، ۴ واحد از عدد جرمی هستهٔ مادر کم‌تر است و در بقیهٔ فرایندهای واپاشی، عدد جرمی تغییر نمی‌کند.

۲- گزینه ۳

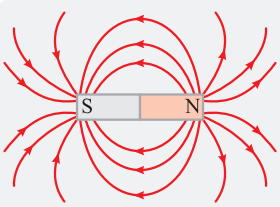
گام خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج شده و به بار منفی وارد می‌شوند؛ پس با توجه به شکل، $q_1 > 0$ و $q_2 < 0$ است. (۱ و ۲ پَرَ!)

گام از آن‌جا که تعداد خطوط میدان الکتریکی خارج‌شده از q_1 نسبت به تعداد خطوط میدان الکتریکی واردشده به q_2 بیشتر است؛ پس $|q_1| > |q_2|$ است. (۴ پَرَپَرَ!)

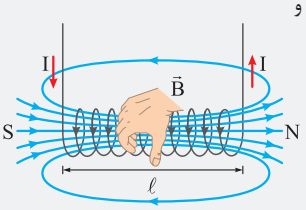
مشاوره این سؤال و شکل آن دقیقاً از تمرین کتاب درسی آمده است. پرسش‌ها و تمرین‌های کتاب درسی را جدی‌تر بگیرید.

۳- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ خطوط میدان مغناطیسی در خارج از آهن‌ربا از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند.



۲ تشخیص جهت میدان مغناطیسی سیملولهٔ حامل جریان: طبق قاعدهٔ دست راست، انگشت شستمان را در جهت جریان عبوری از سیملوله قرار می‌دهیم و چهار انگشتمان را خم می‌کنیم. در این صورت، جهت خم‌شدن چهار انگشتمان، جهت میدان مغناطیسی سیملوله را نشان می‌دهد.



۳ از قانون لنز برای تعیین جهت جریان القایی استفاده می‌کنیم:

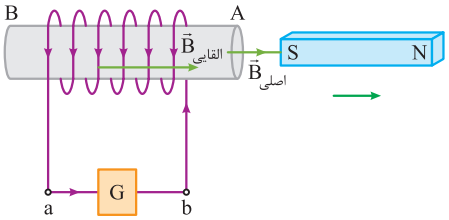
الف) وقتی شار مغناطیسی افزایشی است:

میدان مغناطیسی القایی (ثانویه) در جهت مخالف میدان مغناطیسی اصلی (اولیه) است تا از این راه با افزایش شار مخالفت کند. $\vec{B}$ اصلی ⟵ $\vec{B}'$ القایی ⟶

ب) وقتی شار مغناطیسی کاهشی است:

میدان مغناطیسی القایی (ثانویه) هم‌جهت با میدان مغناطیسی اصلی (اولیه) است تا از این راه با کاهش شار مخالفت کند. $\vec{B}$ اصلی ⟵ $\vec{B}'$ القایی ⟵

گام چون آهن‌ربا از سیملوله دور می‌شود، پس میدان مغناطیسی عبوری از سیملوله کاهش و در نتیجه شار مغناطیسی عبوری از آن نیز کاهش می‌یابد؛ بنابراین طبق قانون لنز، جهت میدان مغناطیسی القایی درون سیملوله، هم‌جهت با میدان مغناطیسی اصلی یعنی به سمت راست است. طبق قاعدهٔ دست راست، اگر انگشت شستمان را در جهت جریان القایی قرار بدهیم، آن‌گاه جهت خم‌شدن چهار انگشت، جهت میدان مغناطیسی عبوری از سیملوله را نشان می‌دهد؛ پس طبق شکل بالا، جهت جریان القایی عبوری از گالوانومتر از a به b است. (۲ و ۴ پَرَ!)



گام از آن‌جا که جهت میدان مغناطیسی القایی درون سیملوله از B به سمت A است؛ پس A و B به ترتیب قطب‌های N و S هستند. (۳ پَرَپَرَ!)

۴- گزینه ۲

یکای W.s (وات‌ثانیه) معادل یکای ژول است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$۲۵\ \text{kW.h} = ۲۵ \times ۱۰^{۳}\ \text{W} \times ۳۶۰۰\ \text{s} = ۹۰ \times ۱۰^{۶}\ \text{W.s} = ۹۰\ \text{MJ}$$

۵- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست:

$$v = at + v_{۰}$$

(شتاب: m/s^2، سرعت اولیه: m/s)

۲ معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست:

$$x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{۰}t + x_{۰}$$

(شتاب: m/s^2، مکان اولیه: m، سرعت اولیه: m/s، زمان: s)

متحرک دوم ۳ s دیرتر از متحرک اول شروع به حرکت کرده است. برای این‌که وضعیت این دو متحرک را نسبت به هم بسنجیم، باید مکان و تندی متحرک اول را ۳ s پس از لحظهٔ شروع حرکتش پیدا کنیم.

$$x_{۱} = \frac{۱}{۲}a_{۱}t_{۱}^{۲} + v_{۰,۱}t_{۱} + x_{۰,۱}$$

$$\xrightarrow[v_{۰,۱}=۰\ m/s,\ x_{۰,۱}=۰\ m]{a_{۱}=\frac{۱}{۲}\ m/s^{۲},\ t_{۱}=۳\ s} x_{۱} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} \times ۳^{۲} + ۰ \times ۳ + ۰ = \frac{۹}{۴}\ m$$

$$v_{۱} = a_{۱}t_{۱} + v_{۰,۱} \xrightarrow[t_{۱}=۳\ s,\ v_{۰,۱}=۰\ m/s]{a_{۱}=\frac{۱}{۲}\ m/s^{۲}} v_{۱} = \frac{۱}{۲} \times ۳ + ۰ = \frac{۳}{۲}\ m/s$$

ما می‌خواهیم ببینیم که چند ثانیه فاصلهٔ بین دو متحرک در حال کاهش است. در این لحظه، متحرک اول با تندی $\frac{۳}{۲}\ m/s$ از مکان $\frac{۹}{۴}\ m$ عبور و متحرک دوم از مبدأ محور $(x_{۲} = ۰\ m)$ شروع به حرکت می‌کند. چون تندی متحرک اول $(\frac{۳}{۲}\ m/s)$ بیشتر از تندی متحرک دوم $(۰\ m/s)$ است، پس دو متحرک از هم دور می‌شوند و تا وقتی که تندی دو متحرک با هم یکسان نشود، این دورشدن از هم ادامه پیدا می‌کند؛ پس باید ببینیم که در چه لحظه‌ای پس از لحظهٔ $t_{۱} = ۳\ s$ تندی دو متحرک یکسان می‌شود.

$$v'_{۱} = v_{۲} \xrightarrow{v=at+v_{۰}} a_{۱}t + v_{۱} = a_{۲}t + v_{۰,۲}$$

$$\xrightarrow[a_{۲}=۲\ m/s^{۲},\ v_{۰,۲}=۰\ m/s]{a_{۱}=\frac{۱}{۲}\ m/s^{۲},\ v_{۱}=\frac{۳}{۲}\ m/s} \frac{۱}{۲}t + \frac{۳}{۲} = ۲t + ۰ \Rightarrow \frac{۳}{۲}t = \frac{۳}{۲} \Rightarrow t = ۱\ s$$

این یعنی تا ۱s پس از شروع حرکت متحرک دوم (۴s پس از شروع حرکت متحرک اول) دو متحرک در حال دورشدن از یکدیگر هستند و از این لحظه به بعد تا زمانی که دو متحرک به هم برسند، فاصلهٔ دو متحرک در حال کاهش است؛ پس باید ببینیم در چه لحظه‌ای دو متحرک به هم می‌رسند.

$$x'_1 = x_2 \xrightarrow{x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0} \frac{1}{2}a_1t'^2 + v_1t' + x_1 = \frac{1}{2}a_2t'^2 + v_{0,2}t' + x_{0,2}$$

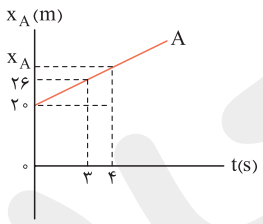
$$\xrightarrow{a_1=\frac{1}{2}m/s^2, v_1=\frac{3}{2}m/s, x_1=\frac{9}{4}m \atop x_{0,2}=0\,m, a_2=2\,m/s^2, v_{0,2}=0\,m/s} \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}t'^2 + \frac{3}{2}t' + \frac{9}{4} = \frac{1}{2}\times 2t'^2 + 0\times t' + 0$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}t'^2 - \frac{3}{2}t' - \frac{9}{4} = 0 \Rightarrow t' = 3\,s \checkmark \text{ و } t' = -1\,s \times$$

بنابراین، متحرک دوم ۳s پس از شروع حرکتش به متحرک اول می‌رسد. از آن‌جا که ۱s طول می‌کشد تا تندی دو متحرک یکسان شود؛ پس به مدت ۲s (۳ − ۱) فاصلهٔ بین دو متحرک در حال کاهش است تا به هم برسند. *بعدش هم که متحرک دوم از متحرک اول سبقت می‌گیره و دور می‌شه.*

۶- گزینه ۴

چون متحرک B در لحظهٔ $t = 4\,s$ به متحرک A رسیده است، پس مکان دو متحرک در این لحظه یکسان است. نمودار مکان ـ زمان متحرک A را داریم؛ پس مکان متحرک A در لحظهٔ $t = 4\,s$ را که برابر با مکان متحرک B در این لحظه است می‌توانیم پیدا کنیم.



$$\frac{x_A - 20}{4-0} = \frac{26-20}{3-0} \Rightarrow x_A - 20 = 8 \Rightarrow x_A = 28\,m$$

حالا همه‌چیز را برای محاسبهٔ شتاب متحرک B داریم و کافی است داده‌ها را در معادلهٔ مکان ـ زمان آن جای‌گذاری کنیم.

$$x_B = \frac{1}{2}a_Bt^2 + v_{0,B}t + x_{0,B}$$

$$\xrightarrow{x_B=x_A=28\,m, t=4\,s \atop v_{0,B}=12\,m/s, x_{0,B}=0\,m} 28 = \frac{1}{2}a_B\times 4^2 + 12\times 4 + 0$$

$$\Rightarrow 8a_B = -20 \Rightarrow a_B = -2/5\,m/s^2 \Rightarrow a_B = -2/5\vec{i}$$

۷- گزینه ۱

درس‌نامه اگر سرعت متحرکی در لحظهٔ t_1 برابر با v_1 و در لحظهٔ t_2 برابر با v_2 باشد، آن‌گاه شتاب متوسط آن در این بازهٔ زمانی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

(تغییرات سرعت (m/s) ↑ ، مدت‌زمان (s) ↓)

گام ابتدا سرعت متحرک در لحظه‌های $t_1 = 2\,s$ و $t_2 = 4\,s$ را به دست می‌آوریم.

$$v = 3t^2 - 8 \xrightarrow{t_1=2\,s} v_1 = 3\times 2^2 - 8 = 4\,m/s$$

$$\xrightarrow{t_2=4\,s} v_2 = 3\times 4^2 - 8 = 40\,m/s$$

گام حالا شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 را حساب می‌کنیم.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$\xrightarrow{v_1=4\,m/s, v_2=40\,m/s \atop t_1=2s, t_2=4s} a_{av} = \frac{40-4}{4-2} = \frac{36}{2} = 18\,m/s^2$$

۸- گزینه ۳

درس‌نامه قانون دوم نیوتون:

$$F_{net} = ma = m\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

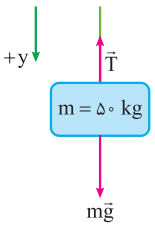
(جرم (kg) ↓ ، شتاب (m/s^2) ↑ ، تغییرات سرعت (m/s) ↑ ، نیروی خالص (N) ↓ ، مدت‌زمان (s) ↓)

اگر جهت شرق را مثبت و جهت غرب را منفی در نظر بگیریم، $v_1 = -5\,m/s$ ، $v_2 = +5\,m/s$ و $F = +2N$ است. در این صورت می‌توانیم بنویسیم:

$$F = m\frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{F=2N, m=0/8\,kg \atop \Delta v = v_2 - v_1 = 5-(-5) = 10\,m/s} 2 = 0/8\times\frac{10}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 4\,s$$

۹- گزینه ۴

اگر بخواهیم این طناب در آستانهٔ پاره‌شدن قرار بگیرد، نیروی کشش آن باید ۴۳۰ N باشد؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - T = ma$$

$$\xrightarrow{m=50\,kg, g=9/8\,m/s^2 \atop T=430\,N} 490 - 430 = 50a$$

$$\Rightarrow a = \frac{60}{50} = 1/2\,m/s^2$$

۱۰- گزینه ۱

گام نیروی خالص F به هر دو جسم m_1 و m_2 وارد می‌شود؛ پس طبق قانون دوم نیوتون می‌توانیم بنویسیم:

$$F_{net,1} = F_{net,2} \xrightarrow{F_{net,1}=F_{net,2}=F \atop F_{net}=ma} m_1a_1 = m_2a_2$$

$$\xrightarrow{a_1=12\,m/s^2 \atop a_2=4\,m/s^2} 3m_1\times 12 = m_2\times 4 \Rightarrow m_2 = 3m_1$$

گام حالا می‌خواهیم ببینیم همین نیروی خالص F به جسمی با جرم $m_2 - m_1$ چه شتابی می‌دهد. دوباره از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم.

$$F = (m_2 - m_1)a \xrightarrow{m_2=3m_1} F = (3m_1 - m_1)a$$

$$\Rightarrow \frac{F}{m_1} = 2a \xrightarrow{\frac{F}{m_1}=a_1=12\,m/s^2} 12 = 2a \Rightarrow a = 6\,m/s^2$$

۱۱- گزینه ۳

درس‌نامه تندی انتشار موج عرضی در تار مرتعش تحت کشش:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

(تندی انتشار موج عرضی در تار (m/s) ↑ ، نیروی کشش تار (N) → ، سطح مقطع تار (m^2) → ، چگالی تار (kg/m^3) ↓)

کافی است از رابطهٔ $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ به صورت نسبتی استفاده کنیم.

$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{F_A}{F_B}\times\frac{\rho_B}{\rho_A}\times\frac{A_B}{A_A}}$$

$$\xrightarrow{\rho_A=\rho_B=\rho_{مس}, v_A=100\,m/s \atop F_A=F_B, A_A=4A_B} \frac{100}{v_B} = \sqrt{1\times 1\times\frac{1}{4}} \Rightarrow v_B = 200\,m/s$$

۱۲- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ اندازهٔ نیروی کشسانی فنر: ثابت فنر (N/m)

$$F_e = k\Delta\ell \rightarrow \text{تغییر طول فنر (m)}$$

۲ قانون دوم نیوتون:

$$F_{net} = m\,a \rightarrow \text{شتاب } (m/s^2)$$

جرم (kg)

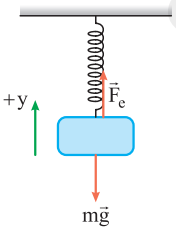
نیروی خالص (N)

۳ انرژی مکانیکی سامانهٔ جرم ـ فنر: ثابت فنر (N/m)

$$E = \frac{1}{2}k\,A^2$$

دامنهٔ نوسان (m)

گام از آن‌جا که وزنه از فنر آویزان شده و در حالت تعادل است، می‌توانیم بنویسیم:



$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_e - mg = 0 \Rightarrow k\Delta\ell = mg$$

$$\xrightarrow[m=0/2\,kg,\,g=10\,m/s^2]{\Delta\ell=2/5\,cm=2/5\times10^{-2}\,m} k\times2/5\times10^{-2} = 0/2\times10^{2}$$

$$\Rightarrow k = \frac{2\times10^{2}}{2/5} = 80\,N/m$$

گام از طرفی چون بیشینهٔ انرژی جنبشی سامانهٔ جرم ـ فنر (K_{max}) برابر با انرژی مکانیکی (E) آن است، پس انرژی مکانیکی سامانه (E) را حساب می‌کنیم.

$$K_{max} = E = \frac{1}{2}kA^2 \xrightarrow[A=2\,cm=2\times10^{-2}\,m]{k=80\,N/m} K_{max} = \frac{1}{2}\times80\times(2\times10^{-2})^2$$

$$\Rightarrow K_{max} = 160\times10^{-4}\,J = 16\,mJ$$

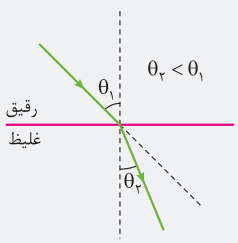
۱۳- گزینه ۳

فاصلهٔ بین جبهه‌های موج روی آب در ناحیهٔ A بیشتر از فاصلهٔ بین جبهه‌های موج روی آب در ناحیهٔ B است؛ پس طول موج در ناحیهٔ A بیشتر از طول موج در ناحیهٔ B است $(\lambda_A > \lambda_B)$. از طرفی با ورود امواج روی آب از ناحیهٔ عمیق به ناحیهٔ کم‌عمق، طول موج و تندی آن کاهش می‌یابد؛ بنابراین چون با ورود امواج روی آب از ناحیهٔ A به ناحیهٔ B، طول موج آن کاهش می‌یابد، پس تندی انتشار موج و عمق آب در ناحیهٔ A بیشتر از تندی انتشار موج و عمق آب در ناحیهٔ B است.

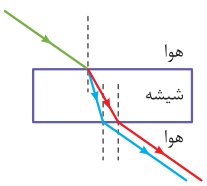
۱۴- گزینه ۳

درس‌نامه وقتی یک پرتوی نور از یک محیط رقیق وارد محیط غلیظ‌تر (با ضریب شکست بیشتر) می‌شود، می‌شکند و به خط عمود بر مرز دو محیط نزدیک‌تر شده و زاویهٔ کم‌تری با آن می‌سازد.

هر چه‌قدر طول موج نور کوتاه‌تر باشد، ضریب شکست یک محیط معین برای آن بیشتر و در نتیجه زاویهٔ انحراف پرتوی نور بیشتر می‌شود.



طول موج نور قرمز بیشتر از طول موج نور آبی است $(\lambda_{آبی} < \lambda_{قرمز})$؛ بنابراین ضریب شکست شیشه برای نور قرمز کم‌تر از ضریب شکست آن برای نور آبی است و در نتیجه نور قرمز با ورود از هوا به شیشه، نسبت به نور آبی کم‌تر منحرف شده و پرتوها از هم جدا می‌شوند (۲ و ۴ پَرا). از طرفی چون نور قرمز و آبی از هوا وارد شیشه می‌شوند، پس به خط عمود نزدیک می‌شوند و پس از آن با خروج از شیشه و ورود دوباره به هوا، از خط عمود دور می‌شوند و چون ضریب شکست هوا برای هر دو نور آبی و قرمز یکسان است، پس در یک جهت منتشر می‌شوند (۱ پَرپَرا).



۱۵- گزینه ۲

مدل اتمی بور برای وقتی که بیش از یک الکترون به دور هسته می‌گردد، به کار نمی‌رود (عبارت ج)، زیرا در مدل بور، نیروی الکتریکی‌ای که یک الکترون بر الکترون دیگر وارد می‌کند، به حساب نیامده است. هم‌چنین این مدل نمی‌تواند متفاوت‌بودن شدت خط‌های طیف گسیلی را توضیح دهد (عبارت ب). برای مثال، مدل بور نمی‌تواند توضیح دهد که چرا شدت خط قرمز با شدت خط آبی در طیف گسیلی گاز هیدروژن اتمی با یکدیگر متفاوت است.

۱۶- گزینه ۴

درس‌نامه نیمه‌عمر: اگر تعداد هسته‌های مادر اولیه در یک نمونهٔ پرتوزا N_0 باشد، تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده پس از مدت‌زمان t از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

تعداد هسته‌های باقی‌مانده

$$N = \frac{N_0}{2^n} \rightarrow \text{تعداد هسته‌های اولیه}, \quad n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \rightarrow \text{مدت‌زمان (s)}$$

تعداد نیمه‌عمر ← نیمه‌عمر (s)

گام ابتدا تعداد نیمه‌عمرهای سپری‌شده را به دست می‌آوریم.

$$N = \frac{N_0}{2^n} \xrightarrow{N=\frac{1}{16}N_0} \frac{1}{16}N_0 = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow 2^n = 16 = 2^4 \Rightarrow n = 4$$

گام حالا می‌توانیم نیمه‌عمر ماده را حساب کنیم.

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \xrightarrow[t=8\,h]{n=4} 4 = \frac{8}{T_{\frac{1}{2}}} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 2\,h$$

۱۷- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ قانون کولن:

بار الکتریکی ۱ (C) — بار الکتریکی ۲ (C)

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \leftarrow \text{اندازهٔ نیروی الکتریکی (N)}$$

ثابت کولن $(\frac{N.m^2}{C^2})$ — فاصلهٔ بین دو بار (m)

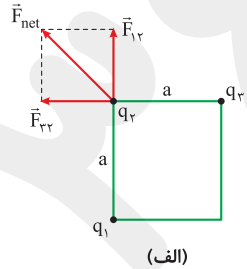
۲ دو بار الکتریکی همنام یکدیگر را دفع می‌کنند.



۳ دو بار الکتریکی ناهمنام یکدیگر را جذب می‌کنند.



گام چون هر سه بار الکتریکی یکسان‌اند، پس می‌توانیم فرض کنیم که بارها مثبت‌اند. در این حالت، نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_2 را مطابق شکل (الف) حساب می‌کنیم.



(الف)

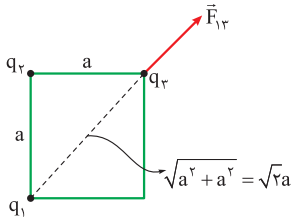
$$F_{12} = \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} \xrightarrow{|q_1|=|q_2|=|q|,\ r_{12}=a} F_{12} = \frac{k|q|^2}{a^2}$$

$$F_{32} = \frac{k|q_3||q_2|}{r_{32}^2} \xrightarrow{|q_2|=|q_3|=|q|,\ r_{32}=a} F_{32} = \frac{k|q|^2}{a^2}$$

$$F_{net} = \sqrt{F_{12}^2 + F_{32}^2}$$

$$\xrightarrow{F_{12}=F_{32}=\frac{k|q|^2}{a^2}} F_{net} = \sqrt{\left(\frac{k|q|^2}{a^2}\right)^2 + \left(\frac{k|q|^2}{a^2}\right)^2} = \sqrt{2\left(\frac{k|q|^2}{a^2}\right)^2} = \sqrt{2}\,\frac{k|q|^2}{a^2}$$

گام نیروی الکتریکی‌ای را که q_1 به q_3 وارد می‌کند هم به دست می‌آوریم تا در گام بعدی بتوانیم با F_{net} مقایسه‌اش کنیم.



$$F_{13}=\frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2}\xrightarrow{|q_1|=|q_3|=|q|,\ r_{13}=\sqrt{2}a}F_{13}=\frac{k|q|^2}{(\sqrt{2}a)^2}=\frac{k|q|^2}{2a^2}$$

گام سؤال از ما نسبت $\frac{F_{net}}{F_{13}}$ را می‌خواهد و ما هم حسابش می‌کنیم.

$$\frac{F_{net}}{F_{13}}=\frac{\sqrt{2}\,\frac{k|q|^2}{a^2}}{\frac{k|q|^2}{2a^2}}=2\sqrt{2}$$

۱۸- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ ظرفیت خازن تخت به ساختمان آن بستگی دارد و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}\ ,\ \kappa_{هوا}\simeq 1$$

C: ظرفیت خازن (F)، κ: ثابت دی‌الکتریک، ε_0: ضریب گذردهی الکتریکی خلأ (F/m)، A: مساحت هر یک از صفحه‌ها (m^2)، d: فاصلهٔ صفحات از هم (m)

۲ انرژی ذخیره‌شده در خازن:

$$U=\frac{1}{2}CV^2$$

U: انرژی ذخیره‌شده در خازن (J)، V: اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)، C: ظرفیت خازن (F)

۳ اندازهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از میدان الکتریکی یکنواخت:

$$|\Delta V|=E\,d$$

$|\Delta V|$: اندازهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)، E: میدان الکتریکی (N/C)، d: فاصلهٔ بین دو نقطه در راستای میدان الکتریکی (m)

گام ابتدا نسبت ظرفیت خازن در حالت دوم (C_2) به ظرفیت خازن در حالت اول (C_1) را حساب می‌کنیم.

$$\frac{C_2}{C_1}=\frac{\kappa_2}{\kappa_1}\xrightarrow{\kappa_2=3,\ \kappa_1=1}\frac{C_2}{C_1}=\frac{3}{1}=3$$

گام حالا می‌توانیم نسبت انرژی خازن در حالت دوم (U_2) به انرژی خازن در حالت اول (U_1) را پیدا کنیم.

$$U=\frac{1}{2}CV^2\xrightarrow{V\text{ ثابت}}\frac{U_2}{U_1}=\frac{C_2}{C_1}\Rightarrow\frac{U_2}{U_1}=3$$

گام هم‌چنین، از آن‌جا که اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن و فاصلهٔ بین صفحه‌های آن ثابت است، پس میدان الکتریکی بین دو صفحه نیز ثابت است.

$$E=\frac{V}{d}\rightarrow\frac{E_2}{E_1}=\frac{V_2}{V_1}\times\frac{d_1}{d_2}\xrightarrow{V_1=V_2,\ d_1=d_2}\frac{E_2}{E_1}=1$$

۱۹- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ چگالی: نسبت جرم به حجم مادهٔ همگن

$$\rho=\frac{m}{V}$$

ρ: چگالی (kg/m^3)، m: جرم (kg)، V: حجم (m^3)

۲ مقاومت الکتریکی جسم رسانا در دمای ثابت:

$$R=\rho\frac{L}{A}$$

R: مقاومت الکتریکی (Ω)، ρ: مقاومت ویژه (Ω.m)، L: طول (m)، A: مساحت مقطع (m^2)

گام اول ببینیم این‌که جرم سیم A نصف جرم سیم B است، چه اطلاعاتی به ما می‌دهد.

$$m_A=\frac{1}{2}m_B\xrightarrow{m=\rho V}\rho_A V_A=\frac{1}{2}\rho_B V_B\xrightarrow{\rho_A=\rho_B,\ V=AL}A_A L_A=\frac{1}{2}A_B L_B\xrightarrow{L_A=2L_B}A_A\times 2L_B=\frac{1}{2}A_B L_B\Rightarrow\frac{A_B}{A_A}=4$$

گام حالا نسبت مقاومت الکتریکی سیم A به مقاومت الکتریکی سیم B را می‌نویسیم و حسابش می‌کنیم.

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}\xrightarrow[\frac{A_B}{A_A}=4]{\rho_A=\rho_B,\ L_A=2L_B}\frac{R_A}{R_B}=1\times\frac{2L_B}{L_B}\times 4=8$$

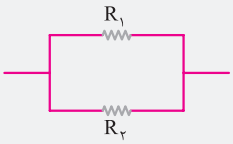
۲۰- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ تعریف مقاومت الکتریکی: نسبت اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک رسانا به جریان الکتریکی عبوری از آن.

$$R=\frac{V}{I}$$

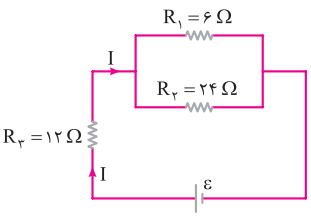
R: مقاومت الکتریکی (Ω)، V: اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)، I: جریان الکتریکی (A)

۲ مقاومت معادل دو مقاومت موازی R_1 و R_2:



$$R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

گام چون دو مقاومت $R_1=6\,\Omega$ و $R_2=24\,\Omega$ به صورت موازی به هم وصل‌شده‌اند، پس اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت $R_1=6\,\Omega$ برابر با اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت معادل آن‌ها ($R_{1,2}$) است. مقاومت معادل دو مقاومت $R_1=6\,\Omega$ و $R_2=24\,\Omega$ را حساب می‌کنیم.



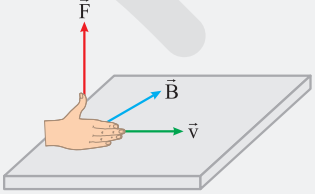
$$R_{1,2}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{6\times 24}{6+24}=\frac{6\times 24}{30}=\frac{24}{5}\,\Omega$$

گام حالا نسبت اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت $R_3=12\,\Omega$ به اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت $R_1=6\,\Omega$ را به دست می‌آوریم (دقت کنید که اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت $R_1=6\,\Omega$ برابر با اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت $R_{1,2}=\frac{24}{5}\,\Omega$ است).

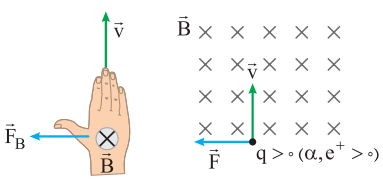
$$\frac{V_3}{V_{1,2}}=\frac{R_3I}{R_{1,2}I}=\frac{R_3}{R_{1,2}}=\frac{12}{\frac{24}{5}}=\frac{5\times 12}{24}=\frac{5}{2}$$

۲۱- گزینه ۱

درس‌نامه جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار به کمک قاعدهٔ دست راست تعیین می‌شود. طبق این قاعده، اگر چهار انگشت دست راست را طوری در جهت بردار سرعت ذره ($\vec{v}$) قرار دهیم که بردار میدان مغناطیسی ($\vec{B}$) از کف دست خارج شود، شست دست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره با بار مثبت را نشان می‌دهد (شکل مقابل را ببینید.).



علامت هر دو ذرهٔ α و e^+ مثبت است. طبق قاعدهٔ دست راست، جهت نیروی وارد بر هر دو ذره را که منجر به انحراف آن‌ها می‌شود، پیدا می‌کنیم.



۲۲- گزینه ۳

درس‌نامه اندازهٔ میدان مغناطیسی در داخل سیم‌لوله:

$$B=\frac{\mu_0 N I}{\ell}$$ (I: جریان عبوری از سیم‌لوله (A)، N: تعداد حلقه‌های سیم‌لوله، ℓ: طول سیم‌لوله (m)) و $\mu_0=4\pi\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A}$ تراوایی مغناطیسی خلأ

کافی است داده‌ها را از رابطهٔ زیر جای‌گذاری کنیم و تعداد حلقه‌های سیم‌لوله را حساب کنیم.

$$B=\frac{\mu_0 NI}{\ell} \xrightarrow[\mu_0=4\pi\times10^{-7}\frac{T.m}{A},\ell=10\times10^{-2}\,m]{B=157\times10^{-4}\,T,I=2/5\,A}$$

$$157\times10^{-4}=\frac{4\pi\times10^{-7}\times N\times 2/5}{10\times10^{-2}}$$

$$\xrightarrow{\pi=3/14} N=\frac{157\times10^{-4}\times10^{-1}}{4\times3/14\times10^{-7}\times2/5}=500$$

دوباره طراح، عدد π را ۳/۱۴ در نظر گرفته بود. *خواستون به این عدد π باشه.*

۲۳- گزینه ۴

درس‌نامه شار مغناطیسی عبوری از پیچه:

$$\Phi=BA\cos\theta \rightarrow \text{شار مغناطیسی (Wb)}$$ (B: میدان مغناطیسی (T)، A: مساحت (m^2)، θ: زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح حلقه با بردار میدان مغناطیسی)

θ زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر سطح حلقه و بردار میدان مغناطیسی است. این زاویه (θ) متمم زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی با سطح حلقه است.

کافی است شار مغناطیسی عبوری از سطح حلقه در حالت‌های (الف) و (ب) را حساب کنیم؛ سپس تغییرات آن را به دست بیاوریم.

$$\Phi_1=B_1A_1\cos\theta_1 \xrightarrow[A_1=40\times10^{-4}\,m^2,\theta_1=0^\circ]{B_1=0/05\,T} \Phi_1=0/05\times40\times10^{-4}\times1$$

$$=2\times10^{-4}\ Wb$$

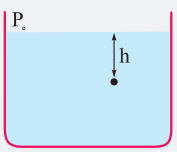
$$\Phi_2=B_2A_2\cos\theta_2 \xrightarrow[A_2=40\times10^{-4}\,m^2,\theta_2=90^\circ]{B_2=0/05\,T} \Phi_2=0/05\times40\times10^{-4}\times0=0\ Wb$$

$$\Delta\Phi=\Phi_2-\Phi_1 \xrightarrow[\Phi_1=2\times10^{-4}\,Wb]{\Phi_2=0\,Wb} \Delta\Phi=0-2\times10^{-4}=-2\times10^{-4}\ Wb$$

علامت منفی نشان می‌دهد که در حین چرخش حلقه از حالت (الف) به حالت (ب)، شار مغناطیسی عبوری از سطح حلقه 2×10^{-4} Wb کاهش می‌یابد.

۲۴- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ فشار مطلق در عمق h از سطح آزاد مایع:



$$P=\rho g h+P_0 \rightarrow \text{فشار جو (Pa)}$$ (ρ: چگالی مایع (kg/m^3)، h: عمق (m)، g: شتاب گرانش (m/s^2))

۲ فشار پیمانه‌ای (P_g): اختلاف فشار مطلق و فشار جو.

$$P_g=P-P_0 \leftarrow \text{فشار پیمانه‌ای}$$ (P: فشار مطلق، P_0: فشار جو)

گام ابتدا ارتفاع مایع را حساب می‌کنیم.

$$V=Ah \xrightarrow[A=50\,cm^2]{V=2/5\times10^3\,cm^3} 2/5\times10^3=50h \Rightarrow h=50\,cm=0/5\,m$$

گام حالا می‌توانیم فشار پیمانه‌ای در کف ظرف را به دست بیاوریم.

$$P_g=\rho gh \xrightarrow[h=0/5\,m]{\rho=1200\,kg/m^3} P_g=1200\times10\times0/5=6000\ g$$

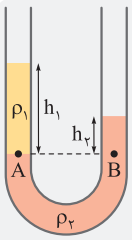
گام سؤال، فشار پیمانه‌ای را بر حسب سانتی‌متر جیوه می‌خواهد. باید ببینیم چه ارتفاعی برحسب سانتی‌متر از مایع جیوه، این فشار پیمانه‌ای را ایجاد می‌کند.

$$P_g=\rho_{جیوه}gh_{جیوه} \xrightarrow[\rho_{جیوه}=13600\,kg/m^3]{P_g=6000\,g} 6000\,g=13600\,gh_{جیوه}$$

$$\Rightarrow h_{جیوه}=0/044\,m=4/4\,cm$$

۲۵- گزینه ۱

درس‌نامه اگر دو مایع مخلوط‌نشدنی در یک لولهٔ Uشکل قرار داشته باشند و از هر دو طرف با هوای آزاد در ارتباط باشند، طبق اصل هم‌فشاری در نقاط هم‌تراز در یک مایع، رابطهٔ زیر برقرار است.

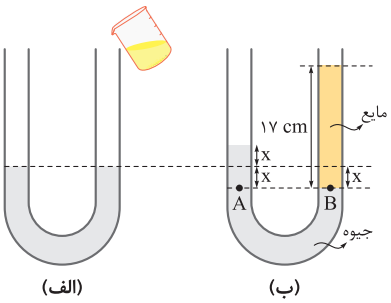


$$P_A=P_B \Rightarrow \cancel{P_0}+\rho_1gh_1=\cancel{P_0}+\rho_2gh_2$$

$$\Rightarrow \rho_1gh_1=\rho_2gh_2 \Rightarrow \rho_1h_1=\rho_2h_2$$

در این رابطه، مهم این است که یکاهای چگالی‌ها یکسان و یکاهای ارتفاع‌ها نیز یکسان باشند؛ مثلاً ممکن است چگالی‌ها را برحسب kg/m^3 قرار بدهیم، در حالی که ارتفاع‌ها برحسب cm باشند.

شکل (الف)، لولهٔ Uشکل حاوی جیوه را نشان می‌دهد که در شاخهٔ سمت راست لوله، مایعی با چگالی $2\ g/cm^3$ می‌ریزیم. وقتی مایع را می‌ریزیم، تعادل جیوه به هم می‌خورد و چون مساحت مقطع هر دو شاخهٔ لوله یکسان است، پس اگر ارتفاع جیوه در شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ x پایین بیاید، به همان اندازهٔ x در شاخهٔ سمت چپ بالا می‌رود (شکل ب).



حالا از تساوی فشار در دو نقطهٔ هم‌تراز درون یک مایع (A و B) استفاده می‌کنیم.

$$P_A=P_B \xrightarrow{P=\rho gh+P_0} \rho_{جیوه}gh_{جیوه}+\cancel{P_0}=\rho_{مایع}gh_{مایع}+\cancel{P_0}$$

$$\Rightarrow \rho_{جیوه}gh_{جیوه}=\rho_{مایع}gh_{مایع}$$

$$\xrightarrow[h_{جیوه}=2x,\rho_{مایع}=2\,g/cm^3]{\rho_{جیوه}=13/6\,g/cm^3,h_{مایع}=17\,cm} 13/6\times2x=2\times17 \Rightarrow x=1/25\,cm$$

۲۶- گزینه ۴

درس‌نامه قضیهٔ کار - انرژی جنبشی: کار کل وارد بر یک جسم در یک جابه‌جایی معین برابر با تغییر انرژی جنبشی آن در ابتدا و انتهای آن جابه‌جایی است.

$$W_t=\Delta K=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$ (v_2: تندی نهایی (m/s)، m: جرم (kg)، v_1: تندی اولیه (m/s))

کار خاصی قرار نیست بکنیم! قرار است یک سری داده در رابطهٔ زیر جای‌گذاری کنیم و تندی جسم در موقعیت B را به دست بیاوریم.

$$W_t=\frac{1}{2}m(v_B^2-v_A^2)$$

$$\xrightarrow[m=60\,kg,v_A=126\,km/h=35\,m/s]{W_t=24\times10^3\,J} 24\times10^3=\frac{1}{2}\times60\times(v_B^2-35^2)$$

$$\Rightarrow 800=v_B^2-1225 \Rightarrow v_B^2=2025 \xrightarrow{\sqrt{}} v_B=45\,m/s$$

$$\Rightarrow v_B=45\times\frac{36}{10}\,km/h=162\,km/h$$

تله ۲ زهردار! سؤال v_B را برحسب km/h می‌خواهد، نه m/s!

۲۷- گزینه ۳

درس‌نامه انرژی جنبشی جسمی که با تندی v حرکت می‌کند:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \begin{matrix}\text{جرم (kg)}\\ \uparrow \\ \text{تندی (m/s)}\end{matrix}$$

حالت اول: در ابتدا، انرژی جنبشی پدر نصف انرژی جنبشی پسر است. ببینیم از این، چه اطلاعاتی می‌توانیم به دست بیاوریم.

$$K_{پدر} = \frac{1}{2}K_{پسر} \xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2} \frac{1}{2}m_{پدر}v_{پدر}^2 = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}m_{پسر}v_{پسر}^2$$

$$\xrightarrow{m_{پدر}=2m_{پسر}} 2m_{پسر}v_{پدر}^2 = \frac{1}{2}m_{پسر}v_{پسر}^2 \xrightarrow{\sqrt{\ }} v_{پسر} = 2v_{پدر}$$

حالت دوم: در این حالت، پدر $2\ m/s$ به تندی خود می‌افزاید و انرژی جنبشی پدر و پسر برابر می‌شود. در این حالت می‌توانیم بنویسیم:

$$K'_{پدر} = K_{پسر} \xrightarrow{K'=\frac{1}{2}mv'^2} \frac{1}{2}m_{پدر}v'^2_{پدر} = \frac{1}{2}m_{پسر}v_{پسر}^2$$

$$\xrightarrow[v'_{پدر}=v_{پدر}+2]{m_{پدر}=2m_{پسر},\ v_{پسر}=2v_{پدر}} 2m_{پسر}(v_{پدر}+2)^2 = m_{پسر}(2v_{پدر})^2$$

$$\xrightarrow{\sqrt{\ }} \sqrt{2}(v_{پدر}+2) = 2v_{پدر} \Rightarrow \sqrt{2}v_{پدر} + 2\sqrt{2} = 2v_{پدر}$$

$$\Rightarrow (2-\sqrt{2})v_{پدر} = 2\sqrt{2} \Rightarrow v_{پدر} = \frac{2\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}\times\frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\times(2+\sqrt{2})}{2}$$

$$= 2\sqrt{2}+2\ m/s$$

۲۸- گزینه ۲

گرم‌شدن هوای داخل اتاق به وسیلهٔ بخاری و رادیاتور شوفاژ، گرم‌شدن آب درون قابلمه، جریان‌های باد ساحلی، انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن و ... همگی بر اثر پدیدهٔ همرفت رخ می‌دهند. همهٔ این مثال‌ها نمونه‌هایی از همرفت طبیعی است.

شیمی

۲۹- گزینه ۲

قطره‌های آب موجود در هوا پس از بارش باران، می‌توانند همانند یک منشور سبب تجزیهٔ نور خورشید و ایجاد رنگین‌کمان یا همان طیف پیوستهٔ رنگ‌های نور مرئی (گسترهٔ طول موج ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر پرتوهای الکترومغناطیسی) شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) با توجه به مقایسهٔ انرژی نورهای مرئی، تفاوت انرژی نور سرخ و نیلی بیشتر از تفاوت انرژی نور نارنجی و آبی است.

بنفش > نیلی > آبی > سبز > زرد > نارنجی > سرخ :مقایسهٔ انرژی نورهای مرئی

(تفاوت کم‌تر: آبی > سبز > زرد > نارنجی)

(تفاوت بیشتر: نیلی > آبی > سبز > زرد > نارنجی > سرخ)

۳)

نکته

- رنگ شعلهٔ فلزها با رنگ شعلهٔ ترکیب‌های دارای این فلزها، مشابه است.
- شعلهٔ ترکیب‌های هر فلز، رنگ منحصربه‌فردی دارد و از روی تغییر رنگ شعله می‌توان به وجود عنصر فلزی در آن پی برد.

فلز سدیم (Na) و ترکیب‌های آن ← رنگ شعله: زرد

فلز مس (Cu) و ترکیب‌های آن ← رنگ شعله: سبز

فلز لیتیم (Li) و ترکیب‌های آن ← رنگ شعله: سرخ

با توجه به نکتهٔ قبل، رنگ شعلهٔ لیتیم سولفات و لیتیم نیترات، یکسان و به رنگ سرخ است، اما رنگ شعلهٔ مس (II) سولفات (سبز) و سدیم سولفات (زرد) متفاوت است.

۴) بخش اول این عبارت غلطه! می‌دانیم که انرژی لایه‌های الکترونی اطراف هستهٔ هر اتم، به **عدد اتمی** آن وابسته است؛ بنابراین سطح انرژی لایهٔ الکترونی $n=1$ در اتم‌های $_1H$ و $_2He$ یکسان نیست، ولی دقت کنید که بخش دوم این عبارت درسته! برای اتم‌های هیدروژن ($_1H$) و هلیم ($_2He$) که الکترون‌های آن‌ها در لایهٔ اول قرار می‌گیرد، این لایه ($n=1$) حالت پایه محسوب می‌شود و الکترون‌ها در حالت برانگیختهٔ این دو اتم، **در نهایت** به این لایه بازمی‌گردند.

۳۰- گزینه ۱

درس‌نامه ۱) در مورد عنصرهای سازندهٔ سیاره‌های زمین و مشتری، به جدول زیر توجه کنید:

ویژگی \ نام سیاره	زمین	مشتری
فراوان‌ترین عنصر	آهن (Fe)	هیدروژن (H)
درصد فراوانی فراوان‌ترین عنصر	کم‌تر از ۵۰ درصد (حدود ۴۰٪)	بیشتر از ۵۰ درصد (حدود ۹۰٪)
عنصری با کم‌ترین فراوانی در بین ۸ عنصر	آلومینیم (Al)	نئون (Ne)
در بین ۸ عنصر فراوان، چه نوع عنصرهایی در آن وجود دارد؟	فلز، نافلز و شبه‌فلز	فقط نافلز
بیشتر از چه جنسی است؟	سنگ	گاز
اندازه (شعاع)	زمین > مشتری	
فاصله از خورشید	زمین > مشتری	
عنصرهای مشترک	اکسیژن (O) و گوگرد (S)	
درصد فراوانی عنصرهای مشترک	مشتری > زمین	

۲) در سیارهٔ مشتری برخلاف زمین، عنصر فلزی وجود ندارد.

۸ عنصر اصلی سازندهٔ زمین: Fe (فلز) > O (نافلز) > Si (شبه‌فلز) > Mg (فلز) > Ni (فلز) > S (نافلز) > Ca (فلز) > Al (فلز)

۸ عنصر اصلی سازندهٔ مشتری: H > He > C > O > N > S > Ar > Ne (همگی نافلز هستند.)

عنصر گوگرد (S)، جزء عنصرهای مشترک سیاره‌های زمین و مشتری است که در هر دو سیاره، رتبهٔ ششم را میان عنصرهای سازنده دارد، اما *خواستون باشه که* درصد فراوانی این عنصر در سیارهٔ زمین بیشتر از مشتری است.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۲) در بین ۸ عنصر اصلی سازندهٔ زمین و مشتری، دو عنصر اکسیژن (O) و گوگرد (S) مشترک هستند.

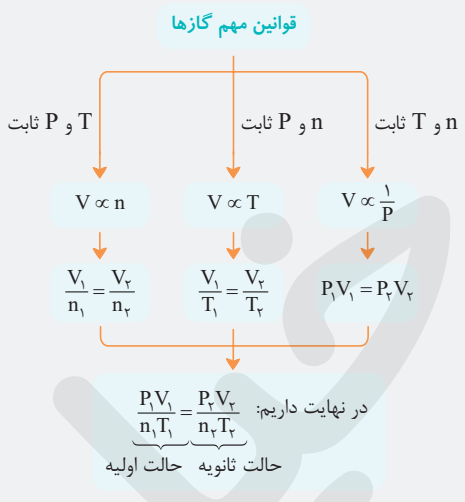
۳) سومین عنصر فراوان سازندهٔ سیاره‌های زمین و مشتری به ترتیب سیلیسیم (Si) و کربن (C) هستند. Si، شبه‌فلز و C، نافلز است.

۴) فراوان‌ترین عنصر در سیارهٔ زمین، آهن (Fe) است و درصد فراوانی آن در زمین کم‌تر از ۵۰ درصد (حدود ۴۰ درصد) می‌باشد و فراوان‌ترین عنصر در سیارهٔ مشتری، هیدروژن (H) است و درصد فراوانی آن در مشتری حدود ۹۰ درصد می‌باشد.

مشاوره این سؤال، اولین سؤال مربوط به سیاره‌های زمین و مشتری در کنکورهای سراسری است و قبلاً از این مطالب حفظی، سؤال مستقلی در کنکور نیامده بود؛ پس حواستون باشه که از هیچ بخش کتاب درسی، حتی بخش‌های مقدمهٔ ابتدای هر فصل، غافل نشید!

۳۱- گزینه ۴

درس‌نامه



شفاف‌سازی در دما و فشار معین و ثابت، حجم گازها با تعداد مول آن‌ها رابطهٔ مستقیم دارد $(V \propto n)$ از آن‌جا که حجم بالون قبل و بعد از کم و اضافه کردن گازهای درون آن، ثابت مانده $(V_1 = V_2)$، می‌توان نتیجه گرفت که مجموع تعداد مول گازها قبل و بعد از این تغییرات یکسان بوده $(n_1 = n_2)$ و بنابراین تعداد مول گاز CO خارج‌شده از بالون برابر با تعداد مول گاز Ar اضافه‌شده به بالون است.

استراتژی ابتدا با توجه به جرم نهایی گازها در بالون و درصد جرمی گازهای موجود در آن، جرم گاز CO باقی‌مانده در بالون و بعد جرم و مول Ar اضافه‌شده به بالون رو حساب کن. از اون‌جا که تعداد مول Ar اضافه‌شده به بالون برابر با تعداد مول CO خارج‌شده از اونه، می‌تونی جرم CO خارج‌شده از بالون رو هم حساب کنی. در نهایت با جمع‌کردن جرم CO باقی‌مانده و خارج‌شده از بالون، جرم اولیهٔ CO رو به دست میاری.

گام ۳۰ درصد از جرم بالون نهایی را گاز Ar و در نتیجه ۷۰ درصد مابقی آن را گاز CO تشکیل می‌دهد؛ در نتیجه جرم گاز CO باقی‌مانده در بالون برابر است با:

$$\text{جرم CO باقی‌مانده در بالون} = \text{گاز } ۶۲۰\,g \times \frac{\text{گاز } ۷۰\,g\,CO}{\text{گاز } ۱۰۰\,g} = ۴۳۴\,g$$

گام شمار مول‌های گاز Ar اضافه‌شده به بالون را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{گاز } ۶۲۰\,g \times \frac{\text{گاز } ۳۰\,g\,Ar}{\text{گاز } ۱۰۰\,g} \times \frac{۱\,mol\,Ar}{۴۰\,g\,Ar} = ۴/۶۵\,mol\,Ar$$

گام از آن‌جا که شمار مول‌های گاز Ar اضافه‌شده به بالون، برابر با شمار مول‌های گاز CO خارج‌شده از آن است؛ بنابراین جرم گاز CO خارج‌شده از بالون برابر است با:

$$۴/۶۵\,mol\,CO \times \frac{۲۸\,g\,CO}{۱\,mol\,CO} = ۱۳۰/۲\,g\,CO$$

گام مقدار اولیهٔ گاز CO را به دست می‌آوریم:

جرم CO خارج‌شده از بالون + جرم CO باقی‌مانده در بالون = مقدار اولیهٔ گاز CO

$$= ۴۳۴ + ۱۳۰/۲ = ۵۶۴/۲\,g$$

مشاوره *بعد از سال‌ها انتظار*، سؤالات مربوط به قوانین گازها، امسال در کنکور سراسری مطرح شده و مهر تأییدی رو بر این موضوع زده که انتظار طرح سؤال از هر قسمت و موضوعی از کتاب درسی رو باید داشته باشیم. *البته خدا رو شکر همهٔ این مباحث رو پیچ‌های فیلی‌سبزی تو کتاب تستاشون خوندن و بلدن و تو کنکور غافل‌گیری براشون معنی نداره!*

۳۲- گزینه ۳

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش‌ها به صورت زیر است:

$$I)\ ۲Al(s) + ۳H_۲SO_۴(aq) \rightarrow Al_۲(SO_۴)_۳(aq) + ۳H_۲(g)$$

$$II)\ H_۲(g) + Cl_۲(g) \rightarrow ۲HCl(aq)$$

روش استفاده از کسر تناسب: چون می‌خواهیم کل هیدروژن تولیدشده در واکنش (I)، در واکنش (II) مصرف شود، می‌توانیم ضریب $H_۲$ در دو واکنش را یکسان کنیم و سپس به طور مستقیم بین Al در واکنش (I) و $Cl_۲$ در واکنش (II) تناسب برقرار کنیم. برای این منظور معادلهٔ (II) را در ۳ ضرب می‌کنیم تا ضریب $H_۲$ در دو معادله یکسان شود:

$$I)\ ۲Al(s) + ۳H_۲SO_۴(aq) \rightarrow Al_۲(SO_۴)_۳(aq) + \boxed{۳H_۲(g)}$$

$$II)'\ \boxed{۳H_۲(g)} + ۳Cl_۲(g) \rightarrow ۶HCl(aq)$$

حال بین Al و $Cl_۲$ به طور مستقیم تناسب برقرار می‌کنیم:

$$۲Al \sim ۳Cl_۲$$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{Al}} = \frac{\text{حجم}}{\underbrace{۲۲/۴ \times \text{ضریب}}_{Cl_۲}} \Rightarrow \frac{x}{۲ \times ۲۷} = \frac{۸/۹۶}{۳ \times ۲۲/۴}$$

$$\Rightarrow x = \frac{۸/۹۶ \times ۲ \times ۲۷}{۳ \times ۲۲/۴} = ۷/۲\,g\,Al$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

به کمک واکنش (II)، از حجم $Cl_۲$ به مول $H_۲$ می‌رسیم و سپس به کمک واکنش (I) از مول $H_۲$، جرم Al را به دست می‌آوریم:

$$۸/۹۶\,L\,Cl_۲ \times \frac{۱\,mol\,Cl_۲}{۲۲/۴\,L\,Cl_۲} \times \underbrace{\frac{۱\,mol\,H_۲}{۱\,mol\,Cl_۲}}_{\text{واکنش (II)}} \times \underbrace{\frac{۲\,mol\,Al}{۳\,mol\,H_۲}}_{\text{واکنش (I)}} \times \frac{۲۷\,g\,Al}{۱\,mol\,Al} = ۷/۲\,g\,Al$$

۳۳- گزینه ۲

درس‌نامه *بعضی وقتا* ساختار لوویس یک مولکول را به ما می‌دهند که یکی از اتم‌های آن مجهول است و از ما می‌*خوان* که شمارهٔ گروه آن اتم را پیدا کنیم. در این‌گونه سؤال‌ها، کافی است که مجموع شمار الکترون‌های به‌کاررفته در ساختار لوویس مولکول را برابر با مجموع شمار الکترون‌های ظرفیت اتم‌های سازندهٔ آن‌ها قرار دهیم:

$$\text{مجموع شمار الکترون‌های ظرفیت اتم‌های سازنده} = \text{مجموع شمار الکترون‌های به‌کاررفته در ساختار لوویس} \Rightarrow \text{در مولکول‌ها}$$

گام در مولکول XOCl، X اتم مرکزی است و Cl (هالوژن‌ها) با یک پیوند اشتراکی به اتم مرکزی متصل است؛ بنابراین با توجه به توضیحات داده‌شده، ساختار لوویس مولکول XOCl به صورت زیر است:

$$\ddot{O}=\dot{X}-\ddot{Cl}: \Rightarrow \text{شمار الکترون‌های به‌کاررفته در ساختار لوویس} = \underbrace{(۶ \times ۲)}_{\text{ناپیوندی}} + \underbrace{(۳ \times ۲)}_{\text{پیوندی}} = ۱۸$$

گام هر اتم O دارای ۶ الکترون ظرفیتی و هر اتم Cl دارای ۷ الکترون ظرفیتی است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{مجموع شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم‌ها} = \text{مجموع شمار الکترون‌های به‌کاررفته در ساختار لوویس} \Rightarrow ۱۸ = ۶ + ۷ + x \Rightarrow x = ۵$$

$\Rightarrow$ X، ۵ الکترون ظرفیتی دارد و متعلق به گروه ۱۵ است.

گام *بالا معروف‌ترین عنصر گروه ۱۵ جدول دوره‌ای، کدومه؟ آفرین! نیتروژن* (N). اگر $XO_۳^-$ رو $NO_۳^-$ در نظر بگیریم، خیلی سریع‌تر ساختارش تو ذهنتون میاد!

$$\left[\begin{array}{l}:O: \\ \| \\ :\ddot{O}-N-\ddot{O}:\end{array}\right]^- \text{ یا } \left[\begin{array}{l}:O: \\ \| \\ :\ddot{O}-X-\ddot{O}:\end{array}\right]^- \Rightarrow \text{۴ پیوند اشتراکی (جفت الکترون پیوندی)}$$

گام فرمول شیمیایی ترکیب حاصل از واکنش فلز سدیم با X (عنصر گروه ۱۵ مانند N) به صورت $Na_۳X$ است.

$$Na^+ \text{ و } X^{۳-} \Rightarrow Na_۳X$$

$$(Na^+ \text{ و } N^{۳-} \Rightarrow Na_۳N)$$

تیزبازی اگر ساختار لوویس مولکول‌ها را به خوبی تمرین کرده باشید، *فیلی تندوسریع!* متوجه می‌شید که XOCl می‌تواند همان NOCl ($\ddot{O}=\ddot{N}-\ddot{Cl}:$) و عنصر X، همان عنصر نیتروژن باشد؛ در نتیجه به سادگی می‌تونید شمار پیوندهای اشتراکی را در ساختار یون نیترات ($NO_۳^-$) و هم‌چنین فرمول شیمیایی ترکیب یونی حاصل از عنصرهای سدیم و نیتروژن را تعیین کنید.

۳۴- گزینه ۴

ابتدا باید معادلهٔ واکنش انجام‌شده را موازنه کنیم:

$$۲NO(g)+۲H_۲(g) \rightarrow N_۲(g)+۲H_۲O(g)$$

با توجه به معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش، می‌توان گفت که اگر در مجموع ۴ مول از گازهای NO و $H_۲$، معادل $۴\times ۲۲/۴$ لیتر از آن‌ها متناسب با ضرایب استوکیومتری خود در واکنش شرکت کنند، یک مول گاز $N_۲$ و ۲ مول بخار آب تولید می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$\text{بازده درصدی واکنش} = \text{درصد مصرفی واکنش‌دهنده‌ها}$$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{\text{فراورده‌های تولیدی}\ (N_۲+۲H_۲O)}} = \frac{\overbrace{\frac{x}{۱۰۰}\times\text{حجم}}^{\text{واکنش‌دهنده‌های مصرفی}}}{۲۲/۴\times\text{ضریب}}$$

نکته در مسائل استوکیومتری واکنش، در مواردی که به جای جرم یک ماده، مجموع یا تفاوت جرم دو ماده خواسته شده یا داده می‌شود، کسر تناسب مربوط به جرم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}\begin{cases}\dfrac{\text{مجموع جرم دو ماده}}{(\text{جرم مولی مادهٔ ۲}\times\text{ضریب مادهٔ ۲})+(\text{جرم مولی مادهٔ ۱}\times\text{ضریب مادهٔ ۱})}\\ \dfrac{\text{تفاوت جرم دو ماده}}{|(\text{جرم مولی مادهٔ ۲}\times\text{ضریب مادهٔ ۲})-(\text{جرم مولی مادهٔ ۱}\times\text{ضریب مادهٔ ۱})|}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{{}^{\circ/۶}\!\!\not{۱۳/۴۴}\times\frac{x}{۱۰۰}}{۴\times\not{۲۲/۴}_{\ ۱}} = \frac{۳/۸۴}{\underbrace{(۱\times۲۸)}_{N_۲}+\underbrace{(۲\times۱۸)}_{H_۲O}} \Rightarrow x = \frac{{}^{\circ/۱}\!\!\not{۳/۸۴}\times۴\times۱۰۰}{\not{۰/۶}\times\not{۶۴}} \Rightarrow x = ٪۴۰$$

مشاوره در این مدل مسائل استوکیومتری پیچیده که تفاوت یا مجموع مقدار مواد، به همراه درصد خلوص یا بازده درصدی واکنش به ما داده می‌شود، پیچیدگی سؤال به قدری زیاد است که حل آن به روش استفاده از کسرهای تبدیل، طولانی بوده و با خطای علمی زیادی همراه است، لذا شما باید حتماً این سری سؤال‌ها رو به روش کسر تناسب حل کنید. پس اگر روش کسر تناسب رو تا الان بلد نبودید، یادش بگیرین!

۳۵- گزینه ۳

شفاف‌سازی در صورت سؤال، باید اشاره می‌شد که چگالی داده‌شده مربوط به محلول اولیه است. اگر چگالی داده‌شده را چگالی محلول نهایی (محلول رقیق‌شده) در نظر بگیریم، به اعداد داده‌شده در گزینه‌ها نمی‌رسیم.

استراتژی ابتدا با توجه به حجم و غلظت مولی محلول اولیه (غلیظ)، شمار مول‌ها و در نتیجه جرم حل‌شوندهٔ (NaOH) موجود در آن را محاسبه کن، سپس با توجه به این‌که با افزودن آب، مقدار حل‌شونده در محلول ثابت باقی می‌ماند و با توجه به درصد جرمی محلول نهایی (رقیق)، جرم محلول نهایی را به دست بیار. در نهایت *تو سه سوت!* با کم‌کردن جرم محلول اولیه از جرم محلول نهایی، جرم آب اضافه‌شده به محلول را حساب کن.

گام ۱ جرم NaOH موجود در محلول اولیه (غلیظ) را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} \Rightarrow \text{مول NaOH} = \underbrace{\text{حجم}\times\text{غلظت مولی}}_{\text{محلول اولیه}} = ۲\times۰/۵ = ۱\ mol$$

بنابراین در محلول اولیه، یک مول NaOH معادل ۴۰ گرم از این ماده وجود دارد.

گام ۲ با افزودن آب به محلول و رقیق‌کردن آن، جرم NaOH موجود در آن ثابت می‌ماند؛ بنابراین می‌توانیم جرم محلول نهایی را محاسبه کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times۱۰۰ \Rightarrow ۵ = \frac{۴۰}{x}\times۱۰۰ \Rightarrow x = \frac{۴۰۰۰}{۵} = ۸۰۰\ g \text{ محلول}$$

گام ۳ با محاسبهٔ جرم محلول اولیه و کم‌کردن آن از جرم محلول نهایی، جرم آب اضافه‌شده را به دست می‌آوریم:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \Rightarrow \text{جرم محلول اولیه} = \text{حجم}\times\text{چگالی} = ۱/۲\ \frac{g}{mL}\times۵۰۰\ mL = ۶۰۰\ g$$

$$\Rightarrow \text{جرم آب اضافه‌شده} = \text{جرم محلول نهایی} - \text{جرم محلول اولیه} = ۸۰۰-۶۰۰ = ۲۰۰\ g$$

مشاوره اگر چگالی داده‌شده را مربوط به محلول نهایی (محلول رقیق) می‌دانستیم، باید ابتدا غلظت مولی محلول رقیق را محاسبه می‌کردیم:

$$\text{غلظت مولی} = M = \frac{۱۰ad}{\text{جرم مولی}} \xrightarrow{\text{برای محلول نهایی (رقیق)}} M = \frac{۱۰\times۵\times۱/۲}{۴۰} = ۱/۵\ mol.L^{-۱}$$

حالا اگر از فرمول رقیق‌سازی استفاده کنیم، حجم محلول رقیق برابر است با:

$$M_{\text{غلیظ}}V_{\text{غلیظ}} = M_{\text{رقیق}}V_{\text{رقیق}} \Rightarrow ۲\times۵۰۰ = ۱/۵\times V_{\text{رقیق}} \Rightarrow V_{\text{رقیق}} \simeq ۶۶۷\ mL$$

$$\text{حجم آب اضافه‌شده} = \text{حجم محلول رقیق} - \text{حجم محلول غلیظ} = ۶۶۷-۵۰۰ = ۱۶۷\ mL$$

چگالی آب $۱\ g.mL^{-۱}$ است؛ بنابراین جرم آب اضافه‌شده ۱۶۷ گرم می‌شود که در گزینه‌ها وجود ندارد!

۳۶- گزینه ۲

گشتاور دوقطبی اغلب هیدروکربن‌ها مانند متان ($CH_۴$) ناچیز و در حدود صفر است. از آن‌جا که در ساختار کربن دی‌سولفید ($CS_۲$)، اتم‌های اطراف اتم مرکزی یکسان و اتم مرکزی فاقد الکترون ناپیوندی است؛ این ماده نیز ناقطبی بوده و گشتاور دوقطبی آن برابر صفر است.

$$\ddot{S} = C = \ddot{S}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

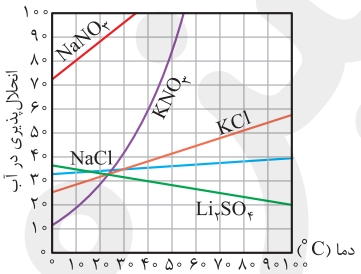
۱) در شرایط یکسان، انحلال‌پذیری گاز ناقطبی $CO_۲$ از انحلال‌پذیری گاز قطبی NO بیشتر است نه کم‌تر! زیرا $CO_۲$ برخلاف NO با آب واکنش می‌دهد.

مقایسهٔ انحلال‌پذیری: $CO_۲ > NO > N_۲$

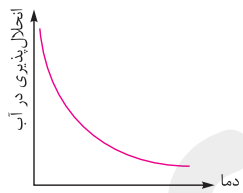
$CO_۲$	NO	$N_۲$
مولکول ناقطبی که با آب واکنش می‌دهد.	مولکول قطبی	مولکول ناقطبی

۳) انحلال‌پذیری گازها با دما رابطهٔ عکس دارد؛ یعنی با افزایش دما، انحلال‌پذیری گازها در آب، کاهش می‌یابد.

در مورد نمک‌ها می‌توان گفت که **در اغلب** آن‌ها برخلاف گازها، با افزایش دما، انحلال‌پذیری نمک در آب، افزایش می‌یابد. اما در **برخی** از نمک‌ها مانند لیتیم سولفات ($Li_۲SO_۴$) و کلسیم کلرید ($CaCl_۲$) همانند گازها، با افزایش دما، انحلال‌پذیری نمک در آب، کاهش می‌یابد. (نمودار انحلال‌پذیری برحسب دما برای آن‌ها نزولی است.)



نمودار انحلال‌پذیری برخی ترکیب‌های یونی در آب برحسب دما



نمودار انحلال‌پذیری گازها در آب برحسب دما

۴) طبق متن کتاب درسی، انتقال پیام‌های عصبی بدون وجود یون پتاسیم (K^+) اصلاً **امکان‌پذیر نیست.**

۳۷- گزینه ۱

شفاف‌سازی منظور از غلظت مولکول‌ها در محلول I، غلظت اسید یونیده‌نشده $(M-[H^+])$ و منظور از مجموع غلظت یون‌ها در محلول (II)، مجموع غلظت یون‌های H^+ و $HCOO^-$ است که با هم برابر بوده و هر کدام از رابطهٔ $M\alpha$ به دست می‌آید.

نکته فرایند یونش اسیدهای ضعیف در آب، تعادلی است و برای آن‌ها، رابطه‌های زیر برقرار است:

	$HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$		
غلظت اولیه	M	۰	۰
تغییر غلظت	$-x$	$+x$	$+x$
غلظت تعادلی	$M-x$	x	x

$$\text{غلظت اسید یونیده‌شده} = x = [H^+] = [A^-] = M\alpha$$

$$\text{غلظت تعادلی یا یونیده‌نشدهٔ اسید} = M-x = M-[H^+] = M-M\alpha$$

گام با توجه به غلظت اولیهٔ اسید HF، برای به دست آوردن غلظت مولکول‌ها در محلول (I) (که منظور همان مولکول‌های یونیده‌نشدهٔ HF است) از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$[HF]_{\text{تعادلی}} = [HF]_{\text{اولیه}} - [H^+]$$

بنابراین با توجه به رابطهٔ $[H^+] = M\alpha$ داریم:

$$[H^+] = ۰/۲ \times ۲/۴ \times ۱۰^{-۲} = ۴۸ \times ۱۰^{-۴} \ mol.L^{-۱}$$

(حواستون باشه که در جدول مربوط به سؤال درصد یونش آمده و نه درجهٔ یونش.)

$$[HF]_{\text{تعادلی}} = ۰/۲ - ۴۸ \times ۱۰^{-۴} = ۱۹۵۲ \times ۱۰^{-۴} \ mol.L^{-۱}$$

گام محاسبهٔ مجموع غلظت یون‌ها در محلول HCOOH

$$\text{مجموع غلظت مولی یون‌ها} = [H^+] + [HCOO^-] = ۲M\alpha$$

$$= ۲ \times ۰/۱ \times ۲ \times ۱۰^{-۲} = ۴ \times ۱۰^{-۳} \ mol.L^{-۱}$$

گام محاسبهٔ نسبت خواسته‌شده:

$$\frac{\text{غلظت مولکول‌ها در محلول (I)}}{\text{مجموع غلظت یون‌ها در محلول (II)}} = \frac{۱۹۵۲ \times ۱۰^{-۴}}{۴ \times ۱۰^{-۳}} = ۴۸/۸$$

تیزبازی با توجه به α بسیار کم محلول I، می‌توانیم غلظت مولکول‌های تعادلی و اولیهٔ آن را یکسان در نظر بگیریم و با تقریب خوبی به پاسخ برسیم؛ بنابراین داریم:

$$\frac{[HF]_{\text{تعادلی}}}{\text{مجموع غلظت یون‌ها در محلول (II)}} = \frac{۰/۲}{۴ \times ۱۰^{-۳}} = ۵۰$$

نزدیک‌ترین گزینه به این عدد، ۱ (۴۸/۸) است.

۳۸- گزینه ۴

شفاف‌سازی نخستین آلکان ← متان ($CH_۴$) دومین آلکان ← اتان ($C_۲H_۶$)

استراتژی تعداد مول $CH_۴$ و $C_۲H_۶$ اولیه را x و y در نظر بگیر و معادلهٔ واکنش سوختن آن‌ها را بنویس! بعد با توجه به نسبت مقدار اکسیژن مصرفی در آن‌ها، رابطهٔ بین x و y را پیدا کن و در آخر، با توجه به رابطه (جرم مولی × مول = جرم)، نسبت تعداد مول آلکان‌ها را به نسبت جرم آن‌ها تبدیل کن!

گام تعداد مول نخستین آلکان ($CH_۴$) و دومین آلکان ($C_۲H_۶$) را به ترتیب x و y در نظر می‌گیریم و با توجه به ضرایب استوکیومتری مواد در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ سوختن کامل آن‌ها، رابطهٔ بین تعداد مول آلکان و اکسیژن مصرفی را می‌نویسیم:

$$\underset{x \text{ mol}}{CH_۴} + ۲O_۲ \rightarrow CO_۲ + \underset{۲x \text{ mol}}{۲H_۲O}$$

$$\underset{y \text{ mol}}{۲C_۲H_۶} + ۷O_۲ \rightarrow ۴CO_۲ + \underset{\frac{۷}{۲}y \text{ mol}}{۶H_۲O}$$

گام **روش** با توجه به رابطهٔ «جرم مولی × مول = جرم» و اطلاعات داده‌شده در سؤال، جرم و در نتیجه تعداد مول اکسیژن مصرفی در سوختن کامل متان (۲x)، ۳ برابر جرم و تعداد مول اکسیژن مصرفی در سوختن کامل اتان ($\frac{۷}{۲}y$) است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$۲x = ۳ \times \frac{۷}{۲}y \Rightarrow ۴x = ۲۱y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{۲۱}{۴}$$

گام با توجه به رابطهٔ « جرم مولی × مول = جرم »، نسبت تعداد مول آلکان‌ها را به نسبت جرم آن‌ها تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم } CH_۴}{\text{جرم } C_۲H_۶} = \frac{\text{مول } CH_۴ \ (x)}{\text{مول } C_۲H_۶ \ (y)} \times \frac{\text{جرم مولی } CH_۴}{\text{جرم مولی } C_۲H_۶} = \frac{\cancel{۲۱}^{۷}}{\cancel{۴}_{۱}} \times \frac{\cancel{۱۶}^{۴}}{\cancel{۳۰}_{۱۰}} = ۲/۸$$

روش معادلهٔ واکنش سوختن متان را در عدد ۱۰/۵ ضرب می‌کنیم تا ضریب $O_۲$ در واکنش سوختن متان، ۳ برابر ضریب $O_۲$ در واکنش سوختن اتان شود، سپس بین متان و اتان تناسب برقرار می‌کنیم:

$$\begin{cases} ۱۰/۵ \ CH_۴ \sim ۲۱O_۲ \\ ۲C_۲H_۶ \sim ۷O_۲ \end{cases}$$

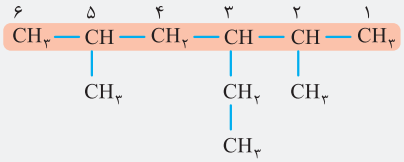
$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{CH_۴}} = \frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{C_۲H_۶}} \Rightarrow \frac{\text{جرم } CH_۴}{۱۰/۵ \times ۱۶} = \frac{\text{جرم } C_۲H_۶}{۲ \times ۳۰}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{جرم } CH_۴}{\text{جرم } C_۲H_۶} = \frac{۱۰/۵ \times \overset{۸}{\cancel{۱۶}}}{\underset{۱}{\cancel{۲}} \times ۳۰} = \frac{۸۴}{۳۰} = ۲/۸$$

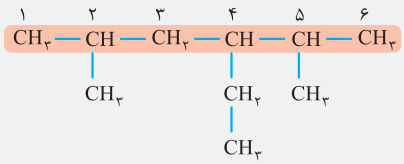
۳۹- گزینه ۳

نکته در نام‌گذاری آلکان‌ها، شماره‌گذاری زنجیر اصلی را از سمتی انجام می‌دهیم که از کنار هم گذاشتن عددهای مربوط به کربن‌های دارای شاخهٔ فرعی، عدد کوچک‌تری به دست بیاید.

مثال:



شماره‌گذاری درست (عدد حاصل از شمارهٔ کربن‌های دارای شاخهٔ فرعی: ۲۳۵)



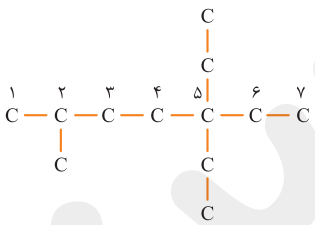
شماره‌گذاری نادرست (عدد حاصل از شمارهٔ کربن‌های دارای شاخهٔ فرعی: ۲۴۵)

فقط نام‌های داده‌شده در ۲ و ۳ با ساختار مطابقت دارند. آلکان ۲، ۵ گروه $CH_۲$ و آلکان ۳، ۲ گروه $CH_۲$ دارد.

بررسی گزینه‌ها:

۱

$(CH_۳)_۲CH(CH_۲)_۲C(C_۲H_۵)_۲C_۲H_۵ \Rightarrow$

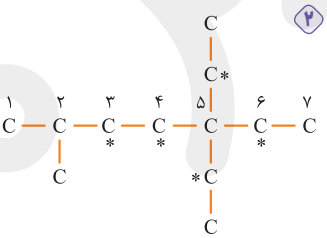


۵، ۵ـ دی‌اتیل ـ ۲ـ متیل هپتان

در این گزینه، نام و ساختار آلکان با هم تطابق ندارند.

۲

$CH_۳CH(CH_۳)(CH_۲)_۲C(C_۲H_۵)_۳ \Rightarrow$

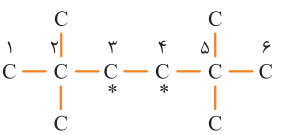


۵، ۵ـ دی‌اتیل ـ ۲ـ متیل هپتان

در این گزینه، نام و ساختار آلکان با هم تطابق دارند و آلکان، دارای ۵ گروه $CH_۲$ است. (در ساختار با * مشخص شده است.)

۳

$C(CH_۳)_۳(CH_۲)_۲C(CH_۳)_۳ \Rightarrow$

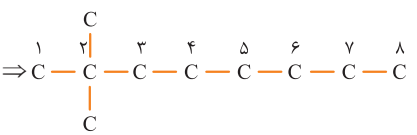


۲، ۲، ۵، ۵ ـ تترامتیل هگزان

در این گزینه، نام و ساختار آلکان با هم تطابق دارند و آلکان دارای ۲ گروه $CH_۲$ است.

۴

$(CH_۳)_۳C(CH_۲)_۵CH_۳ \Rightarrow$



۲، ۲ـ دی‌متیل اوکتان

در این گزینه، نام و ساختار آلکان با هم تطابق ندارند.

۴۰- گزینه ۲

روش ۱ استفاده از کسر تناسب: در استفاده از این روش، بازده درصدی را باید در صورت کسر واکنش‌دهنده ضرب کنیم:

$$۲NaHCO_۳(s) \rightarrow Na_۲CO_۳(s) + \underbrace{CO_۲(g) + H_۲O(g)}_{\text{فراورده‌های گازی}}$$

$$\frac{\frac{\text{مول} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{۱۰۰}}{\text{ضریب}}}{NaHCO_۳} = \frac{\text{تفاوت جرم}}{\underbrace{|(\text{جرم مولی B} \times \text{ضریب B}) - (\text{جرم مولی A} \times \text{ضریب A})|}_{CO_۲ - H_۲O}}$$

$$\frac{x \times \frac{۶۴}{۱۰۰}}{۲} = \frac{۱۰/۴}{۴۴-۱۸} \Rightarrow \frac{x \times ۳۲}{۱۰۰} = \frac{۱۰/۴}{۲۶} \Rightarrow x = \frac{۴۰}{۳۲} = \frac{۱۰}{۸} = \frac{۵}{۴} = ۱/۲۵$$

روش ۲ استفاده از کسر تبدیل: با توجه به معادلهٔ واکنش، اگر ۲ مول واکنش‌دهنده با بازده ۱۰۰ درصد مصرف شود، ۱ مول گاز $CO_۲$ (با جرم ۴۴ g) و ۱ مول گاز $H_۲O$ (با جرم ۱۸ g) تولید می‌شود؛ یعنی تفاوت جرم فراورده‌های گازی برابر $۴۴ - ۱۸ = ۲۶$ گرم خواهد بود.

$$(۲NaHCO_۳(s) \rightarrow Na_۲CO_۳(s) + CO_۲(g) + H_۲O(g))$$

حالا اگر تعداد مول واکنش‌دهنده را x مول در نظر گرفته و بازده درصدی واکنش را در محاسبات وارد کنیم، خواهیم داشت:

$$\text{تفاوت جرم } ۱۰/۴ \text{ g} = x \text{ mol } NaHCO_۳ \times \frac{\text{تفاوت جرم } ۲۶ \text{ g}}{۲ \text{ mol } NaHCO_۳} \times \underbrace{\frac{۶۴}{۱۰۰}}_{\text{بازده}}$$

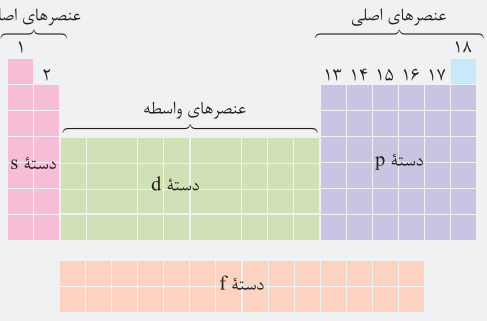
$$\Rightarrow x = ۱/۲۵ \text{ mol } NaHCO_۳$$

۴۱- گزینه ۴

شفاف‌سازی
۱ اتم Y از دستهٔ d ← گروه ۳ تا ۱۲ ← ۳ تا ۱۲ الکترون ظرفیتی
۲ اتم X از دستهٔ s ← گروه ۱ و ۲ و هیدروژن و هلیم ← ۱ یا ۲ الکترون ظرفیتی

درس‌نامه دسته‌بندی عنصرها به s، p، d و f

با توجه به این‌که آخرین الکترون هر اتم به چه زیرلایه‌ای وارد می‌شود، می‌توان عنصرها را به چهار دستهٔ s، p، d و f تقسیم کرد. در ضمن، عنصرهای دسته s و p را عنصرهای اصلی و عنصرهای دسته d را عنصرهای واسطه می‌نامند.



- عنصرهای دستهٔ s ← عنصرهای گروه‌های ۱ و ۲+ هیدروژن و هلیم ← ۱۴ عنصر
- عنصرهای دستهٔ p ← عنصرهای گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ (به‌جز هلیم) ← ۳۶ عنصر
- عنصرهای دستهٔ d ← عنصرهای گروه‌های ۳ تا ۱۲ در دوره‌های چهارم تا هفتم ← ۴۰ عنصر
- عنصرهای دستهٔ f ← عنصرهای دو ردیف پایین جدول ← ۲۸ عنصر

با توجه به آرایش الکترونی هر عنصر، می‌توان شمار الکترون‌های ظرفیت و موقعیت آن را در جدول تعیین کرد:

نوع دسته	آرایش الکترون‌های ظرفیت	تعداد الکترون‌های ظرفیت	رابطهٔ شمارهٔ گروه و تعداد الکترون‌های ظرفیت
s	ns	توان ns (تعداد الکترون‌های بیرونی‌ترین لایهٔ الکترونی)	شمارهٔ گروه = تعداد e های ظرفیت (به‌جز هلیم)
d	$(n-۱)d\ ns$	مجموع توان ns و $(n-۱)d$ (تعداد الکترون‌های دو زیرلایهٔ آخر)	شمارهٔ گروه = تعداد e های ظرفیت
p	$ns\ np$	مجموع توان ns و np (تعداد الکترون‌های بیرونی‌ترین لایهٔ الکترونی)	شمارهٔ گروه = ۱۰ + تعداد e های ظرفیت

دقت کنید که برای همهٔ عنصرهای دستهٔ s (به‌جز هلیم) و عنصرهای دستهٔ d، شمار الکترون‌های ظرفیت با شمارهٔ گروه برابر است:

شمارهٔ گروه = شمار الکترون‌های ظرفیت ⇒ عنصرهای گروه‌های ۱ تا ۱۲

عنصر Y در دستهٔ d یعنی گروه‌های ۳ تا ۱۲ قرار دارد؛ بنابراین دارای ۳ تا ۱۲ الکترون ظرفیتی است. از طرفی عنصر X در دستهٔ s قرار دارد؛ یعنی یا در گروه ۱ و ۲ قرار دارد و یا هلیم است و دارای ۱ یا ۲ الکترون ظرفیتی می‌باشد.

حالا باید ببینیم در چه حالتی، تعداد الکترون‌های ظرفیتی اتم Y، دو برابر اتم X خواهد شد. اگر X در گروه ۱ قرار داشته باشد $(ns^۱)$، دارای یک الکترون ظرفیتی است؛ پس طبق اطلاعات سؤال، اتم Y باید دو الکترون ظرفیتی داشته باشد که چنین چیزی امکان‌پذیر نیست، زیرا در دستهٔ d، عنصری با ۲ الکترون ظرفیتی وجود دارد؛ بنابراین X باید ۲ الکترون ظرفیتی داشته باشد (در گروه ۲ یا هلیم باشد) تا Y دارای ۴ الکترون ظرفیتی شود. با توجه به این‌که Y در دورهٔ چهارم قرار دارد، این اتم همان فلز تیتانیم $(_{۲۲}Ti)$ از گروه ۴ است.

$$X \Rightarrow \text{دستهٔ s} \begin{cases} ns^۱ \xrightarrow{\text{۲ برابر}} Y \Rightarrow \text{غ‌ق ظرفیتی } ۲e^- \\ ns^۲ \xrightarrow{\text{۲ برابر}} Y \Rightarrow \text{ظرفیتی } ۴e^- \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} X \Rightarrow He \text{ , گروه } ۲ \\ Y \Rightarrow {}_{۲۲}Ti \end{matrix}$$

بررسی گزینه‌ها:
۱ اگر X هلیم باشد، با گاز کلر واکنش نمی‌دهد و الکترون مبادله نمی‌شود.
۲ X می‌تواند هلیم باشد که گاز است.
۳ بالاترین عدد اکسایش عنصرهای گروه ۲ و تیتانیم در ترکیب‌ها به ترتیب ۲+ و ۴+ است، اما دقت کنید که X می‌تواند هلیم هم باشد که در واکنشی شرکت نمی‌کند و ترکیبی ندارد و عدد اکسایش آن همیشه صفر است.
۴ عنصر گروه ۲ در دورهٔ چهارم، همان کلسیم $(_{۲۰}Ca)$ است. در این حالت، تفاوت عدد اتمی دو عنصر برابر $۲۰ - ۲ = ۲۲$ خواهد بود؛ یعنی در اینجا واژهٔ «حداقل» هم اضافی است، ولی با توجه به این‌که ۱ تا ۳ با هلیم نقض می‌شوند، *احتمالاً طراح می‌خواسته* ۴ رو درست بگیره!

۴۲- گزینه ۱

نکته برای واکنش‌های گازی، ΔH واکنش را می‌توان با استفاده از آنتالپی‌های پیوند، مطابق رابطهٔ زیر تعیین کرد:

$$\Delta H(\text{واکنش}) = \begin{bmatrix} \text{مجموع آنتالپی پیوندها} \\ \text{در مواد واکنش‌دهنده} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \text{مجموع آنتالپی پیوندها} \\ \text{در مواد فراورده} \end{bmatrix}$$

رابطهٔ محاسبهٔ ΔH واکنش به کمک آنتالپی‌های پیوند را نوشته و موارد معلوم را در آن جای‌گذاری می‌کنیم:

$$N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3 \qquad \Delta H = -92\ kJ$$

$$-92 = [\Delta H(N_2) + 3\Delta H(H_2)] - [6\underbrace{\Delta H(N-H)}_{390}]$$

$$\Rightarrow \Delta H(N_2) + 3\Delta H(H_2) = 2248\ kJ$$

اگر رابطهٔ به‌دست‌آمده را در ۰/۲ ضرب کنیم، انرژی لازم برای شکستن پیوند در ۰/۲ مول N_2 و ۰/۶ مول H_2 به دست می‌آید:

$$0/2\Delta H(N_2) + 0/6\Delta H(H_2) = 0/2 \times 2248 = 449/6\ kJ$$

۴۳- گزینه ۱

نکته در حد کتاب درسی، ترکیبی با دو اتم اکسیژن و فرمول کلی $C_nH_{2n}O_2$، می‌تواند از خانوادهٔ کربوکسیلیک اسیدها یا استرها باشد:

$C_nH_{2n}O_2$

- اسید: $R-C(=O)-OH$ (R یا گروه هیدروکربنی، H)
- استر: $R-C(=O)-O-R'$ (R یا H گروه هیدروکربنی، R' فقط گروه هیدروکربنی)

برای ترکیبی با فرمول $C_3H_6O_2$، می‌توان یک ساختار اسیدی و دو ساختار استری در نظر گرفت:

$C_3H_6O_2$

۱) $CH_3-CH_2-C(=O)-OH$ — پروپانوئیک اسید

۲) $H-C(=O)-O-CH_2-CH_3$ — اتیل متانوات

۳) $CH_3-C(=O)-O-CH_3$ — متیل اتانوات

بررسی گزینه‌ها: ۱) ترکیبی با فرمول $C_3H_6O_2$، دو نوع استر یا یک نوع اسید است.

۲) به طور کلی، ایزومرها سطح انرژی متفاوتی دارند، زیرا پیوندهای متفاوتی نیز در ساختار آن‌ها وجود دارد.

۳) با توجه به یکسان‌بودن فرمول مولکولی ایزومرها، شمار جفت الکترون‌های پیوندی (پیوند اشتراکی) در آن‌ها یکسان است:

$$C_3H_6O_2 \text{ شمار پیوندها در} = \frac{\overbrace{(4\times3)}^{C} + \overbrace{(1\times6)}^{H} + \overbrace{(2\times2)}^{O}}{2} = 11$$

۴) جاذبهٔ بین مولکولی غالب در کربوکسیلیک اسیدهای کوچک، به دلیل وجود پیوند $O-H$ در ساختار آن‌ها، از نوع پیوند هیدروژنی است، در حالی که جاذبهٔ بین مولکولی غالب در استرها، از نوع وان‌درواالسی است.

مشاوره برای فرمول $C_3H_6O_2$، می‌توان ساختارهای دیگری نیز در نظر گرفت که با توجه به این‌که در کتاب درسی مطرح نشده‌اند، طراح سؤال، آن‌ها را در نظر نگرفته است. بهتر بود حداقل در صورت سؤال، اشاره می‌شد که ترکیب مورد نظر، فقط دارای یک گروه عاملی اکسیژن‌دار است. ساختار برخی از ترکیب‌های دیگری که دارای فرمول $C_3H_6O_2$ هستند، در زیر آورده شده است:

$HO-CH=CH-CH_2-OH$

$CH_3-C(=O)-CH_2-OH$ ، $CH_3-O-CH_2-C(=O)-H$

$CH_3-CH(OH)-C(=O)-H$ ، $HO-CH_2-CH_2-C(=O)-H$

۴۴- گزینه ۳

گام ۱ جدول تغییرات تعداد مول مواد را رسم کرده و به کمک اطلاعات داده‌شده، تعداد مول همهٔ گازها پس از ۲۰ ثانیه را به دست می‌آوریم:

$$2N_2O_5 \rightarrow 4NO_2 + O_2$$

	$2N_2O_5$	$4NO_2$	O_2
مول اولیه	۲	۰	۰
تغییر مول	$-2x$	$+4x$	$+x$
مول نهایی	$2-2x$	$4x$	x

$$\text{مول } NO_2 \text{ تولیدی} = 2 \Rightarrow 4x = 2 \Rightarrow x = 0/5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{مول } N_2O_5 \text{ پس از ۲۰ ثانیه} = 2-2x = 2-1 = 1 \\ \text{مول } NO_2 \text{ پس از ۲۰ ثانیه} = 4x = 2 \\ \text{مول } O_2 \text{ پس از ۲۰ ثانیه} = x = 0/5 \end{cases}$$

گام ۲ با توجه به سرعت متوسط تولید O_2، حجم ظرف را حساب می‌کنیم:

$$\bar{R}(O_2) = \frac{\Delta[O_2]}{\Delta t} = \frac{\frac{\Delta n(O_2)}{V}}{\Delta t} \Rightarrow 0/6 = \frac{\frac{0/5}{V}}{20\,s \times \frac{1\,min}{60\,s}} \Rightarrow 0/6 = \frac{1/5}{V}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1/5}{0/6} = \frac{15}{6} = \frac{12}{6} + \frac{3}{6} = 2/5\ L$$

گام ۳ با توجه به مول گازها و حجم ظرف، مجموع غلظت مولی گازهای درون ظرف پس از ۲۰ ثانیه از شروع واکنش را به دست می‌آوریم:

$$\text{مجموع مول گازها پس از ۲۰ ثانیه} = 1+2+0/5 = 3/5\ mol$$

$$\text{مجموع غلظت مولی گازها} = \frac{\text{مجموع تعداد مول گازها}}{\text{حجم ظرف}} = \frac{3/5}{2/5} = \frac{35}{25} = \frac{7}{5} = 1/4$$

۴۵- گزینه ۲

شفاف‌سازی واکنش با جذب گرما همراه است. ⇐ واکنش گرماگیر ($\Delta H > 0$) است.

نکته فرایندها و واکنش‌های گرماگیر و گرماده کتاب درسی

۱ فرایندهای گرماگیر ($\Delta H > 0$)

۱- تغییر حالت‌های فیزیکی ذوب، تبخیر و تصعید (فرازش)

۲- واکنش فتوسنتز: $6CO_2(g) + 6H_2O(l) \rightarrow C_6H_{12}O_6(s) + 6O_2(g)$

۳- انحلال آمونیوم نیترات در آب: $NH_4NO_3(s) \xrightarrow{\text{در آب}} NH_4^+(aq) + NO_3^-(aq)$

۴- تجزیهٔ N_2O_4 به NO_2: $N_2O_4(g) \rightarrow 2NO_2(g)$

۵- تولید اوزون از گاز اکسیژن: $3O_2(g) \rightarrow 2O_3(g)$

۶- تشکیل NO از N_2 و O_2: $N_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO(g)$

۷- تشکیل N_2H_4 (هیدرازین) از H_2 و N_2: $N_2(g) + 2H_2(g) \rightarrow N_2H_4(g)$

۸- تشکیل گاز هیدروژن یدید از گاز هیدروژن و ید جامد: $H_2(g) + I_2(s) \rightarrow 2HI(g)$

۲ فرایندهای گرماده ($\Delta H < 0$)

۱- تغییر حالت‌های فیزیکی انجماد، میعان و چگالش

۲- همهٔ واکنش‌های سوختن (مانند سوختن گاز هیدروژن، کربن، هیدروکربن‌ها و ...)

۳- انحلال کلسیم کلرید در آب: $CaCl_2(s) \xrightarrow{\text{آب}} Ca^{2+}(aq) + 2Cl^-(aq)$

۴- واکنش فلزهای گروه اول با گاز کلر: $2M(s) + Cl_2(g) \rightarrow 2MCl(s)$ (M: گروه اول)

۵- تشکیل گاز HCl از گازهای H_2 و Cl_2: $H_2(g) + Cl_2(g) \rightarrow 2HCl(g)$

۶- تشکیل متان از گرافیت و هیدروژن: $C(s, \text{گرافیت}) + 2H_2(g) \rightarrow CH_4(g)$

۷- تشکیل گاز NH_3 از گازهای H_2 و N_2 (فرایند هابر): $N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$

۸– تشکیل آمونیاک از هیدرازین و هیدروژن: $N_2H_4(g)+H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$

۹– تجزیهٔ هیدروژن پراکسید: $2H_2O_2(aq) \rightarrow 2H_2O(l)+O_2(g)$

۱۰– واکنش گازهای CO و NO: $2CO(g)+2NO(g) \rightarrow 2CO_2(g)+N_2(g)$

۱۱– تشکیل گاز هیدروژن یدید از گاز هیدروژن و ید گازی:

$H_2(g)+I_2(g) \rightarrow 2HI(g)$

واکنش‌های ① و ④ گرماده هستند و خیلی سریع از دور مسابقه خارج می‌شوند.

② $\underbrace{N_2(g)+2H_2(g)}_{\text{۳ مول گاز}} \rightarrow \underbrace{N_2H_4(g)}_{\text{۱ مول گاز}}$

③ $\underbrace{2NH_3(g)}_{\text{۲ مول گاز}} \rightarrow \underbrace{N_2(g)+3H_2(g)}_{\text{۴ مول گاز}}$

فقط در واکنش ②، شمار مول‌های گازی فراورده‌ها نسبت به واکنش‌دهنده‌ها کم‌تر است.

نکته در واکنش‌هایی شامل مواد ناپایداری مانند هیدرازین (N_2H_4)، هیدروژن پراکسید (H_2O_2) و نیتروژن مونوکسید (NO)، Q در سمت مخالف این مواد قرار می‌گیرد:

$N_2+2H_2+Q \rightarrow N_2H_4 \Rightarrow$ گرماگیر

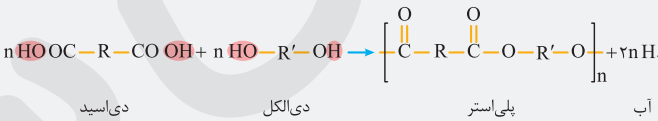
$2H_2O_2 \rightarrow 2H_2O+O_2+Q \Rightarrow$ گرماده

$N_2+O_2+Q \rightarrow 2NO \Rightarrow$ گرماگیر

۴۶- گزینه ۴

درس‌نامه دو روش تهیهٔ پلی‌استر

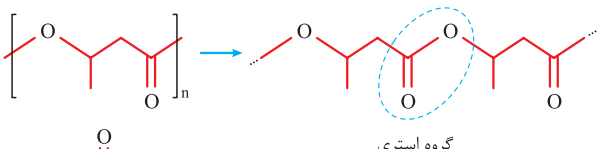
① واکنش دی‌اسید و دی‌الکل؛ در این حالت، OH از دی‌اسید و H از دی‌الکل جدا می‌شود:



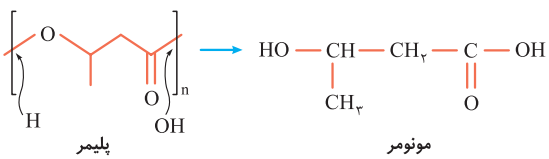
② پلیمری‌شدن ترکیبی که هر دو گروه عاملی اسیدی و الکلی را دارد: در این حالت، OH عامل اسیدی یک مولکول با H گروه الکلی مولکول مجاور خودش واکنش می‌دهد و مولکول آب خارج می‌شود و این روند تا تشکیل پلی‌استر ادامه می‌یابد. برای رسم ساختار پلیمر حاصل از این مونومرها کافی است OH اسیدی و H الکلی را در ساختار آن‌ها حذف کرده و گروه باقی‌مانده را درون کروشه قرار دهیم:



پلیمر داده‌شده، یک پلی‌استر است که از پلیمری‌شدن ترکیبی که هر دو گروه عاملی اسیدی و الکلی را دارد، به دست آمده است. برای این‌که گروه عاملی استری را بهتر ببینیم، کافی است واحد تکرارشونده را *یه بار دیگه ادامه بدیم:*



برای به دست آوردن ساختار مونومر، کافی است به O، اتم H و به گروه C، گروه OH اضافه کنیم:



بررسی گزینه‌ها: ① فرمول مولکولی مونومر پلیمر داده‌شده، به صورت $C_4H_8O_3$ است. از طرفی ساده‌ترین کربوکسیلیک اسید یک عاملی، همان فورمیک (متانوئیک) اسید با فرمول HCOOH است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$\frac{\text{جرم مولی } C_4H_8O_3}{\text{جرم مولی HCOOH}} = \frac{104}{46} \neq 2$

② مونومر سازندهٔ پلیمر مورد نظر، ترکیبی است که هر دو گروه عاملی الکلی و اسیدی را دارد.

③ ببینیم: $C_4H_8O_3: 4C+8(+1)+3(-2)=0 \Rightarrow 4C=-2$

④ علاوه بر این‌که مونومر مورد نظر در تهیه پلیمر داده‌شده، به کار رفته است، می‌تواند با مولکول‌های دیگری نیز واکنش داده و پلی‌استرهای جدیدی تولید کند.

۴۷- گزینه ۳

نکته کاربردهای پلیمرهای مطرح‌شده در کتاب درسی:

① پلی‌اتن، $(C_2H_4)_n$ ← سبک ← کیسهٔ پلاستیکی شفاف موجود در فروشگاه‌ها
سنگین ← لوله‌های پلاستیکی، دبه و تانکرهای آب، بطری کدر شیر

② پلی‌پروپن، $(C_3H_6)_n$ ← تهیهٔ تجهیزات پزشکی مانند سرنگ

③ پلی‌سیانواتن، $(C_3H_3N)_n$ ← پتو، فرش و پارچه

④ پلی‌استیرن، $(C_8H_8)_n$ ← ظروف یکبارمصرف

⑤ پلی‌وینیل کلرید، $(C_2H_3Cl)_n$ ← کیسهٔ خون

⑥ پلی‌تترا فلوئورواتن یا تفلون، $(C_2F_4)_n$ ← نخ دندان، نوار تفلون، کفی اتو، ظروف نچسب

⑦ کولار (نوعی پلی‌آمید) ← تایر اتومبیل، قایق بادبانی، لباس‌های مخصوص مسابقهٔ موتورسواری، جلیقهٔ ضدگلوله

⑧ پلی‌لاکتیک اسید (نوعی پلیمر سبز) ← ظرف‌های پلاستیکی یکبارمصرف مانند وسایل آشپزخانه، سفره، سطل زباله، کیسهٔ پلاستیکی

ساخت تانکر آب از کاربردهای پلی‌اتن سنگین و ساخت تایر اتومبیل از کاربردهای کولار (نوعی پلی‌آمید) است.

۴۸- گزینه ۳

نکته معادلهٔ واکنش خنثی‌شدن اسید و باز تک‌ظرفیتی به صورت $HA+BOH \rightarrow BA+H_2O$ است و به ازای مصرف ۱ مول اسید، یک مول باز مصرف می‌شود.

بررسی گزینه‌ها:

① برای خنثی‌شدن ۰/۰۵ مول HCl $(0/5\ L \times 0/1\ mol.L^{-1} = 0/05\ mol)$ مطابق واکنش $NaOH+HCl \rightarrow NaCl+H_2O$، ۰/۰۵ مول NaOH مصرف می‌شود.

② در دمای اتاق در هر محلول آبی، حاصل $[H^+][OH^-]$ ثابت و برابر 10^{-14} است.

③ باتوجه‌به‌این‌که‌برای‌خنثی‌شدن ۰/۰۵ مول HCl (H^+)، ۰/۰۵ مول NaOH (OH^-) نیاز است، فارغ از حجم محلول (II)، مول H^+ و OH^- یا شمار آن‌ها با هم برابر است.

④ اگر حجم محلول ظرف (II) برابر ۲۵۰ میلی‌لیتر باشد، داریم:

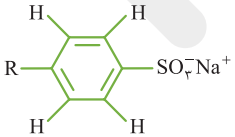
$[OH^-] = \frac{\text{مول } OH^-}{\text{حجم محلول}} = \frac{0/05}{0/25} = 0/2\ mol.L^{-1}$

$[H^+] = [HCl] = 0/1$

بنابراین نسبت $[OH^-]$ به $[H^+]$ برابر ۲ خواهد بود.

۴۹- گزینه ۱

نکته فرمول کلی پاک‌کنندهٔ صابونی جامد و غیرصابونی به صورت $RCOONa$ و $R'C_6H_4SO_3Na$ است.



دقت کنید که هر چند فرمول بنزن، به صورت C_6H_6 است، اما در پاک‌کننده‌های غیرصابونی، دو طرف حلقهٔ بنزن به اتم‌های کربن و گوگرد متصل است، به همین دلیل در پاک‌کننده‌های غیرصابونی، حلقهٔ بنزنی، ۴ اتم هیدروژن دارد:

پس با توجه به اطلاعات سؤال، بخش هیدروکربنی پاک‌کنندهٔ صابونی دارای ۳۵ = ۴ + ۳۱ اتم هیدروژن است و از آن‌جایی که بخش R آن سیرشده است، فرمول پاک‌کننده به صورت $C_nH_{2n+1}COONa$ می‌باشد:

$2n+1=35 \Rightarrow n=17 \Rightarrow$ فرمول پاک‌کننده: $C_{17}H_{35}COONa$

جرم مولی این پاک‌کننده برابر ۳۰۶ گرم بر مول است.

$17(12)+35(1)+12+2(16)+23=306\ g.mol^{-1}$

تیزبازی حواستون باشه، با توجه به این‌که هیچ اطلاعاتی راجع به کربن‌های بخش R پاک‌کنندهٔ غیرصابونی نداریم، هر گزینه‌ای که کربن‌های این دو پاک‌کننده رو مقایسه می‌کنه، نمی‌تونه به یقین درست باشه و تنها جواب این سؤال ۱ می‌تونه باشه.

۵۰- گزینه ۲

گام با توجه به حجم و pH محلول نهایی، مول کلی یون هیدروکسید در محلول را به دست می‌آوریم:

$$pH = ۱۳/۷ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱۳/۷} = ۱۰^{-۱۴} \times ۱۰^{۰/۳} = ۲ \times ۱۰^{-۱۴}$$

$$[H^+][OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [OH^-] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۲ \times ۱۰^{-۱۴}} = ۰/۵$$

$$OH^- \text{ مول} = OH^- \text{ غلظت مولی} \times \text{حجم محلول} = ۰/۵\,mol.L^{-۱} \times ۰/۵\,L = ۰/۲۵\,mol$$

گام با توجه به جرم $K_۲O$، به مول OH^- تولیدی از واکنش تفکیک یونی KOH می‌رسیم:

$$K_۲O(s) + H_۲O(l) \rightarrow ۲KOH(aq)$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$۲/۳۵\,g\,K_۲O \times \frac{۱\,mol\,K_۲O}{۹۴\,g\,K_۲O} \times \frac{۲\,mol\,KOH}{۱\,mol\,K_۲O} \times \frac{۱\,mol\,OH^-}{۱\,mol\,KOH} = \frac{۴/۷}{۹۴} = \frac{۱}{۲۰}\,mol$$

$$= ۰/۰۵\,mol\,OH^-$$

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{K_۲O}} = \frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{OH^-}} \Rightarrow \frac{۲/۳۵}{۱ \times ۹۴} = \frac{x}{۲} \Rightarrow x = ۰/۰۵\,mol$$

گام از آن‌جایی که مجموع مول یون OH^- در دو واکنش برابر ۰/۲۵ بوده است، پس مول هیدروکسید واکنش تفکیک NaOH برابر $۰/۲ = ۰/۰۵ - ۰/۲۵$ است:

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$۱۵/۵\,g\,Na_۲O \times \frac{y\,g\,Na_۲O \text{ خالص}}{۱۰۰\,g\,Na_۲O \text{ ناخالص}} \times \frac{۱\,mol\,Na_۲O}{۶۲\,g\,Na_۲O} \times \frac{۲\,mol\,NaOH}{۱\,mol\,Na_۲O}$$

$$\times \frac{۱\,mol\,OH^-}{۱\,mol\,NaOH} = ۰/۲ \Rightarrow \frac{۱۵/۵ \times y \times ۲}{۱۰۰ \times ۶۲} = ۰/۲ \Rightarrow y = ٪۴۰$$

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\underbrace{\frac{\text{درصد خلوص}}{۱۰۰} \times \text{جرم ناخالص}}_{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{Na_۲O}} = \frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{OH^-}} \Rightarrow \frac{۱۵/۵ \times \frac{y}{۱۰۰}}{۶۲} = \frac{۰/۲}{۲} \Rightarrow y = ٪۴۰$$

۵۱- گزینه ۱

در کلید ارائه‌شده توسط سازمان سنجش، پاسخ این تست، ۱ در نظر گرفته شده است، اما می‌توان همهٔ گزینه‌ها را نادرست در نظر گرفت.

بررسی گزینه‌ها: ۱ اگر *بخواهیم* خیلی کلی صحبت کنیم، در همهٔ واکنش‌های اکسایش ـ کاهش الکترون مبادله می‌شود و فرض اولیهٔ این عبارت، *نادرسته*! اما اگر مبادلهٔ الکترون را به معنای واقعی یعنی از دست دادن و گرفتن الکترون در نظر بگیریم، در سطح کتاب درسی، این عبارت می‌تواند درست باشد، زیرا به طور معمول، در مبادلهٔ کامل الکترون، *همیشه پای یک فلز در میان است*! مثلاً واکنش $۲Na + Cl_۲ \rightarrow ۲NaCl$، با مبادلهٔ الکترون بین فلز سدیم و گاز کلر همراه است. دقت کنید که در واکنش‌هایی مانند $۲H_۲ + O_۲ \rightarrow ۲H_۲O$، چون مواد شرکت‌کننده، مولکولی هستند، مبادلهٔ کامل الکترون وجود ندارد و ما با بار جزئی سروکار داریم و به همین دلیل بود که برای توجیه این‌گونه واکنش‌ها از عدد اکسایش استفاده می‌کردیم. *خلاصه این‌که* طراح در این‌جا می‌*خواسته* به تعریف عدد اکسایش گیر بده و بگه در واکنش‌هایی که فلز نداریم، مبادلهٔ کامل الکترون نداریم! اما مشکل *این‌جاست* که اولاً اصطلاح «مبادلهٔ الکترون» بارها و بارها در سؤالات کنکور سراسری (از جمله سؤال ۱۰۰ همین دفترچه) برای همهٔ واکنش‌های اکسایش ـ کاهش (چه با مبادلهٔ کامل الکترون و وجود فلز و چه با مبادلهٔ جزئی الکترون و بدون فلز) به کار رفته است. هم‌چنین واکنش‌هایی نیز وجود دارند که فلز، الکترون از دست نمی‌دهد و در واکنش با یک نافلز، ترکیب مولکولی تشکیل می‌دهد، یعنی با وجود این‌که به معنای واقعی، الکترون مبادله نمی‌شود، اما گونهٔ فلزی در واکنش وجود دارد، مانند واکنش فلز بریلیم با برخی نافلزها! *شاید بگین* چنین واکنش‌هایی در کتاب درسی بررسی نشده‌اند. حرف شما کاملاً درسته! *اما این‌بوری برای توجیه* ۳ *به مشکل می‌فوریم!*

۲ برای رد این گزینه می‌توان به واکنش فلز با یون فلزی اشاره کرد، مثلاً $Fe + Cu^{۲+} \rightarrow Fe^{۲+} + Cu$ که در این واکنش اصلاً یون نافلزی وجود ندارد. در ضمن، در آن یک یون فلزی $(Cu^{۲+})$ کاهش می‌یابد و نه یون نافلزی!

۳ در حد کتاب درسی، اگر یک گونهٔ فلزی (مانند Mg)، جزء واکنش‌دهنده‌ها باشد، فلز قطعاً الکترون از دست می‌دهد و به کاتیون خود تبدیل می‌شود؛ از این‌رو حتماً یک یون فلزی در فراورده‌ها وجود خواهد داشت مانند واکنش: $۲Mg + O_۲ \rightarrow ۲MgO$! اما در این‌جا هم می‌توان گفت که فلز ممکن است به یک ترکیب مولکولی تبدیل شود و در فراورده‌ها، یون نداشته باشیم! هم‌چنین منظور طراح به طور واضح از این‌که *می‌گه* «در واکنش شرکت می‌کند»، مشخص نیست. هم واکنش‌دهنده‌ها و هم فراورده‌ها جزء مواد شرکت‌کننده در واکنش محسوب می‌شوند. اگر در این‌جا، گونهٔ فلزی را در سمت فراورده‌ها قرار دهیم، مثال‌های نقضی وجود خواهند داشت که یون فلزی در فراورده‌ها وجود ندارد مانند:

$$PbO + NH_۳ \rightarrow Pb + N_۲ + H_۲O$$

۴ برای رد این گزینه می‌توان به واکنش یک اتم فلزی و یک یون فلزی که منجر به تشکیل یک نوع فراورده می‌شود اشاره کرد مانند واکنش: $Fe(s) + ۲Fe^{۳+}(aq) \rightarrow ۳Fe^{۲+}(aq)$، که در این واکنش، واکنش‌دهنده‌های جامد و محلول به فراوردهٔ محلول تبدیل شده‌اند یا می‌توان به واکنش $Zn(s) + V^{۵+}(aq) \rightarrow Zn^{۲+}(aq) + V^{۴+}(aq)$ اشاره کرد که واکنش‌دهنده‌های جامد و محلول به فراورده‌های محلول تبدیل شده‌اند.

۵۲- گزینه ۴

درس‌نامه در سلول‌های گالوانی به موارد زیر توجه کنید:

۱ آند: قطب منفی و کاتد قطب مثبت است.

۲ الکترون از آند به کاتد و آنیون‌ها از دیوارهٔ متخلخل به سمت آند و کاتیون‌ها به سمت کاتد حرکت می‌کنند.

۳ $emf = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}}$

۴ گونه با قدرت کاهندگی بیشتر در آند اکسایش و گونه با قدرت اکسندگی بیشتر در کاتد کاهش می‌یابد.

۵ اگر تیغه‌های آندی و کاتدی در واکنش شرکت کنند، جرم تیغهٔ آندی کاهش و جرم تیغهٔ کاتدی افزایش می‌یابد.

با توجه به سلول‌های گالوانی (۱) و (۲) می‌توان به $E^\circ_{x,y}$ پی برد:

در سلول (۱) جهت حرکت الکترون‌ها از X به Cu است؛ بنابراین:

$$emf_{(\text{سلول ۱})} = E^\circ_{Cu^{۲+}/Cu} - E^\circ_{X^{n+}/X} = ۰/۳۴ - x = ۱/۰۸ \Rightarrow x = -۰/۷۴\,V$$

در سلول (۲) جهت حرکت الکترون از Cu به Y است؛ بنابراین:

$$emf_{(\text{سلول ۲})} = E^\circ_{Y^{n+}/Y} - E^\circ_{Cu^{۲+}/Cu} = Y - ۰/۳۴ = ۰/۴۶ \Rightarrow Y = +۰/۸$$

نکته در جدول پتانسیل کاهشی از بالا به پایین با کاهش E°، قدرت کاهندگی افزایش و قدرت اکسندگی کاهش می‌یابد.

بررسی گزینه‌ها: ۱ با توجه به E° هر نیم‌سلول، مقایسهٔ قدرت اکسندگی کاتیون آن‌ها به صورت $X^{n'+} < Sn^{۲+} < Cu^{۲+} < Y^{n+}$ است.

۲ با توجه به این‌که $E^\circ_X < E^\circ_Y$ است، در سلول X ـ Y، X کاتد و Y آند است؛ بنابراین داریم: $emf_{(X-Y)} = E^\circ_Y - E^\circ_X = ۰/۸ - (-۰/۷۴) = ۱/۵۴$

۳ با قرارگیری قلع به جای X در سلول (۱)، با توجه به بیشتربودن قدرت کاهندگی قلع از مس همانند X، جهت جریان تغییری نمی‌کند. ولی در سلول (۲)، با توجه به بیشتربودن قدرت کاهندگی قلع از مس برخلاف Y، با قرارگیری قلع به جای Y در سلول، Y آند و Cu کاتد شده و جهت جریان در مدار عوض می‌شود.

۴ در هر دو سلول با Cu و $Cu^{۲+}$ سروکار داریم؛ یعنی به ازای تولید یا مصرف هر مول Cu، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود، پس به ازای تغییر جرم یکسانی از مس در دو سلول، شمار الکترون‌های مبادله‌شده در دو سلول، برابر خواهد بود.

تیزبازی اگر خیلی سریع گزینه‌ها رو *به براندازاز می‌کردین، تو سه‌سوت و بدون هیچ حساب کتابی، می‌تونستید بفهمید*، جواب سؤال، ۴ است، زیرا طبق نیم‌واکنش‌های $Cu \rightarrow Cu^{۲+} + ۲e^-$ و $Cu^{۲+} + ۲e^- \rightarrow Cu$ که به ترتیب در سلول‌های (۱) و (۲) انجام می‌شوند، شمار الکترون‌های مبادله‌شده به مول و در نتیجه جرم Cu بستگی دارد که در این‌جا برای هر دو سلول برابر است.

مشاوره پیشنهاد می‌کنیم در سر جلسهٔ کنکور، برای سؤالات غیرشمارشی مانند این سؤال، ابتدا خیلی سریع گزینه‌ها رو یه نگاه بندازین. ممکنه در بین گزینه‌ها، یک گزینهٔ خیلی ساده و تابلو وجود داشته باشه که به شما کمک کنه که وقتتون هدر نره و خیلی سریع‌تر از تست عبور کنید. مطمئن باشید طراحان برای سنجش تیزبینی و هوش شما، از چنین سؤالاتی استفاده خواهند کرد.

۵۳- گزینهٔ ۳

درس‌نامه موازنه به روش اکسایش ـ کاهش

اصل کلی در موازنهٔ واکنش‌ها به روش عدد اکسایش این است که پس از محاسبهٔ عدد اکسایش عنصرها، باید مقدار تغییر عدد اکسایش گونهٔ کاهنده را ضریب گونهٔ اکسنده و مقدار تغییر عدد اکسایش گونهٔ اکسنده را ضریب گونهٔ کاهنده قرار دهیم و سپس با توجه به ضرایب معلوم‌شده، ضرایب بقیهٔ گونه‌ها را تعیین کنیم *و اما چند نکتهٔ حیاتی!*

۱ در حالت عادی، ما موازنه را از سمت چپ معادلهٔ واکنش شروع می‌کنیم، اما در حالتی که یک عنصر دارای چندین عدد اکسایش در سمت راست معادلهٔ واکنش باشد (مانند واکنش $Cu + HNO_3 \rightarrow Cu(NO_3)_2 + NO + H_2O$)، موازنه را باید از سمت راست معادلهٔ واکنش آغاز کنیم.

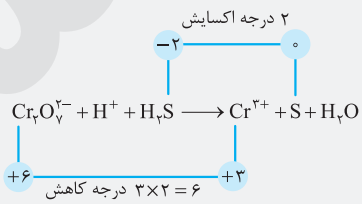
۲ اگر عنصری که با آن موازنه را می‌خواهیم آغاز کنیم، دارای زیروند باشد (در همان سمتی از معادله که موازنه آغاز می‌شود)، باید تغییر عدد اکسایش هر اتم آن را در زیروندش ضرب کنیم و سپس جابه‌جایی تغییر عدد اکسایش‌ها را بین گونه‌های کاهنده و اکسنده انجام بدهیم.

۳ در صورت ساده‌شدن عددهای مربوط به تغییر عدد اکسایش گونه‌های کاهنده و اکسنده (پس از اعمال زیروندها)، آن‌ها را ساده می‌کنیم. مثلاً اگر این اعداد ۲ و ۴ بودند، به جای آن‌ها از اعداد ۱ و ۲ استفاده می‌کنیم.

مثال: موازنهٔ واکنش اکسایش ـ کاهش زیر را ببینید:

$$Cr_2O_7^{2-} + H^+ + H_2S \rightarrow Cr^{3+} + S + H_2O$$

در این واکنش عدد اکسایش اتم‌های کروم و گوگرد تغییر کرده است. *هواستون باشه!* در این‌جا ۲ اتم کروم در سمت چپ معادله داریم؛ پس تغییر عدد اکسایش هر اتم کروم را باید در ۲ ضرب کنیم.



حالا تغییر عدد اکسایش گونهٔ کاهنده (H_2S) را ضریب گونهٔ اکسنده $(Cr_2O_7^{2-})$ و تغییر عدد اکسایش گونهٔ اکسنده را ضریب گونهٔ کاهنده قرار می‌دهیم. چون ۲ و ۶ ساده می‌شن. به جای این اعداد از ۱ و ۳ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{}Cr_2O_7^{2-} + \frac{}{}H^+ + \frac{3}{}H_2S \rightarrow \frac{}{}Cr^{3+} + \frac{}{}S + \frac{}{}H_2O$$

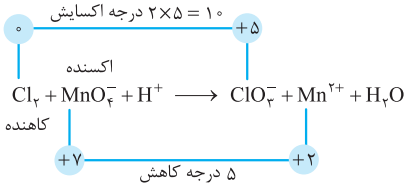
حالا خیلی راحت، با توجه به معلوم‌شدن تعداد اتم‌های Cr، O و S در سمت چپ معادله، می‌توان ضرایب همهٔ گونه‌ها در سمت راست را تعیین کرد:

$$\frac{1}{}Cr_2O_7^{2-} + \frac{}{}H^+ + \frac{3}{}H_2S \rightarrow \frac{2}{}Cr^{3+} + \frac{3}{}S + \frac{7}{}H_2O$$

ضریب H^+ در سمت چپ معادله را ۸ قرار دهیم تا موازنهٔ هیدروژن هم *اکی شود!*

$$Cr_2O_7^{2-} + 8H^+ + 3H_2S \rightarrow 2Cr^{3+} + 3S + 7H_2O$$

برای موازنهٔ واکنش، ابتدا مقدار تغییرات عدد اکسایش گونه‌های کاهنده و اکسنده را تعیین می‌کنیم:



حالا تغییر عدد اکسایش گونهٔ کاهنده (Cl_2) را ضریب گونهٔ اکسنده (MnO_4^-) و تغییر عدد اکسایش گونهٔ اکسنده را ضریب گونهٔ کاهنده قرار می‌دهیم. چون ۱۰ و ۵ ساده می‌شن، به جای این اعداد از ۲ و ۱ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{}Cl_2 + \frac{2}{}MnO_4^- + \frac{}{}H^+ \rightarrow \frac{}{}ClO_3^- + \frac{}{}Mn^{2+} + \frac{}{}H_2O$$

با توجه به موازنهٔ عنصرهای کلر و منگنز، ضرایب ClO_3^- و Mn^{2+} در سمت راست، هر دو باید برابر ۲ باشند. به این ترتیب، به منظور موازنهٔ عنصر اکسیژن، ضریب H_2O باید برابر ۲ باشد. در آخر، به منظور موازنهٔ عنصر هیدروژن، ضریب H^+ را برابر ۴ قرار می‌دهیم:

$$Cl_2 + 2MnO_4^- + 4H^+ \rightarrow 2ClO_3^- + 2Mn^{2+} + 2H_2O$$

مجموع ضرایب استوکیومتری $= 1+2+4+2+2+2 = 13$

گونهٔ اکسنده در واکنش، MnO_4^- است که طبق ضرایب استوکیومتری، به ازای مصرف ۲ مول از آن، $2 \times 5 = 10$ مول الکترون مبادله می‌شود، به این ترتیب خواهیم داشت:

$$0/4\ mol\ MnO_4^- \times \frac{10\ mole^-\ \text{مبادله‌شده}}{2\ mol\ MnO_4^-} = 2\ mole^-$$

نکته برای تعیین شمار الکترون‌های مبادله‌شده در یک واکنش اکسایش ـ کاهش می‌توانیم از رابطهٔ زیر استفاده کنیم:

$$\text{تغییر عدد اکسایش اتم در اکسنده} \times \text{ضریب اکسنده} \times \text{شمار اتم‌های کاهش‌یافته در اکسنده} = \text{شمار e‌های مبادله‌شده براساس معادلهٔ موازنه‌شده}$$

$$\text{تغییر عدد اکسایش اتم در کاهنده} \times \text{ضریب کاهنده} \times \text{شمار اتم‌های اکسایش‌یافته در کاهنده} =$$

۵۴- گزینهٔ ۱

درس‌نامه تکنیک مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ ترکیب‌های یونی

می‌توانید با استفاده از روش زیر، ΔH فروپاشی شبکهٔ ترکیب‌های یونی را با هم مقایسه کنید:

گام هر چه مجموع قدرمطلق بار یک آنیون و یک کاتیون در یک ترکیب یونی بزرگ‌تر باشد، ΔH فروپاشی شبکهٔ آن بزرگ‌تر است.

گام اگر مجموع قدرمطلق بار یک آنیون و بار یک کاتیون برای دو ترکیب یونی، برابر باشد، شعاع یون‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم. هر چه شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد، ΔH فروپاشی بزرگ‌تر است.

مثال: برای مقایسهٔ ΔH فروپاشی شبکهٔ بلور MgO و $CaCl_2$ می‌توان نوشت:

$$MgO: \text{مجموع قدرمطلق بار یک آنیون و یک کاتیون} = \underset{Mg^{2+}}{2} + \underset{O^{2-}}{2} = 4$$

$$CaCl_2: \text{مجموع قدرمطلق بار یک آنیون و یک کاتیون} = \underset{Ca^{2+}}{2} + \underset{Cl^-}{1} = 3$$

$$\Rightarrow \Delta H_{\text{فروپاشی}}: MgO > CaCl_2$$

مثال: برای مقایسهٔ ΔH فروپاشی شبکهٔ بلور Na_2O و MgF_2 *اول می‌ریم سراغ* مقایسهٔ بار یون‌ها:

$$\begin{cases} Na_2O: \underset{Na^+}{1} + \underset{O^{2-}}{2} = 3 \\ MgF_2: \underset{Mg^{2+}}{2} + \underset{F^-}{1} = 3 \end{cases} \text{مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون}$$

حالا که مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و بار یک آنیون برای هر دو ترکیب یکسان شد، *می‌ریم دست به دامن شعاع یون‌ها می‌شیم!*

$$\text{شعاع یونی} \begin{cases} O^{2-} > F^- \\ Na^+ > Mg^{2+} \end{cases} \Rightarrow \Delta H_{\text{فروپاشی}}: Na_2O < MgF_2$$

در ①، ترکیب اول آنتالپی فروپاشی بزرگ‌تری نسبت به ترکیب دوم دارد، به همین دلیل نسبت آنتالپی فروپاشی ترکیب اول به دوم در ① بزرگ‌تر از ۱ است، اما در ② تا ④، *قضیه برعکسه!* یعنی ترکیب دوم، آنتالپی فروپاشی بزرگ‌تری داشته و نسبت آنتالپی فروپاشی ترکیب اول به دوم در آن‌ها، کوچک‌تر از ۱ است.

① آنتالپی فروپاشی: $\underset{\text{به دلیل کوچک‌تربودن شعاع یون‌ها}}{\underline{LiF}} > KBr \Rightarrow \frac{\Delta H_{\text{فروپاشی}}(LiF)}{\Delta H_{\text{فروپاشی}}(KBr)} > 1$

② $MgO < AlF_3 \Rightarrow \frac{\Delta H_{\text{فروپاشی}}(MgO)}{\Delta H_{\text{فروپاشی}}(AlF_3)} < ۱$:آنتالپی فروپاشی
به دلیل بزرگ‌تربودن شعاع یون‌ها

③ $KBr < NaCl \Rightarrow \frac{\Delta H_{\text{فروپاشی}}(KBr)}{\Delta H_{\text{فروپاشی}}(NaCl)} < ۱$:آنتالپی فروپاشی
به دلیل بزرگ‌تربودن شعاع یون‌ها

④ $CaO < Al_2O_3 \Rightarrow \frac{\Delta H_{\text{فروپاشی}}(CaO)}{\Delta H_{\text{فروپاشی}}(Al_2O_3)} < ۱$:آنتالپی فروپاشی
به دلیل کم‌تربودن مجموع بار یک کاتیون و یک آنیون

۵۵- گزینه ۲

روش گام ۱ برای سادگی، جرم نمونهٔ خاک رس را ۱۰۰ گرم و جرم رطوبت اضافه‌شده به آن را x گرم فرض می‌کنیم.

جرم رطوبت در نمونهٔ جدید: $(۱۰+x)\,g$ ⇒ جرم رطوبت اولیه: $۱۰\,g$

جرم نمونهٔ جدید: $(۱۰۰+x)\,g$ ⇒ جرم نمونهٔ اولیه: $۱۰۰\,g$

جرم سیلیس در نمونهٔ جدید: $۳۶\,g$ ⇒ جرم سیلیس اولیه: $۳۶\,g$

گام ۲ حالا با استفاده از درصد جرمی رطوبت در نمونهٔ جدید و به دست آوردن x، درصد جرمی سیلیس را در نمونهٔ جدید محاسبه می‌کنیم.

$$\text{درصد جرمی رطوبت در نمونهٔ جدید} = \frac{\text{جرم رطوبت در نمونهٔ جدید}}{\text{جرم کل نمونهٔ جدید}} \times ۱۰۰$$

$$= \frac{۱۰+x}{۱۰۰+x} \times ۱۰۰ = ۲۰ \Rightarrow x = ۱۲/۵$$

$$\text{درصد جرمی سیلیس در نمونهٔ جدید} = \frac{\text{جرم سیلیس در نمونهٔ جدید}}{\text{جرم کل نمونهٔ جدید}} \times ۱۰۰$$

$$= \frac{۳۶}{۱۰۰+۱۲/۵} \times ۱۰۰ = ٪۳۲$$

روش

نکته اگر در یک مخلوط، جرم ماده‌ای تغییر کند، درصد جرمی بقیهٔ مواد در مخلوط خودشان (بدون آن ماده)، تغییری نخواهد کرد.

ثابت = درصد جرمی B و C در مخلوط A، B و C $\xrightarrow{\text{جرم A تغییر کند.}}$ مخلوط A، B و C

$$\Rightarrow \frac{\text{جرم یا درصد جرمی B در مخلوط اولیه}}{\text{مجموع جرم یا درصد جرمی B و C در مخلوط اولیه}} = \frac{\text{جرم یا درصد جرمی B در مخلوط نهایی}}{\text{مجموع جرم یا درصد جرمی B و C در مخلوط نهایی}}$$

درصد جرمی سیلیس در نمونهٔ اولیه، ٪۳۶ و مجموع درصد جرمی همهٔ مواد به‌جز آب برابر ۱۰۰ − ۱۰ = ۹۰ درصد است. در نمونهٔ نهایی، مجموع درصد جرمی همهٔ مواد به‌جز آب، برابر ۱۰۰ − ۲۰ = ۸۰ درصد است. با توجه به این‌که درصد جرمی سیلیس در مخلوط همهٔ مواد به‌جز آب، ثابت است، خواهیم داشت:

$$\frac{\text{SiO}_2 \leftarrow ۳۶}{\text{همه به‌جز آب} \leftarrow ۹۰} = \frac{x}{۸۰} \Rightarrow x = ٪۳۲$$

نمونهٔ اولیه — نمونهٔ نهایی

۵۶- گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها: ① خارج‌کردن مقداری SO_2Cl_2، واکنش را در جهت تولید آن و به سمت برگشت پیش می‌برد که موجب کاهش غلظت مولی گازهای فراورده می‌گردد. تزریق مقداری Cl_2 نیز واکنش را در جهت برگشت پیش برده و در نهایت موجب کاهش غلظت مولی فراوردهٔ گازی SO_2 ولی افزایش غلظت مولی فراوردهٔ Cl_2 می‌شود. (دقت کنید که تعادل در جهت تعدیل اثر اعمال‌شده جابه‌جا می‌شود و اثر اعمال‌شده را نمی‌تواند کاملاً برطرف کند.)

② خارج‌کردن مقداری Cl_2، واکنش را در جهت رفت جابه‌جا کرده و در نهایت موجب افزایش غلظت SO_2 ولی کاهش غلظت Cl_2 می‌شود. تزریق مقداری SO_2 هم موجب جابه‌جایی تعادل در جهت برگشت و کاهش غلظت مولی Cl_2 ولی افزایش غلظت مولی SO_2 می‌گردد.

③

نکته برای راحتی بررسی اثر تغییر دما، مقدار آنتالپی واکنش یا Q را مانند یکی از مواد شرکت‌کننده در تعادل در نظر می‌گیریم؛ بنابراین با افزایش دما، تعادل برای جبران، در جهت مصرف Q و با کاهش دما، تعادل در جهت تولید Q جابه‌جا می‌شود. مثلاً با افزایش دما، تعادل $۲SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons ۲SO_3(g) + Q$، در جهت مصرف Q یعنی در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود تا با مصرف گرما تغییر تحمیل‌شده و افزایش دما را تا حد امکان جبران کند.

تعادل داده‌شده، گرماگیر $(\Delta H > ۰)$ است؛ بنابراین با کاهش دما در جهت برگشت جابه‌جا شده که سبب کاهش غلظت فراورده‌ها خواهد شد. با کاهش حجم (افزایش فشار)، غلظت مولی همهٔ گازها افزایش می‌یابد.

④ با کاهش حجم ظرف (افزایش فشار)، غلظت مولی همهٔ گازها افزایش می‌یابد. از طرفی، تعادل گرماگیر بوده و با افزایش دما در جهت رفت جابه‌جا شده که سبب افزایش غلظت مولی فراورده‌ها خواهد شد.

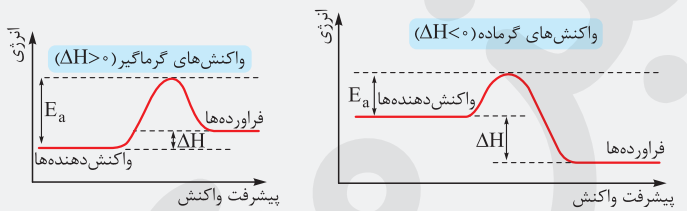
تله با کاهش حجم (افزایش فشار)، تعادل به سمت تعداد مول‌های گازی کم‌تر جابه‌جا می‌شود. در این‌جا یعنی در جهت برگشت، با جابه‌جایی تعادل در جهت برگشت، تعداد مول‌های فراورده‌ها کاهش می‌یابد، اما نکته این‌جاست که این کاهش تعداد مول، به دلیل کاهش حجم صورت گرفته و در نهایت، $\frac{\text{تعداد مول}}{\text{حجم}}$ که معادل غلظت است، به دلیل اثر بیشتر کاهش حجم، افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر، پس از کاهش حجم (افزایش فشار)، تعادل برای جبران در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود، اما نمی‌تواند اثر تغییر را به طور کامل از بین ببرد و در نهایت، غلظت همهٔ مواد موجود در تعادل افزایش می‌یابد.

افزایش فشار (کاهش حجم) ← (بدون توجه به جهت جابه‌جایی تعادل) افزایش غلظت همهٔ گازها

کاهش فشار (افزایش حجم) ← (بدون توجه به جهت جابه‌جایی تعادل) کاهش غلظت همهٔ گازها

۵۷- گزینه ۳

نکته نمودار انرژی ـ پیشرفت واکنش‌های گرماگیر و گرماده به صورت زیر است:



در هر دو نوع واکنش، فاصلهٔ قله تا سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها، نشان‌دهندهٔ انرژی فعال‌سازی (E_a) و تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها، نشان‌دهندهٔ مقدار آنتالپی واکنش (ΔH) است.

فاصلهٔ قله تا سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها، نشان‌دهندهٔ انرژی فعال‌سازی واکنش است که هر چه بیشتر باشد، انرژی فعال‌سازی نیز بیشتر خواهد بود.

دربارهٔ سایر گزینه‌ها، دقت کنید که موارد آورده‌شده در قسمت دوم، نشان‌دهندهٔ آنتالپی واکنش است که تنها با دانستن فاصلهٔ قله تا سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها یا فراورده‌ها، نمی‌توان آن را تعیین کرد.

۵۸- گزینه ۲

نکته محاسبهٔ درصد پیشرفت یا بازده درصدی واکنش‌های تعادلی

درس‌نامه (محاسبهٔ درصد پیشرفت یا بازده درصدی واکنش‌های تعادلی)

در واکنش‌های تعادلی که شامل یک نوع واکنش‌دهنده هستند (مانند واکنش $A \rightleftharpoons B$) و یا واکنش‌هایی که در آن‌ها مواد واکنش‌دهنده به نسبت ضریب استوکیومتری وارد واکنش شده‌اند، درصد پیشرفت را می‌توان بر مبنای واکنش‌دهنده‌ها هم حساب کرد:

$$\text{درصد پیشرفت (بازده درصدی) بر مبنای واکنش‌دهنده} = \frac{\text{مقدار مصرف‌شدهٔ واکنش‌دهنده}}{\text{مقدار آغازی واکنش‌دهنده}} \times ۱۰۰$$

گام محاسبه بازده درصدی در دمای $a\ ^\circ C$:

	H_2	+	I_2	$\rightleftharpoons$	$2HI$
مول اولیه	۱		۱		۰
تغییر مول	$-x$		$-x$		$+2x$
مول تعادلی	$1-x$		$1-x$		$2x$

$$K=\frac{[HI]^2}{[H_2][I_2]} \Rightarrow 0/01=\frac{(\frac{2x}{2})^2}{(\frac{1-x}{2})(\frac{1-x}{2})} \Rightarrow 0/01=\frac{4x^2}{(1-x)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می‌گیریم.}} 0/1=\frac{2x}{1-x} \Rightarrow 1-x=20x \Rightarrow x=\frac{1}{21}$$

$$\text{بازده درصدی در دمای } a=\frac{\text{مقدار مصرف‌شده } H_2}{\text{مقدار اولیه } H_2}\times 100=\frac{\frac{1}{21}}{1}\times 100=\frac{100}{21}$$

گام محاسبهٔ بازده درصدی واکنش در دمای $b\ ^\circ C$:

$$K=4 \Rightarrow \frac{4x^2}{(1-x)^2}=4 \xrightarrow{\text{از دو طرف جذر می‌گیریم.}} \frac{2x}{1-x}=2 \Rightarrow 2x=2-2x$$

$$\Rightarrow 4x=2 \Rightarrow x=0/5$$

$$\text{بازده درصدی در دمای } b=\frac{\text{مقدار مصرف‌شده } H_2}{\text{مقدار اولیه } H_2}\times 100=\frac{0/5}{1}\times 100=\frac{100}{2}$$

گام محاسبهٔ نسبت بازده درصدی در دمای b به دمای a:

$$\frac{\text{بازده درصدی در دمای } b}{\text{بازده درصدی در دمای } a}=\frac{\frac{100}{2}}{\frac{100}{21}}=\frac{21}{2}=10/5$$

ریاضیات

۵۹- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ مجموع n جملهٔ اول یک دنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول t_1 و قدرنسبت r می‌شود:

$$S_n=\frac{t_1(r^n-1)}{r-1}$$

۲ اگر t_m و t_n، دو جملهٔ دلخواه از یک دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت r باشند، می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{t_m}{t_n}=r^{m-n}$$

۳ اتحاد چاق و لاغر به صورت زیر است:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2) \quad \text{و} \quad a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

گام فرض می‌کنیم قدرنسبت دنباله r، و جملهٔ اولش t_1 باشد. به گفتهٔ سؤال S_9، ۷۳ برابر S_3 است؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، می‌توانیم بنویسیم:

$$S_9=73S_3 \Rightarrow \frac{t_1(r^9-1)}{r-1}=73\times\frac{t_1(r^3-1)}{r-1} \Rightarrow (r^3-1)(r^6+r^3+1)=73(r^3-1)$$

(چاق و لاغر)

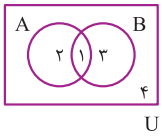
$$\Rightarrow r^6+r^3=72 \Rightarrow \underbrace{r^3(r^3+1)}_{\text{دو عدد متوالی}}=\underbrace{8\times 9}_{\text{دو عدد متوالی}} \Rightarrow r^3=8=2^3 \Rightarrow r=2$$

گام حالا نسبت t_3 به t_1 را به کمک مورد (۲) درس‌نامه، به دست می‌آوریم:

$$\frac{t_3}{t_1}=r^{3-1}=2^2=4$$

۶۰- گزینه ۱

گام نمودار ون می‌کشیم و ناحیه‌هایش را شماره‌گذاری می‌کنیم:

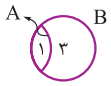


حالا $A\cup B'$ و $A\cap B$ را برحسب شماره‌ها می‌نویسیم:

$$A\cup B'=\{1,2\}\cup\{2,4\}=\{1,2,4\} \quad \text{و} \quad A\cap B=\{1\}$$

گام می‌خواهیم $A\cup B'\subseteq A\cap B$ بشود، پس باید: $\{1,2,4\}\subseteq\{1\}$

رابطهٔ بالا فقط وقتی برقرار است که ناحیه‌های ۲ و ۴ وجود نداشته باشند. (تهی باشند.)



در نمودار بالا، این ناحیه‌ها را حذف می‌کنیم:

همان‌طور که می‌بینید، $B=U$ و $A\subseteq B$ شد.

۶۱- گزینه ۴

گام فرض می‌کنیم $x^2+1=t$ باشد، پس به دنبال $(x^2+1)^2+\frac{100}{(x^2+1)^2}=t^2+\frac{100}{t^2}$ هستیم.

گام به طرفین تساوی $x^2+\frac{10}{x^2+1}=9$، ۱ واحد اضافه می‌کنیم تا بتوانیم جای «x^2+1»ها بنویسیم t:

$$(x^2+1)+\frac{10}{x^2+1}=9+1 \Rightarrow t+\frac{10}{t}=10$$

گام طرفین تساوی بالا را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$t^2+2t(\frac{10}{t})+(\frac{10}{t})^2=10^2 \Rightarrow t^2+20+\frac{100}{t^2}=100 \Rightarrow t^2+\frac{100}{t^2}=80$$

۶۲- گزینه ۱

درس‌نامه برای به دست آوردن بزرگ‌ترین عامل مشترک تعدادی چندجمله‌ای:

- اول آن‌ها را تجزیه می‌کنیم.
- بعد عوامل مشترک با کم‌ترین توان را در هم ضرب می‌کنیم.

مثلاً ببینید بزرگ‌ترین عامل مشترک چندجمله‌ای‌های x^4-x^2 و x^3+3x^2+2x را پیدا کنیم:

اول تجزیه: $x^4-x^2=x^2(x^2-1)=x^2(x-1)(x+1)$ (مزدوج)

$$x^3+3x^2+2x=x(x^2+3x+2)=x(x+1)(x+2)$$ (جملهٔ مشترک)

حالا عوامل مشترک (عبارت‌های آبی و قرمز) با کم‌ترین توان را در هم ضرب می‌کنیم:

$$x(x+1)=x^2+x$$

گام طبق درس‌نامه، اول عبارت‌ها را تجزیه می‌کنیم:

$$p(x)=x^5+ax^3=x^3(x^2+a)$$

$$q(x)=x^4+3x^3+2x^2=x^2(x^2+3x+2)=x^2(x+1)(x+2)$$ (جملهٔ مشترک)

حالا برای به دست آوردن بزرگ‌ترین عامل مشترک، عوامل مشترک با کم‌ترین توان را در هم ضرب می‌کنیم. یکی از عوامل x^2 و دیگری یا $x+1$ است یا $x+2$:

$$(I)\ x^2(x+1)=x^3+x^2 \quad , \quad (II)\ x^2(x+2)=x^3+2x^2$$

گام به گفتهٔ سؤال بزرگ‌ترین عامل مشترک به صورت x^n+x^3 (*) است که در آن خبری از ضریب ۲ نیست؛ پس فقط حالت (I) را می‌پذیریم. $p(x)=x^3(x^2+a)$ فقط وقتی عامل $x+1$ دارد که $a=-1$ باشد. ببینید:

$$p(x)=x^3(x^2-1)=x^3(x-1)(x+1)$$ (مزدوج)

گام $a=-1$ شد و از مقایسهٔ * و (I) نتیجه می‌گیریم که $n=2$ است؛ پس $na=-2$ می‌شود.

۶۳- گزینه ۲

شفاف‌سازی «مجموع مقادیر تابع، عددی فرد باشد»؛ یعنی مجموع اعضای برد تابع، عددی فرد است.

درس‌نامه تعداد جایگشت‌های n شیء که، n_1 تای آن‌ها مثل هم و n_2 تای دیگر مثل هم و ... باشند، برابر است با:

$$\frac{n!}{n_1!n_2!\dots}$$

گام تابع $f:\{1,2,3,4\}\Rightarrow\{1,2,4\}$ را به صورت زوج مرتبی می‌نویسیم:

$$f=\{(1,\bigcirc),(2,\bigcirc),(3,\bigcirc),(4,\bigcirc)\}$$

طبق «شفاف‌سازی» اعداد ۱، ۲ و ۴ را باید طوری در جای خالی‌ها قرار بدهیم که مجموعشان فرد بشود.

گام در سه حالت این اتفاق می‌افتد:

◇ **در ◯ها یه دونه ۱ داشته باشیم:** در این حالت یکی از ◯ را با عدد ۱ و ۳ خانهٔ دیگر را با یکی از اعداد ۲ یا ۴ پر می‌کنیم:

تعداد حالت‌های بقیهٔ ○ها ↑ ↑ ↑

$$۴\times۲\times۲\times۲=۳۲$$

↓ انتخاب جای ۱

◇ **در ◯ها سه‌تا ۱ داشته باشیم:** در این حالت ○ را دو جور می‌توانیم پر کنیم:

۱) با اعداد ۱، ۱، ۱ و ۲: که ۴ $=\frac{۴!}{۳!}$ جایگشت دارند.

۲) با اعداد ۱، ۱، ۱ و ۴: که این‌ها هم ۴ $=\frac{۴!}{۳!}$ جایگشت دارند.

گام پس مجموعاً ۴۰ $=۴+۴+۳۲$ تابع داریم.

۶۴- گزینه ۳

درس‌نامه اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $Ax^2+Bx+C=0$ با شرط $\Delta>0$ باشند:

◇ جمع و ضربشان از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شود:

$$S=\alpha+\beta=-\frac{B}{A},P=\alpha\beta=\frac{C}{A}$$

◇ حاصل دو عبارت متقارن زیر را برحسب S و P حفظ باشید:

$$\alpha^2+\beta^2=S^2-2P,\alpha^3+\beta^3=S^3-3PS$$

عبارت‌های بالا متقارن‌اند، چون با عوض‌کردن جای α و β تغییری نمی‌کنند.

گام باید عبارت $\frac{4\alpha+\beta^5}{5\beta^2}$ را به یک عبارت متقارن تبدیل کنیم تا بتوانیم آن را برحسب S و P بنویسیم، اول تفکیک کسری کنیم:

$$A=\frac{4\alpha+\beta^5}{5\beta^2}=\frac{4}{5}\frac{\alpha}{\beta^2}+\frac{\beta^5}{5\beta^2}=\frac{4}{5}\frac{\alpha}{\beta^2}+\frac{1}{5}\beta^3\quad(*)$$

گام طبق درس‌نامه، ضرب ریشه‌های معادلهٔ $\underset{A}{1}x^2\underset{B}{-5}x\underset{C}{+2}=0$ می‌شود $\frac{C}{A}=2$، پس:

$$\alpha\beta=2\Rightarrow\alpha=\frac{2}{\beta}\xrightarrow{\text{توان }2}\alpha^2=\frac{4}{\beta^2}$$

تساوی بالا را در (*) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$A=(\frac{4}{\beta^2})\frac{\alpha}{5}+\frac{1}{5}\beta^3=\frac{1}{5}(\alpha^3+\beta^3)$$

که برحسب S و P می‌شود:

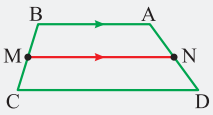
$$A=\frac{1}{5}(S^3-3PS)\quad(**)$$

گام $P=2$ بود، S هم که می‌شود $-\frac{B}{A}=-\frac{-5}{1}=5$ این‌ها را (**) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$A=\frac{1}{5}(5^3-3(2)(5))=\frac{1}{5}(125-30)=\frac{95}{5}=19$$

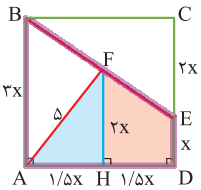
۶۵- گزینه ۲

درس‌نامه در هر ذوزنقه، اگر مثل شکل مقابل از وسط یک ساق (M)، خطی به موازات قاعده‌ها بکشیم، ساق دیگر را هم نصف می‌کند. طول چنین پاره‌خطی که وسط ساق‌ها را به هم وصل می‌کند، برابر با میانگین قاعده‌ها است:



$$MN=\frac{AB+CD}{2}$$

گام به گفتهٔ سؤال $CD=3ED$ است؛ پس اگر $ED=x$ باشد، $CD=3x$ و در نتیجه $CE=3x-x=2x$ می‌شود. حالا خوب به ذوزنقهٔ ABED نگاه کنید. F وسط ساق BE است؛ پس طبق درس‌نامه، اگر از F موازیِ قاعده بر AD عمود کنیم، AD را هم نصف می‌کند:



$$AH=HD=\frac{3x}{2}=1/5x$$

و طول FH می‌شود میانگین قاعده‌ها:

$$FH=\frac{ED+AB}{2}=\frac{x+3x}{2}=2x$$

گام برای محاسبهٔ x، در مثلث قائم‌الزاویهٔ آبی، فیثاغورس می‌نویسیم:

$$(1/5x)^2+(2x)^2=5^2\Rightarrow2/25x^2+4x^2=25\Rightarrow x^2=\frac{\overset{\to5^2}{25}}{\underset{\to(2/5)^2}{6/25}}\Rightarrow x=\frac{5}{2/5}=2$$

گام مساحت چهارضلعی ADEF برابر با جمع مساحت مثلث آبی و ذوزنقهٔ قرمز است:

$$S_{ADEF}=(\frac{1}{2}FH\times AH)+(\frac{ED+FH}{2}\times HD)=(\frac{1}{2}(1/5x)(2x))+(\frac{x+2x}{2}\times1/5x)$$

$$\xrightarrow{x=2}S_{ADEF}=(\frac{1}{2}\times3\times4)+(\frac{2+4}{2}\times3)=6+9=15$$

۶۶- گزینه ۳

شفاف‌سازی تابع $f(x)=\frac{5}{\sqrt{mx^2-8x+39}}$، کسری و صورتش عددی ثابت است؛ پس وقتی حداکثر می‌شود که مخرجش حداقل باشد. بنابراین بیشترین مقدار f برابر $\frac{5}{5}=1$ است؛ یعنی حداقل مقدار مخرج برابر ۵ است.

درس‌نامه در سهمی $y=Ax^2+Bx+C$:

◇ طول رأس می‌شود: $x_S=-\frac{B}{2A}$

◇ اگر $A>0$ باشد، سهمی در طول رأس، حداقل و اگر $A<0$ باشد، سهمی در طول رأس حداکثر می‌شود.

گام طبق «شفاف‌سازی» حداقل مقدار $\sqrt{mx^2-8x+39}$ برابر ۵ است؛ پس حداقل مقدار زیر رادیکال یعنی $\underset{A}{m}x^2\underset{B}{-8}x+39$ برابر ۲۵ است.

$$\underset{*}{}$$

گام با توجه به درس‌نامه، * وقتی $m>0$ باشد، در $x_S=-\frac{B}{2A}=-\frac{-8}{2m}=\frac{4}{m}$ حداقل مقدار خودش را دارد:

$$f(\frac{4}{m})=25\Rightarrow m(\frac{4}{m})^2-8(\frac{4}{m})+39=25\Rightarrow\frac{16}{m}-\frac{32}{m}=-14$$

$$\Rightarrow-\frac{16}{m}=-14\Rightarrow m=\frac{16}{14}=\frac{8}{7}=1/\dots$$

گام پس $[m]$ می‌شود $[1/\dots]=1$.

۶۷- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ برای ساده‌کردن نسبت‌های مثلثاتی به فرم $k\pi \pm \alpha$ و $\frac{k\pi}{2} \pm \alpha$، به جدول زیر توجه کنید:

فرم زاویه	روش ساده‌کردن
$\frac{k\pi}{\text{عدد صحیح}} \pm \alpha$	گام: $k\pi$ را به همراه $\pm$ بعدش حذف می‌کنیم و فقط نسبت مثلثاتی α را می‌نویسیم. در سمت چپ نسبت جدید یک دایرهٔ توخالی هم می‌گذاریم. مثلاً برای $\cos(۱۱\pi - \alpha)$ داریم: $\cos(\cancel{۱۱\pi} - \alpha) = \bigcirc \cos\alpha$ گام: حالا باید ببینیم $k\pi \pm \alpha$ در کدام ناحیه قرار دارد تا علامت نسبت مثلثاتی‌اش مشخص شود. این علامت را در دایرهٔ توخالی می‌نویسیم. مثلاً در نسبت بالا $\pi - \alpha +$ ($\underbrace{۱۰\pi}_{\text{قابل حذف}}$ زاویه‌ای در ناحیهٔ دوم مثلثاتی است ($\pi - \alpha$ در ربع ۲ است) و کسینوس در این ناحیه منفی است، پس در دایرهٔ توخالی منفی قرار می‌دهیم: $\cos(\cancel{۱۱\pi} - \alpha) = \ominus \cos\alpha$
عدد فرد $\frac{k\pi}{۲} \pm \alpha$	همان کارهایی که برای «$k\pi \pm \alpha$» انجام دادیم، این‌جا هم انجام می‌دهیم؛ با این تفاوت که در گام اول نسبت مثلثاتی را تغییر می‌دهیم؛ یعنی sin و cos و همین‌طور tan و cot را به همدیگر تبدیل می‌کنیم: $\tan(\underbrace{\frac{۱۱\pi}{۲}}_{\text{ناحیهٔ سوم}} - \alpha) = \ominus \cot\alpha$ tan را به cot تبدیل می‌کنیم. از زاویهٔ $\frac{۱۱\pi}{۲} - \alpha$، مضارب ۲π را حذف کنیم به $\frac{۳\pi}{۲} - \alpha$ می‌رسیم ($\underbrace{۴\pi}_{\text{حذف}}$) که در ربع ۳ قرار دارد.

۲ نسبت‌های مثلثاتی زوایای قرینه به صورت زیرند:

$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$	$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$	$\cot(-\alpha) = -\cot\alpha$

۳ نسبت‌های مثلثاتی ۱۵° را حفظ باشید:

$$\sin۱۵^\circ = \frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۴} \quad , \quad \cos۱۵^\circ = \frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۴} \quad , \quad \tan۱۵^\circ = ۲-\sqrt{۳} \quad , \quad \cot۱۵^\circ = ۲+\sqrt{۳}$$

گام: نسبت‌ها را به کمک مورد (۱) و (۲) درس‌نامه، ساده می‌کنیم:

- $\sin(-۲۸۵^\circ) = -\sin(\underbrace{۲۷۰^\circ}_{\frac{۳\pi}{۲}} + ۱۵^\circ) = -\ominus \cos۱۵^\circ = \cos۱۵^\circ$ (ناحیهٔ ۴: $\sin < ۰$)
- $\cos(-۱۰۵^\circ) = \cos(\underbrace{۹۰^\circ}_{\frac{\pi}{۲}} + ۱۵^\circ) = \ominus \sin۱۵^\circ$ (ناحیهٔ ۲: $\cos < ۰$)
- $\sin(۱۶۵^\circ) = \sin(\underbrace{۱۸۰^\circ}_{\pi} - ۱۵^\circ) = \oplus \sin۱۵^\circ$ (ناحیهٔ ۲: $\sin > ۰$)
- $\sin(۳۷۵^\circ) = \sin(\underbrace{۳۶۰^\circ}_{۲\pi} + ۱۵^\circ) = \sin۱۵^\circ$

گام: حالا موارد بالا را در $A = \frac{\sin(-۲۸۵^\circ) + ۲\cos(-۱۰۵^\circ)}{۲\sin(۱۶۵^\circ) + ۳\sin(۳۷۵^\circ)}$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$A = \frac{\cos۱۵^\circ - ۲\sin۱۵^\circ}{۲\sin۱۵^\circ + ۳\sin۱۵^\circ} = \frac{\cos۱۵^\circ - ۲\sin۱۵^\circ}{۵\sin۱۵^\circ} = \frac{۱}{۵}\left(\frac{\cos۱۵^\circ}{\sin۱۵^\circ} - \frac{۲\sin۱۵^\circ}{\sin۱۵^\circ}\right)$$

$$= \frac{۱}{۵}(\cot۱۵^\circ - ۲)$$

گام: طبق مورد (۲) درس‌نامه، $\cot۱۵ = ۲ + \sqrt{۳}$ است، پس A می‌شود:

$$A = \frac{۱}{۵}(\cancel{۲} + \sqrt{۳} - \cancel{۲}) = ۰/۲\sqrt{۳}$$

۶۸- گزینه ۱

شفاف‌سازی $f(۰) = ۲$، یعنی تابع از مبدأ مختصات $(۰,۰)$ نمی‌گذرد.

درس‌نامه توابع اکیداً صعودی وارونشان را فقط روی نیمساز ناحیهٔ اول و سوم ($\underbrace{y=x}$) قطع می‌کنند.

گام: منظور سؤال از یک‌به‌یک‌بودن f این است که f اکیداً صعودی است. به گفتهٔ سؤال f، وارونش را در نقطهٔ $(a, f(a))$ قطع می‌کند که طبق درس‌نامه باید روی $y = x$ باشد، پس:

$$f(a) = a$$

و چون f از مبدأ نمی‌گذرد، $a, f(a)$ مخالف صفرند.

گام: خواستهٔ سؤال می‌شود:

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{x} = \frac{f(a)}{a} = \frac{a}{a} \overset{a\neq ۰}{=\!=} ۱$$

۶۹- گزینه ۲

گام: دامنهٔ $f(x) = \frac{\sqrt{۳}\,|ax+a|}{|x^۳ + (m-۲)x + a^۲|}$ برابر $\mathbb{R} - \{a\}$ است؛ پس $x = a$ ریشهٔ مخرج است:

$$a^۳ + (m-۲)a + a^۲ = ۰ \quad (۱)$$

گام: از طرفی سؤال گفته $\lim_{x\to a} f(x)$ موجود است. چون $x = a$ ریشهٔ مخرج است؛ این اتفاق به شرطی می‌افتد که $x = a$ ریشهٔ صورت هم باشد، چون در غیر این صورت $\lim_{x\to a} f(x) = \frac{\text{عدد}}{۰^+} = \pm\infty$ درمی‌آید که خلاف گفتهٔ سؤال است:

$$\sqrt{۳}\,|a^۲ + a| = ۰ \Rightarrow a^۲ + a = ۰ \Rightarrow a(a+۱) = ۰ \Rightarrow a = ۰ \text{ یا } -۱$$

به ازای $a = ۰$، $f(x) = \frac{\sqrt{۳}\,|ax+a|}{|x^۳ + (m-۲)x + a^۲|} = ۰$ می‌شود در صورتی که سؤال گفته تابع f، ناصفر است؛ بنابراین فقط $a = -۱$ را می‌پذیریم.

گام: $a = -۱$ را در (۱) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$(-۱)^۳ + (m-۲)(-۱) + (-۱)^۲ = ۰ \Rightarrow -۱ + ۲ - m + ۱ = ۰ \Rightarrow m = ۲$$

حالا $\lim_{x\to a} \frac{\sqrt{۳}\,|ax+a|}{|x^۳ + (m-۲)x + a^۲|}$ را به ازای $a = -۱$ و $m = ۲$ به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x\to -۱} \frac{\sqrt{۳}\,|-x-۱|}{|x^۳+۱|} = \lim_{x\to -۱} \frac{\sqrt{۳}\,|x+۱|}{|(x+۱)(x^۲ - x + ۱)|} = \lim_{x\to -۱} \frac{\sqrt{۳}\,|x+۱|}{|x+۱|\,|x^۲ - x + ۱|}$$

$$= \frac{\sqrt{۳}}{|(-۱)^۲ - (-۱) + ۱|} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}} = \frac{۳}{۳\sqrt{۳}} = \frac{۱}{\sqrt{۳}}$$

۷۰- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ میانگین و واریانس داده‌های $x_۱, x_۲, \cdots, x_n$ را به ترتیب با نمادهای $\bar{x}$ و $\sigma^۲$ نشان می‌دهیم و برای محاسبه‌اش از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{x_۱ + x_۲ + \cdots + x_n}{n} \qquad \sigma^۲ = \frac{(x_۱ - \bar{x})^۲ + (x_۲ - \bar{x})^۲ + \cdots + (x_n - \bar{x})^۲}{n}$$

۲ با اضافه‌کردن یک مقدار ثابت به داده‌ها، واریانس تغییری نمی‌کند.

گام: به گفتهٔ سؤال، انحراف از $\bar{y}$ پنج داده، به ترتیب برابر $-۱, -۵, -۶, -۷$ و ۴ است؛ پس اگر $\bar{y}$ واحد به داده‌ها اضافه کنیم، داده‌ها می‌شود: $-۱, -۵, -۶, -۷, ۴$

گام: چون داده‌های بالا از اضافه‌شدن مقدار ثابتِ $\bar{y}$ به داده‌ها به دست آمده‌اند، طبق مورد (۲) درس‌نامه، واریانسشان با داده‌های اصلی برابر است.

گام: میانگین داده‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{-۱ - ۵ - ۶ - ۷ + ۴}{۵} = -\frac{۱۵}{۵} = -۳$$

پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، واریانس می‌شود:

$$\sigma^۲ = \frac{(-۱-(-۳))^۲ + (-۵-(-۳))^۲ + (-۶-(-۳))^۲ + (-۷-(-۳))^۲ + (۴-(-۳))^۲}{۵}$$

$$= \frac{۴ + ۴ + ۹ + ۱۶ + ۴۹}{۵} = \frac{۸۲}{۵} \times \frac{۲}{۲} = ۱۶/۴$$

۷۱- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ برای دو پیشامد مستقلِ A و B از فضای نمونه‌ای S، رابطهٔ زیر برقرار است:

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$$

برعکس مورد بالا هم برقرار است؛ یعنی اگر رابطهٔ بالا برقرار باشد، A و B مستقل‌اند.

۲ اگر یکی از «A و B» یا «A و B′» یا «A′ و B» یا «A′ و B′» مستقل باشند، سه‌تای دیگر هم مستقل‌اند.

۳ چند تا قانون مهم مقابل را بلد باشید:

- $P(A')=1-P(A)$
- $P(A-B)=P(A\cap B')$
- $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

۴ از تناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ می‌توانیم نتیجه بگیریم که $\begin{cases}a=ck\\b=dk\end{cases}$ می‌شود.

مثلاً اگر $\frac{a}{b}=\frac{۲}{۳}$ باشد، $\begin{cases}a=۲k\\b=۳k\end{cases}$ می‌شود.

گام به گفتهٔ سؤال $P(A-B)=P(A)P(B')$ است که طبق مورد (۳) درس‌نامه، $P(A-B)$ همان $P(A\cap B')$ است؛ پس: $P(A\cap B')=P(A)\times P(B')$

از تساوی بالا نتیجه می‌گیریم که A و B′ و در نتیجه «A و B» و «A′ و B′» هم مستقل‌اند.

گام از $P(A)=۱/۶P(B)$، طبق مورد (۴) درس‌نامه نتیجه می‌گیریم که:

$$\frac{P(A)}{P(B)}=\frac{۱۶}{۱۰}=\frac{۸}{۵}\Rightarrow P(A)=۸k \text{ و } P(B)=۵k$$

گام A′ و B′ مستقل شدند، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$P(A'\cap B')=P(A')\times P(B')$$

از طرفی به گفتهٔ سؤال $P(A'\cap B')=۰/۲۵$ است؛ پس:

$$P(A')\times P(B')=۰/۲۵\Rightarrow (۱-P(A))(۱-P(B))=۰/۲۵$$

$$\Rightarrow (۱-۸k)(۱-۵k)=\frac{۱}{۴}\Rightarrow ۱-۱۳k+۴۰k^۲=\frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow ۴۰k^۲-۱۳k+\frac{۳}{۴}=۰\Rightarrow k=\frac{۱۳\pm\sqrt{(-۱۳)^۲-۴(۴۰)(\frac{۳}{۴})}}{۲(۴۰)}$$

$$=\frac{۱۳\pm\sqrt{۱۶۹-۱۲۰}}{۸۰}=\frac{۱۳\pm\sqrt{۴۹}}{۸۰}=\frac{۱۳\pm۷}{۸۰}=\frac{\overset{۳}{\cancel{۶}}}{\underset{۴۰}{\cancel{۸۰}}}\text{ یا }\frac{۱}{۴}$$

به ازای $k=\frac{۱}{۴}$، $P(A)=۸k=۲$ می‌شود در صورتی که احتمال بزرگ‌تر از ۱ نداریم؛ پس $k=\frac{۳}{۴۰}$ را می‌پذیریم:

$$P(A)=۸k=\overset{۱}{\cancel{۸}}\times\frac{۳}{\underset{۵}{\cancel{۴۰}}}=\frac{۳}{۵}\text{ و }P(B)=۵k=\overset{۱}{\cancel{۵}}\times\frac{۳}{\underset{۸}{\cancel{۴۰}}}=\frac{۳}{۸}$$

گام حالا خواستهٔ سؤال را به کمک مورد (۳) درس‌نامه به دست می‌آوریم:

$$P(A\cup B')=\underbrace{P(A)}_{\frac{۳}{۵}}+P(B')-P(A\cap B')\quad (*)$$

A و B′ مستقل‌اند، پس:

$$P(A\cap B')=P(A)\times P(B')=P(A)\times(۱-P(B))=\frac{۳}{۵}(۱-\frac{۳}{۸})=\frac{۳}{\cancel{۵}}\times\frac{\cancel{۵}}{۸}=\frac{۳}{۸}$$

$P(B')$ هم که همان $۱-P(B)=۱-\frac{۳}{۸}=\frac{۵}{۸}$ است. این‌ها را در (*) جای‌گذاری می‌کنیم:

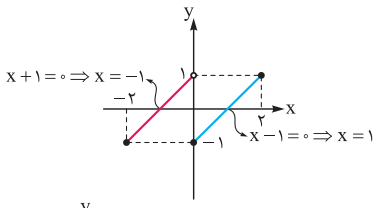
$$P(A\cup B')=\frac{۳}{۵}+\frac{۵}{۸}-\frac{۳}{۸}=\frac{۳}{۵}+\frac{۲}{۸}=\frac{۳۴}{۴۰}=\frac{۱۷}{۲۰}$$

۷۲- گزینه ۳

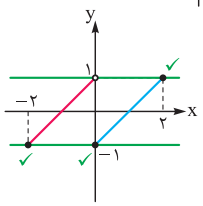
درس‌نامه تعداد جواب‌های معادلهٔ $f(x)=g(x)$ برابر با تعداد نقاط برخورد نمودار توابع $f(x)$ و $g(x)$ است.

روش

گام نمودار $f(x)=\begin{cases}x-۱ & ۰\le x\le ۲\\ x+۱ & -۲\le x<۰\end{cases}$ را می‌کشیم. با توجه به نمودار، $f(۱)=۰$ و $f(-۱)=۰$ است؛ پس برای این‌که $f(f(x))=۰$ بشود باید $f(x)=۱$ یا $f(x)=-۱$ باشد.



گام طبق شکل مقابل، خطوط $y=۱$ و $y=-۱$ نمودار $f(x)$ را مجموعاً در سه نقطه قطع می‌کنند؛ پس طبق درس‌نامه، معادله ۳ جواب دارد.



روش

گام در $f(x)=\begin{cases}x-۱ & ۰\le x\le ۲\\ x+۱ & -۲\le x<۰\end{cases}$ جای xها $f(x)$ها قرار می‌دهیم تا به $f(f(x))$ برسیم:

$$f(f(x))=\begin{cases}f(x)-۱ & ۰\le f(x)\le ۲\\ f(x)+۱ & -۲\le f(x)<۰\end{cases}=\begin{cases}(x-۱)-۱ & \underbrace{۰\le x-۱\le ۲}_{\text{اشتراک }۱\le x\le ۲},\ ۰\le x\le ۲\\ (x+۱)-۱ & \underbrace{۰\le x+۱\le ۲}_{\text{اشتراک }-۱\le x<۰},\ -۲\le x<۰\\ (x-۱)+۱ & \underbrace{-۲\le x-۱<۰}_{\text{اشتراک }۰\le x<۱},\ ۰\le x\le ۲\\ (x+۱)+۱ & \underbrace{-۲\le x+۱<۰}_{\text{اشتراک }-۲\le x<-۱},\ -۲\le x<۰\end{cases}$$

$$\Rightarrow f(f(x))=\begin{cases}x-۲ & ۱\le x\le ۲\\ x & \underbrace{-۱\le x<۰\text{ یا }۰\le x<۱}_{-۱\le x<۱}\\ x+۲ & -۲\le x<-۱\end{cases}$$

گام حالا ضابطه‌ها را مساوی صفر می‌گذاریم:

$x-۲=۰\Rightarrow x=۲$

$x=۰$

$x+۲=۰\Rightarrow x=-۲$

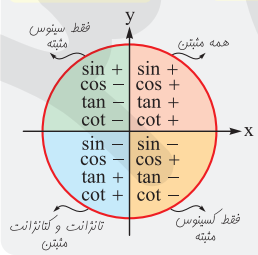
هر سه ریشه در دامنهٔ ضابطه‌شان حضور دارند؛ پس هر سه قبول‌اند و معادله ۳ ریشه دارد.

۷۳- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ اتحادهای زیر را بلد باشید:

$\sin ۲\alpha=۲\sin\alpha.\cos\alpha$ و $\cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ و $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

۲ علامت نسبت‌های مثلثاتی در ناحیه‌های مختلف دستگاه مختصات این‌طوری است:



گام طبق مورد (۱) درس‌نامه، $\sin ۲\alpha=۲\sin\alpha\cdot\cos\alpha$ و $\cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ است؛ پس:

- $\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha}>۰\Rightarrow\frac{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\sin\alpha}>۰\Rightarrow\frac{\cos\alpha}{\underbrace{\sin^۲\alpha}_{\text{همیشه نامنفی}}}>۰\Rightarrow\cos\alpha>۰$
- $۲\sin\alpha<\sin ۲\alpha\Rightarrow ۲\sin\alpha<۲\sin\alpha.\cos\alpha$

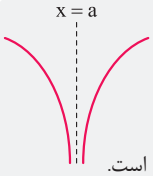
$\Rightarrow ۲\sin\alpha.\cos\alpha-۲\sin\alpha>۰\Rightarrow ۲\sin\alpha(\cos\alpha-۱)>۰\quad (*)$

گام ۱ $\cos\alpha \le 1$ است، پس $\cos\alpha - 1 \le 0$ و در نتیجه (*) وقتی برقرار است که $\sin\alpha$ منفی باشد.

$\cos\alpha$ مثبت و $\sin\alpha$ منفی شد؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، α باید در ناحیهٔ چهارم باشد.

۷۴- گزینه ۳

شفاف‌سازی



۱ «نمودار تابع $f(x)$ در همسایگی $x=-a$ به صورت مقابل است»؛ یعنی $\lim\limits_{x\to(-a)^-} f(x) = \lim\limits_{x\to(-a)^+} f(x) = -\infty$ است.

۲ «$y=-۴$، مجانب افقی تابع f است»؛ یعنی $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = -۴$ است.

درس‌نامه هم‌ارزی پرتوان: برای حد $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{a_۱x^m + a_۲x^{m-۱} + \cdots + a_nx + k}{b_۱x^n + b_۲x^{n-۱} + \cdots + b_nx + k'}$ سه حالت زیر را مطرح می‌کند:

الف) وقتی درجهٔ صورت از درجهٔ مخرج بیشتر باشد، یعنی $m > n$، حاصل حد **بی‌نهایت** می‌شود.

ب) وقتی درجهٔ مخرج از درجهٔ صورت بیشتر باشد، یعنی $n > m$، حاصل حد **صفر** می‌شود.

پ) وقتی درجهٔ صورت با درجهٔ مخرج برابر باشد، یعنی $m = n$، حاصل حد می‌شود:

$$\frac{\text{ضریب بزرگ‌ترین توان } x \text{ در صورت}}{\text{ضریب بزرگ‌ترین توان } x \text{ در مخرج}} = \frac{a_۱}{b_۱}$$

گام طبق مورد (۱) شفاف‌سازی، $x=-a$ باید ریشهٔ مضاعف مخرج باشد؛ پس $x=-a$ باید ریشهٔ $mx-۲$ است:

$$-ma - ۲ = ۰ \Rightarrow m = -\frac{۲}{a} \quad (۱)$$

گام طبق مورد (۲) شفاف‌سازی داریم:

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{a^۲x^۲ - ۲x + ۱}{(x+a)(mx-۲)} = -۴ \Rightarrow \lim_{x\to\pm\infty} \frac{a^۲x^۲ - ۲x + ۱}{mx^۲ + \cdots} = -۴$$

$$\xrightarrow{\text{پرتوان}} \lim_{x\to\pm\infty} \frac{a^۲x^۲}{mx^۲} = -۴ \Rightarrow \frac{a^۲}{m} = -۴ \xrightarrow{(۱)} \frac{a^۲}{-\frac{۲}{a}} = -۴$$

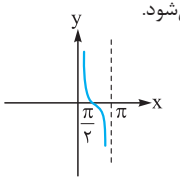
$$\Rightarrow \frac{a^۳}{-۲} = -۴ \Rightarrow a^۳ = ۸ \Rightarrow a = ۲$$

۷۵- گزینه ۳

گام وقتی $x \to \pi^-$، دوتا اتفاق می‌افتد:

◆ $[x-\pi]$ می‌شود: $[\pi^- - \pi] = [۰^-] = -۱$

◆ با توجه به بخشی از نمودار $\cot x$ در مقابل، $\cot x = -\infty$ می‌شود.



گام پس $\lim\limits_{x\to\pi^-} \frac{\cot x}{[x-\pi]}$ می‌شود:

$$\frac{-\infty}{-۱} = +\infty$$

۷۶- گزینه ۲

درس‌نامه فرمول مشتق برخی توابع را در جدول زیر ببینید:

فرمول مشتق	تابع
$mf' \pm ng'$	اعداد حقیقی ↗ ↖ $mf \pm ng$
$nu'u^{n-۱}$	u^n

گام طبق درس‌نامه، $f'(۱) - ۲g'(۱)$ همان $(f-۲g)'(۱)$ است، پس اول ضابطهٔ $f(x)-۲g(x)$ را به دست می‌آوریم؛ حواسمان هم هست که $\sqrt{x^۲-۴x+۴}$ همان $\sqrt{(x-۲)^۲} = |x-۲|$ است:

$$f(x)-۲g(x) = \frac{\overbrace{|۲x-۴|}^{۲(x-۲)}}{\sqrt[۳]{x^۲}} - \frac{۲\sqrt{x^۲-۴x+۴}+۲\sqrt{۳x}}{\sqrt[۳]{x^۲}}$$

$$= \frac{۲|x-۲| - ۲|x-۲| - ۲\sqrt{۳x}}{\sqrt[۳]{x^۲}} = -۲\sqrt{۳} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[۳]{x^۲}} = -۲\sqrt{۳} \times \frac{x^{\frac{۱}{۲}}}{x^{\frac{۲}{۳}}}$$

$$= -۲\sqrt{۳} \times x^{\frac{۱}{۲}-\frac{۲}{۳}} = -۲\sqrt{۳}x^{-\frac{۱}{۶}}$$

گام پس $(f(x)-۲g(x))'$ می‌شود:

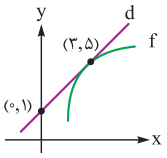
$$(f(x)-۲g(x))' = (-۲\sqrt{۳}x^{-\frac{۱}{۶}})' = -۲\sqrt{۳} \times -\frac{۱}{۶}x^{-\frac{۷}{۶}}$$

در نتیجه $(f-۲g)'(۱)$ می‌شود: $-۲\sqrt{۳} \times -\frac{۱}{۶} \times ۱ = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۷۷- گزینه ۴

مقدار $f'(۳)$ همان شیب خط مماس بر f در $x=۳$ است.

خط d در شکل زیر



خط d از دو نقطهٔ $(۰,۱)$ و $(۳,۵)$ می‌گذرد؛ پس شیبش می‌شود:

$$f'(۳) = m = \frac{۵-۱}{۳-۰} = \frac{۴}{۳}$$

۷۸- گزینه ۱

درس‌نامه تابع f به دو شرط در $x=a$ مشتق‌پذیر است:

◆ در $x=a$ پیوسته باشد؛ یعنی حد راست، حد چپ و مقدارش در $x=a$ برابر باشند.

◆ مشتق چپ و راستش در $x=a$ برابر باشند.

گام برای این‌که $f(x) = \begin{cases} ۲bx+c & x>a \\ ۳x^۲ & x \le a \end{cases}$ روی $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر باشد، باید در مرز دامنه، یعنی $x=a$ مشتق‌پذیر باشد. طبق درس‌نامه، دو شرط داریم:

◆ **پیوستگی در $x=a$**:

$$\lim_{x\to a^+} f(x) = \lim_{x\to a^-} f(x) = f(a) \Rightarrow \lim_{x\to a^+} (۲bx+c) = \lim_{x\to a^-} (۳x^۲) = ۳a^۲$$

از ضابطهٔ بالایی — از ضابطهٔ پایینی

$$\Rightarrow ۲ba + c = ۳a^۲ \quad (۱)$$

◆ **برابری مشتق چپ و راست در $x=a$**:

$$f(x) = \begin{cases} ۲bx+c & x>a \\ ۳x^۲ & x \le a \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} ۲b & x>a \\ ۶x & x \le a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_+(a) = ۲b \\ f'_-(a) = ۶a \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۲b = ۶a \Rightarrow b = ۳a \quad (۲)$$

گام (۲) را در (۱) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$۲(۳a)a + c = ۳a^۲ \Rightarrow -c = ۳a^۲$$

پس $a^۳ + b - c$ می‌شود:

$$a^۳ + (۳a) + ۳a^۲ = \underbrace{(a^۳ + ۳a^۲ + ۳a + ۱)}_{\text{مکعب دوجمله‌ای}} - ۱ = (a+۱)^۳ - ۱$$

۷۹- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ اگر $a \in D_f$ و $f'(a) = ۰$ یا موجود نباشد، به $x=a$، نقطهٔ بحرانی تابع f می‌گوییم. حواستان باشد که در تابع با دامنهٔ $[a,b]$، نقاط ابتدایی و انتهایی دامنه، یعنی $x=a,b$، همیشه بحرانی‌اند.

۲ برای پیداکردن نقاط بحرانی توابع به فرم $y = g(x)|f(x)|$، اول ریشه‌های داخل قدرمطلق را به عنوان نقاط بحرانی کنار می‌گذاریم و بعد قدرمطلق را حذف می‌کنیم و جواب‌های معادلهٔ $y' = ۰$ را هم به نقاط بحرانی قبلی اضافه می‌کنیم.

۳ برای به دست آوردن ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع پیوستهٔ f، مقدار تابع را در نقاط بحرانی‌اش حساب می‌کنیم؛ بیشترین مقدار همان ماکزیمم مطلق و کم‌ترین مقدار همان مینیمم مطلق است.

گام در تابع $f(x)=\sqrt[۳]{x^۲}\,|x-a|$ با دامنهٔ $[۰,a]$، $x=a$ هم انتهای دامنه است، هم ریشهٔ داخل قدرمطلق؛ پس بحرانی است. $x=۰$ هم ابتدای دامنه است و بحرانی. حالا برای پیداکردن بقیهٔ نقاط بحرانی، طبق مورد ۲ درس‌نامه، از f قدرمطلق را برمی‌داریم و معادلهٔ $y'=۰$ را حل می‌کنیم:

$$y=x^{\frac{۲}{۳}}(x-a)=x^{\frac{۵}{۳}}-ax^{\frac{۲}{۳}} \Rightarrow y'=\frac{۵}{۳}x^{\frac{۲}{۳}}-\frac{۲a}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}}=۰$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}}(۵x-۲a)=۰ \Rightarrow ۵x-۲a=۰ \Rightarrow x=\frac{۲a}{۵}$$

گام حالا برای پیداکردن ماکزیمم مطلق تابع، طبق مورد (۳) درس‌نامه، مقدار تابع در نقاط بحرانی را به دست می‌آوریم:

$$f(x)=\sqrt[۳]{x^۲}\,|x-a| \begin{cases} x=۰ \to f(۰)=۰ \\ x=a \to f(a)=۰ \\ x=\frac{۲a}{۵} \to f(\frac{۲a}{۵})=\sqrt[۳]{(\frac{۲a}{۵})^۲}\,|\underbrace{\frac{۲a}{۵}-a}_{-\frac{۳}{۵}a}| \end{cases}$$

گام به گفتهٔ سؤال، ماکزیمم مطلق برابر ۱/۵ است؛ پس $f(\frac{۲a}{۵})$ ماکزیمم مطلق است نه $f(۰)$ و $f(a)$ که برابر صفرند:

$$\sqrt[۳]{(\frac{۲a}{۵})^۲}\,|-\frac{۳}{۵}a|=۱/۵$$

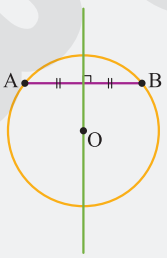
از بین گزینه‌ها فقط $a=۲/۵=\frac{۵}{۲}$ در ① در معادلهٔ بالا صدق می‌کند. ببینید:

$$\sqrt[۳]{\underbrace{(\frac{۲}{۵}\times\frac{۵}{۲})^۲}_{۱}}\,|\underbrace{-\frac{۳}{۵}\times\frac{۵}{۲}}_{-\frac{۳}{۲}}|=۱/۵ \Rightarrow ۱\times\frac{۳}{۲}=۱/۵ \checkmark$$

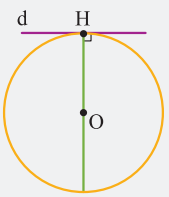
پس ① جواب است.

۸۰- گزینه ۴

درس‌نامه ① اگر قرار باشد دایره‌ای مثل شکل مقابل از دو نقطهٔ A و B بگذرد؛ باید مرکزش روی عمودمنصف پاره‌خط AB باشد.



② طبق شکل زیر، قطر بر خط مماس (d) در نقطهٔ تماس (H) عمود است.



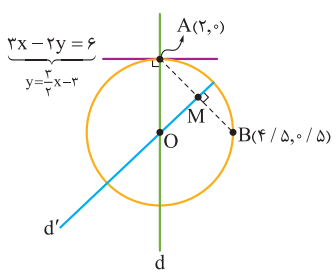
③ دو خط عمود بر هم، شیبشان قرینهٔ معکوس هم است.

④ اگر نقطهٔ M مثل شکل مقابل، وسط A و B باشد، داریم:



$$M=\frac{A+B}{۲}$$

گام **(رسم شکل و تحلیل آن)**: شکل مسئله به صورت مقابل است. طبق مورد (۱) درس‌نامه، d که از مرکز می‌گذرد بر خط مماس در نقطهٔ $(۲,۰)$ عمود است. از طرفی چون دایره از دو نقطهٔ A و B می‌گذرد، باید مرکزش روی عمودمنصف AB (خط d′) باشد؛ پس طبق شکل مرکز دایره، نقطهٔ برخورد d و d′ است.



گام **(پیداکردن مرکز)**: d بر خط $y=\frac{۳}{۲}x-۳$ عمود است؛ پس طبق مورد (۳) درس‌نامه $m_d=-\frac{۱}{\frac{۳}{۲}}=-\frac{۲}{۳}$ است. از طرفی d از نقطهٔ $A(۲,۰)$ می‌گذرد؛ پس معادله‌اش می‌شود:

$$d: y-۰=-\frac{۲}{۳}(x-۲) \Rightarrow ۳y+۲x=۴$$

d′ عمودمنصف AB است؛ پس از وسط AB، یعنی M می‌گذرد:

$$M=\frac{A+B}{۲}=\frac{(۲,۰)+(۴/۵,۰/۵)}{۲}=\frac{(۶/۵,۰/۵)}{۲}=(۳/۲۵,۰/۲۵)$$

از طرفی d′ به AB عمود است؛ پس شیبش قرینهٔ معکوس شیبِ AB است:

$$m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{۰/۵-۰}{۴/۵-۲}=\frac{۰/۵}{۲/۵}\times\frac{۲}{۲}=\frac{۱}{۵} \Rightarrow m_{d'}=-\frac{۱}{m_{AB}}=-۵$$

حالا می‌توانیم معادلهٔ d′ را بنویسیم:

$$d': y-۰/۲۵=-۵(x-۳/۲۵) \Rightarrow y+۵x=۱۶/۵$$

O همان نقطهٔ برخورد d و d′ یعنی جواب دستگاه $\begin{cases} ۳y+۲x=۴ \\ y+۵x=۱۶/۵ \end{cases}$ است:

$$\xrightarrow{\text{خودش}} \begin{cases} ۳y+۲x=۴ \\ \xrightarrow{\times ۳} ۳y+۱۵x=۴۹/۵ \end{cases} \xrightarrow{\text{بالایی - پایینی}} ۱۳x=۴۵/۵$$

$$\Rightarrow x=۳/۵ \xrightarrow[\text{بالایی}]{\text{جای‌گذاری در}} ۳y+۲(۳/۵)=۴ \Rightarrow ۳y=-۳ \Rightarrow y=-۱$$

پس $O(۳/۵,-۱)$ مرکز دایره است.

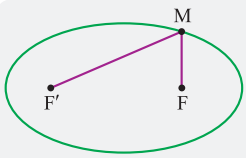
تیزبازی همان‌جا که معادلهٔ d را نوشتیم جواب معلوم بود، چون تنها نقطه‌ای که در معادلهٔ $۳y+۲x=۴$ صدق می‌کند، $(۳/۵,-۱)$ در ④ است؛ ببینید:

$$۳(-۱)+۲(۳/۵)=-۳+۷=۴ \checkmark$$

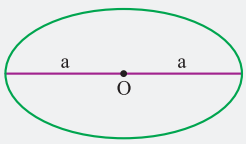
۸۱- گزینه ۳

درس‌نامه ① هر نقطه‌ای که مثل M در شکل مقابل روی بیضی باشد، جمعِ فاصله‌هایش از کانون‌های بیضی برابر با مقدار ثابت بیضی یعنی ۲a است:

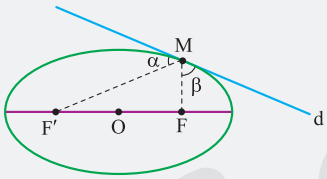
$$MF+MF'=۲a$$



② طول قطر بزرگ بیضی، مطابق شکل مقابل برابر ۲a است.

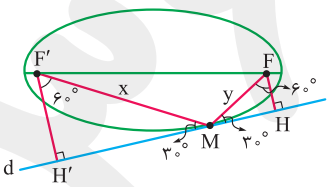


③ در شکل مقابل، خط d در نقطهٔ M بر بیضی مماس است. در چنین حالتی اگر از M به F و F′ وصل کنیم، زاویه‌هایی که MF و MF′ با d می‌سازند (α و β) برابرند؛ یعنی در شکل مقابل $\alpha=\beta$ است.



گام **(محاسبهٔ زاویه‌های مورد نیاز)**: در شکل زیر، در مثلث قائم‌الزاویهٔ MF′H′ یک زاویهٔ ۳۰° داریم؛ پس زاویهٔ دیگرش $۶۰^\circ-۳۰^\circ=۹۰^\circ$ می‌شود.

d در نقطهٔ M بر بیضی مماس است، پس طبق مورد (۳) درس‌نامه، باید $FMH=F'MH'=۳۰^\circ$ باشد؛ بنابراین مثلث قائم‌الزاویهٔ FMH هم زاویه‌هایش ۳۰° و ۶۰° اند.



گام **(تحلیل فاصلهٔ بین پای عمودها)**: در مثلث‌های قائم‌الزاویهٔ بالا، ضلع‌های رو به ۶۰°، برابر $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ وترند:

$$\overset{\Delta}{MF'H'}: MH'=\frac{\sqrt{۳}}{۲}x \quad \text{و} \quad \overset{\Delta}{MFH}: MH=\frac{\sqrt{۳}}{۲}y$$

پس HH′ می‌شود:

$$HH'=MH'+MH=\frac{\sqrt{۳}}{۲}x+\frac{\sqrt{۳}}{۲}y=\frac{\sqrt{۳}}{۲}(x+y)$$

گام **(محاسبهٔ خواستهٔ سؤال)**: M در شکل بالا، روی بیضی است؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، جمع فاصله‌هایش از F و F′ باید ۲a باشد. HH′ را هم خود سؤال داده $۲\sqrt{۳}$:

$$\frac{\sqrt{۳}}{۲}(۲a)=۲\sqrt{۳} \Rightarrow ۲a=۴$$

طبق مورد (۲) درس‌نامه، طول قطر بزرگ بیضی همان $۲a=۴$ است.

۱۴۰۴ نوبت دوم داخل

فیزیک

۱- گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

۱ و ۲: از رابطهٔ توان مصرفی مقاومت داریم:

$$P = VI \Rightarrow P_{\text{یکای}} = (V_{\text{یکای}}) \times (I_{\text{یکای}}) \Rightarrow P_{\text{یکای}} = V.A \quad \checkmark$$

$$\xrightarrow{I=\frac{q}{t}} P_{\text{یکای}} = (V_{\text{یکای}}) \times \frac{(q_{\text{یکای}})}{(t_{\text{یکای}})} = V.\frac{C}{s} \quad \checkmark$$

۳ و ۴:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F.d}{t} \Rightarrow P_{\text{یکای}} = \frac{(F_{\text{یکای}}) \times (d_{\text{یکای}})}{(t_{\text{یکای}})} = \frac{N.m}{s} \quad \checkmark$$

$$\xrightarrow{F=ma} P_{\text{یکای}} = \frac{(m_{\text{یکای}}) \times (a_{\text{یکای}}) \times (d_{\text{یکای}})}{t_{\text{یکای}}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{یکای}} = \frac{kg \times \frac{m}{s^2} \times m}{s} = \frac{kg.m^2}{s^3} \quad \times$$

تیزبازی با نگاهی به گزینه‌ها، واضح است که طبق رابطهٔ اصلی توان یعنی $P = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t}$ یکی از یکاهای توان $\frac{\text{متر} \times \text{نیوتون}}{\text{ثانیه}}$ است ((۳) *میره کنار*). از طرفی می‌دانیم طبق رابطهٔ $I = \frac{q}{t}$، یکای آمپر معادل یکای $\frac{\text{کولن}}{\text{ثانیه}}$ است؛ پس یکاهایی که در (۱) و (۲) آمده معادل‌اند و نمی‌توانند جواب تست باشند (چون اگه یکیش یکای توان نباشه، دیگری هم نیست. تست هم که نمی‌تونه دوتا جواب داشته باشه). با این توضیحات (۴) جواب تست است.

۲- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ توان متوسط:

$$P_{av} = \frac{W \rightarrow \text{کار انجام‌شده (J)}}{\Delta t \rightarrow \text{مدت‌زمان انجام کار (s)}}$$

۲ اگر شخصی به جرم m به اندازهٔ h در امتداد قائم و رو به بالا جابه‌جا شده، در صورتی که در ابتدا و انتهای مسیر ساکن باشد، کاری که شخص انجام می‌دهد، از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$W = mgh$$

(شتاب گرانش m/s^2)

گام ابتدا کار انجام‌شده توسط شخص را از رابطهٔ توان متوسط محاسبه می‌کنیم:

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow W = P_{av} \times \Delta t = ۳۰۰ \times ۱ \times ۶۰ = ۱۸۰۰۰ \, J$$

گام از رابطهٔ $W = mgh$، جابه‌جایی قائم شخص را به دست می‌آوریم:

$$W = mgh \Rightarrow ۱۸۰۰۰ = ۶۰ \times ۱۰ \times h \Rightarrow h = ۳۰ \, m$$

گام ارتفاع هر پله ۲۵ cm است؛ پس داریم:

$$h = n \times \text{ارتفاع هر پله} \Rightarrow n = \frac{۳۰}{۲۵ \times ۱۰^{-۲}} = ۱۲۰$$

۳- گزینه ۲

بررسی عبارت‌ها:

الف) تندی انتشار تمام موج‌های الکترومغناطیسی در خلأ یکسان و برابر با تندی نور است. ✓

ب) پرتوهای پرانرژی گاما (که انرژی‌شان از مرتبهٔ MeV است)، با تغییر تراز نوکلئون‌ها در هسته‌های برانگیخته تولید می‌شوند، در حالی که منشأ تولید پرتوهای کم‌انرژی‌تر مانند فرابنفش، نور مرئی و ... تغییر تراز الکترون‌های اتم است. ×

ج) تمام موج‌های الکترومغناطیسی جزء امواج عرضی هستند. ✓

د) روش‌های تولید، کاربرد، روش‌های تشخیص و آشکارسازی طیف‌های مختلف امواج الکترومغناطیسی با یکدیگر متفاوت است. ×

۴- گزینه ۳

درس‌نامه انرژی جنبشی جسمی به جرم m و تندی v از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K = \frac{۱}{۲}mv^2$$

گام تندی متحرک ۲۵ درصد افزایش یافته است؛ پس:

$$v_۲ = v_۱ + \frac{۲۵}{۱۰۰}v_۱ = \frac{۵}{۴}v_۱ \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \frac{۵}{۴}$$

انرژی جنبشی نیز ۲۵ درصد افزایش یافته است؛ پس:

$$K_۲ = K_۱ + \frac{۲۵}{۱۰۰}K_۱ = \frac{۵}{۴}K_۱ \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱} = \frac{۵}{۴}$$

گام رابطهٔ انرژی جنبشی را به صورت نسبتی می‌نویسیم:

$$K = \frac{۱}{۲}mv^2 \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱} = \frac{m_۲}{m_۱} \times (\frac{v_۲}{v_۱})^2 \Rightarrow \frac{۵}{۴} = \frac{m_۲}{۵} \times (\frac{۵}{۴})^2 \Rightarrow m_۲ = ۴ \, kg$$

تغییرات جرم متحرک برابر است با:

$$\Delta m = m_۲ - m_۱ = ۴ - ۵ = -۱ \, kg$$

۵- گزینه ۱

روش گام ۵ ثانیهٔ اول همان بازهٔ زمانی $t_۰ = ۰ \, s$ تا $t_۱ = ۵ \, s$ و ۵ ثانیهٔ سوم بازهٔ زمانی $t_۲ = ۱۰ \, s$ تا $t_۳ = ۱۵ \, s$ است؛ پس اگر بخواهیم این تست را از رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ پاسخ بدهیم، باید مکان‌های متحرک را در لحظه‌های $t_۰ = ۰ \, s$، $t_۱ = ۵ \, s$ و $t_۲ = ۱۰ \, s$ حساب کنیم:

$$x_۰ = \frac{۳}{۴}(۰)^2 - ۱۵(۰) + ۳۰ \Rightarrow x_۰ = ۳۰ \, m$$

$$x_۵ = \frac{۳}{۴}(۵)^2 - ۱۵(۵) + ۳۰ \Rightarrow x_۵ = \frac{۳ \times ۲۵}{۴} - ۷۵ + ۳۰ = \frac{-۲۲۵}{۴} + ۳۰ (m)$$

$$x_{۱۰} = \frac{۳}{۴}(۱۰)^2 - ۱۵(۱۰) + ۳۰ \Rightarrow x_{۱۰} = ۷۵ - ۱۵۰ + ۳۰ = -۷۵ + ۳۰ (m)$$

$$x_{۱۵} = \frac{۳}{۴}(۱۵)^2 - ۱۵(۱۵) + ۳۰ \Rightarrow x_{۱۵} = \frac{۳ \times ۲۲۵}{۴} - ۲۲۵ + ۳۰ = \frac{-۲۲۵}{۴} + ۳۰ (m)$$

گام حالا می‌توانیم بگوییم سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیهٔ اول، چند برابر سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیهٔ سوم است:

$$\frac{v_{av(۰,۵)}}{v_{av(۱۰,۱۵)}} = \frac{\frac{x_۵ - x_۰}{(۵ - ۰)}}{\frac{x_{۱۵} - x_{۱۰}}{(۱۵ - ۱۰)}} = \frac{\frac{-۲۲۵}{۴} + ۳۰ - ۳۰}{(\frac{-۲۲۵}{۴} + ۳۰) - (-۷۵ + ۳۰)} = \frac{\frac{-۲۲۵}{۴}}{\frac{-۲۲۵ + ۳۰۰}{۴}} = \frac{-۲۲۵}{۷۵} = -۳$$

روش ابتدا نکتهٔ زیر را بخوانید:

نکته در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 برابر سرعت متحرک در لحظهٔ وسط این بازه (یعنی $t'=\frac{t_1+t_2}{2}$) است.

گام چون معادلهٔ مکان ـ زمان از نوع درجه ۲ است، پس این حرکت با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم است و می‌توانیم با مقایسهٔ معادلهٔ داده‌شده و رابطهٔ $x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$، شتاب و سرعت اولیه را مشخص کنیم و معادلهٔ سرعت $(v=at+v_0)$ را بنویسیم:

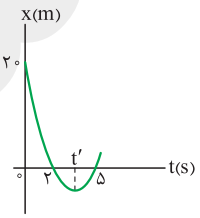
$$x=\underbrace{\frac{3}{4}}_{\frac{1}{2}a}t^2-15t+30 \xrightarrow[v_0=-15\ m/s]{\frac{1}{2}a=\frac{3}{4}\Rightarrow a=\frac{3}{2}\ m/s^2} v=\frac{3}{2}t-15$$

گام با توجه به نکتهٔ بالا، سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t_0=0\ s$ تا $t_1=5\ s$ برابر سرعت متحرک در لحظهٔ $t'=\frac{5+0}{2}=\frac{5}{2}\ s$ و سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_2=10\ s$ تا $t_4=15\ s$ برابر سرعت متحرک در لحظهٔ $t''=\frac{15+10}{2}=\frac{25}{2}\ s$ است.

$$\frac{v_{av(0,5)}}{v_{av(10,15)}}=\frac{v_{(\frac{5}{2})}}{v_{(\frac{25}{2})}} \xrightarrow{V=\frac{3}{2}t-15} \frac{v_{av(0,5)}}{v_{av(10,15)}}=\frac{\frac{3}{2}\times\frac{5}{2}-15}{\frac{3}{2}\times\frac{25}{2}-15}=\frac{\frac{-45}{4}}{\frac{15}{4}}=-3$$

۶- گزینه ۴

گام با توجه به نکته‌ای که در روش دوم پاسخ تست قبل گفتیم در حرکت مستقیم شتاب ثابت، هر جا که جابه‌جایی و بازهٔ زمانی جابه‌جایی را داشته باشیم، می‌توانیم سرعت متوسط که همان سرعت لحظهٔ وسط آن بازهٔ زمانی است را حساب کنیم. در شکل مقابل در بازهٔ زمانی صفر تا ۲ s متحرک ۲۰ m− جابه‌جا شده است؛ پس سرعت متحرک در لحظهٔ $\frac{2+0}{2}=1\ s$ برابر می‌شود با:



$$v_1=v_{av(0,2)}=\frac{\Delta x_{(0,2)}}{2-0}=\frac{-20}{2}=-10\ m/s$$

گام یک بار دیگر به نمودار نگاه کنید. متحرک در لحظهٔ وسط بازهٔ زمانی ۲ s تا ۵ s برای یک لحظه سرعتش صفر شده و تغییر جهت داده است؛ پس لحظهٔ تغییر جهت برابر $t'=\frac{5+2}{2}=3/5\ s$ است.

گام چون شتاب ثابت است، شتاب متوسط در تمام بازه‌های زمانی از جمله $t_1=1\ s$ تا $t'=3/5\ s$ و همچنین $t_1=1\ s$ تا $t_5=5\ s$ برابر است؛ پس داریم:

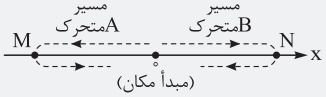
$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\text{ثابت} \Rightarrow \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1}=\frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \frac{v'-v_1}{t'-t_1}=\frac{v_5-v_1}{t_5-t_1}$$

$$\xrightarrow[(t_5=5\ s, v_5=?)]{(t'=3/5\ s, v'=0),(t_1=1\ s, v_1=-10\ m/s)} \frac{0-(-10)}{3/5-1}=\frac{v_5-(-10)}{5-1}$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{40}^{4}}{\cancel{2/5}_{1}}=\frac{v_5+10}{4} \Rightarrow 16=v_5+10 \Rightarrow v_5=6\ m/s$$

۷- گزینه ۲

شفاف‌سازی اول این‌که با توجه به نمودار، سرعت اولیهٔ متحرک A منفی $(v_{0_A}<0)$ و سرعت اولیهٔ متحرک B مثبت $(v_{0_B}>0)$ است و از آن‌جا که صورت سؤال گفته دو متحرک در مبدأ زمان از مبدأ مکان می‌گذرند، پس می‌توانیم بگوییم در مبدأ زمان متحرک A در جهت منفی و متحرک B در جهت مثبت از مبدأ گذشته‌اند و ابتدا از هم دور شده‌اند. دوم این‌که هر دو نمودار سرعت ـ زمان در لحظهٔ $t=10\ s$ محور t را قطع کرده‌اند، پس سرعت هر دو متحرک، هم‌زمان در لحظهٔ $t=10\ s$ تغییر علامت داده‌اند؛ یعنی هر دو متحرک در لحظهٔ $t=10\ s$ تغییر جهت داده و پس از این لحظه به هم نزدیک شده‌اند، پس مسیر حرکت دو متحرک مانند شکل مقابل است.



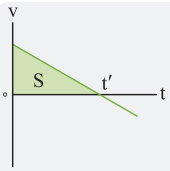
بنابراین با توجه به فاصلهٔ نقاط تغییر جهت دو متحرک (N,M) از یکدیگر سه حالت رخ می‌دهد:

الف) اگر فاصلهٔ MN بیش از ۱۵۰ m باشد، فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر ۳ بار برابر با ۱۵۰ m می‌شود (دو بار هنگام دورشدن از هم و یک بار هنگام نزدیک‌شدن به هم).

ب) اگر فاصلهٔ MN برابر ۱۵۰ m باشد، فاصلهٔ دو متحرک ۲ بار برابر ۱۵۰ m می‌شود (یک بار در لحظهٔ تغییر جهت و یک بار هنگام دورشدن از هم پس از لحظهٔ تغییر جهت).

پ) اگر فاصلهٔ MN کم‌تر از ۱۵۰ m باشد، فاصلهٔ آن‌ها ۱ بار برابر ۱۵۰ m می‌شود (هنگام دورشدن از هم پس از لحظهٔ تغییر جهت).

درس‌نامه

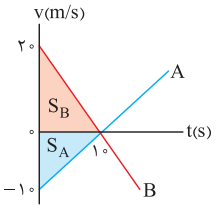


مساحت سطح محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t بیانگر مسافتی است که متحرک پیموده است:

مسافتی که متحرک در مدت t' پیموده است $=S$

با محاسبهٔ مساحت سطح زیر نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۰ s، فاصلهٔ نقاط تغییر جهت دو متحرک را حساب می‌کنیم:

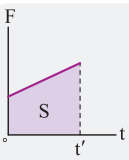
$$MN=S_B+S_A=\frac{20\times10}{2}+\frac{10\times10}{2}=150\ m$$



بنابراین فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر دو بار برابر ۱۵۰ m می‌شود. یک بار در لحظهٔ $t=10s$ و یک بار پس از این لحظه.

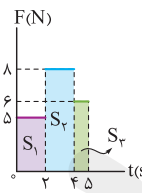
۸- گزینه ۴

درس‌نامه سطح زیر نمودار نیرو ـ زمان بیانگر تغییرات تکانه یا حاصل‌ضرب جرم در تغییرات سرعت است.



$$S=\Delta p=m\Delta v$$

گام مساحت زیر نمودار نیرو ـ زمان داده‌شده را برابر $m\Delta v$ قرار می‌دهیم تا تغییرات سرعت معلوم شود:



$$S_1+S_2+S_3=m\Delta v$$

$$\xrightarrow{m=4\ kg} (2\times5)+(2\times8)+(1\times6)=4\times\Delta v$$

$$\Rightarrow 32=4\Delta v \Rightarrow \Delta v=8\ m/s$$

گام شتاب متوسط هم از رابطهٔ اصلی‌اش یعنی $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می‌آید:

$$a_{av}=\frac{8}{5}=1/6\ m/s^2$$

۹- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ نمودار تکانه ـ زمان در واقع همان نمودار سرعت ـ زمان است که جرم جسم در سرعت آن ضرب شده است؛ بنابراین نمودار تکانه ـ زمان حرکت سقوط آزاد شبیه نمودار سرعت ـ زمان این حرکت است و با توجه به این‌که معادلهٔ سرعت ـ زمان این حرکت $v=-gt$ است، داریم:



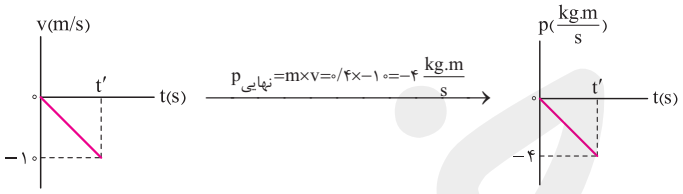
۲ رابطهٔ مستقل از زمان حرکت سقوط آزاد (با سرعت اولیهٔ صفر): $v^2=-2g\Delta y$

گام گلوله از ارتفاع ۵متری از سطح زمین رها شده است. با توجه به این‌که زمان حرکت گلوله داده نشده است، سرعت نهایی را از رابطهٔ مستقل از زمان، حساب می‌کنیم:

$$v^2=-2g\Delta y \xrightarrow{\Delta y=-5\,m} v^2=-2\times10\times(-5)=100 \Rightarrow v=-10\,m/s$$

(چون جهت حرکت رو به پایین است، علامت سرعت نهایی را منفی گذاشتیم.)

گام رسم نمودار تکانه ـ زمان از روی نمودار سرعت ـ زمان:



با توجه به گزینه‌ها، فقط (۲) می‌تواند درست باشد، اما اگر لازم بود می‌توانستیم زمان حرکت را هم به دست بیاوریم:

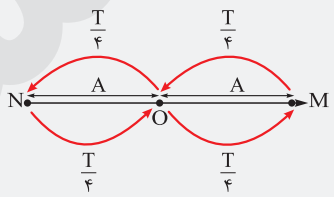
$$v=-gt \Rightarrow -10=-10\times t' \Rightarrow t'=1\,s$$

تیزبازی اگر تصاعد ۵ m، ۱۵ m، ۲۵ m و ... را بلد باشید، حتماً بدون محاسبه می‌دانیم که گلوله مسافت ۵m را در مدت ۱s پیموده و اندازهٔ سرعت نهایی آن ۱۰ m/s و بزرگی تکانهٔ نهایی آن $4\times10\times0/4=4\ \frac{kg.m}{s}$ است.

۱۰- گزینه ۳

درس‌نامه (۱) با داشتن معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر و مقایسهٔ آن با رابطهٔ $x=A\cos\omega t$، می‌توانیم دامنهٔ (A) و دورهٔ (T) نوسانگر را معلوم کنیم. $\omega=\frac{2\pi}{T}$

(۲) با توجه به شکل زیر نوسانگری که حرکتش را از نقاط بازگشت (M یا N) شروع کرده است، هر $\frac{T}{4}$ مسافت A را می‌پیماید.



(۳) تندی نوسانگر در نقاط بازگشت M و N برابر با صفر و در هنگام عبور از وضع تعادل (نقطهٔ O) بیشینه و برابر $v_{max}=A\omega$ است.

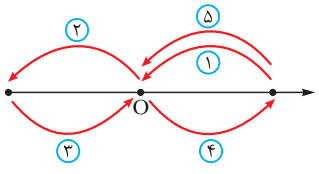
گام تعیین دامنه و دورهٔ نوسان:

$$\begin{cases}x=0/05\cos 20\pi t\\ x=A\cos\omega t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A=0/05\ m\\ \omega=20\pi\ rad/s\end{cases}\Rightarrow \frac{2\pi}{T}=20\pi \Rightarrow T=\frac{1}{10}\,s$$

گام مدت صفر تا $t=\frac{1}{8}\,s$ چند برابر T است؟

$$\frac{t}{T}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{10}}=\frac{10}{8}=\frac{5}{4} \Rightarrow t=5\frac{T}{4}$$

یعنی مطابق شکل نوسانگر تا لحظهٔ $t=\frac{1}{8}\,s$، ۵ تا $\frac{T}{4}$ گذرانده و در حال عبور از مبدأ است؛ پس در این لحظه تندی و انرژی جنبشی آن بیشینه است و داریم:

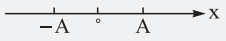


$$K=\frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{v=v_{max}=A\omega} K=\frac{1}{2}mA^2\omega^2 \xrightarrow[\omega=20\pi\,rad/s]{m=12\times10^{-2}\,kg,\ A=5\times10^{-2}\,m}$$

$$K=\frac{1}{2}\times12\times10^{-2}\times\underbrace{(5\times10^{-2})^2}_{25\times10^{-4}}\times\underbrace{(20\pi)^2}_{400\pi^2}=6\pi^2\times10^{-2}\,J=60\pi^2\,mJ$$

۱۱- گزینه ۱

درس‌نامه (۱) بزرگی شتاب نوسانگر در وضع تعادل (مرکز نوسان) صفر و در نقطه‌های بازگشت (مکان‌های A و −A) بیشینه است.



(۲) در مدتی که نوسانگر به وضع تعادل (مبدأ) نزدیک می‌شود، حرکت تندشونده و هرگاه در حال دورشدن از مبدأ است، حرکت کندشونده است.

(۳) در مکان‌های منفی (بین مرکز نوسان و نقطهٔ −A) شتاب در جهت مثبت و در مکان‌های مثبت (بین مرکز نوسان و نقطهٔ A) شتاب در جهت منفی است.

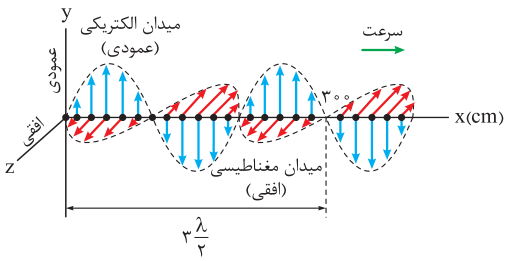
با توجه به درس‌نامه، (۱) درست است.

۱۲- گزینه ۲

درس‌نامه بین طول موج، بسامد و تندی موج‌های الکترومغناطیسی رابطهٔ زیر برقرار است:

$$\lambda=\frac{c}{f}$$

گام همین‌طور که در شکل مشخص است، فاصلهٔ $\frac{3\lambda}{2}$ برابر ۳۰۰ cm است؛ پس داریم:



$$\frac{3\lambda}{2}=300 \Rightarrow \lambda=\frac{2\times300}{3}=200\,cm=2\,m$$

گام حالا می‌توانیم بسامد را حساب کنیم (می‌دانید که هر مگاهرتز معادل 10^6 Hz است.):

$$f=\frac{c}{\lambda}=\frac{3\times10^8}{2}=1/5\times10^8\,Hz=1/5\times10^8\times10^{-6}\,MHz=150\,MHz$$

۱۳- گزینه ۳

گام هرگاه پرتو نوری از محیطی با ضریب شکست بیشتر (مثل شیشه) وارد محیطی با ضریب شکست کم‌تر (مثل هوا) شود، زاویهٔ شکستش از زاویهٔ تابشش بزرگ‌تر است $(\theta_r>\theta_i)$؛ بنابراین گزینهٔ درست یا (۱) است یا (۳).

گام ضریب شکست شیشه برای نور آبی بزرگ‌تر از ضریب شکست شیشه برای نور قرمز است؛ بنابراین در عبور این دو پرتو از شیشه به هوا، پرتو آبی انحراف بیشتری پیدا می‌کند و (۳) درست است.

۱۴- گزینه ۱

درس‌نامه طول موج هر رشته را از معادلهٔ ریدبرگ $\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})$ محاسبه می‌کنیم.

کوتاه‌ترین طول موج را به ازای $n=\infty$ و بلندترین طول موج را به ازای $n=n'+1$ به دست می‌آوریم.

با توجه به درس‌نامه، نسبت بلندترین طول موج گسیل‌شده به کوتاه‌ترین طول موج گسیل‌شده در رشتهٔ براکت $(n'=4)$ برابر می‌شود با:

$$\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}=\frac{\frac{1}{\lambda_{min}}}{\frac{1}{\lambda_{max}}}=\frac{R(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{\infty^2})}{R(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{5^2})}=\frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{16}-\frac{1}{25}}=\frac{\frac{1}{16}}{\frac{25-16}{25\times16}}=\frac{25\times\cancel{16}}{9\times\cancel{16}}=\frac{25}{9}$$

۱۵- گزینه ۲

درس‌نامه در یک واکنش هسته‌ای، مجموع عددهای جرمی ذرات اولیهٔ واکنش برابر با مجموع عددهای جرمی محصولات واکنش است. هم‌چنین مجموع عددهای اتمی ذرات اولیهٔ واکنش نیز برابر با عددهای اتمی محصولات آن است.

معادلهٔ داده‌شده را به صورت روبه‌رو می‌نویسیم: ${}^{1}_{0}n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{133}_{50}Sn + {}^{101}_{42}Mo + x\,{}^{1}_{0}n$

در این صورت داریم:

مجموع عددهای جرمی سمت راست واکنش = مجموع عددهای جرمی سمت چپ واکنش

$$\Rightarrow 1+235=133+101+(x\times1) \Rightarrow x=2$$

پس تعداد نوترون‌های آزادشده ۲ عدد است.

در واکنش شکافت هسته‌ای، مقداری از جرم ذرات از رابطهٔ $E=mc^2$ به انرژی تبدیل می‌شود. مجموع جرم محصولات شکافت کم‌تر از مجموع جرم ذرات اولیه است؛ یعنی: $M_1 > M_2$.

۱۶- گزینه ۴

درس‌نامه

چگالی:

$$\rho=\frac{m}{V}\ \begin{matrix}\rightarrow \text{جرم (kg)}\\ \downarrow\\ \rightarrow \text{حجم } (m^3)\end{matrix}$$

چگالی (kg/m^3)

گام نوترون به شکل کره است؛ پس ابتدا حجم کره‌ای به شعاع $8/4\times10^{-16}\,m$ را محاسبه می‌کنیم:

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\times3\times(8/4\times10^{-16})^3=4\times(8/4\times10^{-16})^3\,m^3$$

$$\Rightarrow V=4\times(8/4\times10^{-16})^3\times\underbrace{10^6}_{\text{تبدیل } m^3 \text{ به } cm^3}\,cm^3$$

گام جرم نوترون را برحسب گرم و حجم را برحسب سانتی‌متر مکعب در رابطهٔ چگالی جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{1/7\times10^{-27}\times10^3}{4\times(8/4\times10^{-16})^3\times10^6}\simeq0/000717\times10^{18}=7/17\times10^{14}\,g/cm^3$$

۱۷- گزینه ۳

درس‌نامه وقتی به یک جسم رسانای منزوی (مثلاً یک کرهٔ فلزی روی پایهٔ عایق) بار الکتریکی می‌دهیم، نکات ۵گانهٔ زیر را دربارهٔ این کرهٔ رسانای باردار همیشه به خاطر داشته باشید:

1. تمام بار الکتریکی روی سطح خارجی جسم توزیع می‌شود.
2. در کرهٔ رسانا، بار الکتریکی به طور یکنواخت روی سطح کره توزیع می‌شود، اما در سایر اجسام رسانا چگالی سطحی بار (تراکم بار) در نقاط نوک‌تیز بیشتر است.
3. میدان الکتریکی داخل رسانا صفر است.
4. بردار میدان الکتریکی بر سطح رسانا عمود است.
5. همهٔ نقاط رسانا (چه داخل و چه سطح رسانا) هم‌پتانسیل‌اند: $V=\text{ثابت} \Rightarrow \Delta V=0$

با تماس‌دادن یک جسم باردار به کرهٔ رسانا، کره نیز باردار می‌شود و طبق درس‌نامهٔ بالا، بار الکتریکی فقط روی سطح خارجی آن توزیع می‌شود، همهٔ نقاط رسانا هم‌پتانسیل می‌شوند و میدان الکتریکی در داخل کره صفر می‌شود.

۱۸- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ اگر بار الکتریکی روی صفحه‌های خازنی برابر Q و اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های آن برابر V باشد، ظرفیت خازن برابر است با: $C=\frac{Q}{V}$

۲ ظرفیت خازن تختی که با دی‌الکتریکی با ثابت κ کاملاً پر شده است، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$C=\underbrace{\kappa}_{\text{ثابت دی‌الکتریک}}\varepsilon_0\frac{\overbrace{A}^{\text{مساحت هر یک از صفحه‌های خازن}}}{\underbrace{d}_{\text{فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن}}}$$

($\varepsilon_0=8/85\times10^{-12}\,F/m$:ضریب گذردهی الکتریکی خلأ)

$$\frac{d_2}{d_1}=\frac{100-75}{100}=\frac{1}{4}$$ **گام** فاصلهٔ بین دو صفحه ۷۵ درصد کاهش یافته است:

$$C=\frac{\kappa\varepsilon_0 A}{d} \xrightarrow{\text{فقط d عوض شده.}} \frac{C_2}{C_1}=\frac{d_1}{d_2}=4$$

گام

نکته برای خازنی که متصل به باتری است، هر اتفاقی بیفتد، اختلاف پتانسیل دو سر خازن (V) ثابت باقی می‌ماند.

حالا از رابطهٔ $C=\frac{Q}{V}$ استفاده می‌کنیم:

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow Q=CV \xrightarrow{V:\text{ثابت}} \frac{Q_2}{Q_1}=\frac{C_2}{C_1}=4 \Rightarrow Q_2=4Q_1$$

در نتیجه بار الکتریکی خازن ۴ برابر می‌شود.

۱۹- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ **قانون کولن:**

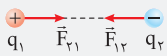
$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

اندازهٔ نیروی الکتریکی (N) — k: ثابت کولن $\left(\frac{N.m^2}{C^2}\right)$ — بار الکتریکی ۱ (C) — بار الکتریکی ۲ (C) — r: فاصلهٔ بین دو بار (m)

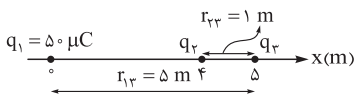
۲ دو بار الکتریکی همنام یکدیگر را دفع می‌کنند.



۳ دو بار الکتریکی ناهمنام یکدیگر را جذب می‌کنند.



گام مکان بارها روی محور x را رسم می‌کنیم:



چون نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_3 صفر است، نیروی الکتریکی که q_1 بر q_3 وارد می‌کند، در خلاف جهت نیروی الکتریکی‌ای است که q_2 بر q_3 وارد می‌کند؛ در نتیجه علامت بار q_2 مخالف علامت بار q_1 یعنی منفی است.

گام بزرگی نیروهای وارد بر q_3 با هم برابرند:

$$F_{23}=F_{13}\Rightarrow \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2}=\frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2}\Rightarrow\left|\frac{q_2}{q_1}\right|=\left(\frac{r_{23}}{r_{13}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{|q_2|}{50}=\left(\frac{1}{5}\right)^2 \Rightarrow |q_2|=2\,\mu C \xrightarrow{q_2<0} q_2=-2\,\mu C$$

مشاوره تیپ تعادل سه بار الکتریکی در کنکور بسیار پرتکرار است و بارها به شکل‌های مختلف در کنکورهای سراسری مطرح شده است و شما حتماً باید بر این تیپ از تست‌های الکتریسیتهٔ ساکن تسلط داشته باشید.

۲۰- گزینه ۲

درس‌نامه توان خروجی باتری: $P_{\text{خروجی}}=\underbrace{I}_{\text{جریان عبوری از باتری}}V \rightarrow$ اختلاف پتانسیل دو سر باتری

توان خروجی باتری برابر است با: $P_{\text{خروجی}}=IV=1/5\times6=9\ W$

۲۱- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ رابطهٔ مقاومت الکتریکی یک رسانا: $R=\underbrace{\rho}_{\text{مقاومت ویژهٔ رسانا}}\frac{L\rightarrow\text{طول رسانا}}{A\rightarrow\text{مساحت مقطع رسانا}}$

۲ اگر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R، برابر با V باشد، توان مصرفی این مقاومت از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$P=\frac{V^2}{R}$$

گام اگر قطر اولیهٔ سیم (d_1) را ۱۰۰ واحد فرض کنیم، پس از یک درصد کاهش قطر، قطر ثانویه به ۹۹ واحد می‌رسد:

$$\frac{d_2}{d_1}=\frac{99}{100}\ ,\ A=\pi\frac{d^2}{4}\Rightarrow\frac{A_2}{A_1}=(\frac{d_2}{d_1})^2=(\frac{99}{100})^2\ (I)$$

گام

$$R=\rho\frac{L}{A}\xrightarrow{\rho\text{ و }L\text{ ثابت‌اند.}}\frac{R_1}{R_2}=\frac{A_2}{A_1}=(\frac{d_2}{d_1})^2\xrightarrow{(I)}\frac{R_1}{R_2}=(\frac{99}{100})^2\ (II)$$

گام

$$P=\frac{V^2}{R}\xrightarrow{V\text{ ثابت}}\frac{P_2}{P_1}=\frac{R_1}{R_2}\xrightarrow{(II)}\frac{P_2}{P_1}=(\frac{99}{100})^2$$

$$\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}\simeq 0/98\Rightarrow P_2=0/98\,P_1$$

درصد تغییرات توان را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد تغییرات}=\frac{\Delta P}{P_1}\times 100=\frac{-0/02P_1}{P_1}\times 100=-2\,\%$$

در نتیجه توان مصرفی ۲ درصد کاهش می‌یابد.

۲۲- گزینه ۳

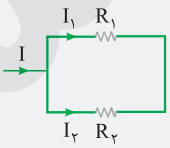
درس‌نامه ۱ مطابق شکل زیر، دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت متوالی (سری) به هم متصل‌اند:



◇ مقاومت معادل این دو مقاومت:

$$R_{eq}=R_1+R_2$$

۲ مطابق شکل روبه‌رو، دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت موازی به هم متصل‌اند:



◇ مقاومت معادل این دو مقاومت:

$$R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

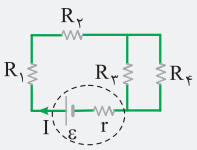
◇ نسبت جریان عبوری از مقاومت‌ها برابر با وارون نسبت مقاومت‌ها است:

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{R_2}{R_1}$$

◇ اصل پایستگی بار الکتریکی:

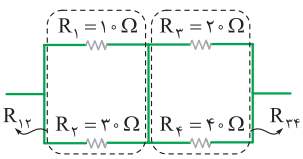
$$I=I_1+I_2$$

۳ جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) در شکل روبه‌رو از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$$

گام مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم و مقاومت‌های R_3 و R_4 نیز با هم موازی‌اند، در نتیجه می‌توان نوشت:



$$R_{\text{موازی}}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

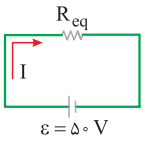
$$R_{12}=\frac{10\times 30}{10+30}=\frac{15}{2}\,\Omega$$

$$R_{34}=\frac{20\times 40}{20+40}=\frac{40}{3}\,\Omega$$

مقاومت‌های R_{12} و R_{34} متوالی‌اند:

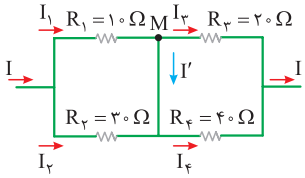
$$R_{eq}=R_{12}+R_{34}=\frac{15}{2}+\frac{40}{3}=\frac{45+80}{6}=\frac{125}{6}\,\Omega$$

گام جریان شاخهٔ اصلی مدار را محاسبه می‌کنیم:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}}=\frac{50}{\frac{125}{6}}=\frac{12}{5}\,A$$

گام جریان شاخهٔ اصلی در ابتدا بین مقاومت‌های R_1 و R_2 و در ادامه بین مقاومت‌های R_3 و R_4 تقسیم می‌شود:



$$V_1=V_2\Rightarrow R_1I_1=R_2I_2\Rightarrow 10I_1=30I_2\Rightarrow I_2=\frac{1}{3}I_1$$

$$I=I_1+I_2\Rightarrow\frac{12}{5}=I_1+\frac{1}{3}I_1\Rightarrow I_1=\frac{9}{5}=1/8\,A$$

به همین روش جریان گذرنده از R_3 را به دست می‌آوریم:

$$V_3=V_4\Rightarrow R_3I_3=R_4I_4\Rightarrow 20I_3=40I_4\Rightarrow I_4=\frac{1}{2}I_3$$

$$I=I_3+I_4\Rightarrow\frac{12}{5}=I_3+\frac{1}{2}I_3\Rightarrow I_3=\frac{8}{5}=1/6\,A$$

گام با نوشتن قاعدهٔ انشعاب در (نقطهٔ M)، جریان گذرنده از آمپرسنج (I') را محاسبه می‌کنیم:

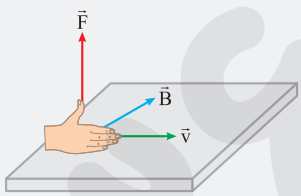
$$\text{مجموع جریان‌های خروجی از M}=\text{مجموع جریان‌های ورودی به M}\Rightarrow I_1=I_3+I'$$

$$\Rightarrow 1/8=1/6+I'\Rightarrow I'=0/2\,A\xrightarrow{\times 1000}I'=200\,mA$$

مشاوره این تست یک تست بسیار معروف و پرتکرار در کنکور است؛ بنابراین توصیهٔ ما به شما این است که به تک‌تک مراحل حل این تست، را تسلط کامل داشته باشید.

۲۳- گزینه ۴

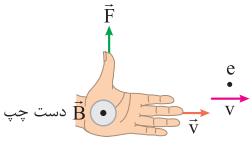
درس‌نامه **قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک در میدان مغناطیسی:** طبق این قاعده، اگر چهار انگشت باز دست راست را طوری در جهت بردار سرعت ذره $(\vec{v})$ قرار دهیم که بردار میدان مغناطیسی $(\vec{B})$ از کف دست خارج شود، شست دست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره با بار مثبت را نشان می‌دهد (شکل بالا را ببینید).

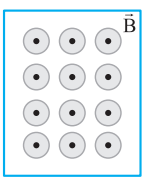


نکته اگر بار ذره منفی باشد، این قاعده را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

علامت بار ذره	جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره
مثبت	قاعدهٔ دست راست
منفی	قاعدهٔ دست راست را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

با توجه به شکل مقابل و به کمک دست چپ، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون هنگام ورود به ناحیهٔ میدان مغناطیسی، به سمت بالای صفحه است.





تله در صورت عدم توجه به بار منفی الکترون و استفاده از دست راست، به گزینهٔ اشتباه (۳) می‌رسید.

۲۴- گزینه ۱

درس‌نامه اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت:

$F = I\ell B\sin\theta$ ← زاویهٔ بین راستای سیم (جهت جریان الکتریکی) و جهت میدان مغناطیسی

I: جریان عبوری از سیم، ℓ: طول بخشی از سیم که در میدان مغناطیسی قرار دارد، B: بزرگی میدان مغناطیسی

اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم برابر است با:

$$F = I\ell B\sin\theta \xrightarrow{B=0/5\,G=0/5\times10^{-4}\,T}$$

$$F = 4000\times100\times(0/5\times10^{-4})\times\frac{\sin60^\circ}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 10\sqrt{3}\ N$$

۲۵- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ **قانون لنز:** با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه (یا پیچه یا سیم‌لوله)، میدان مغناطیسی القایی در داخل حلقه به وجود می‌آید که جهت آن طبق جدول زیر تعیین می‌شود:

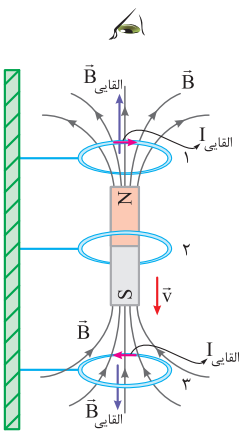
چگونگی تغییر شار مغناطیسی	جهت میدان مغناطیسی القایی
افزایش	در خلاف جهت میدان مغناطیسی اصلی
کاهش	هم‌جهت با میدان مغناطیسی اصلی

۲ قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت جریان القایی:

اگر چهار انگشت دست راست را در جهت میدان مغناطیسی در داخل حلقه قرار دهیم، شست دست جهت جریان القایی در حلقه را نشان می‌دهد (شکل مقابل):



گام در لحظهٔ نشان داده شده، قطب آهنربا در حال دورشدن از حلقهٔ (۱) است؛ بنابراین اندازهٔ میدان مغناطیسی آهنربا در محل حلقه (تراکم خطوط میدان مغناطیسی عبوری از حلقه) در حال کاهش و در نتیجه شار مغناطیسی عبوری از حلقه نیز در حال کاهش است؛ بنابراین طبق قانون لنز، حلقه با این کاهش شار مخالفت می‌کند و میدان مغناطیسی القایی درون حلقه هم‌جهت با میدان مغناطیسی اصلی، یعنی به طرف بالا است. به کمک قاعدهٔ دست راست، جریان القایی در حلقه برای ناظری که در بالای حلقه قرار دارد، در جهت پادساعتگرد است.



تیزبازی برای حلقهٔ (۳) اتفاقی برعکس حلقهٔ (۱) در حال رخ‌دادن است، یعنی شار مغناطیسی عبوری از آن در حال افزایش است؛ بنابراین جریان القایی در این حلقه هم باید برعکس حلقهٔ (۱) یعنی ساعتگرد باشد، جواب ۴ است.

گام در لحظهٔ نشان داده شده، حلقهٔ (۲) در ناحیهٔ وسط آهنربا قرار دارد و خطوط میدان مغناطیسی عبوری از این حلقه تقریباً قائم یعنی بدون واگرایی یا همگرایی است. در نتیجه اندازهٔ میدان مغناطیسی در محل این حلقه (تراکم خطوط میدان مغناطیسی عبوری از حلقه) تغییر نمی‌کند؛ بنابراین شار مغناطیسی عبوری از حلقه ثابت است و جریان القایی در این حلقه صفر است.

گام در لحظهٔ نشان داده شده، قطب آهنربا در حال نزدیک‌شدن به حلقهٔ (۳) است؛ بنابراین اندازهٔ میدان مغناطیسی آهنربا در محل حلقه (تراکم خطوط میدان مغناطیسی عبوری از حلقه) در حال افزایش و در نتیجه شار مغناطیسی عبوری از حلقه نیز در حال افزایش است، بنابراین طبق قانون لنز، حلقه با این افزایش شار مخالفت می‌کند و میدان مغناطیسی القایی درون حلقه در خلاف جهت میدان مغناطیسی اصلی، یعنی به طرف پایین است. به کمک قاعدهٔ دست راست، جریان القایی در حلقه برای ناظری که در بالای حلقه قرار دارد، در جهت ساعتگرد است.

۲۶- گزینه ۴

درس‌نامه **قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:** با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک مدار بسته، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود. نیروی محرکهٔ القایی متوسط در این مدار از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

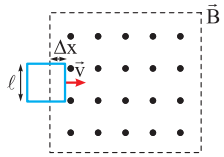
$\xrightarrow[\text{فقط مساحت تغییر کند.}]{\Phi=BA\cos\theta}$ $\varepsilon_{av} = -NB\frac{\Delta A}{\Delta t}\cos\theta$ ← زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و نیم‌خط عمود بر سطح حلقه

N: تعداد حلقه‌ها، B: بزرگی میدان مغناطیسی، ΔA: آهنگ تغییر مساحت حلقه

گام به کمک قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، رابطهٔ کلی نیروی محرکهٔ القایی ایجادشده را برای حلقه‌ای مانند آن‌چه در صورت تست آمده، به دست می‌آوریم:

$$|\varepsilon_{av}| = |-NB\frac{\Delta A}{\Delta t}\cos\theta| \xrightarrow[\theta=0^\circ]{N=1} \varepsilon_{av} = B\frac{\ell\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\frac{\Delta x}{\Delta t}=v}$$

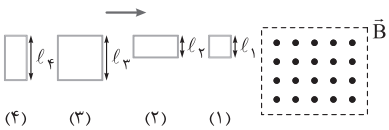
$$\varepsilon_{av} = B\ell v \xrightarrow[\varepsilon_{av}=\varepsilon]{\text{سرعت حلقه‌ها ثابت است.}} \varepsilon = B\ell v$$



در رابطهٔ به‌دست‌آمده، منظور از ℓ طول ضلعی از حلقه است که عمود بر میدان مغناطیسی و سرعت (جهت حرکت) حلقه است.

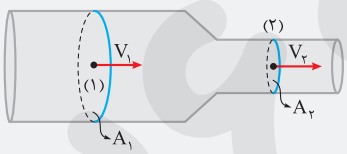
گام براساس رابطهٔ $\varepsilon = B\ell v$ و با توجه به یکسان‌بودن B و v برای حلقه‌ها، نیروی محرکهٔ القایی ایجادشده در حلقه‌ها هنگام ورود به ناحیهٔ میدان مغناطیسی یکنواخت (که همان نیروی محرکهٔ القایی بیشینه است)، فقط به ℓ بستگی دارد. با توجه به شکل زیر:

$$\ell_4 = \ell_3 > \ell_2 = \ell_1 \Rightarrow \varepsilon_4 = \varepsilon_3 > \varepsilon_2 = \varepsilon_1$$



۲۷- گزینه ۱

درس‌نامه معادلهٔ پیوستگی: اگر مطابق شکل زیر، شارهٔ تراکم‌ناپذیری همه جای لوله را پر کرده باشد و درون لوله با جریان لایه‌ای در حال حرکت باشد، در حالت پایا آهنگ شارش حجمی شاره از همهٔ مقاطع لوله یکسان است.



به زبان ریاضی:

$$A_1v_1 = A_2v_2$$

(A: مساحت مقطع لوله و v: تندی شاره)

گام قطر مقطع قسمت باریک رگ (d_1) نسبت به قطر مقطع قسمت گشاد آن (d_2)، ۴۰ درصد کم‌تر است.

$$d_1 = d_2 - 0/4d_2 = 0/6d_2$$

می‌توانیم نسبت مساحت‌های این دو مقطع را به دست آوریم:

$$A = \pi\frac{d^2}{4} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = (\frac{d_1}{d_2})^2 \xrightarrow{d_1=0/6d_2} \frac{A_1}{A_2} = (\frac{0/6d_2}{d_2})^2 = 0/36$$

گام معادلهٔ پیوستگی را برای دو مقطع مختلف رگ می‌نویسیم و تغییر تندی خون را محاسبه می‌کنیم:

$$A_1v_1 = A_2v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{A_1}{A_2} = 0/36 \Rightarrow v_2 = 0/36v_1$$

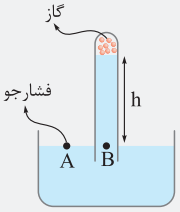
$$\Delta v = v_2 - v_1 = 0/36v_1 - v_1 = -0/64v_1$$

$$\frac{\Delta v}{v_1}\times100 = \frac{-0/64v_1}{v_1}\times100 = -64\%$$

علامت منفی نشان می‌دهد که تندی کاهش یافته است.

۲۸- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ در بارومتر شکل روبه‌رو، با نوشتن اصل هم‌فشاری برای نقاط هم‌تراز A و B می‌توان فشار گاز محبوس را به دست آورد:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_\circ = P_{گاز} + \rho gh$$

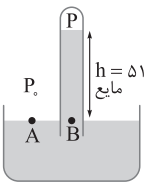
۲ محاسبهٔ فشار پیمانه‌ای یک مایع دلخواه (P_g) برحسب سانتی‌متر جیوه:

$$P_g = \frac{\rho_{مایع}}{\rho_{جیوه}} \times h_{مایع}\ (cm)$$ (ارتفاع ستون مایع)

گام فشار ستون مایع درون لوله را برحسب سانتی‌متر جیوه می‌نویسیم:

$$P_g = \frac{\rho_{مایع}}{\rho_{جیوه}} \times h_{مایع} \xrightarrow{\rho_{مایع}=۲/۸ g/cm^۳,\ h_{مایع}=۵۱cm,\ \rho_{جیوه}=۱۳/۶ g/cm^۳} P_g = \frac{۲/۸}{۱۳/۶} \times ۵۱ = ۱۰/۵ cmHg$$

گام فشار هوای جمع‌شده در انتهای لوله را حساب می‌کنیم:



$$P_A = P_\circ \Rightarrow P_\circ = P_{گاز} + P_g$$
$$\Rightarrow ۷۵/۵ = P_{گاز} + ۱۰/۵$$
$$\Rightarrow P_{گاز} = ۶۵\ cmHg$$

گام فشار به‌دست‌آمده را برحسب پاسکال می‌نویسیم:

$$P = \rho_{جیوه} gh = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۶۵}{۱۰۰} = ۸۸۴۰۰\ Pa$$

۲۹- گزینه ۳

درس‌نامه برای جسمی که بدون تغییر حالت در اثر تبادل گرمایی فقط دمای آن تغییر می‌کند، می‌توان نوشت:

$$Q = m\, c\, \Delta\theta$$

Q: گرما (J)، m: جرم (kg)، c: گرمای ویژه $\left(\frac{J}{kg.^\circ C}\right)$، $\Delta\theta$: تغییر دما $(^\circ C)$

براساس رابطهٔ $Q = mc\Delta\theta$، گرمای ویژه را برای هر یک از سه مادهٔ A، B و C به دست می‌آوریم و با هم مقایسه می‌کنیم:

$$c = \frac{Q}{m\Delta\theta} \Rightarrow \begin{cases} c_A = \frac{Q_A}{m_A \Delta\theta_A} = \frac{۱۸۰۰}{۲\times۲} = ۴۵۰ \frac{J}{kg.^\circ C} \\ c_B = \frac{Q_B}{m_B \Delta\theta_B} = \frac{۱۲۰۰}{۱\times۲} = ۶۰۰ \frac{J}{kg.^\circ C} \\ c_C = \frac{Q_C}{m_C \Delta\theta_C} = \frac{۳۰۰۰}{۱/۵\times۴} = ۵۰۰ \frac{J}{kg.^\circ C} \end{cases}$$

با توجه به مقادیر به‌دست‌آمده داریم: $c_B > c_C > c_A$

شیمی

۳۰- گزینه ۲

در لایهٔ چهارم $(n=۴)$ اتم $_{۳۴}Se$، ۶ الکترون وجود دارد.

$$_{۳۴}Se : [_{۱۸}Ar]\, ۳d^{۱۰} / \underbrace{۴s^۲ ۴p^۴}_{\text{لایهٔ ظرفیت}}$$

طبق خواستهٔ سؤال، عنصر مورد نظر باید $\frac{۶}{۲} = ۳$ الکترون ظرفیتی داشته باشد.

روش آرایش الکترونی اتم‌ها را رسم می‌کنیم و شمار الکترون‌های ظرفیتی آن‌ها را به دست می‌آوریم:

۱) $_{۲۰}A : [_{۱۸}Ar]\ \underbrace{۴s^۲}_{\text{لایهٔ ظرفیت}} \Rightarrow$ الکترون‌های ظرفیتی $= ۲$ ✗

۲) $_{۳۱}X : [_{۱۸}Ar]\, ۳d^{۱۰} / \underbrace{۴s^۲ ۴p^۱}_{\text{لایهٔ ظرفیت}} \Rightarrow$ الکترون‌های ظرفیتی $= ۳$ ✓

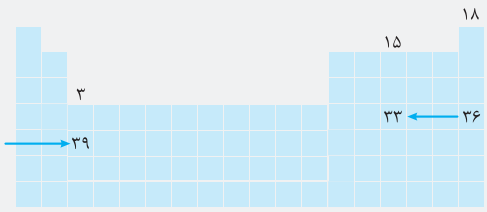
۳) $_{۱۴}D : [_{۱۰}Ne]\ \underbrace{۳s^۲ ۳p^۲}_{\text{لایهٔ ظرفیت}} \Rightarrow$ الکترون‌های ظرفیتی $= ۴$ ✗

۴) $_{۳۳}M : [_{۱۸}Ar]\, ۳d^{۱۰} / \underbrace{۴s^۲ ۴p^۳}_{\text{لایهٔ ظرفیت}} \Rightarrow$ الکترون‌های ظرفیتی $= ۵$ ✗

روش عنصری با ۳ الکترون ظرفیتی متعلق به گروه ۳ $((n-۱)d^۱ ns^۲)$ یا گروه ۱۳ $(ns^۲ np^۱)$ جدول دوره‌ای است. می‌توانیم به کمک عدد اتمی گازهای نجیب، بدون رسم آرایش الکترونی عناصر، جایگاه و شمارهٔ گروه آن‌ها را در جدول پیدا کرده و به پاسخ برسیم.

نکته برای عنصرهای گروه‌های ۱ تا ۱۲، تعداد الکترون‌های ظرفیتی با شمارهٔ گروه و برای عنصرهای گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ (به‌جز $_۲He$)، تعداد الکترون‌های ظرفیتی با عدد یکان شمارهٔ گروه عنصر، برابر است.

نکته تعیین شمارهٔ گروه عناصر با استفاده از عدد اتمی گازهای نجیب: برای تعیین شمارهٔ گروه یک عنصر، می‌توانیم از نزدیک‌ترین گاز نجیب به آن کمک بگیریم. مثلاً عنصری با عدد اتمی ۳۳ در گروه ۱۵ قرار دارد! زیرا عدد اتمی آن ۳ واحد کم‌تر از گاز نجیب $_{۳۶}Kr$ که در گروه ۱۸ قرار دارد، است. یا مثلاً عنصری با عدد اتمی ۳۹، متعلق به گروه ۳ است، زیرا گاز نجیب با عدد اتمی ۳۶ در انتهای دورهٔ چهارم و گروه ۱۸ قرار دارد و بعدش اگر ۳ خانه در دورهٔ بعدی بیاییم جلو، به عدد اتمی ۳۹ می‌رسیم!



به صورت فرمولی هم می‌شه به قضیه نگاه کرد. برای تعیین شمارهٔ گروه به کمک گازهای نجیب، سه حالت پیش می‌آید:

۱) اگر عدد اتمی عنصر مورد نظر یک یا دو واحد بیشتر از عدد اتمی یکی از گازهای نجیب باشد، در این حالت شمارهٔ گروه برابر با تفاوت عدد اتمی عنصر با گاز نجیب دورهٔ قبل است (شمارهٔ گروه برابر ۱ یا ۲ می‌باشد).

۲) عنصرهایی که در دو ردیف در پایین جدول قرار دارند (عنصرهایی با عدد اتمی ۵۷ تا ۷۰ و ۸۹ تا ۱۰۲) را می‌توان متعلق به گروه ۳ دانست.

۳) برای بقیهٔ عنصرها که عدد اتمی آن‌ها بیش از دو واحد از عدد اتمی گاز نجیب قبل از خود بیشتر است، باید اختلاف عدد اتمی عنصر و گاز نجیب **هم‌دوره‌اش** را از عدد ۱۸ کم کنیم تا شمارهٔ گروه به دست آید.

[(عدد اتمی عنصر) − (عدد اتمی گاز نجیب هم‌دورهٔ عنصر)] − ۱۸ = شمارهٔ گروه

مثال: $_{۲۳}A \xrightarrow{۲۳-۱۸=۵>۲}$ شمارهٔ گروه $= ۱۸ - (۳۶ - ۲۳) = ۵$ (۲۳: گاز نجیب هم‌دوره)

بررسی گزینه‌ها: ۱) عدد اتمی $_{۲۰}A$، ۲ واحد بیشتر از گاز نجیب $_{۱۸}Ar$ است و در گروه ۲ قرار دارد؛ پس دارای ۲ الکترون ظرفیتی است. ✗

۲) عدد اتمی $_{۳۱}X$، ۵ واحد کم‌تر از گاز نجیب $_{۳۶}Kr$ است و در گروه ۱۳ قرار دارد؛ پس دارای ۳ الکترون ظرفیتی است. ✓

۳) عدد اتمی $_{۱۴}D$، ۴ واحد کم‌تر از گاز نجیب $_{۱۸}Ar$ است و در گروه ۱۴ قرار دارد؛ پس دارای ۴ الکترون ظرفیتی است. ✗

۴) عدد اتمی $_{۳۳}M$، ۳ واحد کم‌تر از گاز نجیب $_{۳۶}Kr$ است و در گروه ۱۵ قرار دارد؛ پس دارای ۵ الکترون ظرفیتی است. ✗

۳۱- گزینه ۴

هر چه فاصلهٔ میان لایه‌های الکترونی در اتم‌ها بیشتر باشد (تفاوت انرژی لایه‌ها بیشتر باشد)[۱]، طول موج پرتوی گسیل‌شده کوتاه‌تر خواهد بود و بالعکس.

طول موج پرتو نشرشده ↓ ⟸ انرژی پرتو نشرشده ↑ ⟸ تفاوت انرژی بین لایه‌های الکترونی ↑

۱- در این‌جا منظور طراح محترم از فاصلهٔ میان لایه‌های الکترونی، همان تفاوت سطح انرژی میان لایه‌هاست. *بد نیست بدانید که* با فاصله‌گرفتن از هستهٔ اتم، انرژی لایه‌ها به هم نزدیک‌تر می‌شود اما فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر بیشتر می‌شود. در شکل‌های کتاب درسی در مورد لایه‌های الکترونی اتم هیدروژن هم، تفاوت انرژی لایه‌ها نشان داده شده است و شکل‌ها هیچ ربطی به فاصلهٔ لایه‌های (شعاع لایه‌های) پیرامون هستهٔ اتم ندارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) کربن ($_{6}C$) و کلر ($_{17}Cl$) هر دو نافلزند و برای رسیدن به آرایش گاز نجیب، الکترون به اشتراک می‌گذارند. (مبادله نمی‌کنند!)

تله اگر در (۱) به جای واژهٔ «مبادلهٔ الکترون» از «اشتراک الکترون» استفاده می‌شد، این عبارت کاملاً درست بود؛ بنابراین اگر دقت کافی نداشته باشی و همهٔ گزینه‌ها رو بررسی نکنی، (۱) *می‌تونه خیلی راحت و شیک، تو رو تو دام بندازه!*

(۲)

نکته شمار الکترون‌های مبادله‌شده در تشکیل هر واحد فرمولی از ترکیب یونی برابر است با: شمار (زیروند) آنیون × قدرمطلق بار آنیون = شمار (زیروند) کاتیون × بار کاتیون = شمار e مبادله‌شده

اگر شمار الکترون‌های مبادله‌شده در دو ترکیب یونی برابر باشد، لزوماً بار الکتریکی کاتیون‌ها یا آنیون‌های آن‌ها برابر نیست! برای مثال شمار الکترون‌های مبادله‌شده در دو ترکیب Na_2S و $MgCl_2$ با هم برابر است اما بار الکتریکی کاتیون‌ها یکسان نیست.

Na_2S مبادله‌شده در تشکیل e^- شمار = بار کاتیون × شمار کاتیون = ۱×۲ = ۲

$MgCl_2$ مبادله‌شده در تشکیل e^- شمار = بار کاتیون × شمار کاتیون = ۲×۱ = ۲

(۳) در هر اتم، انرژی لایه‌های الکترونی و تفاوت انرژی میان آن‌ها به عدد اتمی (شمار پروتون‌های اتم) وابسته است. با توجه به این‌که هر عنصر عدد اتمی منحصربه‌فردی دارد، بنابراین پرتوهای گسیل‌شده از دو لایهٔ یکسان در دو عنصر گوناگون، انرژی متفاوتی دارند.

۳۲- گزینه ۱

عنصر Y در دورهٔ سوم جدول دوره‌ای جای دارد و آرایش الکترونی آخرین زیرلایهٔ آن می‌تواند یکی از حالت‌های $3p^1$ تا $3p^6$ باشد.

اگر Y را آلوتروپ یا دگرشکل فسفر سفید ($_{15}P$) که جامدی سفیدرنگ بوده و دارای آخرین زیرلایهٔ $3p^3$ ($[_{10}Ne]3s^2 3p^3$) است در نظر بگیریم، عنصر X همان $_{23}V$ ($[_{18}Ar]3d^3 4s^2$) خواهد بود که در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ آن ۲ الکترون ($4s^2$) جای دارد نه یک الکترون!

بررسی سایر گزینه‌ها: (۲) اگر X منگنز ($_{25}Mn$) با زیرلایهٔ $3d^5$ ($[_{18}Ar]3d^5 4s^2$) باشد، عنصر Y همان کلر ($_{17}Cl$) ($[_{10}Ne]3s^2 3p^5$) خواهد بود که در دمای اتاق به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

(۳) اگر Y فسفر ($_{15}P$) با آخرین زیرلایهٔ $3p^3$ ($[_{10}Ne]3s^2 3p^3$) باشد، عنصر X همان $_{23}V$ ($[_{18}Ar]3d^3 4s^2$) است. بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد اکسایش $_{23}V$، به ترتیب برابر با +۵ و ۰ است.

نکته دامنهٔ تغییرات عدد اکسایش برخی فلزهای واسطهٔ جدول به صورت زیر است:

عنصر	$_{23}V$	$_{24}Cr$	$_{25}Mn$	$_{26}Fe$	$_{29}Cu$
بالاترین عدد اکسایش	+۵	+۶	+۷	+۳	+۲
پایین‌ترین عدد اکسایش	۰	۰	۰	۰	۰

(۴) اگر Y گاز نجیب دورهٔ سوم ($_{18}Ar$) با آخرین زیرلایهٔ $3p^6$ ($[_{10}Ne]3s^2 3p^6$) باشد، عنصر X همان $_{26}Fe$ ($[_{18}Ar]3d^6 4s^2$) خواهد بود که در لایهٔ سوم آن ۱۴ الکترون ($3s^2 3p^6 3d^6$) وجود دارد.

مشاوره این سؤال یه نمونه از سؤال‌های ترکیبی تحلیلیه! با توجه به این‌که سهم سؤال‌های تحلیلی در کنکورهای اخیر زیاد شده، بهتون توصیه می‌کنیم که هر جا توی کتاب‌ها، آزمون‌ها و ... این مدل سؤال‌ها رو دیدید، اول دانش خودتون رو محک بزنید و بعدش حتماً پاسخ سؤال رو بخونید تا بتونید مهارتتون رو در این مدل تست‌ها بالا ببرید.

۳۳- گزینه ۳

نکته در مسائل مقایسه‌ای مول، برای سرعت و راحتی بیشتر، باید به جای عدد آووگادرو در محاسبات، نماد آن (N_A) را قرار دهید.

گام برای قسمت اول سؤال، ابتدا شمار اتم‌ها در ۰/۲ مول گاز آمونیاک (NH_3) را حساب می‌کنیم. حواستون باشه که هر مول NH_3 شامل ۴ مول اتم است.

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{تعداد ذره}}{\text{ضریب} \times N_A} \Rightarrow \frac{0/2}{1} = \frac{y}{4 \times N_A} \Rightarrow y = 0/8N_A \text{ atom}$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$0/2 \text{ mol } NH_3 \times \frac{4 \text{ mol atom}}{1 \text{ mol } NH_3} \times \frac{N_A \text{ atom}}{1 \text{ mol atom}} = 0/8N_A \text{ atom}$$

گام حالا حساب می‌کنیم که در چند گرم متان (x)، $0/8N_A$ مولکول CH_4 وجود دارد.

روش استفاده از فرمول:

$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{\text{تعداد ذره}}{\text{عدد آووگادرو}} \Rightarrow \frac{x}{16} = \frac{0/8N_A}{N_A} \Rightarrow x = 12/8 \text{ g } CH_4$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$0/8N_A \text{ مولکول } CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{N_A \text{ مولکول } CH_4} \times \frac{16 \text{ g } CH_4}{1 \text{ mol } CH_4} = 12/8 \text{ g } CH_4 = x$$

گام برای قسمت دوم سؤال باید حجم مخلوط گازی که شامل ۰/۲ مول NH_3 و $\frac{12/8}{16} = 0/8$ مول CH_4 است را در شرایط STP حساب کنیم:

$$(0/2 + 0/8) \text{ mol گاز} \times \frac{22/4 \text{ L گاز}}{1 \text{ mol گاز}} = 22/4 \text{ L گاز}$$

۳۴- گزینه ۱

درس‌نامه رسم سریع ساختار لوویس گونه‌ها:

(۱) ابتدا شمار کل پیوندهای اشتراکی در یک گونه را با فرمول زیر به دست می‌آوریم:

$$\text{شمار کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\left(\begin{array}{c}\text{مجموع تعداد e‌های جفت‌نشده} \\ \text{در آرایش الکترون – نقطه‌ای اتم‌ها}\end{array}\right) + \begin{array}{c}\text{بار یا در نظر} \\ \text{گرفتن علامت}\end{array}}{2}$$

(۲) با توجه به نوع اتم‌ها، اتم مرکزی را با پیوندهای یگانه، دوگانه یا سه‌گانه به اتم‌های اطراف متصل می‌کنیم و با گذاشتن جفت‌الکترون‌های ناپیوندی، اتم‌ها (به‌جز H) را هشت‌تایی می‌کنیم.

مثال:

$$CO_3^{2-} \Rightarrow \text{شمار کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\overbrace{(4\times1)}^{C} + \overbrace{(2\times3)}^{O} - 2}{2} = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow \left[:\ddot{O}-\underset{\displaystyle :\ddot{O}:}{\overset{}{C}}=\ddot{O}:\right]^{2-}$$

ساختار لوویس همهٔ مولکول‌ها را رسم کرده و نسبت شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی به پیوندهای دوگانه در آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$NOCl \rightarrow$ شمار پیوندهای اشتراکی $= \frac{\overset{N}{3} + \overset{O}{2} + \overset{Cl}{1}}{2} = \frac{6}{2} = 3$

$\ddot{O}=\ddot{N}-\ddot{Cl}: \Rightarrow \frac{\text{شمار جفت e ناپیوندی}}{\text{شمار پیوند دوگانه}} = \frac{6}{1} = 6$ ✓

$SO_2 \rightarrow$ شمار پیوندهای اشتراکی $= \frac{\overset{S}{2} + 2\overset{O}{(2)}}{2} = \frac{6}{2} = 3$

$\ddot{O}=\ddot{S}-\ddot{O}: \Rightarrow \frac{\text{شمار جفت e ناپیوندی}}{\text{شمار پیوند دوگانه}} = \frac{6}{1} = 6$ ✓

$COCl_2 \rightarrow$ شمار پیوندهای اشتراکی $= \frac{\overset{C}{4} + \overset{O}{2} + 2\overset{Cl}{(1)}}{2} = \frac{8}{2} = 4$

$:Cl-\overset{\displaystyle :O:}{\overset{\|}{C}}-Cl: \Rightarrow \frac{\text{شمار جفت e ناپیوندی}}{\text{شمار پیوند دوگانه}} = \frac{8}{1} = 8$ ×

$CS_2 \rightarrow$ شمار پیوندهای اشتراکی $= \frac{\overset{C}{4} + 2\overset{S}{(2)}}{2} = \frac{8}{2} = 4$

$\ddot{S}=C=\ddot{S} \Rightarrow \frac{\text{شمار جفت e ناپیوندی}}{\text{شمار پیوند دوگانه}} = \frac{4}{2} = 2$ ×

۳۵- گزینه ۴

گام ۱ معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$C_6H_{12}O_6(aq)+6O_2(g)\rightarrow 6CO_2(g)+6H_2O(l)$$

گام ۲ جرم گاز CO_2 آزادشده به ازای مصرف ۴۵۰ گرم گلوکز در یک روز را حساب می‌کنیم:

روش ۱ استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{C_6H_{12}O_6}}=\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{CO_2}}\Rightarrow\frac{450}{180}=\frac{x}{6\times 44}\Rightarrow x=660\,g\,CO_2$$

روش ۲ استفاده از کسر تبدیل:

$$450\,g\,C_6H_{12}O_6\times\frac{1\,mol\,C_6H_{12}O_6}{180\,g\,C_6H_{12}O_6}\times\frac{6\,mol\,CO_2}{1\,mol\,C_6H_{12}O_6}\times\frac{44\,g\,CO_2}{1\,mol\,CO_2}$$
$$=660\,g\,CO_2$$

گام ۳ ردّپای کربن دی‌اکسید ایجادشده توسط این فرد به صورت روزانه ۶۶۰ g است؛ پس ردّپای کربن دی‌اکسید ایجادشده در یک سال (۳۶۵ روز) برابر $660\times 365\,g$ کربن دی‌اکسید است.

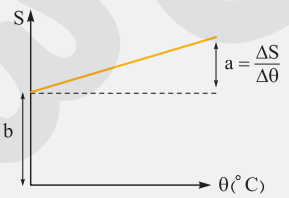
حالا باید حساب کنیم چند درخت برای از بین بردن این مقدار کربن دی‌اکسید لازم است:

$$660\times 365\,g\,CO_2\times\frac{1\,kg}{1000\,g}\times\frac{\text{درخت }1}{22\,kg}=10/95\simeq 11\ \text{درخت}$$

۳۶- گزینه ۱

درس‌نامه معادلهٔ انحلال‌پذیری برحسب دما:

برای موادی مانند $NaNO_3$، Li_2SO_4 و ... که نمودار انحلال‌پذیری آن‌ها برحسب دما به صورت یک خط راست با شیب ثابت است، می‌توان معادلهٔ انحلال‌پذیری را به صورت زیر نشان داد:



معادلهٔ کلی خط راست: $y=ax+b$

معادلهٔ انحلال‌پذیری برحسب دما: $S=a\theta+b$ (شیب خط: a، عرض از مبدأ انحلال‌پذیری: b)

$$\text{شیب خط: } a=\frac{\Delta S}{\Delta\theta}=\frac{S_2-S_1}{\theta_2-\theta_1}$$

همان‌طور که در درس ریاضی خوانده‌اید، اگر دو نقطه از یک خط را داشته باشیم، می‌توانیم معادلهٔ خط را به صورت زیر نشان دهیم:

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

معادلهٔ انحلال‌پذیری برحسب دما: $S-S_1=\underbrace{\frac{S_2-S_1}{\theta_2-\theta_1}}_{\text{(شیب خط) a}}(\theta-\theta_1)$

$\begin{pmatrix}(\theta_1,S_1):\text{نقطهٔ اول}\\(\theta_2,S_2):\text{نقطهٔ دوم}\end{pmatrix}$

استراتژی اول با توجه به اطلاعات داده‌شده، انحلال‌پذیری نمک (بیشترین مقدار نمک که در ۱۰۰ گرم آب حل می‌شود) را در دماهای $0\,^\circ C$ و $100\,^\circ C$ به دست بیار، بعد با داشتن مختصات دو نقطه، معادلهٔ انحلال‌پذیری را بنویس.

گام ۱ محاسبهٔ انحلال‌پذیری در دمای $0\,^\circ C$:

در ۲۷ گرم محلول سیرشده در این دما، ۷ گرم نمک و در نتیجه ۲۰ گرم آب وجود دارد. با توجه به تعریف انحلال‌پذیری (بیشترین مقدار یک ماده برحسب گرم که در ۱۰۰ گرم آب حل می‌شود)، انحلال‌پذیری لیتیم سولفات در دمای $0\,^\circ C$ برابر است با:

$$S(0\,^\circ C):100\,g\,\text{آب}\times\frac{7\,g\,\text{نمک}}{20\,g\,\text{آب}}=35\,g\ \text{نمک}$$

خب! از اون‌جایی که عرض از مبدأ در معادلهٔ انحلال‌پذیری (b)، مقدار انحلال‌پذیری را در دمای $0\,^\circ C$ نشان می‌دهد، عرض از مبدأ معادله برابر با ۳۵ است. پس تا این‌جا ② و ④ پَر!

گام ۲ محاسبهٔ انحلال‌پذیری در دمای $100\,^\circ C$:

در ۴۸ گرم محلول سیرشده در این دما، ۸ گرم نمک و در نتیجه ۴۰ گرم آب وجود دارد؛ بنابراین انحلال‌پذیری لیتیم سولفات در این دما برابر است با:

$$100\,g\,\text{آب}\times\frac{8\,g\,\text{نمک}}{40\,g\,\text{آب}}=20\,g\ \text{نمک}$$

گام ۳ معادلهٔ انحلال‌پذیری را به دست می‌آوریم:

$$(\theta_1=0,S_1=35)(\theta_2=100,S_2=20)$$

$$S-S_1=\frac{S_2-S_1}{\theta_2-\theta_1}(\theta-\theta_1)\Rightarrow S-35=\frac{20-35}{100-0}(\theta-0)\Rightarrow S=-0/15\theta+35$$

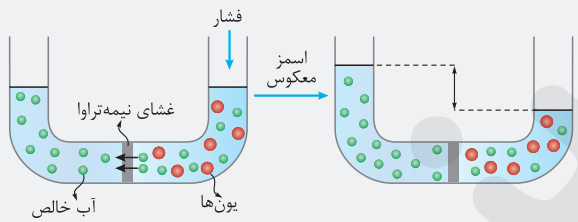
۳۷- گزینه ۳

درس‌نامه اسمز وارونه (معکوس):

خواندیم که در فرایند اسمز، مولکول‌های آب **به طور خودبه‌خودی** از محلول رقیق‌تر وارد محلول غلیظ‌تر می‌شوند. در فرایندی به نام اسمز معکوس، *همان‌طور که از اسمش معلومه*، اتفاقی برخلاف فرایند اسمز رخ می‌دهد؛ یعنی آب از محلول غلیظ‌تر وارد محلول رقیق‌تر می‌شود. از اون‌جایی که این فرایند برخلاف قاعدهٔ کلی و طبیعی است، *باید زور بالا سرش باشه!* به عبارت دیگر اسمز معکوس با اعمال فشار انجام خواهد شد.

اسمز معکوس ← فرایندی غیرخودبه‌خودی است که طی آن با اعمال فشار بر سطح محلول غلیظ‌تر، مولکول‌های آب برخلاف روند طبیعی (فرایند اسمز) از محلول غلیظ‌تر وارد محلول رقیق‌تر می‌شوند.

مثال: اگر حجم‌های برابری از آب خالص و آب‌نمک با یک غشای نیمه‌تراوا از هم جدا شده باشند، با اعمال فشار بر محلول آب‌نمک، مولکول‌های آب از محلول آب‌نمک به سمت آب خالص رفته و حجم آب خالص افزایش می‌یابد. *واضح و مبرهن است* که با جابه‌جایی مولکول‌های آب، محلول غلیظ اولیه به مرور غلیظ‌تر می‌شود.



عبارت‌های (ج) و (د) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها: (الف) با واردکردن فشار بر محلول ستون (۱)، فرایند اسمز معکوس رخ می‌دهد و آب از طریق غشای نیمه‌تراوا، از سمت راست (محلول آب‌نمک) به سمت چپ (آب‌مقطر) جابه‌جا می‌شود؛ بنابراین شمار یون‌ها در محلول ستون (۱) ثابت باقی مانده و هیچ تغییری نمی‌کند. (دقت کنید که طی این عمل، با کاهش شمار مولکول‌های آب در ستون (۱) غلظت محلول آب‌نمک در این ستون افزایش می‌یابد ولی شمار یون‌ها تغییری نمی‌کند.)

(ب) گفتیم که با اعمال فشار بر محلول ستون (۱)، هیچ‌کدام از یون‌های Na^+ و Cl^- از غشای نیمه‌تراوا عبور نمی‌کنند و تنها مولکول‌های آب از محلول آب‌نمک به سمت آب‌مقطر (از سمت محلول غلیظ‌تر به سمت محلول رقیق‌تر) با عبور از غشای نیمه‌تراوا جابه‌جا می‌شوند.

(ج) پس از عبور مولکول‌های آب از غشای نیمه‌تراوا به سمت آب‌مقطر در ستون (۲)، محلول ستون (۱) غلیظ‌تر شده و مقدار آب در ستون (۲) افزایش می‌یابد.

(د) با برداشتن غشای نیمه‌تراوا و مخلوط‌شدن آب‌مقطر با محلول آب‌نمک، شمار مول‌های حل‌شونده (NaCl) تغییر نکرده و تنها حجم محلول آب‌نمک نسبت به حالت اولیه در ستون (۱)، ۲ برابر می‌شود:

$$\text{غلظت مولی محلول پس از برداشتن غشای نیمه‌تراوا}=\frac{\text{مول NaCl}}{\text{حجم محلول (L)}}$$

$$=\frac{0/1\,\frac{mol}{L}\times 200\,mL\times\frac{1\,L}{1000\,mL}}{(200+200)\,mL\times\frac{1\,L}{1000\,mL}}=\frac{0/02\,mol}{0/4\,L}=0/05\,mol.L^{-1}$$

تیزبازی عبارت (الف) تابلوئه که نادرسته! پس ① و ② پَر! عبارت (ج) در ③ و ④ مشترکه؛ بنابراین فقط کافیه که یکی از عبارت‌های (ب) یا (د) رو بررسی کنی و تمام!

۳۸- گزینه ۴

منیزیم سولفات ($MgSO_4(s)$) یک ترکیب یونی محلول در آب است که افزایش دما باعث افزایش انحلال‌پذیری آن می‌شود اما باریم سولفات ($BaSO_4(s)$) یک نمک نامحلول در آب است که انحلال‌پذیری آن در آب با افزایش دما تغییری نمی‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) ید ($I_2(s)$) دارای مولکول‌های ناقطبی است و در آب که حلالی قطبی است، حل نمی‌شود.

۲) اگر در ابتدا محلولی فراسیرشده داشته باشیم، پس نباید رسوبی در کنار آن در کف ظرف وجود داشته باشد! محلول فراسیرشده، محلولی ناپایدار است و با کوچک‌ترین تحریک مانند بودن در کنار یک بلور نمک، تمام یا بخشی از مقدار اضافهٔ مادهٔ حل‌شده در آن به صورت رسوب از محلول خارج می‌شود. در واقع وقتی که رسوب در تماس با محلول است بین آن‌ها تعادل برقرار می‌شود و تا زمانی که رسوب در ظرف وجود دارد، غلظت محلول نمی‌تواند بیشتر از حد اشباع (سیرشده) شود. به عبارتی رسوب اجازه نمی‌دهد محلول به حالت فراسیرشده برسد.

نکته محلول فراسیرشده: محلولی است که در یک دمای معین، مقدار مادهٔ حل‌شوندهٔ موجود در آن، بیشتر از مقدار مادهٔ حل‌شونده در محلول سیرشده است. به عبارت دیگر در محلول فراسیرشده، مقدار مادهٔ حل‌شونده، بیشتر از مقدار انحلال‌پذیری آن ماده در همان دما است.

۳) کلسیم فسفات ($Ca_3(PO_4)_2(s)$) یک نمک نامحلول در آب است و با افزایش دما انحلال‌پذیری آن در آب تغییری نمی‌کند.

۳۹- گزینه ۱

نکته به هنگام رقیق‌سازی محلول‌ها با آب، فقط حجم محلول تغییر می‌کند و شمار مول‌های حل‌شونده ثابت است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\underbrace{M_1V_1}_{\text{غلیظ}} = \underbrace{M_2V_2}_{\text{رقیق}} \Rightarrow \text{حجم محلول } (V) \times \text{غلظت مولی } (M) = \text{مول حل‌شونده } (n)$$

گام برای قسمت اول سؤال، با کاهش ۲۰درصدی غلظت مولی محلول، غلظت آن از ۱ مولار به $1 - \frac{20}{100} = 0/8$ مولار می‌رسد؛ بنابراین داریم:

$$\underbrace{M_1V_1}_{\text{غلیظ}} = \underbrace{M_2V_2}_{\text{رقیق}} \Rightarrow 1 \times 500 = 0/8 \times V_2 \Rightarrow V_2 = 625\ mL$$

$$V_{آب} = V_2 - V_1 = 625 - 500 = 125\ mL$$

تا این‌جا ۲ و ۴ پُر!

گام برای قسمت دوم سؤال ابتدا باید غلظت‌های مولی محلول‌های غلیظ و رقیق را به غلظت گرم بر لیتر آن‌ها تبدیل کنیم و بعد درصد کاهش غلظت محلول رو به دست بیاریم:

نکته فرمول غلظت معمولی (گرم بر لیتر) و تبدیل آن به غلظت مولار و بالعکس

$$\left.\begin{array}{l}\text{غلظت گرم بر لیتر (غلظت معمولی)} = \dfrac{\text{جرم حل‌شونده (گرم)}}{\text{حجم محلول (L)}} \\ \text{غلظت مول بر لیتر (مولار)} = \dfrac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول (L)}}\end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{\text{جرم مولی} = \frac{\text{جرم}}{\text{مول}}} \text{غلظت مولار} = \frac{\text{جرم حل‌شونده (گرم)}}{\text{حجم محلول (L)} \times \text{جرم مولی}}$$

(غلظت گرم بر لیتر)

$$\Rightarrow \text{غلظت مول بر لیتر (مولار)} = \frac{\text{غلظت گرم بر لیتر}}{\text{جرم مولی}}$$

$$\text{غلظت مول بر لیتر (مولار)} = \frac{C}{\text{جرم مولی}}$$

$$\begin{cases}\text{برای محلول غلیظ: } 1 = \dfrac{C_1}{40} \Rightarrow C_1 = 40\ g.L^{-1} \\ \text{برای محلول رقیق: } 0/8 = \dfrac{C_2}{40} \Rightarrow C_2 = 32\ g.L^{-1}\end{cases}$$

$$\text{درصد تغییرات غلظت} = \frac{\text{غلظت ثانویه} - \text{غلظت اولیه}}{\text{غلظت اولیه}} \times 100 = \frac{32 - 40}{40} \times 100 = -\underset{\text{کاهش}}{\downarrow}\%20$$

تیزبازی در یک محلول برای یک حل‌شوندهٔ معین، هر درصد تغییری در غلظت مول بر لیتر دقیقاً همان درصد تغییر را در غلظت گرم بر لیتر ایجاد می‌کند. پس در این‌جا نیاز به محاسبهٔ قسمت دوم سؤال نبود و جواب می‌شد همون ۲۰ درصد!

$$\left(\begin{array}{c}\text{درصد تغییرات} \\ \text{غلظت}\end{array}\right) = \frac{\text{تغییر غلظت}}{\text{غلظت اولیه}} \times 100$$

(غلظت مول بر لیتر: C_M و غلظت گرم بر لیتر: C)،

$$C_M = \frac{C\ (\text{غلظت گرم بر لیتر})}{M\ (\text{جرم مولی})}\ (\text{غلظت مولار}) \xrightarrow{\quad}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c}\text{درصد تغییر در} \\ \text{غلظت مول بر لیتر}\end{array} = \frac{\Delta C_M}{C_{M_1}} \times 100$$

$$\frac{\frac{\Delta C}{M}}{\frac{C_1}{M}} \times 100 = \underbrace{\frac{\Delta C}{C_1} \times 100}_{\substack{\text{درصد تغییر در} \\ \text{غلظت گرم بر لیتر}}}$$

۴۰- گزینه ۳

درس‌نامه

در یک دوره از چپ به راست	در یک گروه از بالا به پایین
شعاع اتمی عنصرها کاهش می‌یابد.	شعاع اتمی عنصرها افزایش می‌یابد.
خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها کاهش می‌یابد.	خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزها افزایش می‌یابد.
خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها افزایش می‌یابد.	خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها کاهش می‌یابد.

در هر گروه از جدول تناوبی با افزایش عدد اتمی (از بالا به پایین)، شعاع اتمی بزرگ‌تر می‌شود؛ بنابراین تمایل اتم به جذب الکترون و خصلت نافلزی، کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در هر دوره با کاهش عدد اتمی (از راست به چپ)، به دلیل افزایش شعاع اتمی، خصلت فلزی نیز افزایش می‌یابد.

۲) در هر گروه با کاهش عدد اتمی (از پایین به بالا)، شعاع اتمی کوچک‌تر می‌شود و خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری یک نافلز، افزایش می‌یابد.

۴) در یک دوره از سمت راست به چپ با کاهش عدد اتمی و افزایش شعاع اتمی، خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری نافلزها کاهش یافته و خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزهای یک دوره، افزایش می‌یابد.

در ضمن می‌دونیم که تعداد الکترون‌های ظرفیت عناصر اصلی جدول (عناصر دسته‌های s و p) برابر با یکان شمارهٔ گروه آن‌ها در جدول تناوبی (۱ و ۲ و ۱۳ تا ۱۸) است؛ بنابراین می‌توان گفت بدون در نظر گرفتن گاز نجیب در هر دوره، با کاهش عدد اتمی و کاهش شمارهٔ گروه عنصرها، شمار الکترون‌های ظرفیت آن‌ها کاهش می‌یابد.

۴۱- گزینه ۲

گام ابتدا باید معادلهٔ واکنش را موازنه کنیم. موازنهٔ واکنش را با اتم N از ترکیب پیچیده‌تر HNO_3 شروع می‌کنیم. برای موازنهٔ اتم N به HNO_3 و NO ضریب ۱ می‌دهیم و در ادامه برای موازنهٔ اتم O، به H_2O ضریب ۲ می‌دهیم.

$$\frac{1}{-}HNO_3 + -H_2S \rightarrow -S + \frac{1}{-}NO + \frac{2}{-}H_2O$$

حالا به منظور موازنهٔ اتم H، باید به H_2S ضریب $\frac{3}{2}$ بدهیم. برای از بین رفتن ضریب کسری، همهٔ ضرایب معلوم را در ۲ ضرب می‌کنیم.

$$\frac{2}{-}HNO_3 + \frac{3}{-}H_2S \rightarrow -S + \frac{2}{-}NO + \frac{4}{-}H_2O$$

و در نهایت برای موازنهٔ اتم S، به S ضریب ۳ می‌دهیم.

$$\frac{2}{-}HNO_3 + \frac{3}{-}H_2S \rightarrow \frac{3}{-}S + \frac{2}{-}NO + \frac{4}{-}H_2O$$

گام حالا می‌ریم سراغ استوکیومتری واکنش و با استفاده از اطلاعات سؤال، حجم گاز NO را به دست می‌آوریم:

روش استفاده از کسر تناسب: در این روش، بازده درصدی در کسر مربوط به واکنش‌دهنده ضرب می‌شود.

$$\frac{\text{جرم}\times\frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{H_2S}}=\frac{\text{حجم}}{\underbrace{\text{حجم مولی}\times\text{ضریب}}_{NO}}\Rightarrow\frac{10/2\times\frac{75}{100}}{34}=\frac{x}{2\times24}$$

$$\Rightarrow x=0/1\times\frac{3}{4}\times48=3/6\ L$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

نکته در مسائلی که بازده درصدی واکنش جزء اطلاعات سؤال است، به جای استفاده از فرمول بازده، می‌توان از کسر تبدیل معادل آن استفاده کرده و مقدار عملی و نظری را به یکدیگر تبدیل کنیم. مثلاً می‌توان نوشت:

$$\text{بازده درصدی}=a\Rightarrow\frac{a\ g\ \text{عملی}}{100\ g\ \text{نظری}}\ \text{یا}\ \frac{100\ g\ \text{نظری}}{a\ g\ \text{عملی}}$$

$$10/2\ g\ H_2S\times\frac{1\ mol\ H_2S}{34\ g\ H_2S}\times\frac{2\ mol\ NO}{3\ mol\ H_2S}$$

$$\times\frac{24\ L\ NO\ \text{نظری}}{1\ mol\ NO}\times\underbrace{\frac{75\ L\ NO\ \text{عملی}}{100\ L\ NO\ \text{نظری}}}_{\text{کسر مربوط به بازده درصدی}}=3/6\ L\ NO$$

۴۲- گزینه ۳

گام ابتدا از طریق جرم مولی و فرمول عمومی آلکان‌ها، شمار اتم‌های کربن آلکان مورد نظر را به دست می‌آوریم:

فرمول عمومی آلکان‌ها: $C_nH_{2n+2}\Rightarrow$ جرم مولی آلکان‌ها $=12n+2n+2=14n+2$

در آلکان مورد نظر: $14n+2=114\Rightarrow14n=112\Rightarrow n=8$

$\Rightarrow$ آلکان مورد نظر ۸کربنه است (اوکتان)

گام باید ایزومرهایی از اوکتان را انتخاب کنیم که در ساختار آن‌ها نسبت شمار گروه‌های CH_2 به CH_3 برابر ۲ باشد. تنها حالت ممکن این است که در ساختارها، ۴ گروه CH_3 و ۲ گروه CH_2 داشته باشیم (یعنی حالت (۲)):

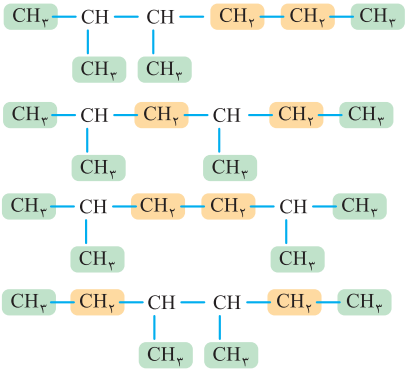
$$\frac{\text{شمار گروه‌های }CH_3}{\text{شمار گروه‌های }CH_2}=2\begin{cases}\times\ 2=\text{شمار گروه‌های }CH_3\text{، }1=\text{شمار گروه‌های }CH_2\ (1)\\ \checkmark\ 4=\text{شمار گروه‌های }CH_3\text{، }2=\text{شمار گروه‌های }CH_2\ (2)\\ \times\ 6=\text{شمار گروه‌های }CH_3\text{، }3=\text{شمار گروه‌های }CH_2\ (3)\end{cases}$$

می‌دانیم که در ساختار آلکان‌ها، گروه‌های CH_3، ابتدا و انتهای زنجیر اصلی کربنی و انتهای شاخه‌های فرعی قرار دارند؛ بنابراین حالت (۱) برای آلکان ۸کربنه ممکن نیست، زیرا در این حالت، آلکان شاخهٔ فرعی ندارد و با یک گروه CH_2 فقط می‌تواند پروپان باشد.

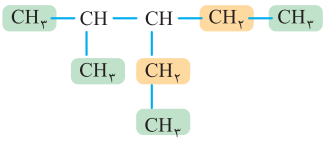
$CH_3-CH_2-CH_3$

حالت (۳) هم برای آلکان ۸کربنه ممکن نیست زیرا شمار اتم‌های کربن آن بیشتر از ۸ کربن می‌شود.

گام ایزومرهای اوکتان با ۴ گروه CH_3 و ۲ گروه CH_2 را رسم می‌کنیم. ابتدا ساختارهایی را رسم می‌کنیم که دو شاخهٔ فرعی متیل ($-CH_3$) داشته باشند.

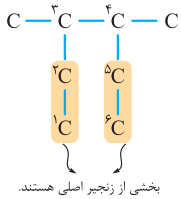


حالا ساختارهایی را رسم می‌کنیم که یک شاخهٔ فرعی اتیل ($-CH_2-CH_3$) و یک شاخهٔ فرعی متیل ($-CH_3$) داشته باشند:



بنابراین ۵ فرمول ساختاری متفاوت می‌توان داشت.

تذکر برای اوکتان ساختاری با دو شاخهٔ فرعی اتیل وجود ندارد.



بخشی از زنجیر اصلی هستند.

۴۳- گزینه ۴

برای هر ماده، نسبت ظرفیت گرمایی (C) به ظرفیت گرمایی ویژه (c) برابر با جرم ماده (m) است.

$$\frac{\text{ظرفیت گرمایی }(C)}{\text{ظرفیت گرمایی ویژه }(c)}=m\Rightarrow\text{ظرفیت گرمایی }(C)=\text{ظرفیت گرمایی ویژه }(c)\times m$$

با توجه به این‌که طراح محترم فرموده است که جرم دو مایع برابر می‌باشد، پس این نسبت در دو مایع M و X، برابر است.

بررسی سایر گزینه‌ها: ① با توجه به رابطهٔ گرمای ویژه ($c=\frac{Q}{m\Delta\theta}$) داریم:

$$c_M=2c_X\Rightarrow\frac{Q_M}{m_M\Delta\theta_M}=2\frac{Q_X}{m_X\Delta\theta_X}$$

$$\xrightarrow[m_M=m_X]{Q_M=Q_X}2\Delta\theta_M=\Delta\theta_X\Rightarrow\Delta\theta_M=\frac{\Delta\theta_X}{2}$$

②

$$c_M=2c_X\Rightarrow\frac{Q_M}{m_M\Delta\theta_M}=2\frac{Q_X}{m_X\Delta\theta_X}$$

$$\xrightarrow[m_M=m_X]{\Delta\theta_X=4\Delta\theta_M}\frac{Q_M}{\Delta\theta_M}=2\frac{Q_X}{4\Delta\theta_M}\Rightarrow Q_M=\frac{Q_X}{2}$$

③ در این گزینه طراح محترم *یک سوتی کوچیک داده*! به جای برابربودن دما باید می‌گفت تغییر دمای ($\Delta\theta$) برابر! با فرض تغییر دمای برابر، این گزینه هم *درسته*!

$$c_M=2c_X\Rightarrow\frac{Q_M}{m_M\Delta\theta_M}=2\frac{Q_X}{m_X\Delta\theta_X}\xrightarrow[m_M=m_X]{\Delta\theta_M=\Delta\theta_X}Q_M=2Q_X$$

۴۴- گزینه ۳

گام باید به کمک قانون هس، ΔH واکنش:

$2C_2H_6(g)+7O_2(g)\rightarrow4CO_2(g)+6H_2O(l)$ را به دست آوریم. برای رسیدن به واکنش اصلی، واکنش (I) را در ۲ ضرب کرده (به خاطر $2C_2H_6$)، واکنش (II) را در ۳ ضرب کرده (به خاطر $6H_2O$) و واکنش (III) را در ۲ ضرب می‌کنیم (به خاطر $4CO_2$).

$$\text{I)}\ 2C_2H_6(g)+2O_2(g)\rightarrow6H_2(g)+4CO(g)\quad,\quad2\Delta H_1$$

$$\text{II)}\ 6H_2(g)+3O_2(g)\rightarrow6H_2O(l)\quad,\quad3\Delta H_2$$

$$\text{III)}\ 4CO(g)+2O_2(g)\rightarrow4CO_2(g)\quad,\quad2\Delta H_3$$

واکنش اصلی: $2C_2H_6(g)+7O_2(g)\rightarrow4CO_2(g)+6H_2O(l)$

$$\Delta H\ (\text{کلی})=2\Delta H_1+3\Delta H_2+2\Delta H_3$$

$$=2(-137)+3(-578)+2(-566)=-3140\ kJ$$

گام خب! فهمیدیم که به ازای مصرف ۲ مول اتان، ۳۱۴۰ kJ گرما آزاد می‌شود؛ حالا گرمای آزادشده به ازای مصرف ۳ گرم اتان (C_2H_6) را *می‌سابیم*.

روش استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{C_2H_6}}=\frac{Q}{|\Delta H|}\Rightarrow\frac{3}{2\times30}=\frac{Q}{3140}\Rightarrow Q=157\ kJ$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$3\ g\ C_2H_6\times\frac{1\ mol\ C_2H_6}{30\ g\ C_2H_6}\times\frac{3140\ kJ}{2\ mol\ C_2H_6}=157\ kJ$$

۴۵- گزینه ۲

گام ابتدا معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$2NO_2(g) + 7H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g) + 4H_2O(l)$$

گام به کمک حجم گاز H_2 مصرفی باید حساب کنیم که در ۰/۵ دقیقه، چند مول آب تشکیل می‌شود:

$$7H_2 \sim 4H_2O$$

$$\frac{\text{حجم}}{\underbrace{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}}_{H_2}} = \frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}}_{H_2O}} \Rightarrow \frac{11/2}{7 \times 22/4} = \frac{x}{4} \Rightarrow x = \frac{2}{7}\,mol\,H_2O$$

گام $\frac{2}{7}$ مول آب در ۳۰ ثانیه (۰/۵ دقیقه) تولید می‌شود. با توجه به ثابت در نظر گرفتن سرعت واکنش، حالا حساب می‌کنیم که ۰/۴ مول آب در چند ثانیه تشکیل می‌شود.

$$0/4\,mol\,H_2O \times \frac{\text{۳۰ ثانیه}}{\frac{2}{7}\,mol\,H_2O} = \frac{0/4 \times 210}{2} = \text{۴۲ ثانیه}$$

۴۶- گزینه ۳

نکته برای محاسبهٔ ΔH یک واکنش با استفاده از آنتالپی‌های سوختن واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \begin{bmatrix}\text{مجموع آنتالپی}\\ \text{سوختن فراورده‌ها}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\text{مجموع آنتالپی}\\ \text{سوختن واکنش‌دهنده‌ها}\end{bmatrix}$$

گام اول از همه، باید ببینیم که بر اثر سوختن ۱ مول متانول (CH_3OH) چه مقدار گرما آزاد می‌شود؛ یعنی آنتالپی سوختن متانول *چه‌قدره!*

$$1\,mol\,CH_3OH \times \frac{-144\,kJ}{0/2\,mol\,CH_3OH} = -720\,kJ$$

گام با استفاده از اطلاعات داده‌شده در سؤال، آنتالپی سوختن پروپین (C_3H_4) را به کمک آنتالپی سوختن متانول (CH_3OH) به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta H_{\text{سوختن}}(C_3H_4)}{\Delta H_{\text{سوختن}}(CH_3OH)} = 2/7 \Rightarrow \Delta H_{\text{سوختن}}(C_3H_4) = 2/7 \times (-720) = -1944\,kJ$$

گام آنتالپی واکنش: $C_3H_4(g) + 2H_2(g) \rightarrow C_3H_8(g)$، برابر با $-282\,kJ$ است، از طرفی آنتالپی سوختن هیدروژن (H_2) و آنتالپی سوختن پروپین (C_3H_4) را داریم. حالا به راحتی به کمک رابطهٔ زیر، آنتالپی سوختن پروپان (C_3H_8) را حساب می‌کنیم:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \begin{bmatrix}\text{مجموع آنتالپی}\\ \text{سوختن فراورده‌ها}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\text{مجموع آنتالپی}\\ \text{سوختن واکنش‌دهنده‌ها}\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}} = [\Delta H_{\text{سوختن}}(C_3H_4) + 2\Delta H_{\text{سوختن}}(H_2)] - [\Delta H_{\text{سوختن}}(C_3H_8)]$$

$$\Rightarrow -282 = [-1944 + 2(-286)] - [\Delta H_{\text{سوختن}}(C_3H_8)]$$

$$\Rightarrow \Delta H_{\text{سوختن}}(C_3H_8) = -2234\,kJ.mol^{-1}$$

۴۷- گزینه ۳

لوله‌های پلاستیکی از پلی‌اتن سنگین ساخته می‌شود. چگالی هر دو پلی‌اتن سنگین و سبک، از چگالی آب (حدود $1\,g.cm^{-3}$) کم‌تر است و روی آب شناور می‌مانند. (چگالی پلی‌اتن سبک و سنگین به ترتیب حدود ۰/۹۲ و ۰/۹۷ گرم بر سانتی‌متر مکعب است.)

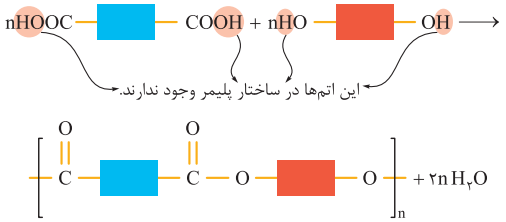
بررسی سایر گزینه‌ها: ① این مورد لزوماً برای همهٔ پلیمرها درست نیست و تنها برای پلیمرهای آلکنی درست است. برای مثال در پلی‌استرها و پلی‌آمیدها، دو نوع مونومر (دی‌اسید و دی‌الکل) و (دی‌اسید و دی‌آمین) در تشکیل پلیمر شرکت می‌کنند؛ بنابراین جرم مولی واحد تکرارشوندهٔ این پلیمرها با جرم مولی مونومرها برابر نیست. علاوه بر آن جرم مولی واحد تکرارشونده در پلی‌استرها یا پلی‌آمیدها به دلیل خروج آب (H_2O) هنگام تشکیل آن‌ها، حتی با مجموع جرم مولی مونومرهای سازندهٔ آن‌ها هم برابر نمی‌باشد.

② کی گفته؟! مثلاً دی‌اسید یا دی‌الکل سازندهٔ یک پلی‌استر (واکنش‌دهنده‌ها در فرایند بسپارش) می‌توانند سیرشده بوده و فاقد پیوندهای $C=C$ یا $C\equiv C$ باشند یا در فرایند بسپارش پلیمری مانند پلی‌استیرن، هم مونومر و هم پلیمر سیرنشده و دارای پیوند $C=C$ باشند.



استیرن ، پلی‌استیرن

③ این مورد هم لزوماً برای همهٔ پلیمرها درست نیست. مثلاً در واکنش تهیهٔ پلی‌استرها از دی‌الکل‌ها و دی‌اسیدها، H از الکل و OH از اسید به صورت H_2O جدا شده و در ساختار پلی‌استر حاصل وجود ندارند. (یکی از اتم‌های O گروه‌های اسیدی در ساختار پلی‌استر وجود ندارد.)



۴۸- گزینه ۴

درس‌نامه همهٔ گروه‌های عاملی که در کتاب شیمی ۲ می‌خونین! رو در جدول زیر براتون آوردیم:

نام خانواده	فرمول ساختاری و نام گروه عاملی	نام خانواده	فرمول ساختاری و نام گروه عاملی
۱- آلدهیدها	آلدهیدی	۲- کتون‌ها	کربونیل
۳- الکل‌ها	هیدروکسیل	۴- اترها	اتری
۵- کربوکسیلیک اسیدها	کربوکسیل	۶- استرها	استری
۷- آمین‌ها	آمینی، حداقل یکی از گروه‌های R، R′ و R″ گروه هیدروکربنی‌اند.	۸- آمیدها	آمیدی

درس‌نامه **تعیین عدد اکسایش به روش رسم ساختار لوویس:**

برای تعیین عدد اکسایش اتم‌ها، در مواد مولکولی یا یون‌های چندتایی از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{عدد اکسایش اتم} = \begin{pmatrix}\text{شمار الکترون‌های}\\ \text{ظرفیت اتم}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{شمار الکترون‌های نسبت}\\ \text{داده شده به اتم}\end{pmatrix}$$

برای تعیین شمار الکترون‌های نسبت داده شده به هر اتم، پس از رسم ساختار لوویس گونهٔ مورد نظر، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

① به ازای هر جفت‌الکترون پیوندی میان دو اتم یکسان، یک الکترون به هر اتم نسبت می‌دهیم.

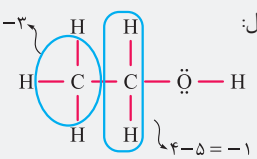
② به ازای هر جفت‌الکترون پیوندی میان دو اتم متفاوت، هر دو الکترون را به اتم با خصلت نافلزی بیشتر، نسبت می‌دهیم.

توجه: مقایسهٔ خصلت نافلزی چند عنصر زیر را *بلد باشین:*

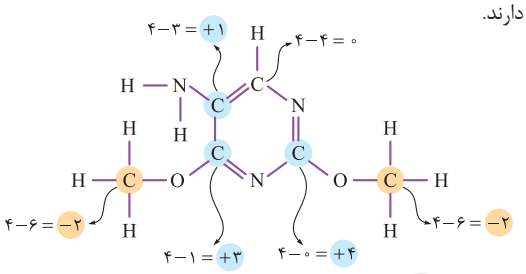
خصلت نافلزی: $F > O > N > Cl > Br > I > S > C > H$

③ همهٔ الکترون‌های ناپیوندی روی هر اتم را به همان اتم نسبت می‌دهیم.

مثال: محاسبهٔ عدد اکسایش اتم‌های کربن در اتانول:



در ترکیب داده‌شده، ۳ اتم کربن عدد اکسایش مثبت $(+۱, +۳, +۴)$ و دو اتم کربن عدد اکسایش منفی (-۲) دارند.



بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) ترکیب داده‌شده دارای گروه عاملی آمیدی $(-C(=O)-N-)$ نیست.

۲) از ۶ اتم کربن موجود در ساختار ترکیب داده‌شده، ۴ اتم کربن با اتم اکسیژن پیوند دارند.

$(\frac{۴}{۶}\times ۱۰۰ = \frac{۲}{۳}\times ۱۰۰ > ٪۵۰)$

۳) با توجه به ساختار، در این ترکیب ۱۷ پیوند یگانه و ۳ اتم نیتروژن وجود دارد. $(\frac{۱۷}{۳} \neq ۵)$

۴۹- گزینه ۲

درس‌نامه رابطهٔ ثابت یونش و درجهٔ یونش:

اگر درجهٔ یونش اسید ضعیف HX برابر α و غلظت اولیهٔ اسید برابر M باشد، اسید به اندازهٔ $M\alpha$ یونیده شده و غلظت تعادلی آن برابر با $M - M\alpha$ خواهد بود؛ پس می‌توان نوشت:

	HX	$\rightleftharpoons$	H^+	+	X^-
غلظت اولیه:	M		۰		۰
تغییر غلظت:	$-M\alpha$		$+M\alpha$		$+M\alpha$
غلظت تعادلی:	$M - M\alpha$		$M\alpha$		$M\alpha$

$$K_a = \frac{[H^+][X^-]}{[HX]} = \frac{(M\alpha)(M\alpha)}{M - M\alpha} = \frac{M^۲\alpha^۲}{M(۱-\alpha)} = \frac{M\alpha^۲}{۱-\alpha}$$

$$\Rightarrow K_a = \frac{M\alpha^۲}{۱-\alpha} \quad , \quad K_a = \frac{[H^+]^۲}{M - [H^+]}$$

برای اسیدهای خیلی ضعیف (معمولاً با K_a کوچک‌تر از $۱۰^{-۵}$) و یا مقادیر کم α (معمولاً کم‌تر از ۰/۰۵)، می‌توان در عبارت «$۱-\alpha$» از α صرف نظر کرده و از رابطهٔ تقریبی روبه‌رو استفاده کرد: $K_a = M\alpha^۲$

گام غلظت مولی محلول اولیهٔ اسید HA را (قبل از اضافه‌شدن آب به آن) از طریق رابطهٔ ثابت یونش و درجهٔ یونش به دست می‌آوریم (دقت کنید که در این سؤال نمی‌توان از روابط تقریبی استفاده کرد، زیرا درجه یونش و ثابت یونش اسید، عددهای کوچکی نیستند).

$$K_a = \frac{M\alpha^۲}{۱-\alpha} \Rightarrow ۱۰^{-۳} = \frac{M\times(۰/۱)^۲}{۱-۰/۱} \Rightarrow M = ۰/۰۹\ mol.L^{-۱}$$

گام با رقیق‌کردن محلول یک اسید ضعیف، درجهٔ یونش اسید افزایش می‌یابد (در این مسئله دو برابر شده است) اما ثابت یونش اسید (K_a) تنها به دما وابسته است و با رقیق‌شدن اسید تغییری نمی‌کند؛ بنابراین غلظت مولی اسید را پس از افزودن آب حساب می‌کنیم:

طبق اطلاعات سؤال: غلیظ $\alpha = ۲\alpha$ رقیق $\Rightarrow \alpha$ رقیق $= ۲\times ۰/۱ = ۰/۲$

$$K_a = \frac{M\alpha^۲}{۱-\alpha} \Rightarrow ۱۰^{-۳} = \frac{M\times(۰/۲)^۲}{۱-۰/۲} \Rightarrow M = ۰/۰۲\ mol.L^{-۱}$$

گام حالا از فرمول معروف رقیق‌سازی استفاده می‌کنیم:

$$\underbrace{M_۱V_۱}_{\text{غلیظ (اولیه)}} = \underbrace{M_۲V_۲}_{\text{رقیق (نهایی)}} \Rightarrow ۰/۰۹\times ۲۵۰ = ۰/۰۲\times V_۲ \Rightarrow V_۲ = ۱۱۲۵\ mL$$

$$V_{آب} = V_۲ - V_۱ = ۱۱۲۵ - ۲۵۰ = ۸۷۵\ mL$$

تله دقت کنین که K_a اسید HA، عدد کوچکی نیست (بزرگ‌تر از $۱۰^{-۵}$ است) و نمی‌توان در مخرج کسرها از α در مقابل ۱ صرف نظر کرد! اگه به اشتباه از α در مخرج کسرها صرف نظر می‌کردی، جواب نهایی می‌شد ۷۵۰ میلی‌لیتر که از قضا تو گزینه‌ها هم هست!

مشاوره این سؤال ممکنه کسایی رو که یه فرمول رو بدون توجه به مفاهیم اون، حفظ می‌کنن، *گیر بندازه!* تو مسائل ثابت یونش اسیدها، باید حتماً *هواستون* به مقدار K_a و این‌که آیا می‌شه از روابط تقریبی استفاده کرد یا خیر، باشه!

۵۰- گزینه ۱

شفاف‌سازی پس از واکنش ۱/۲ گرم فلز Ca با ۲ لیتر محلول HCl، pH محلول نهایی برابر ۱/۷ شده است. اگر مقدار اسید به اندازهٔ مقدار استوکیومتری در واکنش برای مصرف کامل ۱/۲ گرم فلز Ca بود، pH محلول نهایی برابر ۷ می‌شد، الان که pH محلول نهایی کم‌تر از ۷ است؛ یعنی مقدار اسید بیشتر از مقدار استوکیومتری آن در واکنش است.

$$۲HCl(aq) + Ca(s) \rightarrow CaCl_۲(aq) + H_۲(g)$$

گام با توجه به معادلهٔ واکنش، می‌توان دریافت که یون کلرید در این واکنش یون ناظر یا تماشاچی است و در واکنش مصرف یا تولید نمی‌شود؛ بنابراین غلظت مولی یون کلرید در محلول ثابت بوده و برابر با غلظت اولیهٔ HCl است.

$$۲HCl(aq) + Ca(s) \rightarrow CaCl_۲(aq) + H_۲(g)$$

$$\Rightarrow \underbrace{۲H^+, ۲Cl^-}_{\text{یون ناظر}} + Ca \rightarrow Ca^{۲+} + \underbrace{۲Cl^-}_{\text{یون ناظر}} + H_۲$$

$$[Cl^-] = [HCl]_{\text{اولیه}} = [HCl]_{\text{باقی‌مانده}} + [HCl]_{\text{مصرفی}} \text{ در محلول}$$

با استفاده از pH محلول نهایی، می‌توان غلظت H^+ و غلظت HCl باقی‌مانده در محلول پس از انجام واکنش را به دست آورد. با استفاده از جرم کلسیم هم می‌توان از طریق استوکیومتری واکنش، مول مصرفی و در نهایت غلظت HCl مصرفی را به دست آورد.

محاسبهٔ $[HCl]$ باقی‌مانده:

$$[H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۱/۷} = ۱۰^{-۲}\times ۱۰^{۰/۳}$$

$$\xrightarrow{\log ۲ = ۰/۳} ۲\times ۱۰^{-۲}\ mol.L^{-۱} = [HCl]_{\text{باقی‌مانده}}$$

محاسبهٔ $[HCl]$ مصرفی:

$$[HCl]_{\text{مصرفی}} = ۱/۲ g Ca \times \frac{۱ mol Ca}{۴۰ g Ca} \times \frac{۲ mol HCl}{۱ mol Ca} \times \frac{۱}{۲ L \text{ محلول}} = ۰/۰۳ mol.L^{-۱}$$

$$[Cl^-] = [HCl]_{\text{اولیه}} = [HCl]_{\text{باقی‌مانده}} + [HCl]_{\text{مصرفی}} \text{ در محلول}$$

$$= ۰/۰۲ + ۰/۰۳ = ۰/۰۵\ mol.L^{-۱}$$

گام برای قسمت دوم سؤال می‌تونیم خیلی راحت از طریق استوکیومتری واکنش جرم گاز $H_۲$ تولیدی رو از جرم ۱/۲ گرم Ca مصرف‌شده به دست بیاریم:

$$۱/۲ g Ca \times \frac{۱ mol Ca}{۴۰ g Ca} \times \frac{۱ mol H_۲}{۱ mol Ca} \times \frac{۲ g H_۲}{۱ mol H_۲} = ۰/۰۶ g H_۲$$

۵۱- گزینه ۱

در واکنش‌های اسید ـ باز، یون‌های H^+ و OH^- با هم واکنش می‌دهند و آب تولید می‌شود. در واکنش $HCl(aq)$ و $NaOH(aq)$، یون‌های $Na^+(aq)$ و $Cl^-(aq)$ دست‌نخورده باقی می‌مانند و در واقع یون ناظر یا تماشاچی *تشریف دارن!*

$$H^+(aq) + Cl^-(aq) + Na^+(aq) + OH^-(aq)$$

$$\rightarrow Na^+(aq) + Cl^-(aq) + H_۲O(l)$$

بررسی سایر گزینه‌ها: ۲) غلظت H^+ و pH یک محلول اسیدی علاوه بر درجهٔ یونش اسیدی (α) به غلظت اسید (M) نیز بستگی دارد $([H^+] = M\alpha)$؛ بنابراین بدون اطلاع از غلظت این دو اسید، نمی‌توان در مورد pH آن‌ها اظهار نظر کرد!

۳) فرض می‌کنیم pH محلول‌های DOH و AOH به ترتیب برابر با ۱۰ و ۹ باشد:

محلول DOH: $pH = ۱۰ \rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱۰}$

$$, [OH^-] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۰^{-۱۰}} \Rightarrow [OH^-] = ۱۰^{-۴}$$

محلول AOH: $pH = ۹ \rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۹}$

$$, [OH^-] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۰^{-۹}} \Rightarrow [OH^-] = ۱۰^{-۵}$$

$$\frac{[OH^-]_{AOH}}{[OH^-]_{DOH}} = \frac{۱۰^{-۵}}{۱۰^{-۴}} = \frac{۱}{۱۰}$$

۴) *درسته که* هر چه یک باز قوی‌تر باشد، مقدار عددی K_b آن نیز بزرگ‌تر است اما شمار یون‌های حاصل از یونش، علاوه بر ثابت یونش به غلظت اولیهٔ باز نیز بستگی دارد؛ بنابراین دربارهٔ شمار یون‌های آن، نمی‌توان اظهار نظر کرد (اگر گفته می‌شد که در **غلظت یکسان**، هر چه مقدار K_b برای یک باز بیشتر باشد، شمار یون‌ها در محلول آن بیشتر است، این بخش عبارت درست می‌شد!). در ضمن زمان رسیدن به تعادل، به سینتیک و سرعت واکنش‌های تعادلی بستگی دارد و ربطی به K_b یا قوی‌بودن باز *ندارد!* در یک واکنش برگشت‌پذیر، پس از برابرشدن سرعت واکنش‌های رفت و برگشت، تعادل برقرار می‌شود. حالا اگر در این واکنش تعادلی، مقدار K بزرگ باشد، میزان پیشرفت واکنش زیاد است و مقدار قابل توجهی از واکنش‌دهنده‌ها به فراورده‌ها تبدیل می‌شوند.

۵۲- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ برای محاسبهٔ ولتاژ یک سلول گالوانی، که به نیروی الکتروموتوری (emf) هم معروف است، باید E° آند را از E° کاتد کم کنیم:

$$emf = E^\circ_{\text{سلول}} = E^\circ_{(\text{کاتد})} - E^\circ_{(\text{آند})} = E^\circ_{(\text{بزرگ‌تر})} - E^\circ_{(\text{کوچک‌تر})}$$

۲) در یک واکنش اکسایش ـ کاهش، به گونه‌ای که اکسایش می‌یابد، **کاهنده** و به گونه‌ای که کاهش می‌یابد، **اکسنده** می‌گویند.

۳) در واکنش‌هایی که به طور طبیعی انجام می‌شوند، قدرت کاهندگی فلز و قدرت اکسندگی کاتیون فلز که در سمت واکنش‌دهنده‌ها قرار دارند، به ترتیب بیشتر از قدرت کاهندگی فلز و قدرت اکسندگی کاتیون فلزی است که در سمت فراورده‌ها قرار دارند.

$$A(s) + B^{b+}(aq) \rightarrow A^{a+}(aq) + B(s)$$

$$\Rightarrow \text{قدرت اکسندگی: } B^{b+} > A^{a+} \quad ,\quad \text{قدرت کاهندگی: } A > B$$

۴) اگر قدرت کاهندگی فلز A از B بیشتر باشد (E° فلز A کم‌تر باشد)، فلز A می‌تواند با نمک‌های فلز B به طور طبیعی واکنش دهد.

ابتدا باید با توجه به اطلاعات داده‌شده بفهمیم که پتانسیل کاهشی X و Y، مثبت هستند یا منفی! می‌دانیم که در سلول‌های گالوانی، کاتیون‌ها به سمت کاتد حرکت می‌کنند؛ بنابراین در سلول گالوانی $Y - SHE$، Y کاتد است و در سری الکتروشیمیایی بالاتر از هیدروژن قرار دارد؛ پس E° آن مثبت است $(E^\circ(Y^{2+}/Y) = +0/34)$

از طرفی محلول نمک یا کاتیون یک فلز را می‌توان در ظرفی از جنس فلز بالاتر در سری الکتروشیمیایی نگه‌داری کرد؛ بنابراین فلز Y با X^{2+} واکنش نمی‌دهد و X در سری الکتروشیمیایی پایین‌تر از Y قرار داشته و پتانسیل کاهشی X از Y کم‌تر است. با توجه به مقادیر عددی پتانسیل‌های کاهشی، E° مربوط به X منفی می‌شود:

$$E^\circ(X^{2+}/X) < \underbrace{E^\circ(Y^{2+}/Y)}_{+0/34} \Rightarrow E^\circ(X^{2+}/X) = -0/4\ V$$

خلاصه این‌که در سلول گالوانی حاصل از X و Y، Y کاتد و X آند است:

$$emf(X-Y) = E^\circ(Y^{2+}/Y) - E^\circ(X^{2+}/X)$$

$$\Rightarrow emf(X-Y) = 0/34 - (-0/4) = 0/74\ V$$

بررسی سایر گزینه‌ها: ۲) با انجام کامل واکنش، ۲ مول الکترون بین هر اتم X و Y مبادله می‌شود. همچنین در این واکنش X اکسایش یافته و کاهنده است.

نیم‌واکنش اکسایش: $X \rightarrow X^{2+} + 2e^-$

نیم‌واکنش کاهش: $Y^{2+} + 2e^- \rightarrow Y$

واکنش کلی: $X + Y^{2+} \rightarrow X^{2+} + Y$

۳) جهت جریان الکتریکی در مدار بیرونی از آند به سمت کاتد است؛ بنابراین در سلول $X - Y$، الکترون‌ها از X (آند) به سمت Y (کاتد) حرکت می‌کنند.

۴) هر چه E° یک نیم‌واکنش بزرگ‌تر باشد، گونهٔ سمت چپ آن اکسندهٔ قوی‌تری است؛ بنابراین در این‌جا قدرت اکسندگی Y^{2+} از X^{2+} بیشتر است.

مشاوره این تست مشابه خیلی از تست‌های کنکور سراسری، دقیقاً شبیه‌ساز خود تمرین‌های کتاب درسیه! پس اگه نتونستی این تست رو حل کنی، برگرد و دوباره تمرین‌های کتاب رو حل کن که *احتمالش زیاده تو کنکور، مستقیم از همینا تست بیاد.*

۵۳- گزینه ۴

در واکنش سوختن منیزیم در اکسیژن، منیزیم (Mg) الکترون از دست داده و اکسایش می‌یابد؛ پس کاهنده است.

$$2Mg(s) + O_2(g) \xrightarrow{e^-} 2MgO(s)$$

(Mg: کاهنده، O_2: اکسنده)

۵۴- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن

نوعی سلول گالوانی است و به منظور تولید جریان برق در آن گاز هیدروژن به آرامی اکسید می‌شود.

نیم‌واکنش آندی (قطب منفی): $2(H_2(g) \rightarrow 2H^+(aq) + 2e^-) \quad E^\circ = 0/00\ V$

نیم‌واکنش کاتدی (قطب مثبت): $O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(l) \quad E^\circ = +1/23\ V$

واکنش کلی سلول: $2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(g) \quad E^\circ_{\text{سلول}} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = 1/23\ V$

۲ سلول برقکافت آب

یک سلول الکترولیتی است که در آن، جریان برق از آب عبور داده می‌شود و طی آن آب به عناصر سازنده‌اش (H_2 و O_2) تجزیه می‌شود.

نیم‌واکنش آندی (قطب مثبت): $2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^-$

نیم‌واکنش کاتدی (قطب منفی): $4H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 2H_2(g) + 4OH^-(aq)$

واکنش کلی: $2H_2O(l) \rightarrow 2H_2(g) + O_2(g)$

(حجم گاز تولیدی ۱ مول در آند (+)، حجم گاز تولیدی ۲ مول در کاتد (−))

شمار الکترون‌های هر دو نیم‌واکنش برابر است.

نیم‌واکنش آندی برقکافت آب: $2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + 4H^+(aq) + \boxed{4e^-}$

نیم‌واکنش کاتدی سلول سوختی: $O_2(g) + 4H^+(aq) + \boxed{4e^-} \rightarrow 2H_2O(l)$

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) *کاملاً درسته!* ببینید:

نیم‌واکنش کاهش در کاتد برقکافت آب: $4H_2O(l) + 4e^- \rightarrow \boxed{2H_2(g)} + 4OH^-(aq)$

نیم‌واکنش در کاتد سلول سوختی: $O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow \boxed{2H_2O(l)}$

۲) سلول برقکافت آب، نوعی سلول الکترولیتی و سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن، نوعی سلول گالوانی است. جهت حرکت الکترون‌ها در هر دو سلول مشابه و از آند به کاتد و در سلول سوختی از قطب منفی (آند) به قطب مثبت (کاتد) است.

نکته در هر دو سلول گالوانی و الکترولیتی، الکترون‌ها در مدار بیرونی از آند به سمت کاتد جابه‌جا می‌شوند اما با توجه به این‌که قطب مثبت و منفی در این دو سلول با هم فرق می‌کنند، خواهیم داشت:

جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی ← از آند به کاتد
- در سلول گالوانی ← از قطب منفی به قطب مثبت سلول
- در سلول الکترولیتی ← از قطب مثبت به قطب منفی سلول

۳) فراورده‌های نیم‌واکنش آندی برقکافت آب، H^+ و O_2 و گاز ورودی به آند در سلول سوختی، H_2 است. از واکنش O_2 و H_2، مولکول آب (H_2O) تشکیل می‌شود.

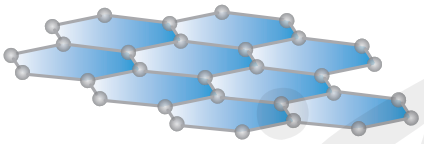
نیم‌واکنش آندی برقکافت آب: $2H_2O(l) \rightarrow \boxed{O_2(g)} + 4H^+(aq) + 4e^-$

نیم‌واکنش آندی در سلول سوختی: $\boxed{H_2(g)} \rightarrow 2H^+(aq) + 2e^-$

۵۵- گزینه ۲

چگالی گرافیت ($2/27\ g.cm^{-3}$) از چگالی آب ($1\ g.cm^{-3}$) بیشتر است و تکهٔ کوچکی از آن بر روی آب شناور نمی‌ماند.

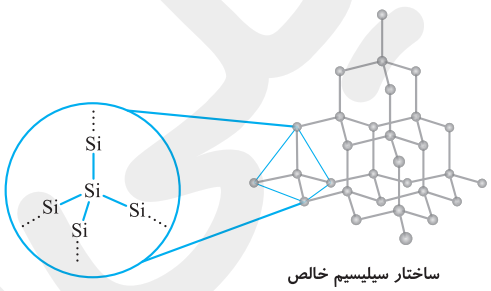
بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) می‌دانیم که گرافن تک‌لایه‌ای از گرافیت است و ضخامت آن به اندازهٔ یک اتم کربن است؛ بنابراین با داشتن شعاع اتم کربن می‌توان ضخامت گرافن را اندازه‌گیری کرد.



گرافن

۳) در ساختار جامدهای کووالانسی دوبعدی مانند هر صفحهٔ گرافیت و جامد کووالانسی گرافن، اتم‌های کربن توسط پیوندهای اشتراکی در یک صفحه قرار گرفته‌اند.

۴) سیلیسیم خالص (Si) یک جامد کووالانسی سه‌بعدی است؛ یعنی اتم‌های Si در این شبکه، در یک صفحه قرار نمی‌گیرند.



ساختار سیلیسیم خالص

۵۶- گزینه ۱

با جایگزین‌کردن اتم گوگرد در مولکول کربونیل سولفید (CSO) با اکسیژن، مولکول کربن دی‌اکسید (CO_2) حاصل می‌شود. بهتر است مقایسه‌های کلی زیر را در مورد این دو مولکول بلد باشین:

ویژگی / مولکول	کربونیل سولفید (CSO)	کربن دی‌اکسید (CO_2)
ساختار لوویس	$\ddot{S}=C=\ddot{O}$ ($\delta+$ ، $\delta-$)	$\ddot{O}=C=\ddot{O}$ ($\delta-$ ، $2\delta+$ ، $\delta-$)
شکل مولکول	خطی	خطی
قطبی‌بودن	قطبی ($\mu>0$)	ناقطبی ($\mu=0$)
جهت‌گیری در میدان الکتریکی	می‌کند	نمی‌کند

همان‌طور که می‌بینید، CSO یک مولکول قطبی با گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر ولی CO_2 یک مولکول ناقطبی با گشتاور دوقطبی برابر صفر است.

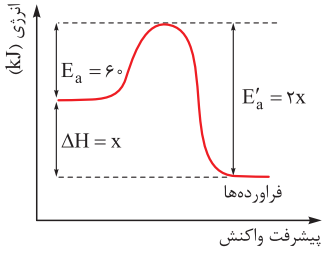
بررسی سایر گزینه‌ها: ۲) بار جزئی اتم مرکزی در هر دو مولکول مثبت ($\delta+$) است.

۳) شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در هر دو یکسان است.

۴) نوع نیروی بین مولکولی در هر دو از نوع وان‌دروالسی است، ولی مولکول CSO قطبی بوده (و جرم مولی بیشتری هم دارد) و مولکول CO_2 ناقطبی است؛ بنابراین قدرت نیروهای جاذبهٔ بین مولکولی در مولکول قطبی CSO بیشتر است.

۵۷- گزینه ۳

بهتره اول یه نمودار برای خودمون بکشیم.



تفاوت سطح انرژی قلّه با فراورده‌ها، یعنی انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت (E'_a)؛ با توجه به این‌که واکنش گرماده است، خواهیم داشت:

$$E'_a = E_a + |\Delta H| \Rightarrow$$
$$2x = 60 + x \Rightarrow x = 60$$

واکنش گرماده است. $\longrightarrow \Delta H = -60\ kJ$

۵۸- گزینه ۴

نکته اثر عوامل مختلف بر تعادل:

عامل		عکس‌العمل تعادل به تغییر	چگونگی تغییر ثابت تعادل (K) با جابه‌جاشدن تعادل
تغییر غلظت	افزایش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت مصرف آن ماده	تغییر نمی‌کند.
	کاهش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت تولید آن ماده	تغییر نمی‌کند.
تغییر حجم (فشار)	افزایش حجم (کاهش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی بیشتر	تغییر نمی‌کند.
	کاهش حجم (افزایش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی کم‌تر	تغییر نمی‌کند.
تغییر دما	واکنش‌های گرماده: کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.
	واکنش‌های گرماده: افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
	واکنش‌های گرماگیر: کاهش دما	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
	واکنش‌های گرماگیر: افزایش دما	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.

طبق اطلاعات سؤال، در این واکنش تعادلی، با افزایش حجم و افزایش دما، تعادل به یک سمت جابه‌جا می‌شود. افزایش حجم (کاهش فشار) باعث جابه‌جایی تعادل در جهت مول‌های گازی بیشتر می‌شود. افزایش دما، باعث جابه‌جایی تعادل در جهت مصرف گرما (واکنش گرماگیر) و افزایش مقدار ثابت تعادل (K) می‌شود؛ بنابراین در این تعادل، واکنش گرماگیر در جهت مول‌های گازی بیشتر است، یعنی به صورت نمادی می‌توان دو حالت زیر را نوشت:

(۱) اگر تعادل گرماگیر باشد: $A(g) + Q \underset{\text{گرماده}}{\overset{\text{گرماگیر}}{\rightleftharpoons}} 2B(g)$

مول گازی بیشتر

(۲) اگر تعادل گرماده باشد: $2A(g) \underset{\text{گرماگیر}}{\overset{\text{گرماده}}{\rightleftharpoons}} B(g) + Q$

مول گازی بیشتر

اگر با افزایش دما، ثابت تعادل کوچک شود، واکنش گرماده است (یعنی حالت (۲)). در این حالت با کاهش حجم ظرف (افزایش فشار)، تعادل در جهت مول گازی کم‌تر یعنی واکنش رفت جابه‌جا شده و درصد مولی فراورده‌ها افزایش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) اگر واکنش گرماده باشد (یعنی حالت (۲))، در این حالت شمار مول‌های واکنش‌دهنده‌ها بیشتر از فراورده‌هاست نه برعکس!

۲) اگر واکنش گرماگیر باشد (یعنی حالت (۱))، با افزایش حجم ظرف (کاهش فشار)، تعادل در جهت مول گازی بیشتر یعنی واکنش رفت جابه‌جا می‌شود و درصد مولی فراورده(ها) افزایش می‌یابد نه واکنش‌دهنده(ها)!

۳) اگر با افزایش دما ثابت تعادل بزرگ شود، تعادل گرماگیر است (یعنی حالت (۱)). در این حالت با افزایش حجم ظرف (کاهش فشار)، تعادل در جهت مول گازی بیشتر یعنی واکنش رفت جابه‌جا می‌شود و سبب افزایش میزان پیشرفت واکنش می‌شود، نه کاهش میزان پیشرفت واکنش!

۵۹- گزینه ۲

گام ۱ با توجه به معادلهٔ واکنش خواهیم داشت:

$$2SO_3(g) \rightleftharpoons 2SO_2(g) + O_2(g)$$

	$2SO_3(g)$	$2SO_2(g)$	$O_2(g)$
تعداد مول آغازی	۰/۹	۰	۰
تغییر تعداد مول‌ها	$-2x$	$+2x$	$+x$
تعداد مول تعادلی	$0/9-2x$	$2x$	x

$$\frac{2x}{0/9-2x}=2 \Rightarrow x=0/9-2x \Rightarrow x=0/3$$

پس در هنگام تعادل، تعداد مول‌های مواد شرکت‌کننده در تعادل به این صورت است:

$$\underset{0/3}{2SO_3(g)} \rightleftharpoons \underset{0/6}{2SO_2(g)} + \underset{0/3}{O_2(g)}$$

گام ۲ حالا غلظت‌های تعادلی را در رابطهٔ ثابت تعادل قرار می‌دهیم (حجم ظرف فراموش نشود!):

$$K=\frac{[SO_2]^2[O_2]}{[SO_3]^2}=\frac{(\frac{0/6}{2})^2\times(\frac{0/3}{2})}{(\frac{0/3}{2})^2}=0/6$$

تله اگر حجم ظرف را در محاسبات در نظر نمی‌گرفتید، به عدد ۱/۲ و گزینهٔ اشتباه ۴ می‌رسیدید.

ریاضیات

۶۰- گزینه ۲و۳

درس‌نامه به دنباله‌ای که **جملهٔ اولش غیر صفر باشد** و هر جمله‌اش (به غیر از اولی) از ضرب جملهٔ قبل از خودش در یک عدد غیر صفر به دست می‌آید، دنبالهٔ هندسی می‌گوییم.

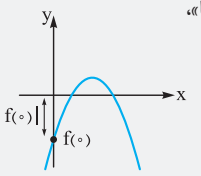
گام ۱ دنباله‌ها را با توجه به رفتارشان ادامه می‌دهیم:

- $a, 1, \frac{1}{a}, \frac{1}{a^2}, \frac{1}{a^3}, \dots$ (×$\frac{1}{a}$)
- $a^2, a^3, a^4, a^5, a^6, \dots$ (×a)
- $1, a, a^2, a^3, a^4, \dots$ (×a)
- $a^2, a, 1, \frac{1}{a}, \frac{1}{a^2}, \dots$ (×$\frac{1}{a}$)

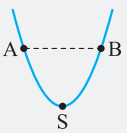
گام ۲ در تمام گزینه‌ها هر جمله از ضرب جملهٔ قبلی‌اش در یک عدد ثابت به دست می‌آید؛ پس باید شرط دوم، یعنی صفر نبودن جملهٔ اول را بررسی کنیم. ۱ و ۴ **همواره** هندسی نیستند، چون در حالتی که $a=0$ باشد، جملهٔ اولشان صفر می‌شود، اما ۲ و ۳ به خاطر وجود $\frac{1}{a}$ و حقیقی‌بودن جملات، $a\neq 0$ می‌شود؛ پس در این گزینه‌ها شرط صفر نبودن جملهٔ اول هم برقرار است. در نتیجه ۲ و ۳ جواب‌اند ولی متأسفانه سازمان سنجش فقط ۲ را به عنوان جواب اعلام کرده است!

۶۱- گزینه ۳

شفاف‌سازی «فاصلهٔ نقطهٔ برخورد سهمی با محور عرض‌ها»، طبق شکل مقابل همان $|f(0)|$ است.



درس‌نامه ۱ در شکل مقابل، دو نقطهٔ A و B با عرض یکسان روی سهمی قرار دارند. میانگین طول این دو نقطه، طول رأس سهمی را می‌دهد؛ یعنی:



$$x_S=\frac{x_A+x_B}{2}$$

۲ اگر مختصات رأس یک سهمی به صورت $S(h,k)$ باشد، ضابطه‌اش را می‌توانیم به این صورت بنویسیم: $y=a(x-h)^2+k$

۳ برای این‌که بفهمیم تابع $f(x)$ محور yها را با چه عرضی قطع می‌کند، باید $f(0)$ را حساب کنیم.

گام ۱ به گفتهٔ سؤال $A(2a+3,a-2)$ و $B(7-2a,a-2)$ دو نقطه با مؤلفه‌های طبیعی هستند؛ پس a عددی طبیعی و طول و عرض این نقاط مثبت‌اند:

$$\begin{cases}2a+3>0 \Rightarrow 2a>-3 \Rightarrow a>-1/5\\ 7-2a>0 \Rightarrow 2a<7 \Rightarrow a<3/5 \xrightarrow{\text{اشتراک}} 2<a<3/5 \xrightarrow{a\in\mathbb{N}} a=3\\ a-2>0 \Rightarrow a>2\end{cases}$$

پس مختصات A و B به این صورت می‌شود: $A(9,1), B(1,1)$

گام ۲ نقاط $A(9,1)$ و $B(1,1)$ که عرض یکسانی دارند، روی سهمی‌اند؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، میانگین طول این نقاط، طول رأس سهمی را می‌دهد:

$$x_S=\frac{9+1}{2}=5$$

به گفتهٔ سؤال مختصات رأس به صورت $S(\underset{x_S=5}{b},b-2)$ است؛ پس $b=5$ و در نتیجه مختصات رأس می‌شود: $S(5,5-2)=(5,3)$

گام ۳ الان طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم ضابطهٔ سهمی را به صورت زیر بنویسیم:

$$f(x)=m(x-5)^2+3$$

نقطهٔ $B(1,1)$ روی سهمی قرار دارد؛ پس باید در ضابطه‌اش صدق کند:

$$1=m(1-5)^2+3 \Rightarrow 16m=-2 \Rightarrow m=-\frac{2}{16}=-\frac{1}{8}$$

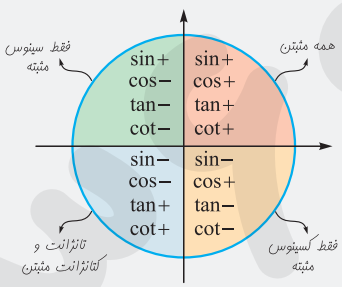
پس $f(x)$ می‌شود: $f(x)=-\frac{1}{8}(x-5)^2+3$

گام ۴ طبق «شفاف‌سازی» به دنبال $|f(0)|$ هستیم که می‌شود:

$$|f(0)|=|-\frac{1}{8}(0-5)^2+3|=|-\frac{25}{8}+3|=|-\frac{1}{8}|=\frac{1}{8}$$

۶۲- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ علامت نسبت‌های مثلثاتی در ناحیه‌های مختلف دستگاه مختصات این‌طوری است:



۲ اتحادهای مثلثاتی زیر را بلد باشید:

- $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $\cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$
- $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ یا $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha$ یا $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha$
- $1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$
- $1+\cot^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}$

۳ نسبت‌های مثلثاتی زوایای قرینه به صورت زیرند:

$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$	$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$
$\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$	$\cot(-\alpha)=-\cot\alpha$

گام طبق مورد (۱) درس‌نامه، جای $\tan\alpha$ و $1+\cot^2\alpha$ به ترتیب می‌توانیم بنویسیم $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ و $\frac{1}{\sin^2\alpha}$:

$$M=(1+\cos\alpha)(\sqrt{1+\cot^2\alpha}+\frac{1}{\tan\alpha})=(1+\cos\alpha)(\sqrt{\frac{1}{\sin^2\alpha}}+\frac{1}{\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}})$$

$$=(1+\cos\alpha)(\frac{1}{|\sin\alpha|}+\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha})$$

گام به گفتهٔ سؤال α در ناحیهٔ چهارم است؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه $\sin\alpha$، منفی می‌شود؛ بنابراین در تساوی بالا به جای $|\sin\alpha|$ می‌نویسیم $-\sin\alpha$:

$$M=(1+\cos\alpha)(-\frac{1}{\sin\alpha}+\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha})=\frac{\overbrace{(\cos\alpha+1)(\cos\alpha-1)}^{\text{مزدوج}}}{\sin\alpha}=\frac{\cos^2\alpha-1}{\sin\alpha}$$

طبق مورد (۲) درس‌نامه، $\cos^2\alpha-1$ همان $-(1-\cos^2\alpha)=-\sin^2\alpha$ است؛ پس M می‌شود:

$$M=\frac{-\sin^2\alpha}{\sin\alpha}=-\sin\alpha$$

تیزبازی بیایید به جای α بگذاریم -60° که در ناحیهٔ چهارم هم قرار دارد:

$$M=(1+\cos\alpha)(\sqrt{1+\cot^2\alpha}+\frac{1}{\tan\alpha})$$

$$=(1+\cos(-60^\circ))(\sqrt{1+\cot^2(-60^\circ)}+\frac{1}{\tan(-60^\circ)})$$

طبق مورد (۳) درس‌نامه $\cos(-60^\circ)=\frac{1}{2}$، $\cot(-60^\circ)=-\frac{1}{\sqrt{3}}$ و $\tan(-60^\circ)=-\sqrt{3}$ است؛ پس:

$$M=(1+\frac{1}{2})(\sqrt{1+(-\frac{1}{\sqrt{3}})^2}-\frac{1}{\sqrt{3}})=\frac{3}{2}(\sqrt{\frac{4}{3}}-\frac{1}{\sqrt{3}})=\frac{3}{2}(\frac{2}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{3}})$$

$$=\frac{3}{2\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

تنها عبارتی که به ازای $\alpha=-60^\circ$، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ می‌دهد؛ $-\sin\alpha$ در (۴) است، ببینید:

$$-\sin(-60^\circ)=-(-\frac{\sqrt{3}}{2})=\frac{\sqrt{3}}{2}\ \checkmark$$

۶۳- گزینه ۴

گام اگر اتاق‌ها یکسان نباشند، تعداد راه‌های اسکان‌دادن ۱۰ نفر در ۵ اتاق دونفره می‌شود:

$$\binom{10}{2}\binom{8}{2}\binom{6}{2}\binom{4}{2}\binom{2}{2}$$

گام ولی به گفتهٔ سؤال ۵ اتاق یکسان داریم که $5!$ جایگشت دارند؛ پس برای رسیدن به جواب، عدد بالا را بر $5!$ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\binom{10}{2}\binom{8}{2}\binom{6}{2}\binom{4}{2}\binom{2}{2}}{5!}=\frac{\frac{10\times9}{2}\times\frac{8\times7}{2}\times\frac{6\times5}{2}\times\frac{4\times3}{2}\times1}{5!}$$

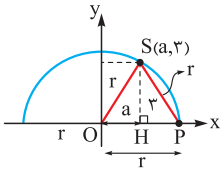
$$=\frac{45\times\overset{7}{\cancel{28}}\times\overset{3}{\cancel{15}}\times\cancel{6}}{\cancel{5}\times\cancel{4}\times3\times\cancel{2}\times1}=45\times21=945$$

۶۴- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ طول ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a می‌شود $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

۲ در مثلث متساوی‌الاضلاع، هر ارتفاع، میانه و نیمساز هم هست.

گام فرض می‌کنیم شعاع نیم‌دایرهٔ مقابل r باشد. به گفتهٔ سؤال $SP=r$ است؛ پس اگر شعاع OS را به شکل اضافه کنیم، مثلثی به اسم OSP ساخته می‌شود که طول هر ضلعش برابر r است؛ پس این مثلث متساوی‌الاضلاع است.



گام طبق شکل بالا، طول ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع برابر ۳ است؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$SH=\frac{\sqrt{3}}{2}r\Rightarrow3=\frac{\sqrt{3}}{2}r\Rightarrow r=\frac{6}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$$

از طرفی طبق مورد (۲) درس‌نامه، ارتفاع SH، میانه هم هست؛ پس H وسط OP است. در نتیجه:

$$OH=a=\frac{r}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$$

۶۵- گزینه ۴

درس‌نامه اتحاد مربع و مکعب دوجمله‌ای را بلد باشید:

$$(a\pm b)^2=a^2\pm2ab+b^2\quad\text{و}\quad(a\pm b)^3=a^3\pm3a^2b+3ab^2\pm b^3$$

گام صورت و مخرج کسر داده‌شده را جداگانه ساده می‌کنیم:

◇ **صورت:** از ۳ که فاکتور بگیریم می‌توانیم از اتحاد مکعب دوجمله‌ای استفاده کنیم:

$$24x^3+36x^2+18x+3=3(8x^3+12x^2+6x+1)=3(2x+1)^3$$

◇ **مخرج:**

$$4x^2+4x+1=(2x+1)^2$$

گام حالا می‌توانیم کسر داده‌شده را ساده‌تر بنویسیم:

$$A=\frac{24x^3+36x^2+18x+3}{(4x^2+4x+1)^2}=\frac{3(2x+1)^3}{(2x+1)^4}=\frac{3}{2x+1}\quad(*)$$

گام به گفتهٔ سؤال $x^2+x=1$ است. از این تساوی $2x+1$ را به دست می‌آوریم:

$$x^2+x=1\xrightarrow{\times4}4x^2+4x=4\xrightarrow{+1}\underbrace{4x^2+4x+1}_{(2x+1)^2}=5$$

$$\xrightarrow{\sqrt{\ }}2x+1=\pm\sqrt{5}$$

سؤال می‌گوید x مثبت است؛ پس $2x+1=\sqrt{5}$ را در (*) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$A=\frac{3}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{3}{5}\sqrt{5}=0/6\sqrt{5}$$

۶۶- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ در دنیای لگاریتم‌ها، قوانین زیر برقرارند:

الف) اگر $\log_a b=c$ باشد، می‌توانیم بنویسیم: $a^c=b$

پس $\log_a a=1$ می‌شود.

ب) جمع و تفریق دو لگاریتم با مبناهای یکسان به این صورت انجام می‌شود:

$$\log_a b-\log_a c=\log_a\frac{b}{c}\quad\text{و}\quad\log_a b+\log_a c=\log_a bc$$

پ) لگاریتم، توان روی عبارت جلویش را به عنوان ضریب به پشت خودش می‌برد؛ یعنی:

$$\log_a b^m=m\log_a b$$

ت) لگاریتم، معکوسِ توانِ روی مبنایش را به عنوان ضریب به پشت خودش می‌برد؛ یعنی:

$$\log_{a^n} b=\frac{1}{n}\log_a b$$

$$\log_{a^n} b^m=\frac{m}{n}\log_a b$$

ث) ترکیب دو قانون قبلی، این‌جوری می‌شود:

ج) در عبارت‌هایی مثل $a^{\log_b c}$ که در آن‌ها عدد به توان لگاریتم می‌رسد، می‌توانیم جای a و c را عوض کنیم:

$$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$$

ج) اگر جای عدد و مبنا را عوض کنیم، لگاریتم معکوس می‌شود؛ یعنی:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

۲) جمع و ضرب ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دوم $Ax^2+Bx+C=0$ با شرط $\Delta>0$ از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شوند:

$$\text{ضرب: } P=\frac{C}{A} \quad \text{و} \quad \text{جمع: } S=-\frac{B}{A}$$

۳) اگر B، واسطهٔ حسابی A و C باشد، می‌توانیم بنویسیم:

$$2B=A+C \quad \text{یا} \quad B=\frac{A+C}{2}$$

گام به گفتهٔ سؤال:

◇ عکسِ مجموع ریشه‌های معادلهٔ $\underbrace{-4a}_{A}x^2+\underbrace{b}_{B}x+\underbrace{\frac{1}{2}c}_{C}=0$ برابر $\log 4$ است؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{1}{S}=\log 4 \Rightarrow \frac{1}{-\frac{B}{A}}=\log 4 \Rightarrow -\frac{A}{B}=\log 4$$

$$\xrightarrow[\text{درس‌نامه}]{\text{مورد (۱ـ پ)}} -\frac{-4a}{b}=\log 2^{-2} \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{1}{2}\log_{10} 2$$

$$\xrightarrow[\text{درس‌نامه}]{\text{مورد (۱ـ پ)}} \frac{a}{b}=\log_{10^2} 2=\log_{100} 2 \quad (1)$$

◇ a واسطهٔ حسابی b و c است؛ پس طبق مورد (۳) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$2a=b+c \quad (2)$$

گام به دنبال $M=(\frac{1}{\sqrt[8]{2}})^{\frac{c}{a}}$ هستیم؛ پس طرفین تساوی (۲) را بر a تقسیم می‌کنیم تا $\frac{c}{a}$ ظاهر بشود:

$$\frac{2a}{a}=\frac{b}{a}+\frac{c}{a} \Rightarrow \frac{c}{a}=2-\frac{b}{a} \quad (3)$$

طرفین تساوی (۱) را به کمک مورد (۱ـ چ) درس‌نامه معکوس می‌کنیم تا به $\frac{b}{a}$ برسیم:

$$\frac{b}{a}=\frac{1}{\log_{100} 2} \Rightarrow \frac{b}{a}=\log_2 100$$

تساوی بالا را در (۳) جای‌گذاری می‌کنیم، جای ۲ هم طبق مورد (۱ ـ پ) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم $\log_2 2^2=\log_2 4$:

$$\frac{c}{a}=2-\log_2 100=\log_2 4-\log_2 100$$

$$\xrightarrow[\text{درس‌نامه}]{\text{مورد (۱ـ ب)}} \frac{c}{a}=\log_2 \frac{4}{100}=\log_2 \frac{1}{25} \quad (4)$$

گام درخواستهٔ سؤال $\frac{1}{\sqrt[8]{2}}=\frac{1}{2^{\frac{1}{8}}}=2^{-\frac{1}{8}}$ است؛ پس:

$$M=(\frac{1}{\sqrt[8]{2}})^{\frac{c}{a}}=(2^{-\frac{1}{8}})^{\frac{c}{a}}=2^{-\frac{1}{8}\times\frac{c}{a}} \underset{(4)}{=} 2^{-\frac{1}{8}(\log_2 \frac{1}{25})} \xrightarrow[\text{درس‌نامه}]{\text{مورد (۱ـ پ)}} 2^{\log_2(\frac{1}{25})^{-\frac{1}{8}}}$$

$(\frac{1}{25})^{-\frac{1}{8}}$ همان $(5^{-2})^{-\frac{1}{8}}=5^{\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{5}$ است؛ پس M می‌شود:

$$M=2^{\log_2 \sqrt[4]{5}} \xrightarrow[\text{درس‌نامه}]{\text{مورد (۱ـ چ)}} (\sqrt[4]{5})^{\log_2 2}\to 1 = \sqrt[4]{5}$$

جابه‌جا

۶۷- گزینه ۲

درس‌نامه ۱) تعداد نقاط برخورد نمودار توابع $f(x)$ و $g(x)$ همان تعداد جواب‌های معادلهٔ $f(x)=g(x)$ است.

۲) اگر نمودار تابع $f(x)$ را داشته باشیم، در این صورت:

◇ برای رسم نمودار تابع $f(x)+a$، نمودار تابع $f(x)$ را a واحد به سمت بالا می‌بریم. $(a>0)$

◇ برای رسم نمودار تابع $f(x)-a$، نمودار تابع $f(x)$ را a واحد به سمت پایین می‌بریم. $(a>0)$

۳) نمودار توابع به فرم $y=\underbrace{|a_1x+b_1|}_{\text{خطی}}+\underbrace{|a_2x+b_2|}_{\text{خطی}}+\cdots+\underbrace{|a_nx+b_n|}_{\text{خطی}}$، در ریشهٔ داخل قدرمطلق‌ها، یعنی $x=-\frac{b_1}{a_1},-\frac{b_2}{a_2},\cdots,-\frac{b_n}{a_n}$، شکستگی دارد؛ بنابراین مختصات نقاط شکستگی نمودار این تابع به صورت زیرند:

$$A_1(-\frac{b_1}{a_1},f(-\frac{b_1}{a_1})),A_2(-\frac{b_2}{a_2},f(-\frac{b_2}{a_2})),\ldots,A_n(-\frac{b_n}{a_n},f(-\frac{b_n}{a_n}))$$

۴) مختصات رأس سهمیِ $y=Ax^2+Bx+C$ به صورت $S(-\frac{B}{2A},-\frac{\Delta}{4A})$ است.

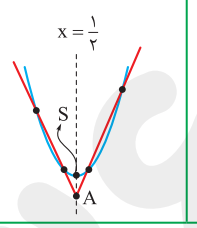
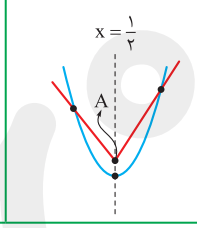
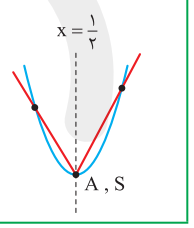
گام طبق مورد (۱) درس‌نامه، معادلهٔ $\underbrace{|4x-2|}_{f(x)}=\underbrace{x^2-x+a}_{g(x)}$ وقتی ۳تا جواب دارد که نمودار توابع $f(x)$ و $g(x)$ در ۳ نقطه همدیگر را قطع کنند. به کمک مورد (۳) درس‌نامه، مختصات نقطهٔ شکستگی نمودار تابع $f(x)=|4x-2|$ را به دست می‌آوریم:

$$A(\frac{2}{4},f(\frac{2}{4}))=(\frac{1}{2},0)$$

حالا به کمک مورد (۴) درس‌نامه، مختصات رأس سهمیِ $g(x)=\underbrace{1}_{A}x^2\underbrace{-1}_{B}x\underbrace{+a}_{C}$ را به دست می‌آوریم:

$$S(-\frac{B}{2A},-\frac{\Delta}{4A})=(-\frac{-1}{2(1)},-\frac{(-1)^2-4(1)(a)}{4(1)})=(\frac{1}{2},-\frac{1-4a}{4})$$

گام بنابراین A و S هر دو روی خط $x=\frac{1}{2}$ قرار دارند و نمودارشان ۳ حالت دارد:

حالت ۱: S بالاتر از A باشد.	حالت ۲: S پایین‌تر از A باشد.	حالت ۳: A و S منطبق باشند.
		

طبق جدول، در حالت‌های (۱) و (۲) نمودارها به هیچ عنوان نمی‌توانند در ۳ نقطه همدیگر را قطع کنند، ولی در حالت (۳) دو نمودار دقیقاً در ۳ نقطه همدیگر را قطع می‌کنند؛ پس A و S باید بر هم منطبق باشند:

$$(\frac{1}{2},0)=(\frac{1}{2},-\frac{1-4a}{4}) \Rightarrow -\frac{1-4a}{4}=0 \Rightarrow 1-4a=0 \Rightarrow a=\frac{1}{4}$$

گام حالا باید ریشهٔ بزرگ‌تر معادلهٔ $\underbrace{|4x-2|=x^2-x+a}_{(*)}$ را به ازای $a=\frac{1}{4}$ به دست بیاوریم. طبق شکل حالت (۳) در جدول، ریشهٔ بزرگ‌تر، $x>\frac{1}{2}$ است؛ پس در (*)، $|\underbrace{4x-2}_{\text{مثبت}}|=4x-2$ می‌شود:

$$4x-2=x^2-x+\frac{1}{4} \Rightarrow 4(x-\frac{1}{2})=(x-\frac{1}{2})^2 \Rightarrow (x-\frac{1}{2})^2-4(x-\frac{1}{2})=0$$

$$\Rightarrow (x-\frac{1}{2})\underbrace{(x-\frac{1}{2}-4)}_{x-4/5}=0 \xrightarrow{x>\frac{1}{2}} x=4/5$$

۶۸- گزینه ۳

گام به جای $\sqrt{x^۲-۹a^۲}$ می‌نویسیم $\sqrt{(x-۳a)(x+۳a)}$؛ $\sqrt{۲۷a}$ هم که همان $۳\sqrt{۳a}$ است:

$$M=\lim_{x\to ۳a^+}\frac{۲\sqrt{x-۳a}+۳\sqrt{x}-\sqrt{۲۷a}}{\sqrt{x^۲-۹a^۲}}=\lim_{x\to ۳a^+}\frac{۲\sqrt{x-۳a}+\overbrace{۳(\sqrt{x}-\sqrt{۳a})}^{}}{\sqrt{x-۳a}.\sqrt{x+۳a}}$$

$$=\lim_{x\to ۳a^+}\frac{۲\sqrt{x-۳a}}{\sqrt{x-۳a}.\sqrt{x+۳a}}+\lim_{x\to ۳a^+}\frac{۳(\sqrt{x}-\sqrt{۳a})}{\sqrt{x-۳a}.\sqrt{x+۳a}}$$

$$=\frac{۲}{\sqrt{۶a}}+\underbrace{\lim_{x\to ۳a^+}\frac{۳(\sqrt{x}-\sqrt{۳a})}{\sqrt{x-۳a}.\sqrt{x+۳a}}}_{(*)}$$

گام برای محاسبهٔ (*)، صورت و مخرج را در مزدوج $\sqrt{x}-\sqrt{۳a}$، یعنی $\sqrt{x}+\sqrt{۳a}$ ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۳a^+}\frac{۳(\sqrt{x}-\sqrt{۳a})}{\sqrt{x-۳a}.\sqrt{x+۳a}}\times\frac{\sqrt{x}+\sqrt{۳a}}{\sqrt{x}+\sqrt{۳a}}$$

$$=\lim_{x\to ۳a^+}\frac{۳\cancel{(x-۳a)}}{\cancel{\sqrt{x-۳a}}.\sqrt{x+۳a}}\times\frac{۱}{\sqrt{x}+\sqrt{۳a}}=\frac{۳\times ۰}{\cdots}=۰$$

گام حالا به جای (*)، صفر می‌گذاریم:

$$M=\frac{۲}{\sqrt{۶a}}=\sqrt{\frac{۴}{۶a}}=\sqrt{\frac{۲}{۳a}}$$

۶۹- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ تابع f در $x=a$ به شرطی پیوسته است که حد چپ، حد راست و مقدارش در $x=a$ برابر باشند، یعنی:

$$\lim_{x\to a^+}f(x)=\lim_{x\to a^-}f(x)=f(a)$$

۲ روش روسی برای حل معادلهٔ درجه‌دوم: برای به دست آوردن ریشه‌های معادلهٔ درجه‌دومی مثل $ax^۲+bx+c=۰$ که ضریب $x^۲$ برابر ۱ نیست (و با تجزیه به راحتی حل نمی‌شود) می‌توانیم از این تکنیک استفاده کنیم که ابتدا a را در c ضرب کنیم تا ضریب $x^۲$ برابر ۱ شود؛ یعنی:

$$a\,x^۲+bx+c=۰ \xrightarrow{\text{ضرب}} x^۲+bx+ac=۰$$

حالا باید ریشه‌های معادلهٔ $x^۲+bx+ac=۰$ را با تجزیه به دست آوریم و هر دو ریشهٔ به‌دست‌آمده را تقسیم بر a کنیم تا ریشه‌های معادلهٔ اصلی، یعنی $ax^۲+bx+c=۰$ به دست آیند.

گام در ضابطهٔ بالایی می‌توانیم جای $x^۲$ بنویسیم $|x|^۲$:

$$\text{ضابطهٔ بالایی}=\frac{x^۲+|x|}{x^۲+a|x|}=\frac{|x|^۲+|x|}{|x|^۲+a|x|}$$

از طرفی دامنهٔ ضابطهٔ بالایی $x\neq ۰$ است؛ پس $|x|\neq ۰$ می‌شود و می‌توانیم در ضابطهٔ بالا، $|x|$ را از صورت و مخرج بزنیم:

$$\text{ضابطهٔ بالایی}=\frac{\cancel{|x|}(|x|+۱)}{\cancel{|x|}(|x|+a)}=\frac{|x|+۱}{|x|+a}$$

پس $f(x)$ به این صورت شد:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x|+۱}{|x|+a} & x\neq ۰\\ \dfrac{۲a-۱}{۲a+۲} & x=۰\end{cases}$$

گام طبق مورد (۱) درس‌نامه، تابع $f(x)$ به شرطی در $x=۰$ پیوسته است که حد راست، حد چپ و مقدارش در $x=۰$ برابر باشند:

◆ **حد راست:**

$$\underbrace{\lim_{x\to ۰^+}f(x)}_{\text{از ضابطهٔ بالایی}}=\lim_{x\to ۰^+}\frac{|x|+۱}{|x|+a}=\frac{۰+۱}{۰+a}=\frac{۱}{a}$$

◆ **حد چپ:**

$$\underbrace{\lim_{x\to ۰^-}f(x)}_{\text{از ضابطهٔ بالایی}}=\lim_{x\to ۰^-}\frac{|x|+۱}{|x|+a}=\frac{۰+۱}{۰+a}=\frac{۱}{a}$$

◆ **مقدار:**

$$\underbrace{f(۰)=\frac{۲a-۱}{۲a+۲}}_{\text{از ضابطهٔ پایینی}}$$

هر سه مقدار بالا را مساوی هم می‌گذاریم:

$$\frac{۱}{a}=\frac{۲a-۱}{۲a+۲}\Rightarrow ۲a+۲=a(۲a-۱)\Rightarrow ۲a^۲-۳a-۲=۰$$

$$\xrightarrow{\text{روسی}} a^۲-۳a-۴=۰\Rightarrow (a-۴)(a+۱)=۰\Rightarrow a=۴,-۱$$

پس ریشه‌های معادلهٔ اصلی $a=\frac{۴}{۲}=۲$ و $a=-\frac{۱}{۲}$ هستند.

گام می‌خواهیم f در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد؛ پس aای قابل قبول است که ریشهٔ مخرج تولید نکند. به ازای $a=-\frac{۱}{۲}$، ضابطهٔ بالایی به فرم $\frac{|x|+۱}{|x|-\frac{۱}{۲}}$ $(x\neq ۰)$ درمی‌آید که $x=\pm\frac{۱}{۲}$

ریشه‌های مخرجش هستند و متأسفانه در دامنهٔ تابع حضور دارند؛ پس جفتشان نقاط ناپیوستگی تابع هستند، بنابراین $a=۲$ را می‌پذیریم (در این حالت مخرج ضابطهٔ بالایی می‌شود $|x|+۲$ که همواره مثبت است و ریشه ندارد).

گام حالا $\lim_{x\to \frac{۱}{a}}f(x)$ را به ازای $a=۲$ به دست می‌آوریم:

$$\underbrace{\lim_{x\to \frac{۱}{۲}}f(x)}_{\text{از ضابطهٔ بالایی}}=\lim_{x\to \frac{۱}{۲}}\frac{|x|+۱}{|x|+\underbrace{a}_{۲}}=\frac{\frac{۱}{۲}+۱}{\frac{۱}{۲}+۲}=\frac{\frac{۳}{۲}}{\frac{۵}{۲}}=\frac{۳}{۵}$$

۷۰- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ تابع f به دو شرط در $x=a$ مشتق‌پذیر است:

◆ در $x=a$ پیوسته باشد.

◆ مشتق چپ و راست f در $x=a$ برابر باشند.

۲ تابع $y=|f(x)|$ در ریشه‌های سادهٔ $f(x)$، مشتق‌ناپذیر است.

۳ اگر $m>n$ باشد، تابع $y=\sqrt[m]{(x-a)^n}$ در $x=a$ مشتق ندارد.

گام در ضابطهٔ بالایی f، $\sqrt{x^۲}$ همان $|x|$ است؛ پس:

$$f(x)=\begin{cases}a+|x| & x<۱\\ b\sqrt[۳]{x^۲} & x\geq ۱\end{cases}$$

طبق مورد (۲) و (۳) درس‌نامه، $|x|$ و $\sqrt[۳]{x^۲}$ در $x=۰$ مشتق ناپذیرند، ولی $x=۰$ در دامنهٔ ضابطهٔ پایینی قرار ندارد، بنابراین آن تک‌نقطه‌ای که f در آن مشتق‌ناپذیر است، $x=۰$ در ضابطهٔ بالایی است.

گام برای این‌که نقطهٔ مشتق‌ناپذیر دیگری نداشته باشیم، باید f در $x=۱$ مشتق‌پذیر باشد، طبق مورد (۱) درس‌نامه این اتفاق به دو شرط می‌افتد:

◆ **f در $x=۱$ پیوسته باشد:**

$$\underbrace{f(۱)=\lim_{x\to ۱^+}f(x)}_{\text{از ضابطهٔ پایینی}}=\underbrace{\lim_{x\to ۱^-}f(x)}_{\text{از ضابطهٔ بالایی}}$$

$$\Rightarrow b\sqrt[۳]{۱}=\lim_{x\to ۱^-}(a+|x|)\Rightarrow b=a+۱\quad (۱)$$

◆ **مشتق چپ و راست f در $x=۱$ برابر باشند:** در $x=۱^-$، $|x|=x$ می‌شود؛ پس برای محاسبهٔ $f'_-(۱)$ باید از $f(x)=a+x$ مشتق بگیریم:

$$f'(x)=۰+۱\Rightarrow f'_-(۱)=۱$$

برای محاسبهٔ $f'_+(1)$ هم از $f(x)=b\sqrt[3]{x^2}$ مشتق می‌گیریم:

$$f(x)=b\sqrt[3]{x^2}=bx^{\frac{2}{3}} \Rightarrow f'(x)=\frac{2}{3}bx^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow f'_+(1)=\frac{2}{3}b(1)^{-\frac{1}{3}}=\frac{2}{3}b$$

حالا مشتق چپ و راست را مساوی هم می‌گذاریم:

$$\frac{2}{3}b=1 \Rightarrow b=\frac{3}{2}$$

حالا $b=\frac{3}{2}$ را در (۱) جای‌گذاری می‌کنیم تا به a برسیم:

$$\frac{3}{2}=a+1 \Rightarrow a=\frac{1}{2}$$

بنابراین $a+b$ می‌شود $2=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}$.

۷۱- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ اگر به تعدادی داده با میانگین $\bar{x}$، چند دادهٔ جدید اضافه کنیم، به شرطی میانگین داده‌های جدید همان $\bar{x}$ می‌ماند که میانگین داده‌های اضافه‌شده هم $\bar{x}$ باشد.

۲ میانگین و واریانس داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ را به ترتیب با نمادهای $\bar{x}$ و σ^2 نشان می‌دهیم و برای محاسبه‌شان از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n} \quad , \quad \sigma^2=\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2}{n}$$

گام فرض می‌کنیم ۱۶ داده، $x_1, x_2, \dots, x_{16}$ باشند. به گفتهٔ سؤال واریانسشان برابر ۴۰ است؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$40=\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_{16}-\bar{x})^2}{16}$$

$$\Rightarrow (x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_{16}-\bar{x})^2=640 \quad (1)$$

گام سؤال می‌گوید با اضافه‌کردن دو دادهٔ m و n به ۱۶ دادهٔ $x_1, x_2, \dots, x_{16}$ با میانگینِ $\bar{x}$، میانگین داده‌های جدید همان $\bar{x}$ باقی می‌ماند؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، میانگین m و n هم باید $\bar{x}$ باشد:

$$\frac{m+n}{2}=\bar{x} \quad (2)$$

گام ولی واریانس ۱۸ دادهٔ جدید یک واحد بیشتر می‌شود، یعنی از ۴۰ می‌رسد به ۴۱:

$$41=\frac{\overbrace{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_{16}-\bar{x})^2}^{\text{طبق (۱) می‌شه } 640}+(m-\bar{x})^2+(n-\bar{x})^2}{18}$$

$$\Rightarrow 640+(m-\bar{x})^2+(n-\bar{x})^2=\underbrace{18\times 41}_{738} \Rightarrow (m-\bar{x})^2+(n-\bar{x})^2=98$$

گام طبق رابطهٔ (۲) می‌توانیم به جای $\bar{x}$ در تساوی بالا بنویسیم $\frac{m+n}{2}$:

$$(m-\frac{m+n}{2})^2+(n-\frac{m+n}{2})^2=98 \Rightarrow (\frac{m-n}{2})^2+(\frac{n-m}{2})^2=98$$

$$\Rightarrow 2\times\frac{(m-n)^2}{4}=98 \Rightarrow \frac{(m-n)^2}{2}=98 \Rightarrow (m-n)^2=98\times 2=49\times 4$$

$$\Rightarrow |m-n|=\sqrt{49\times 4}=7\times 2=14$$

۷۲- گزینه ۳

گام ترتیب قد ۱۰ نفر کلاً $10!$ حالت دارد که در نیمی از آن‌ها، یعنی $\frac{10!}{2}$ نفر دوم بلندقدتر از نفر اول است.

گام از طرفی با توجه به شکل زیر، در $9!$ حالت، نفر دوم بلندقدترین است.

$$\underbrace{\bigcirc>\bigcirc>\cdots>\bigcirc}_{9!}>\bigcirc \text{ قد نفر دوم}$$

گام پس احتمال مورد نظر می‌شود:

$$P=\frac{9!}{\frac{10!}{2}}=\frac{2\times 9!}{10\times 9!}=\frac{2}{10} \text{ یا } 0/2$$

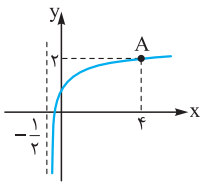
۷۳- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ ریشهٔ عبارت جلوی لگاریتم، معادلهٔ مجانب قائمش را می‌دهد. مثلاً معادلهٔ مجانب قائم تابع $y=-3\log(x-1)$ به صورت $x=1$ است.

۲ برای به دست آوردن $f^{-1}(\alpha)$، بدون به دست آوردن f^{-1}، اول فرض می‌کنیم $f^{-1}(\alpha)=\beta$ باشد، در این صورت می‌توانیم بنویسیم: $f(\beta)=\alpha$

حالا با حل معادلهٔ بالا، β را به دست می‌آوریم.

گام در شکل مقابل، $x=-\frac{1}{2}$، مجانب قائم تابع $f(x)=\log_3(ax+b)$ است؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، $x=-\frac{1}{2}$ باید ریشهٔ عبارت $ax+b$ باشد:



$$-\frac{1}{2}a+b=0 \quad (1)$$

گام طبق شکل بالا، نقطهٔ $A(4,2)$ روی نمودار قرار دارد؛ پس $f(4)=2$ می‌شود:

$$f(x)=\log_3(ax+b) \Rightarrow 2=\log_3(4a+b) \Rightarrow 4a+b=3^2=9 \quad (2)$$

گام دستگاه حاصل از (۱) و (۲) را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases}-\frac{1}{2}a+b=0\\ 4a+b=9\end{cases} \xrightarrow{\text{بالایی-پایینی}} 4/5a=9 \Rightarrow a=2$$

$$\xrightarrow[\text{در بالایی}]{\text{جای‌گذاری}} -\frac{1}{2}(2)+b=0 \Rightarrow b=1$$

پس $f(x)$ به این صورت می‌شود: $f(x)=\log_3(2x+1) \quad (*)$

گام به دنبال $f^{-1}(-2)$ هستیم؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، فرض می‌کنیم $\underbrace{f^{-1}(-2)=\alpha}_{(**)}$ باشد، در این صورت می‌توانیم بنویسیم:

$$f(\alpha)=-2 \xrightarrow{(*)} \log_3(2\alpha+1)=-2 \Rightarrow 2\alpha+1=3^{-2}$$

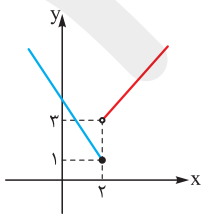
$$\Rightarrow 2\alpha=\frac{1}{9}-1=-\frac{8}{9} \Rightarrow \alpha=-\frac{4}{9}$$

$\alpha=-\frac{4}{9}$ شد؛ پس طبق (**)، $f^{-1}(-2)=-\frac{4}{9}$ می‌شود.

۷۴- گزینه ۲

گام نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}x+1 & x>2\\ -3x+7 & x\le 2\end{cases}$ را می‌کشیم تا بفهمیم کجا $f(x)\ge 0$ است و کجاها $f(x)<0$.

طبق شکل $f(x)$ همیشه مثبت است؛ پس ضابطهٔ دوم $g(x)=\begin{cases}-x+4 & f(x)\ge 0\\ x-4 & f(x)<0\end{cases}$ که می‌گوید $f(x)<0$ است، وجود ندارد؛ پس:



$$g(x)=-x+4 \quad (*)$$

گام برای محاسبهٔ $f(g(-4))$ اول باید به کمک (*)، $g(-4)$ را حساب کنیم:

$$g(-4)=-(-4)+4=8$$

برای محاسبهٔ $f(g(-4))=f(8)$ هم از ضابطهٔ بالایی f، یعنی $f(x)=x+1$ استفاده می‌کنیم: $(x>2)$

$$f(8)=8+1=9$$

۷۵- گزینه ۴

شفاف‌سازی منظور طراح از جملهٔ «f در یک همسایگی از a وارون‌پذیر است» این است که f اکیداً صعودی و در نتیجه وارون‌پذیر است.

درس‌نامه ۱ اگر نقطهٔ (a,b) روی تابع وارون‌پذیر f باشد، نقطهٔ (b,a) روی f^{-1} قرار دارد و برعکس؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم: $f(a)=b \Leftrightarrow f^{-1}(b)=a$

۲ اگر f تابعی اکیداً صعودی باشد، برای پیداکردن طول نقاط برخورد تابع f با وارونش باید معادلهٔ $f(x)=x$ را حل کنیم. این یعنی اگر f اکیداً صعودی باشد، می‌توانیم به جای حل معادلهٔ $f(x)=f^{-1}(x)$، معادلهٔ $f(x)=x$ را حل کنیم.

گام به گفتهٔ سؤال f تابعی وارون‌پذیر است، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه از تساوی $f(f(a))=a$ نتیجه می‌گیریم که: $f^{-1}(a)=f(a)$

گام f اکیداً صعودی است؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، می‌توانیم به جای حل معادلهٔ بالا، معادلهٔ $f(a)=a$ را حل کنیم. حالا با توجه به این‌که $f(x)=۶x-x\sqrt{x}-۲\sqrt{x}+۱۰$ است، معادلهٔ $f(a)=a$ را می‌سازیم:

$$۶a-a\sqrt{a}-۲\sqrt{a}+۱۰=a \Rightarrow (۵a+۱۰)+(-a\sqrt{a}-۲\sqrt{a})=۰$$

$$\Rightarrow ۵(a+۲)-\sqrt{a}(a+۲)=۰ \Rightarrow (a+۲)(۵-\sqrt{a})=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+۲=۰ \Rightarrow a=-۲ \\ ۵-\sqrt{a}=۰ \Rightarrow \sqrt{a}=۵ \xrightarrow{\text{توان ۲}} a=۲۵ \end{cases}$$

به خاطر وجود $\sqrt{x}$ در $f(x)$، باید $a\geq ۰$ باشد؛ پس $a=۲۵$ را می‌پذیریم.

گام به دنبال $f(a-۹)$ به ازای $a=۲۵$ هستیم که می‌شود:

$$f(۲۵-۹)=f(۱۶)=۶(۱۶)-۱۶\sqrt{۱۶}-۲\sqrt{۱۶}+۱۰=۹۶-۶۴-۸+۱۰=۳۴$$

۷۶- گزینه ۲

درس‌نامه برای ساده‌کردن نسبت‌های مثلثاتی به فرم $k\pi\pm\alpha$ و $\frac{k\pi}{۲}\pm\alpha$ به جدول زیر توجه کنید:

فرم زاویه	روش ساده‌کردن
$k\pi\pm\alpha$ (k: عدد صحیح)	**گام** $k\pi$ را به همراه $\pm$ بعدش حذف می‌کنیم و فقط نسبت مثلثاتی α را می‌نویسیم. در سمت چپ نسبت جدید یک دایرهٔ توخالی هم می‌گذاریم. مثلاً برای $\cos(۱۱\pi-\alpha)$ داریم: $\cos(۱۱\pi-\alpha)=\ominus\cos\alpha$ **گام** حالا باید ببینیم $k\pi\pm\alpha$ در کدام ناحیه قرار دارد تا علامت نسبت مثلثاتی‌اش مشخص شود. این علامت را در دایرهٔ توخالی می‌نویسیم. مثلاً در نسبت بالا $۱۰\pi+\pi-\alpha$ در ناحیهٔ دوم (قابل حذف) مثلثاتی است ($\pi-\alpha$ زاویه‌ای در ربع ۲ است) و کسینوس در این ناحیه منفی است؛ پس در دایرهٔ توخالی منفی قرار می‌دهیم: $\cos(۱۱\pi-\alpha)=\ominus\cos\alpha$
$\frac{k\pi}{۲}\pm\alpha$ (k: عدد فرد)	همان کارهایی که برای «$k\pi\pm\alpha$» انجام دادیم، این‌جا هم انجام می‌دهیم. با این تفاوت که در گام ۱ نسبت مثلثاتی را تغییر می‌دهیم؛ یعنی sin و cos و همین‌طور tan و cot را به همدیگر تبدیل می‌کنیم: $\tan(\frac{۱۱\pi}{۲}-\alpha)=\oplus\cot\alpha$ (tan در ناحیهٔ سوم مثبت؛ ناحیهٔ سوم؛ tan را به cot تبدیل می‌کنیم) از زاویهٔ $\frac{۱۱\pi}{۲}-\alpha$، مضارب ۲π را حذف کنیم به $\frac{۳\pi}{۲}-\alpha+\frac{۴\pi}{۲}$ (حذف) می‌رسیم که در ربع ۳ قرار دارد.

گام به کمک درس‌نامه، نسبت‌ها را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\cos(۲۱۰^\circ)=\cos(\underbrace{۲۷۰^\circ}_{\frac{۳\pi}{۲}}-۶۰^\circ)\overset{\text{ناحیهٔ ۳: cos<۰}}{=}\ominus\sin ۶۰^\circ=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\sin(۲۴۳^\circ)=\sin(\underbrace{۲۷۰^\circ}_{\frac{۳\pi}{۲}}-۲۷^\circ)\overset{\text{ناحیهٔ ۳: sin<۰}}{=}\ominus\cos(۲۷^\circ)$$

$$\sin(۱۳۵^\circ)=\sin(\underbrace{۱۸۰^\circ}_{\pi}-۴۵^\circ)\overset{\text{ناحیهٔ ۲: sin>۰}}{=}\oplus\sin ۴۵^\circ=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\cos(۱۵۳^\circ)=\cos(\underbrace{۱۸۰^\circ}_{\pi}-۲۷^\circ)\overset{\text{ناحیهٔ ۲: cos<۰}}{=}\ominus\cos ۲۷^\circ$$

گام حالا موارد بالا را در $A=\sqrt{۳}\cos(۲۱۰^\circ)\sin(۲۴۳^\circ)-\sqrt{۲}\sin(۱۳۵^\circ)\cos(۱۵۳^\circ)$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$A=\sqrt{۳}(-\frac{\sqrt{۳}}{۲})(-\cos ۲۷^\circ)-\sqrt{۲}(\frac{\sqrt{۲}}{۲})(-\cos ۲۷^\circ)$$

$$=\frac{۳}{۲}\cos ۲۷^\circ+\cos ۲۷^\circ=\overset{۲/۵}{\overset{\uparrow}{(}\frac{۵}{۲})}\cos ۲۷^\circ$$

۷۷- گزینه ۱

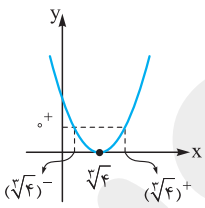
درس‌نامه ۱ در مورد حد بی‌نهایت، رابطه‌های زیر را بلد باشید:

$\frac{\text{عدد مثبت}}{۰^-}=-\infty$	$\frac{\text{عدد مثبت}}{۰^+}=+\infty$
$\frac{\text{عدد منفی}}{۰^-}=+\infty$	$\frac{\text{عدد منفی}}{۰^+}=-\infty$

۲ اگر سهمیِ $y=Ax^۲+Bx+C$ در $x=\alpha$ بر محور xها مماس باشد، می‌توانیم ضابطه‌اش را به صورت مقابل بنویسیم: $y=A(x-\alpha)^۲$

گام به گفتهٔ سؤال، $\lim\limits_{x\to\sqrt[۳]{۴}}\frac{x}{x^۲+ax+b}=+\infty$ است.

این یعنی هم در حالتی که $x\to(\sqrt[۳]{۴})^+$ و هم در حالتی که $x\to(\sqrt[۳]{۴})^-$، با کسری به فرم $\frac{\text{عدد مثبت}}{۰^+}$ طرف هستیم؛ پس مخرج که یک سهمی است، باید به شکل مقابل باشد.



گام سهمیِ $y=۱x^۲+ax+b$ در $x=\sqrt[۳]{۴}$ بر محور xها مماس شد؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$x^۲+ax+b=۱(x-\sqrt[۳]{۴})^۲=x^۲-۲\sqrt[۳]{۴}x+\sqrt[۳]{۱۶} \Rightarrow \begin{cases} a=-۲\sqrt[۳]{۴} \\ b=\sqrt[۳]{۱۶}=\sqrt[۳]{۲^۳\times ۲}=۲\sqrt[۳]{۲} \end{cases}$$

پس $[\frac{b}{a}]$ می‌شود:

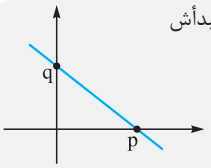
$$[\frac{b}{a}]=[\frac{۲\sqrt[۳]{۲}}{-۲\sqrt[۳]{۴}}]=[-\sqrt[۳]{\frac{۲}{۴}}]=[-۰/\ldots]=-۱$$

۷۸- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ برای نوشتن معکوس یک تابع مثل $y=۲x-۱$، کارهای زیر را انجام می‌دهیم:

- جای x و y را عوض می‌کنیم: $x=۲y-۱$
- y را تنها می‌کنیم: $۲y=x+۱ \Rightarrow y=\frac{x+۱}{۲}$

۲ اگر خطی مثل شکل مقابل، طول از مبدأش p و عرض از مبدأش q باشد، معادله‌اش به این صورت می‌شود:



$$\frac{x}{p}+\frac{y}{q}=1$$

۳ **هم‌ارزی پرتوان** برای حد $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{a_1x^m+a_2x^{m-1}+\cdots+a_nx+k}{b_1x^n+b_2x^{n-1}+\cdots+b_nx+k'}$ سه حالت زیر را مطرح می‌کند:

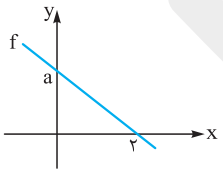
الف) وقتی درجهٔ صورت از درجهٔ مخرج بیشتر باشد، یعنی $m>n$، حاصل حد **بی‌نهایت** می‌شود.

ب) وقتی درجهٔ مخرج از درجهٔ صورت بیشتر باشد، یعنی $n>m$، حاصل حد **صفر** می‌شود.

پ) وقتی درجهٔ صورت با درجهٔ مخرج برابر باشد، یعنی $m=n$، حاصل حد می‌شود:

$$\frac{\text{ضریب بزرگ‌ترین توان } x \text{ در صورت}}{\text{ضریب بزرگ‌ترین توان } x \text{ در مخرج}}=\frac{a_1}{b_1}$$

گام در شکل مقابل، طول از مبدأ خط f برابر ۲ و عرض از مبدأش برابر a است؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، معادلهٔ f می‌شود:



$$\frac{x}{2}+\frac{y}{a}=1\Rightarrow\frac{y}{a}=1-\frac{x}{2}\Rightarrow y=a-\frac{a}{2}x \text{ یا } f(x)=a-\frac{a}{2}x \quad (1)$$

گام حالا به کمک مورد (۱) درس‌نامه، f^{-1} را به دست می‌آوریم:

$$y=a-\frac{a}{2}x \xrightarrow[\text{عوض می‌کنیم}]{\text{جای } y,x \text{ را}} x=a-\frac{a}{2}y \xrightarrow[\text{می‌کنیم}]{y \text{ را تنها}} \frac{a}{2}y=a-x$$

$$\Rightarrow y=2-\frac{2}{a}x\Rightarrow f^{-1}(x)=2-\frac{2}{a}x \quad (2)$$

گام حالا موارد (۱) و (۲) را در تساوی $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f^{-1}(x)}{|2f(x)-af^{-1}(x)|}=2$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{2-\frac{2}{a}x}{|2(a-\frac{a}{2}x)-a(2-\frac{2}{a}x)|}=2\Rightarrow\lim_{x\to-\infty}\frac{2-\frac{2}{a}x}{|(2a-ax)-(2a-2x)|}=2$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to-\infty}\frac{2-\frac{2}{a}x}{|(2-a)x|}=2\Rightarrow\lim_{x\to-\infty}\frac{2-\frac{2}{a}x}{|2-a||x|}=2$$

(منفی)

$$\Rightarrow\lim_{x\to-\infty}\frac{2-\frac{2}{a}x}{-|2-a|x}=2$$

گام در حد بالا صورت و مخرج هر دو از درجهٔ ۱ هستند؛ پس طبق هم‌ارزی پرتوان در تساوی بالا، $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2-\frac{2}{a}x}{-|2-a|x}=\frac{\frac{2}{a}}{|2-a|}$ می‌شود:

$$\frac{\frac{2}{a}}{|2-a|}=2\Rightarrow\frac{1}{a}=|2-a|\Rightarrow a|2-a|=1$$

معادلهٔ بالا را در دو حالت حل می‌کنیم:

◇ **$a<2$ باشد**، در این حالت $2-a>0$ است؛ پس:

$$a\underbrace{|2-a|}_{\text{مثبت}}=1\Rightarrow a(2-a)=1\Rightarrow a^2-2a+1=0\Rightarrow(a-1)^2=0\Rightarrow a=1$$

ولی ما به دنبال مقدار غیرصحیح a هستیم؛ پس سراغ حالت دوم می‌رویم:

◇ **$a\geq2$ باشد**، در این حالت $2-a\leq0$ است؛ پس:

$$a\underbrace{|2-a|}_{\text{منفی}}=1\Rightarrow-a(2-a)=1\Rightarrow a^2-2a=1\xrightarrow{+1}a^2-2a+1=2$$

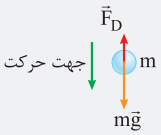
$$\Rightarrow(a-1)^2=2\Rightarrow a-1=\pm\sqrt{2}\xrightarrow{a\geq2}a=1+\sqrt{2}$$

۱۴۰۴ نوبت دوم خارج

فیزیک

۱- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ نیروهای وارد بر یک جسم که در حضور هوا رها شده و به سمت سطح زمین سقوط می‌کند، مطابق شکل مقابل است. به کمک رابطهٔ قانون دوم نیوتون، می‌توانیم شتاب این حرکت را به صورت زیر بنویسیم:



$$mg - F_D = ma \Rightarrow a = g - \frac{F_D}{m}$$

۲ رابطهٔ مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت: $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y$

۳ رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت: $\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$

گام ۱ جرم گوی A، بیشتر از جرم گوی B و نیروی مقاومت هوا برای دو گوی یکسان و ثابت است؛ پس طبق رابطهٔ $a = g - \frac{F_D}{m}$، گویی که جرم بزرگ‌تری دارد، شتابش هم بیشتر است:

$$a = g - \frac{F_D}{m} \xrightarrow[m_A > m_B]{F_{D_A} = F_{D_B}} a_A > a_B$$

گام ۲ با توجه به این‌که هر دو گوی از ارتفاع h رها شده‌اند، جابه‌جایی آن‌ها تا رسیدن به سطح زمین یکسان است $(\Delta y_A = \Delta y_B)$. برای این‌که بدانیم تندی برخورد به سطح زمین کدام گوی بیشتر است، از رابطهٔ مستقل از زمان $(v^2 = 2a\Delta y)$ استفاده می‌کنیم:

$$v^2 = 2a\Delta y \xrightarrow[a_A > a_B]{\Delta y_A = \Delta y_B} v_A^2 > v_B^2 \Rightarrow |v_A| > |v_B|$$

پس تندی برخورد گوی A بیشتر است.

گام ۳ همچنین برای این‌که بفهمیم کدام گوی زودتر (در زمان کم‌تر) به زمین می‌رسد، کافی است از رابطهٔ $\Delta y = \frac{1}{2}at^2$ کمک بگیریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow[a_A > a_B]{\Delta y_A = \Delta y_B} t_A^2 < t_B^2 \Rightarrow t_A < t_B$$

یعنی گوی A زودتر به زمین می‌رسد.

۲- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ **اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از میدان الکتریکی:**

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی (J) → $\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$ ← اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)
بار الکتریکی (C) →

۲ **جریان الکتریکی متوسط:**

بار الکتریکی خالص عبوری (C) → $I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ ← جریان الکتریکی متوسط (A)
مدت زمان عبور بار الکتریکی (s) →

گام ۱ ابتدا بار الکتریکی جابه‌جاشده را محاسبه می‌کنیم:

$$I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q = I_{av}\Delta t = 200 \times 0/2 = 40\ C$$

گام ۲ حالا با استفاده از رابطهٔ $\Delta U = q\Delta V$، انرژی آزادشده را محاسبه می‌کنیم:

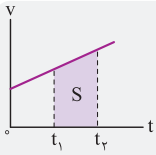
$$\Delta U = q\Delta V = 40 \times (50 \times 10^3) = 2000 \times 10^3\ J \xrightarrow{\div 10^6} \Delta U = 2\ MJ$$

۳- گزینه ۱

اگر بدانیم که بسامد، کمیت وابسته به چشمهٔ موج است و با تغییر محیط تغییر نمی‌کند، ۲، ۳ و ۴ حذف می‌شوند و فقط ۱ می‌ماند.

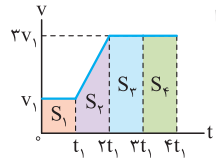
۴- گزینه ۴

درس‌نامه برای محاسبهٔ سرعت متوسط یک متحرک از طریق نمودار سرعت ـ زمان آن، کافی است سطح زیر نمودار را به بازهٔ زمانی مورد نظر تقسیم کنیم.



$$v_{av} = \frac{S}{t_2 - t_1}$$

سرعت متوسط را در بازه‌های زمانی داده‌شده در گزینه‌ها محاسبه می‌کنیم:



۱ $v_{av(1)} = \frac{S_1}{t_1 - 0} = \frac{v_1 t_1}{t_1} = v_1$

۲ $v_{av(2)} = \frac{S_1 + S_2}{2t_1 - 0} = \frac{v_1 t_1 + \frac{v_1 + 3v_1}{2} \times t_1}{2t_1} = \frac{3v_1 t_1}{2t_1} = \frac{3}{2}v_1$ ($2v_1 t_1$)

۳ $v_{av(3)} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{3t_1 - 0} = \frac{v_1 t_1 + 2v_1 t_1 + 3v_1 t_1}{3t_1} = 2v_1$

۴ $v_{av(4)} = \frac{S_1 + S_2 + \overbrace{(S_3 + S_4)}^{3v_1 \times 2t_1}}{4t_1 - 0} = \frac{v_1 t_1 + 2v_1 t_1 + 6v_1 t_1}{4t_1} = \frac{9}{4}v_1$

$v_{av(4)} > v_{av(3)} > v_{av(2)} > v_{av(1)}$

تیزبازی در بازهٔ زمانی صفر تا $4t_1$، مدت طولانی‌تری سرعت متحرک بیشینه $(3v_1)$ است؛ بنابراین سرعت متوسط در این بازه بیشتر از سه بازهٔ دیگر است.

۵- گزینه ۳

درس‌نامه اگر معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی از نوع درجه ۲ یعنی $x = At^2 + Bt + C$ باشد، متحرک در لحظهٔ $t' = \frac{-B}{2A}$ به طور لحظه‌ای متوقف شده و تغییر جهت می‌دهد.

محاسبهٔ لحظهٔ توقف (لحظهٔ تغییر جهت):

$$x = \overbrace{-4}^{A}t^2 + \overbrace{24}^{B}t - 30 \Rightarrow t' = \frac{-B}{2A} = \frac{-24}{2 \times (-4)} = 3\ s$$

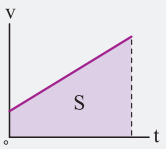
محاسبهٔ مکان توقف (مکان تغییر جهت):

$$x = -4(3)^2 + 24(3) - 30 = -36 + 72 - 30 = 6\ m$$

۶- گزینه ۲

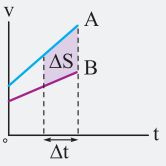
شفاف‌سازی در مبدأ زمان، متحرک A، 68 m از متحرک B عقب‌تر بوده است، اما با توجه به نمودار، در تمام لحظه‌ها سرعت متحرک A از متحرک B بیشتر است؛ بنابراین متحرک A به تدریج به متحرک B نزدیک می‌شود و در یک لحظه‌ای مانند t' از متحرک B سبقت می‌گیرد. پس ما باید این لحظهٔ t' را پیدا کنیم و بعد ببینیم در چه لحظه‌ای متحرک A، 12 m عقب‌تر از متحرک B و در چه لحظه‌ای 12 m جلوتر از متحرک B است.

درس‌نامه ۱ در حرکت بر مسیر مستقیم، مساحت زیر نمودار سرعت ـ زمان معادل جابه‌جایی متحرک است؛ مثلاً برای شکل روبه‌رو داریم:



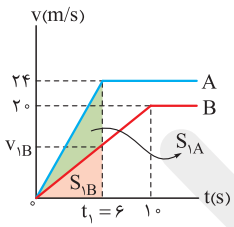
$S = \Delta x$

۲ با داشتن نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B، جابه‌جایی دو متحرک نسبت به هم در بازهٔ زمانی Δt معادل اختلاف سطح زیر نمودارهای آن‌ها در این بازه است. در شکل روبه‌رو، جابه‌جایی متحرک A نسبت به متحرک B در بازهٔ Δt برابر می‌شود با:



$\Delta x_A - \Delta x_B = \Delta S$

گام برای شروع، با توجه به شکل (الف)، وضعیت دو متحرک را در لحظهٔ $t_1 = ۶\ s$ پیدا می‌کنیم. اگر مکان اولیهٔ متحرک A را صفر در نظر بگیریم، داریم:



(الف)

$$\Delta x_{(۰,۶)A} = S_{1A} = \frac{۶ \times ۲۴}{۲} = ۷۲\ m$$

$$\Rightarrow x_{۶A} - x_{۰A} = ۷۲$$

$$\xrightarrow{x_{۰A}=۰} x_{۶A} = ۷۲\ m$$

برای محاسبهٔ جابه‌جایی متحرک B در بازهٔ زمانی صفر تا ۶ s، باید سرعت این متحرک در لحظهٔ $t_1 = ۶\ s$ (یعنی v_{1B}) را حساب کنیم، با توجه به نمودار B در شکل (الف) داریم:

$$\frac{v_{1B}}{۲۰} = \frac{۶}{۱۰} \Rightarrow v_{1B} = ۱۲\ m/s$$

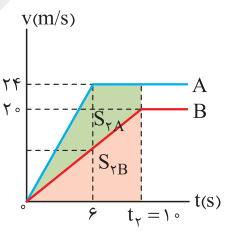
مکان اولیهٔ متحرک B برابر $x_{۰B} = ۶۸\ m$ است، مکان آن را در لحظهٔ $t_1 = ۶\ s$ به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_{(۰,۶)B} = S_{1B} = \frac{۶ \times ۱۲}{۲} = ۳۶\ m \Rightarrow x_{۶B} - x_{۰B} = ۳۶$$

$$\xrightarrow{x_{۰B}=۶۸\ m} x_{۶B} - ۶۸ = ۳۶ \Rightarrow x_{۶B} = ۶۸ + ۳۶ = ۱۰۴\ m$$

با مقایسهٔ $x_{۶A} = ۷۲\ m$ و $x_{۶B} = ۱۰۴\ m$ می‌فهمیم که تا لحظهٔ $t_1 = ۶\ s$، هنوز متحرک A به متحرک B نرسیده است.

گام حالا مثل گام اول به کمک شکل (ب) وضعیت دو متحرک را در لحظهٔ $t_2 = ۱۰\ s$ پیدا می‌کنیم:



(ب)

$$\Delta x_{(۰,۱۰)A} = S_{2A} = \frac{۱۰ + (۱۰ - ۶)}{۲} \times ۲۴ = ۱۶۸\ m$$

$$\Rightarrow x_{۱۰A} - x_{۰A} = ۱۶۸ \xrightarrow{x_{۰A}=۰} x_{۱۰A} = ۱۶۸\ m$$

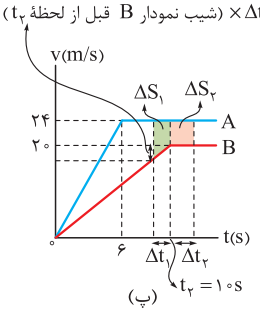
$$\Delta x_{(۰,۱۰)B} = S_{2B} = \frac{۲۰ \times ۱۰}{۲} = ۱۰۰\ m$$

$$\Rightarrow x_{۱۰B} - x_{۰B} = ۱۰۰$$

$$\xrightarrow{x_{۰B}=۶۸\ m} x_{۱۰B} - ۶۸ = ۱۰۰ \Rightarrow x_{۱۰B} = ۱۰۰ + ۶۸ = ۱۶۸\ m$$

طراح سؤال، ما را در لحظهٔ $t_2 = ۱۰\ s$ سورپرایز کرد! دو متحرک در این لحظه در یک مکان ($x_{۱۰A} = x_{۱۰B} = ۱۶۸\ m$) قرار دارند.

گام شکل (پ) را ببینید. فرض می‌کنیم متحرک A، Δt_1 ثانیه قبل از لحظهٔ t_2، ۱۲ m متر عقب‌تر از سه متحرک B و Δt_2 ثانیه بعد از لحظهٔ t_2، ۱۲ متر جلوتر از متحرک B باشد؛ بنابراین در شکل (پ) مساحت‌های ΔS_1 و ΔS_2 باید برابر ۱۲ واحد باشند:



(پ)

$$\Delta S_2 = ۱۲ \Rightarrow (۲۴ - ۲۰)\Delta t_2 = ۱۲$$

$$\Rightarrow \Delta t_2 = \frac{۱۲}{۴} = ۳\ s$$

شیب نمودار B قبل از لحظهٔ $t_2 = ۱۰\ s$

$$\Delta S_1 = ۱۲ \Rightarrow \frac{(۲۴ - ۲۰) + (۲۴ - ۲۰ + \frac{۲۰}{۱۰}\Delta t_1)}{۲} \times \Delta t_1 = ۱۲$$

$$\Rightarrow (۴ + \Delta t_1)\Delta t_1 = ۱۲ \Rightarrow \Delta t_1 = ۲\ s$$

بنابراین مجموعاً $\Delta t_1 + \Delta t_2 = ۵\ s$ فاصلهٔ دو متحرک کم‌تر یا مساوی ۱۲ متر است.

۷- گزینه ۲

درس‌نامه با داشتن تغییرات سرعت و جرم جسم، می‌توانیم نیروی خالص وارد بر جسم را به صورت مقابل محاسبه کنیم.

$$F_{net} = ma \xrightarrow{a=\frac{\Delta v}{\Delta t}} F_{net} = \frac{m\Delta v}{\Delta t}$$

در هنگام ترمز کامیون یا خودرو، اندازهٔ نیروی خالص وارد بر آن‌ها برابر نیروی اصطکاک است؛ پس داریم:

$$\frac{F_{net\ کامیون}}{F_{net\ خودرو}} = \frac{\frac{m_{کامیون}\Delta v_{کامیون}}{\Delta t}}{\frac{m_{خودرو}\Delta v_{خودرو}}{\Delta t}}$$

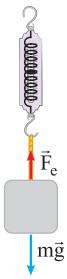
$$\xrightarrow{F_{net}=-f_k} \frac{-f_{k\ کامیون}}{-f_{k\ خودرو}} = \frac{m_{کامیون} \times \Delta v_{کامیون}}{m_{خودرو} \times \Delta v_{خودرو}}$$

$$\xrightarrow{\substack{m_{کامیون}=۱۸۰۰۰\,kg,\Delta v_{کامیون}=۰-۲۰=-۲۰\,m/s \\ m_{خودرو}=۱۶۰۰\,kg,\Delta v_{خودرو}=۰-\frac{۱۰۸}{۳/۶}=-۳۰\,m/s}} \frac{f_{k\ کامیون}}{f_{k\ خودرو}} = \frac{۱۸۰۰۰ \times (-۲۰)}{۱۶۰۰ \times (-۳۰)} = ۷/۵$$

۸- گزینه ۳

نکته عددی که نیروسنج نشان می‌دهد، برابر اندازهٔ نیرویی است که نیروسنج به وزنه وارد می‌کند.

گام مطابق شکل روبه‌رو چه در حالت سکون و چه در حال حرکت، دو نیرو به وزنه وارد می‌شود؛ یکی نیروی وزن $(m\vec{g})$ که رو به پایین است و دیگری نیرویی که نیروسنج به وزنه وارد می‌کند $(\vec{F}_e)$ که رو به بالا است. در حالت سکون، وزنه در حال تعادل است و داریم:



در حالت سکون: $F_{net} = ۰ \Rightarrow mg - F_e = ۰ \Rightarrow F_e = mg = ۸$

$$\xrightarrow{g=۱۰\ m/s^2} ۸ = ۱۰\ m \Rightarrow m = ۰/۸\ kg$$

گام برای حالتی که آسانسور با شتاب رو به پایین $۲/۵\ m/s^2$ حرکت می‌کند، داریم: (چون شتاب رو به پایین است، $\vec{F}_{net}$ را به صورت «نیروی رو به بالا ـ نیروی رو به پایین = F_{net}» می‌نویسیم.)

$$F_{net} = ma \xrightarrow{F_{net}=mg-F'_e} mg - F'_e = ma$$

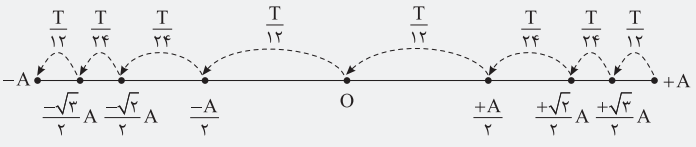
$$\xrightarrow[m=۰/۸\ kg]{mg=۸\ N, a=۲/۵\ m/s^2} ۸ - F'_e = \underbrace{۰/۸ \times ۲/۵}_{۲} \Rightarrow F'_e = ۸ - ۲ = ۶\ N$$

تیزبازی چون شتاب رو به پایین است، نیرویی که نیروسنج نشان می‌دهد از وزن جسم کم‌تر است و از رابطهٔ $F'_e = m(g - a)$ حساب می‌شود:

$$F'_e = ۰/۸ \times (۱۰ - ۲/۵) = ۰/۸ \times ۷/۵ = ۶\ N$$

۹- گزینه ۳

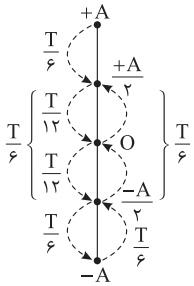
درس‌نامه می‌دانید برای محاسبهٔ تندی متوسط در بازهٔ زمانی معین، باید نسبت مسافتی را که متحرک در آن بازه پیموده است، به بازهٔ زمانی حساب کنیم. در حرکت نوسانی ساده برای محاسبهٔ مسافت طی‌شده از الگوی زیر استفاده می‌کنیم.



گام بازهٔ $t_0 = ۰\ s$ تا $t_1 = \frac{۵}{۳}\ s$ را برحسب دوره (T) می‌نویسیم:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{۵}{۳} - ۰}{۲} = \frac{۵}{۶} \Rightarrow \Delta t = \frac{۵}{۶}T = ۵\frac{T}{۶} \quad (\frac{T}{۶}\ تا\ ۵ : اینبوری بگیر)$$

گام در شکل روبه‌رو، مسیر حرکت نوسانگر در مدت $\frac{5T}{6}$ را نشان داده‌ایم.



با توجه به شکل، مسافتی که متحرک در این مدت می‌پیماید برابر است با:

$$\ell = 2A + 3\frac{A}{2} = \frac{7A}{2} \xrightarrow{A=\frac{d}{2}=\frac{8}{2}=4\ cm} \ell = \frac{7\times 4}{2} = 14\ cm$$

گام محاسبهٔ تندی متوسط:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = \frac{5}{3}\ s} s_{av} = \frac{14}{\frac{5}{3}} = 8/4\ cm/s$$

۱۰- گزینه ۲

درس‌نامه اگر شدت یک صوت در فاصلهٔ d_1 از چشمهٔ صوت I_1 و در فاصلهٔ d_2 از آن I_2 باشد، رابطهٔ تغییرات تراز شدت صوت را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\Delta\beta = 10\log\frac{I_2}{I_1} \xrightarrow{\frac{I_2}{I_1}=(\frac{d_1}{d_2})^2} \Delta\beta = 10\log(\frac{d_1}{d_2})^2 = 20\log\frac{d_1}{d_2}$$

در یک گام:

$$\Delta\beta = 20\log\frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{\frac{d_1}{d_2}=\frac{1}{2}} \Delta\beta = 20\log\frac{1}{2} = -20\log 2 = -20\times 0/3 = -6\,dB$$

بنابراین با ۲ برابرشدن فاصله از چشمهٔ صوت، تراز شدت صوت ۶ dB کاهش می‌یابد.

۱۱- گزینه ۴

درس‌نامه معادلهٔ ریدبرگ: طول موج خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن، از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}), (n > n')$$

ثابت ریدبرگ $(0/01\ nm^{-1})$

در رابطهٔ بالا، طول موج برحسب نانومتر است.

گام گذارهای ممکن با شرط $\Delta n = 1$ به صورت زیر است:

$$n=2 \Rightarrow n'=1 \text{ (رشتهٔ لیمان)} \quad n=3 \Rightarrow n'=2 \text{ (رشتهٔ بالمر)} \quad n=4 \Rightarrow n'=3 \text{ (رشتهٔ پاشن)}$$

گام کوتاه‌ترین طول موج مربوط به‌گذار الکترون از تراز ۲ به تراز ۱ است؛ پس طبق معادلهٔ ریدبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}) = 0/01\times(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}) = \frac{1}{100}(\frac{3}{4}) \Rightarrow \lambda = \frac{400}{3}\ nm$$

۱۲- گزینه ۲

استراتژی در فرایندهای واپاشی، عدد جرمی و عدد اتمی قبل از فرایند را به ترتیب برابر با مجموع عدد جرمی‌ها و مجموع عدد اتمی‌ها پس از فرایند قرار دهید. با این روش می‌توانید عدد جرمی و عدد اتمی هستهٔ دختر را پیدا کنید.

درس‌نامه ۱ تعداد نوترون‌های هسته، برابر با اختلاف عدد جرمی و عدد اتمی آن است:

$$N = A - Z \quad (\text{عدد جرمی} - \text{تعداد پروتون‌ها} = \text{تعداد نوترون‌ها})$$

$${}^{A}_{Z}X_{N} \quad (\text{عدد جرمی} = A,\ \text{عدد اتمی} = Z,\ \text{عدد نوترونی} = N)$$

۲ واپاشی α: پرتوهای α، ذرات باردار مثبت از جنس هستهٔ اتم هلیم $({}^{4}_{2}He)$ هستند و از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده‌اند. فرایند واپاشی آلفا (α) با رابطهٔ زیر بیان می‌شود:

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$$

گام فرایند واپاشی را می‌نویسیم: (هستهٔ دختر را با ${}^{A}_{Z}Y$ نشان می‌دهیم.)

$${}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{A}_{Z}Y + {}^{4}_{2}He$$

تعداد نوکلئون‌ها قبل از فرایند را با تعداد نوکلئون‌ها پس از فرایند برابر قرار می‌دهیم:

$$\left.\begin{array}{l} \text{عدد جرمی: } 238 = A + 4 \Rightarrow A = 234 \\ \text{عدد اتمی: } 92 = Z + 2 \Rightarrow Z = 90 \end{array}\right\} \Rightarrow {}^{234}_{90}Y$$

گام تعداد نوترون‌ها را به دست می‌آوریم و سپس اختلاف آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} \text{تعداد نوترون هستهٔ مادر: } N = 238 - 92 = 146 \\ \text{تعداد نوترون هستهٔ دختر: } N' = 234 - 90 = 144 \end{array}\right\} \Rightarrow N' - N = 144 - 146 = -2$$

۱۳- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ اگر به بار الکتریکی q، نیروی الکتریکی F وارد شود، اندازهٔ میدان الکتریکی در محل این بار از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$E = \frac{F}{|q|}$$

۲ اندازهٔ میدان الکتریکی در فاصلهٔ r از بار نقطه‌ای q از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$E = k\frac{|q|}{r^2} \quad (k: \text{ثابت کولن} = 9\times 10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$$

روش گام میدان الکتریکی بار q_1 در محل بار q_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$E_1 = \frac{F}{|q_2|} \Rightarrow E = \frac{2\times 10^{-2}}{5\times 10^{-6}} = 4\times 10^3\ N/C$$

مقدار فوق، اندازهٔ میدان الکتریکی بار q_1 در فاصلهٔ 60 cm از آن است.

گام حالا باید اندازهٔ میدان الکتریکی را در فاصلهٔ 20 cm از بار q_1 محاسبه کنیم:

$$E' = \frac{k|q|}{r'^2} \xrightarrow{\text{تغییر فاصله}} \frac{E'}{E} = (\frac{r}{r'})^2 = (\frac{60}{20})^2 = 9 \Rightarrow E' = 9E$$

$$\Rightarrow E' = 9\times 4\times 10^3 = 3/6\times 10^4\ N/C$$

روش گام با استفاده از قانون کولن، q_1 را محاسبه می‌کنیم:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{\text{تکنیک محاسباتی ۹۰}} 2\times 10^{-2} = 90\frac{|q_1|\times 5}{60^2}$$

$$\Rightarrow |q_1| = \frac{72}{90\times 5} = 0/16\ \mu C$$

گام حالا می‌توانیم میدان الکتریکی بار q_1 را در فاصلهٔ 20 cm از آن محاسبه کنیم:

$$E' = \frac{k|q_1|}{r'^2} = \frac{9\times 10^9\times 0/16\times 10^{-6}}{(2\times 10^{-1})^2} = 3/6\times 10^4\ N/C$$

۱۴- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ ظرفیت خازن تختی که با دی‌الکتریکی با ثابت κ کاملاً پر شده است، از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$C = \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d} \quad \begin{array}{l} \rightarrow \text{مساحت هر یک از صفحه‌های خازن} \\ \rightarrow \text{فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن} \end{array}$$

ثابت دی‌الکتریک

$(\varepsilon_0: \text{ضریب گذردهی الکتریکی خلأ} = 8/85\times 10^{-12}\ F/m)$

۲ انرژی ذخیره‌شده در خازنی به ظرفیت C، که اختلاف پتانسیل بین صفحه‌های آن V است، از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2}CV^2$$

گام اگر انرژی اولیهٔ خازن را ۱۰۰ واحد فرض کنیم، پس از ۸ درصد افزایش انرژی (معادل ۸ واحد افزایش)، انرژی ثانویهٔ خازن برابر با ۱۰۸ واحد خواهد بود:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{108}{100} = \frac{27}{25}$$

نکته اختلاف پتانسیل (V) خازنی که به باتری متصل است، در هر شرایطی ثابت باقی می‌ماند.

گام چون V ثابت مانده است، با استفاده از رابطهٔ $U = \frac{1}{2}CV^2$ می‌توان نوشت:

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{27}{25}$$

گام حالا به کمک رابطهٔ ظرفیت خازن، خواستهٔ طراح را به دست می‌آوریم:

$$C = \frac{\kappa\varepsilon_0 A}{d} \xrightarrow{\text{فقط d عوض شده}} \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{27}{25} = \frac{2/7}{d_2}$$

$$\Rightarrow d_2 = 2/5\ mm \Rightarrow \Delta d = d_2 - d_1 = 2/5 - 2/7 = -0/2\ mm$$

در نتیجه، فاصله باید 0/2 mm کاهش یابد.

۱۵- گزینه ۱

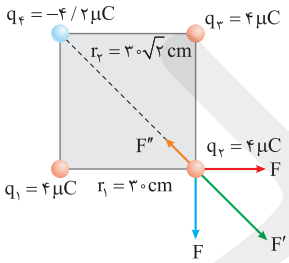
درس‌نامه **قانون کولن**: دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، به هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \quad (k = 9\times10^9 \frac{N.m^2}{C^2}: \text{ثابت کولن})$$

تکنیک محاسباتی ۹۰: چون در بیشتر تست‌های این مبحث، بارها را برحسب میکروکولن و فاصله‌ها را برحسب سانتی‌متر می‌دهند، می‌توانید در رابطهٔ بالا، کمیت‌ها را با همین یکاها جای‌گذاری کرده و به جای k، ۹۰ را قرار دهید تا F برحسب نیوتون به دست آید:

$$F(\text{برحسب N}) = 90\times\frac{|q_1|(\mu C)\,|q_2|(\mu C)}{r^2(cm)}$$

گام نیروی برایندی که بارهای q_1 و q_3 بر بار q_2 وارد می‌کنند را محاسبه می‌کنیم:



$$q_1 = q_2 = q_3 = q$$

$$F = F_{12} = F_{32} = \frac{k|q|^2}{r_1^2} = \frac{90\times4\times4}{30^2} \Rightarrow F = 1/6\ N$$

$$F' = \sqrt{F^2+F^2} = \sqrt{2}F = \sqrt{2}\times1/6 = 2/24\ N$$

گام

یادآوری طول قطر مربع، $\sqrt{2}$ برابر طول ضلع آن است.

نیروی جاذبهٔ بین بارهای q_4 و q_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$F'' = \frac{k|q_2||q_4|}{r_2^2} \xrightarrow{\text{تکنیک محاسباتی ۹۰}} F'' = \frac{90\times4\times4/2}{(30\sqrt{2})^2} = 0/84\ N$$

گام نیروهای $\vec{F}'$ و $\vec{F}''$ در خلاف جهت یکدیگرند، در نتیجه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 برابر است با:

$$F_{net} = F' - F'' = 2/24 - 0/84 = 1/4\ N$$

۱۶- گزینه ۳

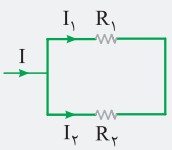
درس‌نامه ۱ مطابق شکل مقابل، دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت متوالی (سری) به هم متصل‌اند:



◇ مقاومت معادل این دو مقاومت:

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

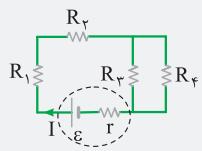
۲ مطابق شکل مقابل، دو مقاومت R_1 و R_2 به صورت موازی به هم متصل‌اند:



◇ مقاومت معادل این دو مقاومت:

$$R_{eq} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

۳ جریان کل عبوری از مدار (جریان عبوری از باتری) در شکل روبه‌رو از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

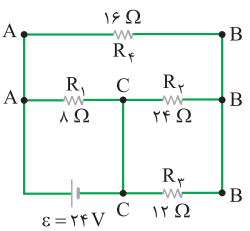


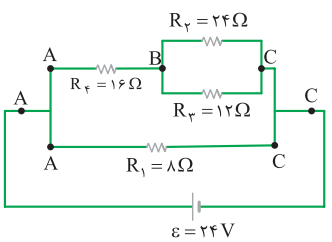
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$$

۴ اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R که جریان عبوری از آن I است:

$$V = RI$$

گام برای درک بهتر مدار این تست، مطابق شکل، گره‌ها را نام‌گذاری کرده و مدار را دوباره رسم می‌کنیم:

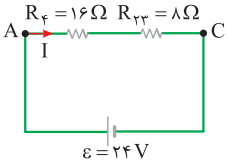




گام مقاومت‌های R_2 و R_3 با یکدیگر موازی بوده و مجموعهٔ این دو مقاومت با R_4 متوالی است:

$$R_{23} = \frac{R_2\times R_3}{R_2+R_3} = \frac{24\times12}{24+12} = 8\,\Omega$$

گام طبق شکل مقابل مشخص است که مجموعهٔ مقاومت‌های R_2، R_3 و R_4 به طور مستقیم به دو سر باتری متصل‌اند، در نتیجه جریان عبوری از این شاخه برابر است با:



$$I = \frac{\varepsilon}{R_4+R_{23}} = \frac{24}{16+8} = 1\,A$$

$$V_2 = V_3 = V_{23} = R_{23}\times I = 8\times1 = 8\,V$$

۱۷- گزینه ۴

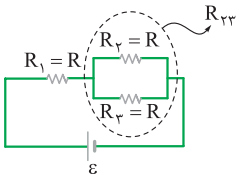
درس‌نامه ۱ وقتی n مقاومت مشابه R، به طور موازی به یکدیگر متصل باشند، مقاومت معادل آن‌ها از رابطهٔ $R_{eq} = \frac{R}{n}$ محاسبه می‌شود.

۲ در هر مداری، توان خروجی باتری، برابر با توان مصرفی در مقاومت معادل متصل به آن باتری است.

۳ اگر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R برابر با V باشد، توان مصرفی این مقاومت از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$P = \frac{V^2}{R}$$

گام دو مقاومت یکسان R_2 و R_3 موازی‌اند، در نتیجه مقاومت معادل آن‌ها برابر $R_{23} = \frac{R}{2}$ است.



حالا می‌توانیم مقاومت معادل کل مجموعه در حالت اول را محاسبه کنیم:

$$R_{eq(1)} = R_1 + R_{23} = R + \frac{R}{2} = \frac{3}{2}R$$

گام هر سه مقاومت موازی‌اند، در نتیجه مقاومت معادل در حالت دوم برابر با $R_{eq(2)} = \frac{R}{3}$ می‌باشد.

گام در هر دو حالت فوق، مقاومت معادل به دو سر باتری با ولتاژ ثابت $V = \varepsilon$، متصل‌اند، در نتیجه با استفاده از رابطهٔ $P = \frac{V^2}{R}$ می‌توان نوشت:

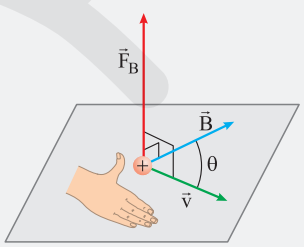
$$P_{\text{خروجی}} = P_{eq} = \frac{V^2}{R_{eq}} \xrightarrow{V:\text{ثابت}} \frac{P_{\text{خروجی}\,2}}{P_{\text{خروجی}\,1}} = \frac{R_{eq(1)}}{R_{eq(2)}}$$

$$\Rightarrow \frac{P_{\text{خروجی}\,2}}{4} = \frac{\frac{3}{2}R}{\frac{R}{3}} = \frac{9}{2} \Rightarrow P_{\text{خروجی}\,2} = 4\times\frac{9}{2} = 18\,W$$

۱۸- گزینه ۲

درس‌نامه **قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار متحرک:**

طبق این قاعده، اگر چهار انگشت باز دست راست را طوری در جهت بردار سرعت ذره $(\vec{v})$ قرار دهیم که بردار میدان مغناطیسی $(\vec{B})$ از کف دست خارج شود، شست دست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره با بار مثبت را نشان می‌دهد. (شکل مقابل را ببینید.)



نکته اگر بار ذره منفی باشد، این قاعده را با دست چپ اجرا می‌کنیم:

علامت بار ذره	جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره
مثبت	قاعدهٔ دست راست
منفی	قاعدهٔ دست راست را با دست چپ اجرا می‌کنیم.

همان‌طور که در شکل درس‌نامه مشخص است، بردار $\vec{F}_B$ الزاماً بر بردارهای $\vec{v}$ و $\vec{B}$ عمود است، ولی زاویهٔ بین بردارهای $\vec{v}$ و $\vec{B}$ می‌تواند هر مقدار دلخواهی داشته باشد. بر این اساس، فقط شکل (ب) می‌تواند از نظر فیزیکی قابل قبول باشد (در شکل (الف)، $\vec{F}_B$ بر $\vec{v}$ و در شکل (ج)، $\vec{F}_B$ بر $\vec{B}$ عمود نیست).

۱۹- گزینه ۳

درس‌نامه **قانون القای الکترومغناطیسی فاراده:** برای تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک مدار بسته، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود. نیروی محرکهٔ القایی متوسط در این مدار از رابطهٔ مقابل محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[\text{فقط زاویهٔ } \theta \text{ تغییر کند.}]{\Phi = BA\cos\theta} \varepsilon_{av} = -NBA\frac{(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)}{\Delta t}$$

(تعداد حلقه‌ها، نیم‌خط عمود بر سطح حلقه، بزرگی میدان مغناطیسی، مساحت حلقه)

با توجه به شکل‌های (الف) و (ب)، زاویهٔ θ در حالت اول برابر 0° و در حالت دوم برابر 60° است. به کمک قانون القای الکترومغناطیسی فاراده می‌توان نوشت:

$$|\varepsilon_{av}| = |-NBA\frac{(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)}{\Delta t}|$$

$$\xrightarrow[\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 60^\circ]{A = 40\,cm^2 = 40\times10^{-4}\,m^2} |\varepsilon_{av}| = |-200\times0/25\times40\times10^{-4}\times\frac{(\cos60^\circ - \cos0^\circ)}{0/02}| = 5\,V$$

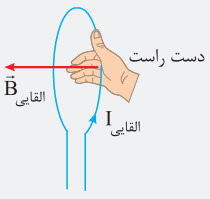


۲۰- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ **قانون لنز:** با تغییر شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه (یا پیچه یا سیم‌لوله)، میدان مغناطیسی القایی در داخل حلقه به وجود می‌آید که جهت آن طبق جدول زیر تعیین می‌شود:

چگونگی تغییر شار مغناطیسی	جهت میدان مغناطیسی القایی
افزایش	در خلاف جهت میدان مغناطیسی اصلی
کاهش	هم‌جهت با میدان مغناطیسی اصلی

۲ **قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت جریان القایی:** اگر چهار انگشت دست راست را در جهت میدان مغناطیسی در داخل حلقه قرار دهیم، شست دست جهت جریان القایی در حلقه را نشان می‌دهد (شکل مقابل):

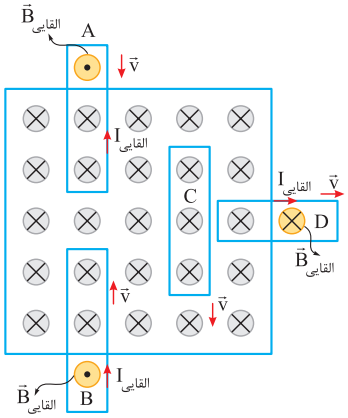


حلقه‌های A و B در حال ورود به ناحیهٔ میدان مغناطیسی‌اند؛ بنابراین شار مغناطیسی عبوری از آن‌ها در حال افزایش و در نتیجه برای این دو حلقه میدان مغناطیسی القایی در خلاف جهت میدان مغناطیسی اصلی است.

حلقهٔ C هم درون میدان مغناطیسی یکنواخت در حال حرکت است، پس شار مغناطیسی آن تغییر نمی‌کند و جریانی در آن القا نمی‌شود.

حلقهٔ D هم در حال خروج از ناحیهٔ میدان مغناطیسی است؛ بنابراین شار مغناطیسی عبوری از آن‌ها در حال کاهش و در نتیجه برای این حلقه میدان مغناطیسی القایی هم‌جهت با میدان مغناطیسی اصلی است.

با این توضیحات، مطابق شکل مقابل به کمک قاعدهٔ دست راست، جریان القایی در حلقه‌های A و B پادساعتگرد و در حلقهٔ C ساعتگرد است.



۲۱- گزینه ۲

درس‌نامه **چگالی:**

$$\rho = \frac{m \to \text{جرم}}{V \to \text{حجم}}$$

گام حجم کل قطعه جواهر، مجموع حجم طلا و نقره است، پس:

$$V_{کل} = V_{طلا} + V_{نقره} \xrightarrow{\rho=\frac{m}{V} \Rightarrow V=\frac{m}{\rho}} V_{کل} = \frac{m_{طلا}}{\rho_{طلا}} + \frac{m_{نقره}}{\rho_{نقره}}$$

$$\Rightarrow 5 = \frac{m_{طلا}}{19} + \frac{m_{نقره}}{10} \quad (I)$$

گام جرم کل قطعه جواهر، مجموع جرم طلا و نقره است، در نتیجه:

$$m_{کل} = m_{طلا} + m_{نقره} \Rightarrow m_{طلا} = m_{کل} - m_{نقره} = 68 - m_{نقره}$$

$$\xrightarrow{\text{جاگذاری در رابطهٔ (I)}} 5 = \frac{68 - m_{نقره}}{19} + \frac{m_{نقره}}{10}$$

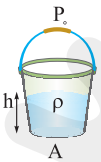
$$\Rightarrow 5 = \frac{10\times(68 - m_{نقره}) + 19m_{نقره}}{19\times10} \Rightarrow 5\times19\times10 = 6800 - 10m_{نقره} + 19m_{نقره}$$

$$\Rightarrow 9m_{نقره} = 270 \Rightarrow m_{نقره} = 30\,g$$

۲۲- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ وقتی جسمی با شتاب a رو به پایین حرکت می‌کند، وزن ظاهری آن به mg' می‌رسد. بر این اساس فشار پیمانه‌ای جسم نیز $\rho g'h$ خواهد بود.

۲ برای جسمی که در شرایط خلأ (مقاومت هوا ناچیز) سقوط آزاد می‌کند، $a = g$ است و وزن ظاهری جسم به صفر می‌رسد.



فشار در کف سطل (P_A) ناشی از مایعی به چگالی ρ و ارتفاع h که در محیطی با فشار P_0 با شتاب a رو به پایین می‌آید، برابر است با:

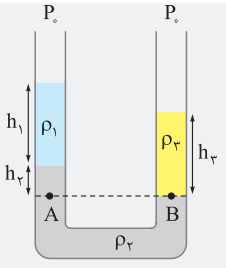
$$P_A = P_0 + \rho g'h \xrightarrow{g'=g-a} P_A = P_0 + \rho(g-a)h$$

از طرفی چون مقاومت هوا ناچیز است و سطل سقوط آزاد می‌کند، داریم $(a = g)$:

$$P_A = P_0 + \rho(g-g)h \Rightarrow P_A = P_0$$

۲۳- گزینه ۴

درس‌نامه **اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز:** در نقطه‌های هم‌تراز (هم‌عمق) یک مایع ساکن، فشار یکسان است و به شکل ظرف بستگی ندارد. برای مثال در شکل مقابل، نقاط A و B هم‌ترازند و درون یک مایع ساکن قرار دارند؛ بنابراین فشار این دو نقطه با هم برابر است.

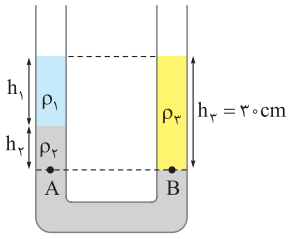


$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$$

$$= P_0 + \rho_3 g h_3 \Rightarrow \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 = \rho_3 h_3$$

◇ توجه داشته باشید که در این رابطه فقط یکسان‌بودن یکاها در دو طرف تساوی مهم است.

در شکل مقابل فشار در نقاط هم‌تراز A و B یکسان است؛ پس:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = \rho_3 g h_3$$

$$\Rightarrow \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 = \rho_3 h_3$$

$$\xrightarrow[h_1=20\,cm\,,\,h_2=30-20=10\,cm]{\rho_2=2\rho_1\,,\,h_3=30\,cm} \rho_1\times 20 + 2\rho_1\times 10 = \rho_3\times 30$$

$$\Rightarrow 40\rho_1 = 30\rho_3 \Rightarrow \frac{\rho_3}{\rho_1} = \frac{4}{3}$$

۲۴- گزینه ۳

درس‌نامه انرژی جنبشی جسمی به جرم m و به تندی v از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \quad \begin{matrix} \rightarrow \text{تندی } (m/s) \\ \downarrow \\ \text{جرم } (kg) \end{matrix}$$

گام تغییرات تندی و انرژی جنبشی اتومبیل به صورت زیر است:

$$v_2 = v_1 + 6\,(m/s)$$

$$K_2 = K_1 + 0/69K_1 = 1/69K_1 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = 1/69$$

گام از رابطهٔ نسبتی انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{\frac{K_2}{K_1}=1/69} 1/69 = \left(\frac{v+6}{v}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\sqrt{\ }} 1/3 = \frac{v+6}{v} \Rightarrow 1/3v = v+6 \Rightarrow 0/3v = 6 \Rightarrow v = 20\,m/s$$

$$v = 20\times 3/6 = 72\,km/h$$

۲۵- گزینه ۲

درس‌نامه اگر دو جسم به جرم‌های m_1 و m_2 و دماهای θ_1 و θ_2 و گرماهای ویژهٔ c_1 و c_2 با هم تبادل گرمایی داشته باشند؛ به شرط آن‌که تغییر حالت رخ ندهد، دمای تعادل آن‌ها (θ_e) مستقیماً از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\theta_e = \frac{m_1c_1\theta_1 + m_2c_2\theta_2}{m_1c_1 + m_2c_2} \xrightarrow[c_1=c_2]{\text{اگر دو جسم هم‌جنس باشند،}} \theta_e = \frac{m_1\theta_1 + m_2\theta_2}{m_1+m_2}$$

گام در حالت اول، جرم آب با دمای ۴۰ °C را حساب می‌کنیم:

$$\theta_e = \frac{m_1\theta_1 + m_2\theta_2}{m_1+m_2} \xrightarrow[m_2=1\,kg\,,\,\theta_2=80\,^\circ C]{\theta_e=50\,^\circ C\,,\,\theta_1=40\,^\circ C} 50 = \frac{m_1\times 40 + 1\times 80}{m_1+1}$$

$$\Rightarrow 50m_1 + 50 = 40m_1 + 80 \Rightarrow 10m_1 = 30 \Rightarrow m_1 = 3\,kg$$

گام اکنون ۴ کیلوگرم آب با دمای ۵۰ °C داریم.

اگر آن را با یک کیلوگرم آب ۸۰ °C مخلوط کنیم، به دمای تعادل θ'_e خواهند رسید:

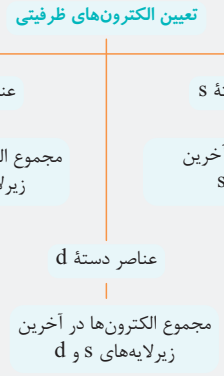
$$\theta'_e = \frac{(m_1+m_2)\theta_e + m_3\theta_3}{(m_1+m_2)+m_3} \xrightarrow[m_3=1\,kg\,,\,\theta_3=80\,^\circ C]{m_1+m_2=4\,kg\,,\,\theta_e=50\,^\circ C} \theta'_e = \frac{4\times 50 + 1\times 80}{4+1}$$

$$\Rightarrow \theta'_e = \frac{280}{5} = 56\,^\circ C$$

شیمی

۲۶- گزینه ۲

نکته تعیین الکترون‌های ظرفیت عناصر دسته‌های s، p و d جدول تناوبی



آرایش الکترونی عنصرهای $_{21}A$ و $_{31}X$ به صورت زیر است:

$$_{21}A: 1s^2/2s^2 2p^6/3s^2 3p^6 3d^1/4s^2 \Rightarrow (n=3) \text{ شمار الکترون‌های لایهٔ سوم} = 9$$

$$_{31}X: [_{18}Ar]3d^{10}/\underbrace{4s^2 4p^1}_{\text{الکترون‌های ظرفیت}} \Rightarrow \text{شمار الکترون‌های ظرفیت} = 3$$

$$\frac{\text{شمار الکترون‌های لایهٔ سوم در } {}_{21}A}{\text{شمار الکترون‌های ظرفیت در } {}_{31}X} = \frac{9}{3} = 3$$

۲۷- گزینه ۴

نکته آرایش الکترون ـ نقطه‌ای اتم عنصرهای اصلی (عنصرهای دسته‌های s و p) جدول دوره‌ای، به صورت زیر است (در این عنصرها، تعداد الکترون‌های ظرفیت با عدد یکان شمارهٔ گروه برابر می‌باشد، البته به‌جز اتم هلیم):

شمارهٔ گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	
								He	بقیهٔ عنصرها
آرایش الکترون ـ نقطه‌ای	$\dot{X}$	$\dot{X}\cdot$	$\dot{X}\cdot$	$\cdot\dot{X}\cdot$	$\cdot\ddot{X}\cdot$	$\cdot\ddot{X}:$	$:\ddot{X}:$	He:	$:\ddot{X}:$

در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای عنصرهای گروه ۱۸ برخلاف سایر گروه‌های جدول تناوبی، الکترون منفرد (تک) وجود ندارد.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) در ترکیب‌های یونی دوتایی دارای هالوژن، یون هالید به آرایش گاز نجیب می‌رسد، ولی ممکن است کاتیون این ترکیب به آرایش گاز نجیب نرسد. مثلاً در ترکیب یونی دوتایی $FeCl_2$، کاتیون $_{26}Fe^{2+}$ به آرایش هیچ گاز نجیبی نرسیده است.

۲) استفاده از واژهٔ «فرمول مولکولی» برای ترکیبات یونی کاملاً *غلط* است باید می‌گفت فرمول شیمیایی.

۳) *نه کی گفته؟!* مثلاً ترکیب یونی MgO از ۲ یون Mg^{2+} و O^{2-} تشکیل شده، اما قدرمطلق مجموع *بارشون* برابر با $2+2=4$ است.

۲۸- گزینه ۱

عنصر Z در دورهٔ سوم جای دارد و آرایش الکترونی آخرین زیرلایهٔ آن یکی از حالت‌های $3p^1$ تا $3p^6$ می‌تواند باشد.

اگر شمار الکترون‌های 3d در X با شمار الکترون 3p در Z برابر باشد، تفاوت عدد اتمی این دو عنصر حداقل ۷ و حداکثر ۸ خواهد بود.

$$_{13}Al(3s^2 3p^1) - {}_{21}Sc(3d^1/4s^2) = 8$$

$$_{17}Cl(3s^2 3p^5) - {}_{24}Cr(3d^5/4s^1) = 7$$

$$_{17}Cl(3s^2 3p^5) - {}_{25}Mn(3d^5/4s^2) = 8$$

بررسی سایر گزینه‌ها: ۲) تنها فلز دستهٔ p در دورهٔ سوم، $([_{10}Ne]3s^2 3p^1)\,{}_{13}Al$ است. اگر Z، $_{13}Al$ باشد، عنصر X همان $([_{18}Ar]3d^1/4s^2)\,{}_{21}Sc$ خواهد بود که در **ترکیب‌هایش** تنها یک نوع عدد اکسایش (+3) دارد.

نکته مهم‌ترین عنصرهایی که در **ترکیب‌های مختلف** تنها یک نوع عدد اکسایش دارند، عبارت‌اند از:

عنصر	فلزهای قلیایی (گروه ۱)	فلزهای قلیایی خاکی (گروه ۲)	بور ($_5B$) و آلومینیم ($_{13}Al$)	فلوئور ($_9F$)	اسکاندیم ($_{21}Sc$)	روی ($_{30}Zn$)	نقره ($_{47}Ag$)
عدد اکسایش	+۱	+۲	+۳	−۱	+۳	+۲	+۱

حواستون باشه که عدد اکسایش هر کدام از این عنصرها در حالت آزاد برابر صفر است.

۳) شبه‌فلز دورهٔ سوم $_{14}Si$ است، اگر $_{14}Si$، Z ($[_{10}Ne]3s^2 3p^2$) باشد، X همان $_{22}Ti$ ($[_{18}Ar]3d^2/4s^2$) خواهد بود که به دلیل واکنش ناچیز با ذره‌های موجود در آب، از آن در ساخت پروانهٔ کشتی‌های اقیانوس‌پیما استفاده می‌شود.

۴) اگر $_{17}Cl$، Z ($[_{10}Ne]3s^2 3p^5$) باشد، X می‌تواند $_{25}Mn$ ($[_{18}Ar]3d^5 4s^2$) یا $_{24}Cr$ ($[_{18}Ar]3d^5 4s^1$) باشد که هر دو عنصر حداقل یک زیرلایهٔ الکترونی نیمه‌پُر دارند.

مشاوره این سؤال یه نمونه از سؤال‌های تحلیلیه! با توجه به این‌که سهم سؤال‌های تحلیلی در کنکورهای اخیر زیاد شده، بهتون توصیه می‌کنیم که هر جا توی کتاب‌ها، آزمون‌ها و ... این مدل سؤال‌ها رو دیدید، اول دانش خودتون رو محک بزنید و بعدش حتماً پاسخ سؤال رو بخونید تا بتونید مهارتتون رو در این مدل تست‌ها بالا ببرید.

۲۹- گزینه ۱

نکته در مسائل مقایسه‌ای مول، برای سرعت و راحتی بیشتر، باید به جای عدد آووگادرو در محاسبات، نماد آن (N_A) را قرار دهید.

گام برای قسمت اول سؤال ابتدا شمار اتم‌ها در ۱/۸ گرم آب را حساب می‌کنیم.

روش استفاده از کسر تناسب و فرمول:

$$1H_2O \sim 3\ atom$$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{تعداد ذره}}{\text{ضریب} \times N_A} \Rightarrow \frac{1/8}{18} = \frac{x}{3 \times N_A} \Rightarrow x = 0/3N_A$$

حالا حساب می‌کنیم در چند گرم کربن مونوکسید (CO)، $0/3N_A$ مولکول وجود دارد.

$$\text{مول} = \frac{\text{تعداد ذره}}{N_A\ (\text{عدد آووگادرو})} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \frac{0/3N_A}{N_A} = \frac{y}{28} \Rightarrow y = 8/4\ g\,CO$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$1/8\ g\,H_2O \times \frac{1\ mol\,H_2O}{18\ g\,H_2O} \times \frac{3\ mol\,atom}{1\ mol\,H_2O} \times \frac{N_A\ atom}{1\ mol\,atom} = 0/3N_A\ atom$$

$$0/3N_A\ CO\ \text{مولکول} \times \frac{1\ mol\,CO}{N_A\ CO\ \text{مولکول}} \times \frac{28\ g\,CO}{1\ mol\,CO} = 8/4\ g\,CO$$

گام برای قسمت دوم سؤال باید حجم ۸/۴ گرم گاز CO را در شرایط STP حساب کنیم:

$$8/4\ g\,CO \times \frac{1\ mol\,CO}{28\ g\,CO} \times \frac{22/4\ L\,CO}{1\ mol\,CO} = 6/72\ L\,CO$$

۳۰- گزینه ۳

درس‌نامه رسم سریع ساختار لوویس گونه‌ها:

۱) ابتدا شمار کل پیوندهای اشتراکی در یک گونه را با فرمول زیر به دست می‌آوریم:

$$\text{شمار کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\text{مجموع تعداد e‌های جفت‌نشده در آرایش الکترون ـ نقطه‌ای اتم‌ها} + \text{بار با در نظر گرفتن علامت}}{2}$$

۲) با توجه به نوع اتم‌ها، اتم مرکزی را با پیوندهای یگانه، دوگانه یا سه‌گانه به اتم‌های اطراف متصل می‌کنیم و با گذاشتن جفت‌الکترون‌های ناپیوندی، اتم‌ها (به‌جز H) را هشت‌تایی می‌کنیم.

مثال

$$CO_3^{2-} \Rightarrow \text{شمار کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\overbrace{(4\times1)}^{C} + \overbrace{(2\times3)}^{O} - 2}{2} = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow \left[:\ddot{O}: \text{ با } \ddot{O}:,\ C,\ \ddot{O}: \right]^{2-}$$

ساختار همهٔ مولکول‌ها را ببینید:

$$CH_3Cl \Rightarrow \text{شمار کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\overbrace{(4\times1)}^{C} + \overbrace{(1\times3)}^{H} + \overbrace{(1\times1)}^{Cl}}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\rightarrow :\ddot{Cl}-C(H)(H)-H \Rightarrow \frac{\text{شمار جفت e‌های ناپیوندی}}{\text{شمار پیوند یگانه}} = \frac{3}{4}$$

$$OF_2 \Rightarrow \text{شمار کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\overbrace{(2\times1)}^{O} + \overbrace{(1\times2)}^{F}}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\rightarrow :\ddot{F}-\ddot{O}-\ddot{F}: \Rightarrow \frac{\text{شمار جفت e‌های ناپیوندی}}{\text{شمار پیوند یگانه}} = \frac{8}{2} = 4$$

$$SCO \Rightarrow \text{شمار کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\overbrace{(2\times1)}^{S} + \overbrace{(4\times1)}^{C} + \overbrace{(2\times1)}^{O}}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\rightarrow \ddot{S}=C=\ddot{O} \Rightarrow \frac{\text{شمار جفت e‌های ناپیوندی}}{\text{شمار پیوند یگانه}} = \frac{4}{0}$$

$$HCOOH \Rightarrow \text{شمار کل پیوندهای اشتراکی} = \frac{\overbrace{(2\times1)}^{H} + \overbrace{(4\times1)}^{C} + \overbrace{(2\times2)}^{O}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\rightarrow H-C(=:O:)-\ddot{O}-H \Rightarrow \frac{\text{شمار جفت e‌های ناپیوندی}}{\text{شمار پیوند یگانه}} = \frac{4}{3}$$

۳۱- گزینه ۲

گام معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$C_6H_{12}O_6\ (aq) + 6O_2\ (g) \rightarrow 6CO_2\ (g) + 6H_2O\ (l)$$

گام مول CO_2 مصرف‌شده به ازای ۸ درخت در یک سال را حساب می‌کنیم:

$$8\ \text{درخت} \times \frac{36\ kg\,CO_2}{1\ \text{درخت}} \times \frac{1000\ g}{1\ kg} \times \frac{1\ mol\,CO_2}{44\ g\,CO_2} \simeq 7200\ mol\,CO_2$$

(۸ درخت: ۲، ۱۱≈۱۰)

گام این مقدار CO_2 از اکسایش گلوکز در بدن فرد طی یک سال (۳۶۵ روز) حاصل می‌شود. حالا باید حساب کنیم مقدار CO_2 تولیدشده در یک شبانه‌روز از اکسایش چند مول گلوکز در بدن فرد حاصل می‌شود:

$$1\ \text{روز} \times \frac{1\ \text{سال}}{365\ \text{روز}} \times \frac{7200\ mol\,CO_2}{1\ \text{سال}} \times \frac{1\ mol\,C_6H_{12}O_6}{6\ mol\,CO_2} \simeq 3\ mol\,C_6H_{12}O_6$$

(۷۲۰۰ → ۱۲۰۰)

مشاوره تست‌های استوکیومتری، ارزش سرمایه‌گذاری در هر کنکوری رو دارن! هر سال چندتا تست از این مبحث میاد که حداقل دوتاش مثل این تست بسیار آسونه؛ پس حواستون باشه که این مبحث و تست‌هاشو از دست ندین.

۳۲- گزینه ۴

استراتژی با توجه به فرمول ppm و داشتن جرم محلول، جرم حل‌شونده (Na_2SO_4) را به دست بیار. از آن‌جا که هر واحد فرمولی Na_2SO_4 پس از انحلال در آب ۲ مول یون Na^+ تولید می‌کند، جرم یون Na^+ را حساب کن.

گام با استفاده از غلظت ppm، جرم سدیم سولفات (Na_2SO_4) حل‌شده در ۲۸۴۰ گرم محلول را به دست می‌آوریم:

$$ppm\ (Na_2SO_4) = \frac{\text{جرم } Na_2SO_4}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 100 = \frac{x}{2840} \times 10^6$$

$$\Rightarrow x = 284 \times 10^{-3}\ g$$

گام با استفاده از استوکیومتری فرمولی، جرم یون سدیم (Na^+) را در محلول حساب می‌کنیم:

روش ۲ استفاده از کسر تناسب:

$$Na_2SO_4 \sim 2Na^+$$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{Na_2SO_4} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{Na^+} \Rightarrow \frac{2\ 284 \times 10^{-3}}{142} = \frac{x}{2 \times 23}$$

$$\Rightarrow x = 92 \times 10^{-3} = 9/2 \times 10^{-2}\ g\ Na^+$$

روش ۱ استفاده از کسر تبدیل:

$$Na_2SO_4\ (aq) \rightarrow 2Na^+\ (aq) + SO_4^{2-}\ (aq)$$

$$284 \times 10^{-3}\ g\ Na_2SO_4 \times \frac{1\ mol\ Na_2SO_4}{142\ g\ Na_2SO_4} \times \frac{2\ mol\ Na^+}{1\ mol\ Na_2SO_4} \times \frac{23\ g\ Na^+}{1\ mol\ Na^+}$$

$$= 92 \times 10^{-3} = 9/2 \times 10^{-2}\ g\ Na^+$$

۳۳- گزینه ۱

با توجه به این‌که در ابتدا حجم دو محلول یکسان بوده (۲۰۰ mL) و غلظت محلول ستون (۱) دو برابر غلظت محلول ستون (۲) است؛ پس شمار یون‌ها در محلول (۱) بیشتر است. به دلیل پدیدهٔ اسمز، مولکول‌های آب از سمت محلول رقیق‌تر (ستون ۲) به سمت محلول غلیظ‌تر (ستون ۱) جابه‌جا می‌شوند و حجم محلول در ستون (۱) افزایش می‌یابد. *مواستون هست* که یون‌ها از غشای نیمه‌تراوا عبور نمی‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) گفتیم که به دلیل فرایند اسمز و جابه‌جایی مولکول‌های آب از سمت محلول رقیق (ستون ۲) به سمت محلول غلیظ (ستون ۱)، ارتفاع محلول در ستون (۲)، کاهش می‌یابد.

۳) غلظت محلول ستون (۱) را پس از واردشدن ۱۰۰ mL (۵۰ درصد) حلال از ستون (۲) به ستون (۱) حساب می‌کنیم: (با انتقال ۱۰۰ میلی‌لیتر آب به ستون (۱)، حجم محلول در ستون (۱) ۳۰۰ میلی‌لیتر می‌شود.)

$$\underbrace{M_a V_a}_{\substack{\text{محلول غلیظ} \\ \text{اولیهٔ ستون (۱)}}} = M_b V_b \Rightarrow \underbrace{\text{محلول رقیق‌شدهٔ ستون (۱)}}: 0/02 \times 200 = M_b \times 300$$

$$\Rightarrow M_b = \frac{0/02 \times 200}{300} = \frac{0/04}{3} \simeq 0/013\ mol.L^{-1}$$

غلظت محلول ستون (۱) از ۰/۰۲ به ۰/۰۱۳ می‌رسد و نصف نمی‌شود.

۴) در محلول‌های ستون (۱) و (۲) به ترتیب ۰/۰۰۸ و ۰/۰۰۴ مول یون وجود دارد:

$$NaCl\ (aq) \rightarrow Na^+\ (aq) + Cl^-\ (aq)$$

حجم × غلظت مولی × ۲ = مول $NaCl$ × ۲ = مجموع مول یون‌ها

محلول ستون (۱): $2 \times 0/02 \times 0/2 = 0/008\ mol$

محلول ستون (۲): $2 \times 0/01 \times 0/2 = 0/004\ mol$

فرض کنید در محلول ستون (۱) x مول و در محلول ستون (۲)، y مول آب وجود دارد و به دلیل پدیدهٔ اسمز، a مول آب از محلول ستون (۲) به محلول ستون (۱) منتقل می‌شود:

$$\frac{\text{شمار مولکول‌های آب}}{\text{شمار یون‌ها}} = \frac{\text{شمار مول آب}}{\text{شمار مول یون‌ها}} \Rightarrow \frac{\text{ستون (۱)}}{\text{ستون (۲)}} = \frac{\frac{x+a}{0/008}}{\frac{y-a}{0/004}} = \frac{2}{1}\left(\frac{x+a}{y-a}\right)$$

برای این‌که این نسبت برابر با $\frac{1}{2}$ شود، باید $\frac{x+a}{y-a}$ برابر ۱ باشد. باید ببینیم این نسبت برابر ۱ هست یا خیر؟!

در این مورد خاص چون نوع محلول در دو سمت غشای نیمه‌تراوا برابر است، فرایند اسمز زمانی به تعادل رسیده و به ظاهر متوقف می‌شود که غلظت ذرات حل‌شونده در دو سمت برابر شوند:

غلظت ذرات حل‌شونده در محلول ستون (۱) = غلظت ذرات حل‌شونده در محلول ستون (۲)

$$\frac{(2 \times 0/2 \times 0/01)\ mol}{(y-a)\ mol\ H_2O \times \frac{18\ g\ H_2O}{1\ mol\ H_2O} \times \underbrace{\frac{1\ mL}{1\ g}}_{\text{چگالی آب}} \times \frac{1\ L}{1000\ mL}}$$

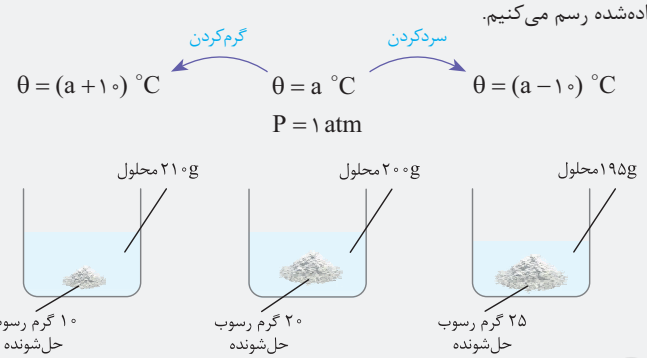
$$= \frac{(2 \times 0/2 \times 0/02)\ mol}{(x+a)\ mol\ H_2O \times \frac{18\ g\ H_2O}{1\ mol\ H_2O} \times \underbrace{\frac{1\ mL}{1\ g}}_{\text{چگالی آب}} \times \frac{1\ L}{1000\ mL}}$$

$$\frac{0/004}{y-a} = \frac{0/008}{x+a} \Rightarrow \frac{x+a}{y-a} = 2 \neq 1$$

همان‌طور که دیدیم این نسبت برابر ۱ نشد و این عبارت غلطه!

۳۴- گزینه ۲

شفاف‌سازی برای درک بهتر و سرعت عمل بیشتر، وضعیت این مخلوط را در دماهای داده‌شده رسم می‌کنیم.



با توجه به توضیحات داده‌شده در سؤال، با افزایش دما، انحلال‌پذیری این ماده در حلال افزایش می‌یابد؛ بنابراین انحلال‌پذیری آن با دما رابطهٔ مستقیم دارد.

با افزایش دما، انحلال‌پذیری این ماده در آب افزایش می‌یابد. در دمای $a+10\ ^\circ C$، نصف رسوب، یعنی ۱۰ گرم آن حل می‌شود، برای حل‌شدن ۱۰ گرم رسوب باقی‌مانده در حلال و تبدیل مخلوط (رسوب و محلول) به یک محلول سیرشده، باید دما بیشتر از $a+10\ ^\circ C$ شود، بنابراین اگر این اتفاق در دمای $b\ ^\circ C$ رخ دهد، به یقین $b > a+10\ ^\circ C$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) اگر نمودار انحلال‌پذیری ـ دما برای این ماده خطی باشد (شیب نمودار ثابت باشد)، می‌توان گفت با هر ۱۰ درجه افزایش دما، ۱۰ g حل‌شوندهٔ بیشتر در این مقدار حلال حل می‌شود. ولی با توجه به توضیحات داده‌شده در سؤال، نمودار خطی نیست (منحنی‌بوده و شیب ثابت ندارد؛ به ازای ۱۰ °C افزایش دما در دماهای مختلف ($a-10$ تا a و a تا $a+10$ درجهٔ سانتی‌گراد) مقدار افزایش انحلال‌پذیری یکسان نیست) و نمی‌توان گفت که با هر ۱۰ درجه افزایش دما، چه مقدار حل‌شوندهٔ بیشتر می‌توان در این مقدار حلال حل کرد.

۳) با توجه به اطلاعات داده‌شده، ما فقط می‌دانیم که انحلال‌پذیری این ماده با دما رابطهٔ مستقیم دارد. دماهای داده‌شده در سؤال و موقعیت آن‌ها نسبت به دمای $0\ ^\circ C$ مشخص نیست؛ یعنی معلوم نیست که هر یک از این دماها بیشتر از دمای $0\ ^\circ C$ هستند یا کم‌تر از آن؛ بنابراین نمی‌توانیم به مقایسهٔ انحلال‌پذیری این ماده در دمای $0\ ^\circ C$ با دماهای داده‌شده بپردازیم.

۴) انحلال این حل‌شونده در حلال همانند انحلال اغلب نمک‌ها در آب با افزایش دما، افزایش می‌یابد. (انحلال‌پذیری این ماده با دما رابطهٔ مستقیم داشته و انحلال‌پذیری اغلب نمک‌ها با دما هم، رابطهٔ مستقیم دارد.)

۳۵- گزینه ۴

نکته به هنگام رقیق‌سازی محلول‌ها با آب، فقط حجم محلول تغییر می‌کند و شمار مول‌های حل‌شونده ثابت است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\underbrace{M_1 V_1}_{\text{غلیظ}} = \underbrace{M_2 V_2}_{\text{رقیق}} \Rightarrow \text{حجم محلول } (V) \times \text{غلظت مولی } (M) = \text{مول حل‌شونده } (n)$$

برای قسمت اول سؤال حجم محلول رقیق به‌دست‌آمده ۲۵۰ = ۵۰ + ۲۰۰ میلی‌لیتر است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\underbrace{M_1V_1}_{\text{غلیظ}} = \underbrace{M_2V_2}_{\text{رقیق}} \Rightarrow ۰/۱\times۲۰۰ = M_2\times۲۵۰ \Rightarrow M_2 = ۰/۰۸\ mol.L^{-1}$$

$$\text{درصد تغییرات غلظت} = \frac{\text{غلظت اولیه} - \text{غلظت ثانویه}}{\text{غلظت اولیه}}\times۱۰۰$$

$$= \frac{۰/۰۸ - ۰/۱}{۰/۱}\times۱۰۰ = \underbrace{-٪۲۰}_{\text{کاهش}}$$

تا این‌جا ① و ③ پَر!

بریم سراغ قسمت دوم سؤال؛

نکته فرمول غلظت معمولی (گرم بر لیتر) و تبدیل آن به غلظت مولار و بالعکس

$$\text{غلظت گرم بر لیتر (غلظت معمولی)} = \frac{\text{جرم حل‌شونده (گرم)}}{\text{حجم محلول (L)}}$$

$$\text{غلظت مول بر لیتر (مولار)} = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول (L)}}$$

$$\xrightarrow{\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}}} \text{غلظت مولار} = \frac{\text{جرم حل‌شونده (گرم)}}{\text{حجم محلول (L)}\times\text{جرم مولی}}$$

(غلظت گرم بر لیتر)

$$\Rightarrow \text{غلظت مول بر لیتر (مولار)} = \frac{\text{غلظت گرم بر لیتر}}{\text{جرم مولی}}$$

غلظت محلول نهایی سدیم هیدروکسید ($NaOH$) ۰/۰۸ مولار است؛ پس داریم:

$$\text{غلظت مولار} = \frac{\text{غلظت گرم بر لیتر}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow ۰/۰۸ = \frac{x}{۴۰} \Rightarrow x = ۳/۲\ g.L^{-1}$$

۳۶- گزینه ۳

می‌دانیم که در یک دوره با افزایش عدد اتمی شعاع اتمی، عناصر کاهش می‌یابد. از آن‌جا که سؤال به متوالی‌بودن سه عنصر A، X و D اشاره‌ای نکرده، طبق اطلاعات داده‌شده در سؤال اگر X شبه‌فلز دورهٔ سوم جدول تناوبی یعنی $_{14}Si$ باشد، A و D می‌توانند عناصر زیر باشند:

$$\underbrace{{}_{11}Na, {}_{12}Mg, {}_{13}Al}_{A}, \underbrace{{}_{14}Si}_{X}, \underbrace{{}_{15}P, {}_{16}S, {}_{17}Cl}_{D}$$

حالا می‌ریم سراغ بررسی گزینه‌ها:

① *این گزینه غلطه!* با افزایش عدد اتمی در یک دوره، خصلت نافلزی عناصر افزایش می‌یابد، ولی نمی‌توان گفت واکنش‌پذیری عناصر همواره افزایش پیدا می‌کند، زیرا در یک دوره، با افزایش عدد اتمی واکنش‌پذیری فلزها کاهش و واکنش‌پذیری نافلزها افزایش می‌یابد.

② *این گزینه هم غلطه!* در صورت تست اشاره شده که A، X و D، عنصرهای واکنش‌پذیر دورهٔ سوم هستند، گازهای نجیب که واکنش‌ناپذیرند یا واکنش‌پذیری بسیار کمی دارند، پس D *نمی‌تونه گاز نجیب باشه!*

③ **با توجه به نمودار، اگر اختلاف عدد اتمی دو عنصر D و X را با اختلاف عدد اتمی دو عنصر X و A برابر در نظر بگیریم، این گزینه درسته!**

گفتیم که A می‌تواند $_{13}Al$، $_{12}Mg$ و $_{11}Na$ باشد و D می‌تواند $_{15}P$، $_{16}S$ و $_{17}Cl$ باشد؛ بنابراین داریم:

$$\frac{\text{شمار الکترون‌های ظرفیت D}}{\text{شمار الکترون‌های ظرفیت X}} = \frac{۵}{۴} = ۱/۲۵ \text{ یا } \frac{۶}{۴} = ۱/۵ \text{ یا } \frac{۷}{۴} = ۱/۷۵$$

($_{15}P$ ↑ — $_{15}S$ ↑ — $_{17}Cl$ ↑)

$$\frac{\text{شمار الکترون‌های ظرفیت X}}{\text{شمار الکترون‌های ظرفیت A}} = \frac{۴}{۳} = ۱/۳ \text{ یا } \frac{۴}{۲} = ۲ \text{ یا } \frac{۴}{۱} = ۴$$

($_{13}Al$ ↓ — $_{12}Mg$ ↓ — $_{11}Na$ ↓)

X که اتم $_{14}Si$ است، حالا همان‌طور که می‌بینید اگر D و A به ترتیب $_{15}P$ و $_{13}Al$ یا $_{16}S$ و $_{12}Mg$ یا $_{17}Cl$ و $_{11}Na$ باشند، نسبت شمار الکترون‌های ظرفیت اتم D به X $(\frac{D}{X})$ کوچک‌تر از این نسبت در اتم X به A $(\frac{X}{A})$ است.

تذکر دقت کنید که اگر اختلاف عدد اتمی دو عنصر D و X و دو عنصر X و A را برابر در نظر نگیریم، این گزینه می‌تونه درست نباشه. مثلاً اگر A را $_{13}Al$ و D را یکی از عنصرهای $_{16}S$ یا $_{17}Cl$ در نظر بگیریم، رابطهٔ گفته‌شده برعکس می‌شه: $(\frac{X}{A} < \frac{D}{X})$!

($\frac{X}{A}$: ۱/۳ — $\frac{D}{X}$: ۱/۵ یا ۱/۷۵)

④ *این گزینه هم غلطه!* X شبه‌فلز سیلیسیم ($_{14}Si$) است و با عناصر دیگر تنها می‌تواند الکترون به اشتراک بگذارد. (الکترون مبادله نمی‌کند!)

مشاوره متأسفانه در بعضی از سؤال‌های کنکور، ممکنه عبارتی مبهم باشه یا در حالت کلی، عبارت در مواردی درست درنیاد، مثل ③ این سؤال. در مواجهه با این تست‌ها غلط‌بودن سایر گزینه‌ها اون‌قدر واضحه که می‌شه مطمئن شد که طراح حواسش به ابهام گزینهٔ صحیح نبوده. پس اگر سرجلسهٔ کنکور تصمیم گرفتی حتماً به این تست‌ها پاسخ بدی، باید از وضوح غلط‌بودن سایر گزینه‌ها و رد گزینه استفاده کنی.

۳۷- گزینه ۲

گام ① معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$۲CaSO_4(s) \xrightarrow{\Delta} ۲CaO(s) + ۲SO_2(g) + O_2(g)$$

گام ② باید با استفاده از جرم $CaSO_4$، تفاوت جرم فراورده‌ها جامد با فراورده‌های گازی رو به دست بیاریم.

روش ① استفاده از کسر تناسب: در این روش بازده درصدی در کسر مربوط به واکنش‌دهنده ضرب می‌شود:

$$\frac{\text{جرم}\times\frac{\text{بازده درصدی}}{۱۰۰}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{CaSO_4}} = \frac{\text{تفاوت جرم}}{\underbrace{[(\text{جرم مولی B}\times\text{ضریب B}) + (\text{جرم مولی A}\times\text{ضریب A})] - (\text{جرم مولی C}\times\text{ضریب C})}_{(SO_2+O_2)-CaO}}$$

$$\frac{۴۰/۸\times\frac{۸۰}{۱۰۰}}{۲\times۱۳۶} = \frac{x}{[(۲\times۶۴)+(۱\times۳۲)]-(۲\times۵۶)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{۴۰۸\times ۸۰\times ۴۸}{۲\times ۱۳۶\times ۱۰۰۰} \Rightarrow x = ۵/۷۶\ g$$

(۴۰۸ = ۳ × ۱۳۶، ۸۰ = ۴۰ × ۲)

روش ② استفاده از کسر تبدیل:

نکته در مسائلی که بازده درصدی واکنش جزء اطلاعات سؤال است، به جای استفاده از فرمول بازده، می‌توان از کسر تبدیل معادل آن استفاده کرد و مقدار عملی و نظری را به یکدیگر تبدیل کنیم. مثلاً می‌توان نوشت: $\frac{\text{عملی } a\ g}{\text{نظری } ۱۰۰\ g}$ یا $\frac{\text{نظری } ۱۰۰\ g}{\text{عملی } a\ g}$ ⇒ بازده درصدی $= a$

با توجه به معادلهٔ واکنش، اگر ۲ مول $CaSO_4$ تجزیه شود، ۲ مول CaO جامد $(۲\times۵۶ = ۱۱۲\ g)$، ۲ مول گاز SO_2 $(۲\times۶۴ = ۱۲۸\ g)$ و ۱ مول گاز O_2 $(۱\times۳۲ = ۳۲\ g)$ تولید می‌شود؛ پس به ازای ۲ مول $CaSO_4$، $۱۲۸ + ۳۲ - ۱۱۲ = ۴۸$ گرم تفاوت جرم خواهیم داشت:

$$\text{کاهش جرم } ۴۰/۸\ g\ CaSO_4 \times \frac{۱\ mol\ CaSO_4}{۱۳۶\ g\ CaSO_4} \times \frac{\text{کاهش جرم } ۴۸\ g}{۲\ mol\ CaSO_4} \times \underbrace{\frac{۸۰}{۱۰۰}}_{\text{کسر مربوط به بازده درصدی}} = ۵/۷۶\ g$$

۳۸- گزینه ۱

شفاف‌سازی سه گروه متیل به معنای سه شاخهٔ فرعی متیل است (متیل برای بیان نام شاخه به کار می‌رود) و نباید گروه‌های $-CH_3$ در ابتدا و انتهای زنجیر اصلی کربنی را در نظر گرفت. اگر در سؤال پرسیده شده بود که در ساختار چند ایزومر، سه گروه $-CH_3$ وجود دارد، در این صورت باید گروه‌های $(-CH_3)$ ابتدا و انتهای زنجیر اصلی هم در نظر گرفته می‌شد.

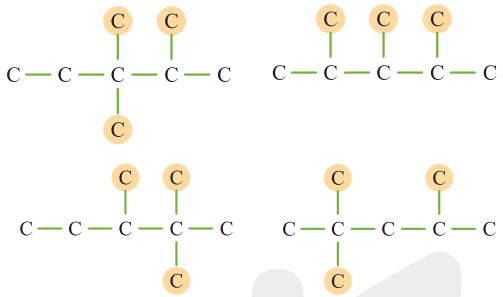
گام ① با توجه به فرمول عمومی آلکان‌ها و اطلاعات داده‌شده در سؤال، شمار اتم‌های کربن آلکان را به دست می‌آوریم:

$$\text{فرمول عمومی آلکان‌ها: } C_nH_{۲n+۲} \Rightarrow \frac{\text{شمار اتم‌های H}}{\text{شمار اتم‌های C}} = ۲/۲۵$$

$$\Rightarrow \frac{۲n+۲}{n} = ۲/۲۵ \Rightarrow ۲/۲۵n = ۲n + ۲ \Rightarrow ۰/۲۵n = ۲ \Rightarrow n = ۸$$

$$\Rightarrow \text{آلکان} = C_8H_{18} \text{ (اوکتان)}$$

گام در ساختار یک آلکان ۸کربنی با سه شاخهٔ فرعی متیل، زنجیر اصلی دارای ۵ اتم کربن است.



۳۹- گزینه ۱

با توجه به رابطهٔ گرمای ویژه داریم:

$$c=\frac{Q}{m\Delta\theta} \Rightarrow c_A=2c_X \Rightarrow \frac{Q_A}{m_A\Delta\theta_A}=2\frac{Q_X}{m_X\Delta\theta_X}$$

$$\xrightarrow[\Delta\theta_A=\Delta\theta_X]{m_A=m_X} Q_A=2Q_X$$

بررسی سایر گزینه‌ها: ② کاملاً درسته! ببینید:

$$c_A=2c_X \Rightarrow \frac{Q_A}{m_A\Delta\theta_A}=2\frac{Q_X}{m_X\Delta\theta_X} \xrightarrow[Q_A=Q_X]{m_A=m_X} \frac{1}{\Delta\theta_A}=\frac{2}{\Delta\theta_X}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta_A=\frac{\Delta\theta_X}{2}$$

③ نسبت ظرفیت گرمایی (C) به ظرفیت گرمایی ویژه (c) برابر با جرم (m) است. از آن‌جا که جرم هر دو مایع برابر است؛ پس این نسبت در هر دو یکسان است.

$$C=mc \Rightarrow \frac{C}{c}=m$$

(ظرفیت گرمایی ویژه، جرم ماده، ظرفیت گرمایی)

④ از آن‌جا که ظرفیت گرمایی ویژهٔ A بیشتر از X است، در جرم یکسان، اگر تخم مرغ در A در مدت‌زمان ۵ دقیقه پخته شود، X به دلیل ظرفیت گرمایی کم‌تر، برای هر درجه کاهش دما (تغییر دما)، گرمای کم‌تری آزاد می‌کند؛ بنابراین برای پختن تخم مرغ در مایع X، زمان بیشتر از ۵ دقیقه نیاز است.

۴۰- گزینه ۴

گام براساس قانون هس، در سمت چپ معادلهٔ واکنش اصلی، $2N_2O_5$ وجود دارد؛ بنابراین معادلهٔ سوم باید معکوس شود. با توجه به این‌که $4NO_2$ در سمت راست معادلهٔ واکنش اصلی وجود دارد، واکنش دوم را معکوس و در ۲ ضرب می‌کنیم، در آخر با توجه به این‌که N_2 در معادلهٔ واکنش اصلی وجود ندارد، برای حذف N_2 (در واکنش III′) واکنش اول را در ۲ ضرب کرده و در نهایت با جمع ΔH واکنش‌های جانبی، ΔH واکنش اصلی را به دست می‌آوریم:

$$\text{I}') \quad 2N_2(g)+2O_2(g) \rightarrow 4NO(g) \quad , \quad 2\Delta H_1$$

$$\text{II}') \quad 4NO(g)+2O_2(g) \rightarrow 4NO_2(g) \quad , \quad -2\Delta H_2$$

$$\text{III}') \quad 2N_2O_5(g) \rightarrow 2N_2(g)+5O_2(g) \quad , \quad -\Delta H_3$$

$$\text{واکنش اصلی}: \quad 2N_2O_5(g) \rightarrow 4NO_2(g)+O_2(g)$$

$$\Delta H_{(\text{کلی})}=2\Delta H_1+(-2\Delta H_2)+(-\Delta H_3)=2(180)-2(118)+22=146\ \text{kJ}$$

گام خب! فهمیدیم که گرمای مورد نیاز به ازای مصرف ۲ مول N_2O_5، ۱۴۶ kJ است؛ پس به ازای مصرف یک مول از آن، $\frac{146}{2}=73$ کیلوژول گرما نیاز است.

تله اگر عجله کنی و حواست به ضریب N_2O_5 در معادلهٔ اصلی یا خواستهٔ سؤال به ازای مصرف ۱ مول N_2O_5 نباشه، ممکنه با به دست آوردن ΔH واکنش اصلی، به اشتباه ① رو انتخاب کنی!

۴۱- گزینه ۳

گام ابتدا معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$2NO_2(g)+7H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)+4H_2O(l)$$

گام باید حساب کنیم که در مدت‌زمان ۲۰ ثانیه، به ازای مصرف ۵/۴ مول از واکنش‌دهنده‌ها متناسب با ضرایب استوکیومتری‌شان، چند مول NH_3 تولید می‌شود.

$$5/4\ \text{mol واکنش‌دهنده} \times \frac{2\ \text{mol}\ NH_3}{9\ \text{mol واکنش‌دهنده}}=1/2\ \text{mol}\ NH_3$$

گام حالا غلظت مولی NH_3 را بعد از گذشت ۲۰ ثانیه از واکنش ($\frac{1}{3}$ دقیقه) به دست می‌آوریم:

$$\text{غلظت مولار}=\frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{حجم محلول}}=\frac{1/2\ \text{mol}}{2\ \text{L}}=0/6\ \text{mol.L}^{-1}$$

گام غلظت NH_3 تولیدی درون مخزن واکنش پس از $\frac{1}{3}$ دقیقه برابر با ۰/۶ مولار می‌شود، حالا با فرض ثابت‌بودن سرعت واکنش، حساب می‌کنیم که پس از چند دقیقه غلظت آن به ۳/۶ مولار می‌رسد:

$$\text{دقیقه}\ 2=\frac{36}{18}=\frac{\frac{6}{10}\ \text{مولار}}{\frac{1}{3}\ \text{دقیقه}} \times 3/6\ \text{مولار}$$

۴۲- گزینه ۱

نکته برای محاسبهٔ ΔH یک واکنش با استفاده از آنتالپی‌های سوختن واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$\Delta H_{\text{واکنش}}$=[مجموع آنتالپی سوختن فراورده‌ها]−[مجموع آنتالپی سوختن واکنش‌دهنده‌ها]

گام با توجه به اطلاعات داده‌شده، آنتالپی سوختن هیدروژن برابر است با:

$$\frac{\Delta H_{\text{سوختن}}(C_2H_6)}{\Delta H_{\text{سوختن}}(H_2)}=7/2 \Rightarrow \Delta H_{\text{سوختن}}(H_2)=\frac{\Delta H_{\text{سوختن}}(C_2H_6)}{7/2}$$

گام آنتالپی واکنش: $C_2H_4(g)+H_2(g) \rightarrow C_2H_6(g)$ برابر با $-166\ \text{kJ}$ است. از طرفی آنتالپی سوختن پروپین (C_3H_4) را نیز داریم، حالا به کمک رابطهٔ زیر، آنتالپی سوختن پروپن (C_3H_6) را به دست می‌آوریم:

$\Delta H_{\text{واکنش}}$=[مجموع آنتالپی سوختن فراورده‌ها]−[مجموع آنتالپی سوختن واکنش‌دهنده‌ها]

$$\Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}}=[\Delta H_{\text{سوختن}}(C_2H_4)+\Delta H_{\text{سوختن}}(H_2)]-[\Delta H_{\text{سوختن}}(C_3H_6)]$$

$$-166=(-1940+\frac{\Delta H_{\text{سوختن}}(C_3H_6)}{7/2})-(\Delta H_{\text{سوختن}}(C_3H_6))$$

$$1774=\frac{x}{7/2}-x \Rightarrow 1774=-\frac{6/2\,x}{7/2} \Rightarrow x=-(\underbrace{\frac{36}{31}}_{\simeq 1/16})\times 1774$$

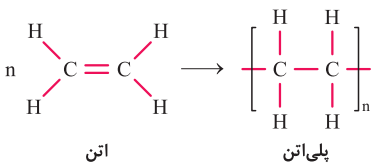
$$=-(1+0/16)\times 1774=-(1774+283/84)=-2057/84 \simeq -2060\ \text{kJ.mol}^{-1}$$

مشاوره بچه‌ها حواستون باشه که با توجه به نزدیکی اعداد در گزینه‌ها، نمی‌تونید از تقریب در محاسبات آخر استفاده کنید و باید ضرب و تقسیم‌ها را به طور کامل انجام بدید.

۴۳- گزینه ۳

برای عبارت ③ مثال نقضی نمی‌تونیم پیدا کنیم. در فرایند تهیهٔ پلی‌اتن و مشتقات آن که پلیمر تنها فراوردهٔ واکنش است، همهٔ اتم‌های کربن در ساختار مونومر، در واحد تکرارشونده نیز وجود دارند. در فرایند تهیهٔ پلی‌استرها و پلی‌آمیدها، علاوه بر پلیمر، آب (H_2O) نیز تولید می‌شود؛ یعنی فقط از شمار اتم‌های H و O کاسته می‌شود، اما باز هم شمار اتم‌های کربن تغییری نمی‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها: ① کی گفته! مثلاً در پلی‌اتن، واکنش‌دهنده‌ها، مولکول‌های اتن هستند که پیوند دوگانهٔ کربن ـ کربن دارند، اما در ساختار واحد تکرارشوندهٔ پلیمر، همهٔ پیوندها یگانه هستند.



اتن — پلی‌اتن

۲) این مورد لزوماً برای همهٔ پلیمرها درست نیست، برای مثال جرم مولی پلیمر در پلی‌استرها یا پلی‌امیدها به دلیل خروج آب (H_2O) هنگام تشکیل آن‌ها، با مجموع جرم مولی مونومرهای سازندهٔ آن‌ها برابر نیست.

۴)

نکته به موادی که فرمول مولکولی یکسان اما فرمول ساختاری متفاوت دارند، ایزومر می‌گویند. به جدول زیر که در آن تفاوت‌ها و شباهت‌های ایزومرها آورده شده است، دقت کنید:

تفاوت	شباهت
فرمول ساختاری	فرمول مولکولی
محتوای انرژی	نوع عنصرها
خواص فیزیکی و شیمیایی	تعداد اتم‌ها

کافیه یه مثال نقض پیدا کنیم. مثلاً فرایند پلیمری‌شدن مولکولی را در نظر بگیرید که هر دو نوع گروه عاملی اسیدی و الکی را دارد.



$$\equiv nC_2H_4O_3 \rightarrow \{C_2H_2O_2\}_n + nH_2O$$

فرمول مولکولی مونومر و واحد تکرارشونده یکسان نیست؛ پس نمی‌توانند ایزومر یکدیگر باشند.

۴۴- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ تعیین عدد اکسایش به روش رسم ساختار لوویس:

برای تعیین عدد اکسایش اتم‌ها، در مواد مولکولی یا یون‌های چندتایی از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{عدد اکسایش اتم} = \left(\begin{matrix}\text{شمار الکترون‌های}\\ \text{ظرفیت اتم}\end{matrix}\right) - \left(\begin{matrix}\text{شمار الکترون‌های نسبت}\\ \text{داده‌شده به اتم}\end{matrix}\right)$$

برای تعیین شمار الکترون‌های نسبت داده‌شده به هر اتم، پس از رسم ساختار لوویس گونهٔ مورد نظر، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

۱- به ازای هر جفت‌الکترون پیوندی میان دو اتم یکسان، یک الکترون به هر اتم نسبت می‌دهیم.

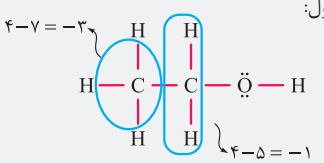
۲- به ازای هر جفت‌الکترون پیوندی میان دو اتم متفاوت، هر دو الکترون را به اتم با خصلت نافلزی بیشتر، نسبت می‌دهیم.

نکته مقایسهٔ خصلت نافلزی چند عنصر زیر را بلد باشین:

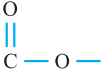
خصلت نافلزی: $F > O > N > Cl > Br > I > S > C > H$

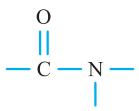
۳- همهٔ الکترون‌های ناپیوندی روی هر اتم را به همان اتم نسبت می‌دهیم.

مثال: محاسبهٔ عدد اکسایش اتم‌های کربن در اتانول:

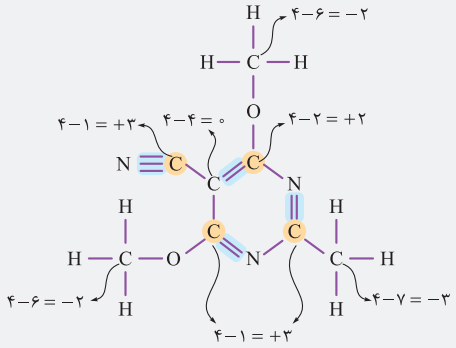


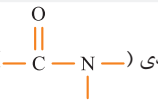
۲) همهٔ گروه‌های عاملی که در کتاب شیمی ۲ می‌*خونین* رو در جدول زیر براتون آوردیم:

نام خانواده	فرمول ساختاری و نام گروه عاملی	نام خانواده	فرمول ساختاری و نام گروه عاملی
۱- آلدهیدها	 آلدهیدی	۲- کتون‌ها	کربونیل
۳- الکل‌ها	$-OH$ هیدروکسیل	۴- اترها	$-O-$ اتری
۵- کربوکسیلیک اسیدها	 کربوکسیل	۶- استرها	استری

نام خانواده	فرمول ساختاری و نام گروه عاملی	نام خانواده	فرمول ساختاری و نام گروه عاملی
۷- آمین‌ها	 آمینی، حداقل یکی از گروه‌های R، R′ و R″ گروه هیدروکربنی‌اند.	۸- آمیدها	 آمیدی

ساختار داده‌شده، ۴ اتم کربن با عدد اکسایش مثبت و در مجموع ۴ پیوند دوگانه و سه‌گانه (۳تا دوگانه و ۱ عدد سه‌گانه) دارد.



بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) ترکیب داده‌شده دارای گروه عاملی آمیدی () نیست!

۲) در این ترکیب، ۲۷ جفت‌الکترون پیوندی (پیوند اشتراکی) و ۴ پیوند $C-O$ وجود دارد.

$(\frac{27}{4} \neq 7)$

نکته برای تعیین جفت‌الکترون‌های پیوندی علاوه بر ساختار می‌توانید از فرمول هم استفاده کنید

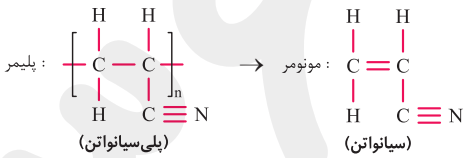
$$\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی (پیوند اشتراکی)} = \frac{\left[\begin{matrix}(\text{شمار اتم‌های H}\times 1)+(\text{شمار اتم‌های C}\times 4)\\ +(\text{شمار اتم‌های O}\times 2)+(\text{شمار اتم‌های N}\times 3)\end{matrix}\right]}{2}$$

فرمول مولکولی ماده: $C_8H_9O_2N_3$

$$\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی در ترکیب} = \frac{(4\times 8)+(1\times 9)+(2\times 2)+(3\times 3)}{2} = \frac{54}{2} = 27$$

۳) از پلی‌سیانو اتن در تهیهٔ پتو استفاده می‌شود که مونومر سازندهٔ آن سیانواتن، C_3H_3N، با ۳ اتم هیدروژن است. از طرفی ترکیب داده‌شده ۸ اتم کربن دارد.

$\frac{8}{3} \neq 2$



۴۵- گزینه ۲

درس‌نامه رابطهٔ ثابت یونش و درجهٔ یونش:

اگر درجهٔ یونش اسید ضعیف HX برابر α و غلظت اولیهٔ اسید برابر M باشد، اسید به اندازهٔ $M\alpha$ یونیده شده و غلظت تعادلی آن برابر با $M-M\alpha$ خواهد بود؛ پس می‌توان نوشت:

	HX	$\rightleftharpoons$	H^+	$+$	X^-
غلظت اولیه:	M		0		0
تغییر غلظت:	$-M\alpha$		$+M\alpha$		$+M\alpha$
غلظت تعادلی:	$M-M\alpha$		$M\alpha$		$M\alpha$

$$K_a = \frac{[H^+][X^-]}{[HX]} = \frac{(M\alpha)(M\alpha)}{M-M\alpha} = \frac{M^2\alpha^2}{M(1-\alpha)} = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha}, K_a = \frac{[H^+]^2}{M-[H^+]}$$

برای اسیدهای خیلی ضعیف (معمولاً با K_a کوچک‌تر از 10^{-5}) و یا مقادیر کم α (معمولاً کم‌تر از ۰/۰۵)، می‌توان در عبارت «$1-\alpha$» از α صرف نظر کرده و از رابطهٔ تقریبی روبه‌رو استفاده کرد: $K_a = M\alpha^2$

ثابت یونش اسیدی (K_a) تنها به دما وابسته است و با رقیق‌کردن محلول اسیدی تغییری نمی‌کند. هم‌چنین با افزودن آب‌مقطر، شمار مول‌های اولیهٔ حل‌شدهٔ اسید (x) در محلول دستخوش تغییر نمی‌شود و ثابت است. $K_a = 10^{-5}$ (اسید ضعیف) $\Rightarrow K_a = M\alpha^2$

$$\underbrace{K_{a_1}}_{\text{غلیظ}} = \underbrace{K_{a_2}}_{\text{رقیق}} \Rightarrow M_1\alpha_1^2 = M_2\alpha_2^2 \Rightarrow \frac{x\ mol}{0/2\ L}\times\alpha_1^2 = \frac{x\ mol}{1\ L}\times\alpha_2^2$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1^2} = \frac{1}{\frac{2}{10}} = \frac{10}{2} = 5 \Rightarrow \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \sqrt{5}$$

۴۶- گزینه ۱

شفاف‌سازی پس از واکنش مقدار کافی فلز Ca با ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول HCl، pH محلول نهایی برابر ۱/۷ شده است. اگر مقدار اسید به اندازهٔ مقدار استوکیومتری در واکنش برای مصرف کامل فلز Ca بود، pH محلول نهایی برابر ۷ می‌شد، الان که pH محلول نهایی کم‌تر از ۷ است؛ یعنی مقدار اسید بیشتر از مقدار استوکیومتری آن در واکنش است.

$$2HCl\,(aq) + Ca\,(s) \rightarrow CaCl_2\,(aq) + H_2\,(g)$$

گام با توجه به معادلهٔ واکنش، می‌توان دریافت که یون کلرید در این واکنش یون ناظر یا تماشاچی است و در واکنش مصرف یا تولید نمی‌شود؛ بنابراین غلظت مولی یون کلرید در محلول ثابت بوده و برابر با غلظت اولیهٔ HCl است.

$$2HCl\,(aq) + Ca\,(s) \rightarrow CaCl_2\,(aq) + H_2\,(g)$$

$$\Rightarrow 2H^+ + \underbrace{2Cl^-}_{\text{یون ناظر}} + Ca \rightarrow Ca^{2+} + \underbrace{2Cl^-}_{\text{یون ناظر}} + H_2$$

$$\text{در محلول } [Cl^-] = [HCl]_{\text{اولیه}} = 5\times10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

گام با توجه به توضیحات آورده‌شده در بخش شفاف‌سازی، متوجه شدیم که مقدار اسید بیشتر از مقدار استوکیومتری آن در واکنش بوده و همهٔ آن در واکنش مصرف نمی‌شود.

$$[HCl]_{\text{اولیه}} = [HCl]_{\text{مصرفی}} + [HCl]_{\text{باقی‌مانده}}$$

با استفاده از pH محلول نهایی، می‌توان غلظت H^+ و غلظت HCl باقی‌مانده در محلول پس از انجام واکنش را به دست آورد، غلظت اولیهٔ HCl را هم که داریم و به راحتی می‌توان غلظت HCl مصرفی در واکنش را به دست بیاریم:

محاسبهٔ $[HCl]$ باقی‌مانده:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-1/7} = 10^{-2}\times10^{0/3} \xrightarrow{\log 2=0/3} 2\times10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

$$= [HCl]_{\text{باقی‌مانده}}$$

محاسبهٔ $[HCl]$ مصرفی: $[HCl]_{\text{اولیه}} = [HCl]_{\text{مصرفی}} + [HCl]_{\text{باقی‌مانده}}$

$$\Rightarrow [HCl]_{\text{مصرفی}} = 5\times10^{-2} - 2\times10^{-2} = 3\times10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

گام حالا با داشتن غلظت HCl مصرفی در واکنش می‌تونیم از طریق استوکیومتری واکنش، جرم Ca مصرف‌شده و جرم H_2 تولیدشده در واکنش را به دست آوریم:

روش استفاده از کسر تناسب: $2HCl \sim Ca \sim H_2$

$$\underbrace{\frac{\text{حجم محلول}\times\text{غلظت مولی}}{\text{ضریب}}}_{HCl} = \underbrace{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}}_{Ca} = \underbrace{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}}_{H_2}$$

$$\Rightarrow \frac{3\times10^{-2}\times0/5}{2} = \frac{x}{1\times40} = \frac{y}{1\times2} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{40\times3\times10^{-2}\times0/5}{2} \\ \Rightarrow x = 0/3\ g\,Ca \\ y = \dfrac{2\times3\times10^{-2}\times0/5}{2} \\ \Rightarrow y = 0/015\ g\,H_2 \end{cases}$$

روش استفاده از کسر تبدیل:

$$0/5\,L\,HCl\ \text{محلول}\times\frac{3\times10^{-2}\ mol\,HCl}{1\,L\,HCl\ \text{محلول}}\times\frac{1\,mol\,Ca}{2\,mol\,HCl}\times\frac{40\,g\,Ca}{1\,mol\,Ca} = 0/3\,g\,Ca$$

$$0/5\,L\,HCl\ \text{محلول}\times\frac{3\times10^{-2}\ mol\,HCl}{1\,L\,HCl\ \text{محلول}}\times\frac{1\,mol\,H_2}{2\,mol\,HCl}\times\frac{2\,g\,H_2}{1\,mol\,H_2} = 0/015\,g\,H_2$$

۴۷- گزینه ۲

از محلول آمونیاک (NH_3) به عنوان شیشه‌پاک‌کن استفاده می‌شود. آمونیاک از جمله بازهای ضعیف است که در محلول آن در هر شرایطی علاوه بر مقدار کمی از یون‌های آبپوشیده، شمار بسیاری از مولکول‌های آمونیاک هم وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) رسانایی الکتریکی به غلظت یون‌های موجود در محلول وابسته است؛ پس بدون دانستن غلظت محلول‌ها (بازها) و فقط با داشتن K_b آن‌ها نمی‌توان رسانایی الکتریکی آن‌ها را با هم مقایسه کرد.

۳) *بازم همون مشکل قبلی در ۱) رو داره!* بدون دانستن غلظت مولی محلول‌ها، نمی‌توان مقدار عددی pH آن‌ها را دانست و یا با هم مقایسه‌شون کرد.

۴) pH یک محلول به غلظت یون هیدرونیوم در آن وابسته است. اگرچه سدیم هیدروکسید ($NaOH$) یک باز قوی و آمونیاک (NH_3) یک باز ضعیف است، اما با غلظت‌های متفاوت، می‌توانند pH یکسان داشته باشند.

۴۸- گزینه ۴

درس‌نامه ۱) برای محاسبهٔ ولتاژ یک سلول گالوانی که به نیروی الکتروموتوری (emf) هم معروف است، باید E° آند را از E° کاتد کم کنیم:

$$emf = E^\circ_{\text{سلول}} = E^\circ_{(\text{کاتد})} - E^\circ_{(\text{آند})} = E^\circ_{(\text{بزرگ‌تر})} - E^\circ_{(\text{کوچک‌تر})}$$

۲) در یک واکنش اکسایش ـ کاهش، به گونه‌ای که اکسایش می‌یابد، **کاهنده** و به گونه‌ای که کاهش می‌یابد، **اکسنده** می‌گویند.

۳) در واکنش‌هایی که به طور طبیعی انجام می‌شوند، قدرت کاهندگی فلز و قدرت اکسندگی کاتیون فلز که در سمت واکنش‌دهنده‌ها قرار دارند، به ترتیب بیشتر از قدرت کاهندگی فلز و قدرت اکسندگی کاتیون فلزی است که در سمت فراورده‌ها قرار دارند.

$$A\,(s) + B^{b+}\,(aq) \rightarrow A^{a+}\,(aq) + B\,(s) \rightarrow$$

قدرت کاهندگی: $A > B$، قدرت اکسندگی: $B^{b+} > A^{a+}$

۴) اگر قدرت کاهندگی فلز A از B بیشتر باشد (E° فلز A کم‌تر باشد)، فلز A می‌تواند با نمک‌های فلز B به طور طبیعی واکنش دهد.

ابتدا باید با توجه به اطلاعات داده‌شده بفهمیم که پتانسیل کاهشی X و Y مثبت هستند یا منفی! می‌دانیم که در سلول گالوانی، کاتیون‌ها به سمت کاتد حرکت می‌کنند؛ بنابراین در سلول گالوانی X – SHE، SHE کاتد است و در سری الکتروشیمیایی بالاتر از X قرار دارد؛ پس E° مربوط به X، منفی است $(E^\circ(X^{3+}/X) = -0/74\ V)$، می‌دانیم که محلول نمک یا کاتیون یک فلز را نمی‌توان در ظرفی از جنس فلز پایین‌تر در سری الکتروشیمیایی نگه‌داری کرد؛ بنابراین با توجه به این‌که فلز X با Y^{2+} واکنش می‌دهد و Y در سری الکتروشیمیایی بالاتر از X قرار دارد، با توجه به مقدار عددی آن، E° آن مثبت $(+1/20\ V)$ می‌شود.

خلاصه این‌که در سلول گالوانی حاصل از X و Y، Y کاتد و X، آند است.

نیم‌واکنش اکسایش (در آند): $X\,(s) \rightarrow X^{3+}\,(aq) + 3e^-$

نیم‌واکنش کاهش (در کاتد): $Y^{2+}\,(aq) + 2e^- \rightarrow Y\,(s)$

برای برابرشدن الکترون‌ها در دو نیم‌واکنش، نیم‌واکنش اکسایش را در ۲ و نیم‌واکنش کاهش را در ۳ ضرب می‌کنیم:

$$2X\,(s) \rightarrow 2X^{3+}\,(aq) + 6e^-$$

$$3Y^{2+}\,(aq) + 6e^- \rightarrow 3Y\,(s)$$

واکنش کلی: $2X\,(s) + 3Y^{2+}\,(aq) \rightarrow 2X^{3+}\,(aq) + 3Y\,(s)$

$\Rightarrow$ ضریب X > ضریب Y

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) *گفتیم که* Y کاتد و X، آند است.

$$emf\,(X-Y) = E^\circ(Y^{2+}/Y) - E^\circ(X^{3+}/X) \Rightarrow emf\,(X-Y) = 1/20 - (-0/74) = 1/94\ V$$

۲) با توجه به معادلهٔ نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش، در معادلهٔ واکنش کلی سلول گالوانی X و Y، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود نه ۳ مول!

③ درسته که Y کاتد است، اما جهت جریان الکترون از سیم یا مدار بیرونی از سمت آند (X) به سمت کاتد (Y) است.

مشاوره این تست همانند خیلی از تست‌های کنکور سراسری، دقیقاً شبیه‌ساز خود تمرین‌های کتاب درسیه! پس اگه نتونستی این تست رو حل کنی، برگرد و دوباره تمرین‌های کتاب رو حل کن که *احتمالش زیاده تو کنکور، مستقیم از همینا تست بیاد.*

۴۹- گزینه ۳

در واکنش بین اتم‌های روی (Zn) و گاز اکسیژن (O_2)، هر اتم روی دو الکترون از دست می‌دهد و اکسایش می‌یابد و هر مولکول O_2، ۴ الکترون می‌گیرد و کاهش می‌یابد. حواستون باشه که واکنش‌ها در محلول آبی انجام نمی‌شوند و حالت فیزیکی فلز روی و یون‌های روی و اکسید تولیدشده جامد (جامد روی اکسید) (s) باید باشد.

نیم‌واکنش اکسایش: $2Zn\,(s) \rightarrow 2Zn^{2+}\,(s) + 4e^-$

نیم‌واکنش کاهش: $O_2\,(g) + 4e^- \rightarrow 2O^{2-}\,(s)$

واکنش کلی اکسایش ـ کاهش: $2Zn\,(s) + O_2\,(g) \rightarrow 2Zn^{2+}\,(s) + 2O^{2-}\,(s)$

۵۰- گزینه ۱

درس‌نامه

۱ سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن

نوعی سلول گالوانی است و به منظور تولید جریان برق در آن گاز هیدروژن به آرامی اکسید می‌شود.

نیم‌واکنش آندی (قطب منفی): $2(H_2(g) \rightarrow 2H^+(aq) + 2e^-)\quad E^\circ = 0/00\,V$

نیم‌واکنش کاتدی (قطب مثبت): $O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(l)\quad E^\circ = +1/23\,V$

واکنش کلی سلول: $2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(g)\quad E^\circ_{سلول} = E^\circ_{کاتد} - E^\circ_{آند} = 1/23\,V$

۲ سلول برقکافت آب

یک سلول الکترولیتی است که در آن جریان برق از آب عبور داده می‌شود و طی آن آب به عناصر سازنده‌اش (H_2 و O_2) تجزیه می‌شود.

نیم‌واکنش آندی (قطب مثبت): $2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^-$

نیم‌واکنش کاتدی (قطب منفی): $4H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 2H_2(g) + 4OH^-(aq)$

واکنش کلی: $2H_2O(l) \rightarrow 2H_2(g) + O_2(g)$

حجم گاز تولیدی در آند (+): ۱ مول — حجم گاز تولیدی در کاتد (−): ۲ مول

در آند سلول سوختی، گاز هیدروژن اکسایش می‌یابد و یون هیدرونیوم تولید می‌شود.

نیم‌واکنش اکسایش در آند سلول سوختی: $H_2(g) \rightarrow 2H^+(aq) + 2e^-$

نیم‌واکنش کاهش در کاتد برقکافت آب: $4H_2O(l) + 4e^- \rightarrow 2H_2(g) + 4OH^-(aq)$

بررسی سایر گزینه‌ها: ② سلول برقکافت آب نوعی سلول الکترولیتی و سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن، نوعی سلول گالوانی است.

در هر دو سلول گالوانی و الکترولیتی، الکترون‌ها در مدار بیرونی از آند به سمت کاتد جابه‌جا می‌شوند، اما با توجه به این‌که قطب مثبت و منفی در این دو سلول با هم فرق می‌کنند، خواهیم داشت:

جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی ← از آند به کاتد ← در سلول گالوانی ← از قطب منفی به قطب مثبت سلول

از آند به کاتد ← در سلول الکترولیتی ← از قطب مثبت به قطب منفی سلول

③ فراورده‌های نیم‌واکنش آندی برقکافت آب، H^+ و O_2 و گاز ورودی به آند در سلول سوختی، H_2 است. از واکنش O_2 و H_2، مولکول آب (H_2O) تشکیل می‌شود.

نیم‌واکنش آندی برقکافت آب: $2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^-$

نیم‌واکنش آندی در سلول سوختی: $H_2(g) \rightarrow 2H^+(aq) + 2e^-$

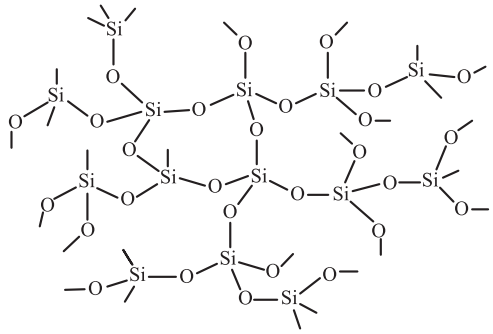
④ در نیم‌واکنش آندی برقکافت آب و سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن، به ترتیب ۴ و ۲ الکترون تولید می‌شود.

نیم‌واکنش آندی برقکافت آب: $2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + 4H^+(aq) + \boxed{4e^-}$

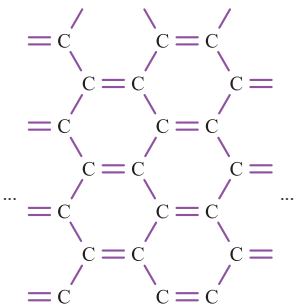
نیم‌واکنش آندی در سلول سوختی: $H_2(g) \rightarrow 2H^+(aq) + \boxed{2e^-}$

۵۱- گزینه ۳

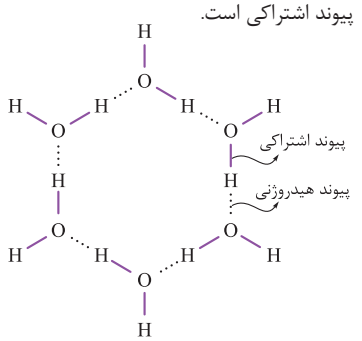
در ساختار سیلیس (SiO_2)، هر اتم Si با چهار پیوند اشتراکی به ۴ اتم O و هر اتم O با دو پیوند اشتراکی به ۲ اتم Si متصل است. ببینید:



بررسی سایر گزینه‌ها: ① هر حلقهٔ شش‌ضلعی در ساختار گرافیت شامل ۸ پیوند اشتراکی (۴ پیوند یگانه و ۲ پیوند دوگانه) و در ساختار یخ هر حلقهٔ شش‌ضلعی شامل ۶ پیوند اشتراکی است.



یک صفحهٔ گرافیتی



یخ

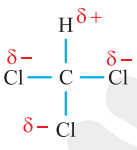
② چگالی گرافیت ($2/27\,g.cm^{-3}$) از چگالی آب ($1\,g.cm^{-3}$) بیشتر است و روی آب شناور نمی‌ماند.

④ سیلیس خالص (SiO_2) در ساخت منشورها و عدسی‌ها به کار می‌رود. در ساختار این ماده، شمار زیادی از اتم‌های Si و O با پیوندهای اشتراکی Si — O — Si به یکدیگر متصل‌اند.

۵۲- گزینه ۱

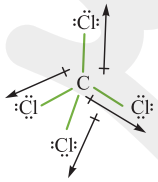
آب (H_2O) یک مولکول قطبی است؛ بنابراین با نزدیک‌کردن یک میلهٔ شیشه‌ای مالش داده‌شده به موی سر که دارای بار منفی است، به باریکهٔ آب، مولکول‌های H_2O از سمت اتم‌های H که دارای بار جزئی مثبت ($\delta+$) می‌باشند، جذب میله می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها: ② در مولکول کلروفرم ($CHCl_3$)، اتم‌های جانبی ۲ نوع هستند و اتم‌های کلر دارای بار جزئی منفی و اتم H دارای بار جزئی مثبت است.



③ بوتان (C_4H_{10}) در دمای اتاق گازی‌شکل است نه مایع!

④ توزیع بار الکتریکی در مولکول‌های ناقطبی مانند کربن تتراکلرید (CCl_4) متقارن است.





۵۳- گزینه ۲

گام ۱ معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم: $2A(g) + 3X_2(g) \rightarrow 2AX_2(g)$

گام ۲ ΔH واکنش، یعنی گرمای آزادشده به ازای مصرف ۲ مول A را به دست می‌آوریم:

$$2\,mol\,A \times \frac{-40\,kJ}{0/5\,mol\,A} = -160\,kJ$$

گام ۳ تفاوت سطح انرژی قله با فراورده، همان انرژی فعال‌سازی واکنش برگشت (E'_a) است.

$$\Delta H = E_a - E'_a \Rightarrow -160 = 120 - E'_a \Rightarrow E'_a = 280\,kJ$$

۵۴- گزینه ۴

نکته اثر عوامل مختلف بر تعادل:

عامل		عکس‌العمل تعادل به تغییر	چگونگی تغییر ثابت تعادل (K) با جابه‌جاشدن تعادل
تغییر غلظت	افزایش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت مصرف آن ماده	تغییر نمی‌کند.
	کاهش غلظت یک ماده	جابه‌جایی در جهت تولید آن ماده	تغییر نمی‌کند.
تغییر حجم (فشار)	افزایش حجم (کاهش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی بیشتر	تغییر نمی‌کند.
	کاهش حجم (افزایش فشار) سامانه	جابه‌جایی در جهت شمار مول‌های گازی کم‌تر	تغییر نمی‌کند.
تغییر دما	کاهش دما (واکنش‌های گرماده)	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.
	افزایش دما (واکنش‌های گرماده)	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
	کاهش دما (واکنش‌های گرماگیر)	جابه‌جایی در جهت تولید گرما (جهت برگشت)	کاهش می‌یابد.
	افزایش دما (واکنش‌های گرماگیر)	جابه‌جایی در جهت مصرف گرما (جهت رفت)	افزایش می‌یابد.

با افزایش حجم، فشار کم می‌شود و واکنش به سمت تعداد مول‌های گازی بیشتر می‌رود. ما می‌خواهیم با افزایش حجم، واکنش در جهت رفت (افزایش درصد مولی فراورده (ها)) جابه‌جا شود؛ پس باید تعداد مول‌های گازی فراورده‌ها بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها باشد که فقط و فقط در ۴ تعداد مول‌های گازی فراورده بیشتر است.

دیدین پی شد! بدون در نظر گرفتن دما به جواب رسیدیم! با این حال در ۴ واکنش گرماگیر است و با افزایش دما، تعادل در جهت مصرف گرما یعنی در جهت رفت پیش می‌رود.

۵۵- گزینه ۳

گام ۱ با توجه به معادلهٔ واکنش خواهیم داشت:

$$CO + 2H_2 \rightleftharpoons CH_3OH$$

تعداد مول آغازی	۰	۰/۹	۰/۴
تغییر تعداد مول‌ها	+x	−2x	−x
تعداد مول تعادلی	x	۰/۹−2x	۰/۴−x

$$\text{مول تعادلی } H_2 = \text{مول تعادلی } CH_3OH \Rightarrow x = 0/9 - 2x \Rightarrow 3x = 0/9 \Rightarrow x = 0/3$$

پس در هنگام تعادل، مول‌های مواد شرکت‌کننده در تعادل به این صورت است:

$$\underset{0/1}{CO} + \underset{0/3}{2H_2} \rightleftharpoons \underset{0/3}{CH_3OH}$$

گام ۲ حالا غلظت‌های تعادلی را در رابطهٔ ثابت تعادل قرار می‌دهیم. (حجم ظرف فراموش نشود!)

$$K = \frac{[CH_3OH]}{[CO][H_2]^2} = \frac{(\frac{0/3}{0/6})}{(\frac{0/1}{0/6}) \times (\frac{0/3}{0/6})^2} = 12$$

ریاضیات

۵۶- گزینه ۲

درس‌نامه اتحاد مربع و مکعب دوجمله‌ای را بلد باشید:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad , \quad (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

گام ۱ صورت و مخرج کسر داده‌شده را جداگانه ساده می‌کنیم:

صورت: $8x^3 - 36x^2 + 54x - 27 = (2x-3)^3$

مخرج: از ۲ که فاکتور بگیریم می‌توانیم از اتحاد مربع دوجمله‌ای استفاده کنیم:

$$8x^2 - 24x + 18 = 2(4x^2 - 12x + 9) = 2(2x-3)^2$$

گام ۲ حالا می‌توانیم کسر داده‌شده را ساده‌تر بنویسیم:

$$A = \frac{8x^3 - 36x^2 + 54x - 27}{8x^2 - 24x + 18} = \frac{(2x-3)^3}{2(2x-3)^2} = \frac{2x-3}{2} \quad (*)$$

گام ۳ به گفتهٔ سؤال $x^2 - 3x + 1 = 0$ است. از این تساوی $2x-3$ را به دست می‌آوریم:

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x = -1 \xrightarrow{\times 4} 4x^2 - 12x = -4$$

$$\xrightarrow{+9} 4x^2 - 12x + 9 = 5 \Rightarrow (2x-3)^2 = 5 \Rightarrow 2x - 3 = \pm\sqrt{5}$$

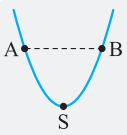
باید از ریشهٔ بزرگ‌تر استفاده کنیم، پس $2x-3 = \sqrt{5}$ را در (*) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$A = \frac{\sqrt{5}}{2} = 0/5\sqrt{5}$$

۵۷- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ در شکل مقابل دو نقطهٔ A و B با عرض یکسان روی سهمی قرار دارند. میانگین طول این دو نقطه، طول رأس سهمی را می‌دهد؛ یعنی:

$$x_S = \frac{x_A + x_B}{2}$$



۲ اگر مختصات رأس یک سهمی به صورت $S(h,k)$ باشد، ضابطه‌اش را می‌توانیم به این صورت بنویسیم: $y = a(x-h)^2 + k$

گام ۱ به گفتهٔ سؤال $A(2b+1, 2b-b^2)$ و $B(2b-1, 2b-b^2)$ دو نقطه با مؤلفه‌های صحیح و مثبت (طبیعی) هستند؛ پس b عددی طبیعی و طول و عرض این نقاط مثبت‌اند:

$$\begin{cases} 2b-1 > 0 \Rightarrow b > \frac{1}{2} \\ 2b+1 > 0 \Rightarrow b > -\frac{1}{2} \\ 2b - b^2 > 0 \Rightarrow b(2-b) > 0 \xrightarrow{\text{بین ریشه‌ها}} 0 < b < 2 \end{cases}$$

اشتراک می‌گیریم: $\frac{1}{2} < b < 2 \xrightarrow{b \in \mathbb{N}} b = 1$

پس مختصات A و B به این صورت می‌شود: $A(3,1) \ , \ B(1,1)$

گام ۲ دو نقطهٔ بالا که عرض یکسانی هم دارند، روی سهمی‌اند، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، میانگین طولشان، طول رأس سهمی را می‌دهد: $x_S = \frac{3+1}{2} = 2$

پس فرض می‌کنیم مختصات رأس سهمی به صورت $S(2,k)$ باشد، در این صورت طبق مورد (۲) درس‌نامه معادله‌اش می‌شود: $y = m(x-2)^2 + k$

از مقایسهٔ $y = m(x-\underbrace{\alpha+1}_{(*)})^2 + \alpha + 1$ با تساوی بالا، نتیجه می‌گیریم که:

$$-\alpha + 1 = -2 \Rightarrow \alpha = 3$$

$\alpha = 3$ را در (*) جای‌گذاری می‌کنیم: $y = m(x-2)^2 + 4 \quad (**)$

گام ۳ نقطهٔ $B(1,1)$ روی سهمی قرار دارد، پس باید در (**) صدق کند:

$$1 = m(1-2)^2 + 4 \Rightarrow m = 1 - 4 = -3$$

۵۸- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ در دنیای لگاریتم‌ها، قوانین زیر برقرارند:

الف) اگر $\log_a b = c$ باشد، می‌توانیم بنویسیم: $a^c = b$

پس $\log_a a = 1$ می‌شود.

ب) جمع و تفریق دو لگاریتم با مبناهای یکسان، به این صورت انجام می‌شود:

$$\log_a b + \log_a c = \log_a bc \quad \text{و} \quad \log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

پ) لگاریتم، توان روی عبارت جلویش را به عنوان ضریب به پشت خودش می‌برد؛ یعنی:

$$\log_a b^m = m\log_a b$$

ت) لگاریتم، معکوسِ توانِ روی مبنایش را به عنوان ضریب به پشت خودش می‌برد؛ یعنی:

$$\log_{a^n} b = \frac{1}{n}\log_a b$$

ث) ترکیب دو قانون قبلی، این‌جوری می‌شود:

$$\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n}\log_a b$$

ج) در عبارت‌هایی مثل $a^{\log_b c}$ که در آن‌ها عدد به توان لگاریتم می‌رسد، می‌توانیم جای a و c را عوض کنیم:

$$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$$

چ) اگر جای عدد و مبنا را عوض کنیم؛ لگاریتم معکوس می‌شود، یعنی:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

۲) ریشه‌های معادله را می‌توانیم در آن جای‌گذاری کنیم:

گام به گفتهٔ سؤال $x=-1$ یکی از ریشه‌های معادلهٔ $(a\log 2)x^2+ax+b\log 2=0$ است، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم آن را در معادله جای‌گذاری کنیم:

$$a\log 2 - a + b\log 2 = 0 \Rightarrow (a+b)\log 2 = a \Rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{1}{\log 2}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{a} + \frac{b}{a} = \frac{1}{\log 2} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{\log_{10} 2} - 1$$

گام طبق مورد (۱ ـ چ) درس‌نامه، $\frac{1}{\log_{10} 2}$ همان $\log_2 10$ است:

$$\frac{b}{a} = \log_2 10 - 1$$

جای ۱ می‌نویسیم $\log_2 2$ تا با تفریق دو لگاریتم با مبنای یکسان برسیم:

$$\frac{b}{a} = \log_2 10 - \log_2 2 \Rightarrow \frac{b}{a} = \log_2 \frac{10}{2} = \log_2 5$$

گام حالا مقدار $(\sqrt{2})^{\frac{b}{a}}$ را به ازای $\frac{b}{a} = \log_2 5$ به دست می‌آوریم:

$$M = (\sqrt{2})^{\log_2 5} = (2^{\frac{1}{2}})^{\log_2 5} = 2^{\frac{1}{2}\log_2 5} \xrightarrow[\text{درس‌نامه}]{\text{مورد(۱ـپ)}} 2^{\log_2 (5^{\frac{1}{2}})}$$

$$= 2^{\log_2 \sqrt{5}} \xrightarrow[\text{درس‌نامه}]{\text{مورد(۱ـچ)}} (\sqrt{5})^{\log_2 2} \xrightarrow{\log_2 2 = 1} = \sqrt{5}$$

۵۹- گزینه ۴

درس‌نامه ۱) تعداد نقاط برخورد نمودار توابع $f(x)$ و $g(x)$ همان تعداد جواب‌های معادلهٔ $f(x)=g(x)$ است.

۲) اگر نمودار تابع $f(x)$ را داشته باشیم، در این صورت:

- برای رسم نمودار تابع $f(x-a)$ باید نمودار تابع $f(x)$ را a واحد به سمت راست ببریم. $(a>0)$
- برای رسم نمودار تابع $f(x+a)$ باید نمودار تابع $f(x)$ را a واحد به سمت چپ ببریم. $(a>0)$

۳) برای کشیدن نمودار $y=f(|x|)$، اول نمودار $y=f(x)$ را رسم می‌کنیم، بعد قسمت‌هایی از نمودار را که سمت چپ محور yها را قرار دارند، حذف و قسمت‌هایی را که سمت راست محور yها قرار دارند، نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم:

۴) مختصات رأس سهمیِ $y=Ax^2+Bx+C$ به صورت $S(-\frac{B}{2A}, -\frac{\Delta}{4A})$ است.

گام طبق اتحاد مربع دوجمله‌ای، $(x-\frac{1}{2})^2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$ می‌شود، پس در معادله به جای x^2-x می‌نویسیم $(x-\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$. به جای $|4x-2|$ هم می‌نویسیم $4|x-\frac{1}{2}|$:

$$|4x-2| = x^2 - x + a \Rightarrow 4|x-\frac{1}{2}| = (x-\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} + a$$

$$\Rightarrow (x-\frac{1}{2})^2 - 4|x-\frac{1}{2}| = \frac{1}{4} - a$$

گام $(x-\frac{1}{2})^2$ همواره نامنفی است، پس می‌توانیم به جایش بنویسیم $|x-\frac{1}{2}|^2$:

$$|x-\frac{1}{2}|^2 - 4|x-\frac{1}{2}| = \frac{1}{4} - a$$

حالا فرض می‌کنیم $|x-\frac{1}{2}| = t$ باشد، این‌جوری معادلهٔ به‌دست‌آمده به این صورت درمی‌آید:

$$t^2 - 4t = \frac{1}{4} - a \xrightarrow{+4} t^2 - 4t + 4 = (\frac{1}{4} - a) + 4$$

$$\Rightarrow (t-2)^2 = 4/25 - a \xrightarrow{\sqrt{\ }} t - 2 = \pm\sqrt{4/25 - a}$$

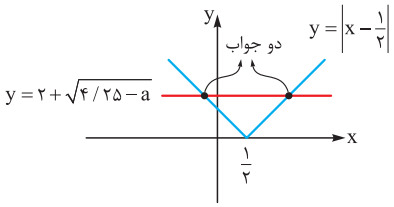
$$\Rightarrow t = 2 \pm \sqrt{4/25 - a}$$

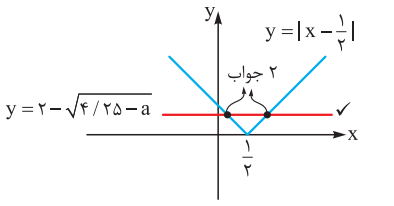
گام t همان $|x-\frac{1}{2}|$ بود:

$$\begin{cases} |x-\frac{1}{2}| = 2 + \sqrt{4/25 - a} & (1) \\ |x-\frac{1}{2}| = 2 - \sqrt{4/25 - a} & (2) \end{cases}$$

با توجه به تساوی‌های بالا، معادله وقتی مجموعاً ۴ جواب دارد که:

- **زیر رادیکال مثبت باشد:** $4/25 - a > 0 \Rightarrow a < 4/25$ (*)
- **هر کدام از معادله‌های (۱) و (۲) دو جواب داشته باشند:** طبق مورد (۱) درس‌نامه و شکل‌های زیر این اتفاق وقتی می‌افتد که $2+\sqrt{4/25-a}$ و $2-\sqrt{4/25-a}$ هر دو بزرگ‌تر از صفر باشند:





$2+\sqrt{4/25-a}$ که جمع ۲ عبارت نامنفی است، پس خودش همواره نامنفی است؛ این یعنی معادلهٔ (۱) حتماً دو جواب دارد. ولی $2-\sqrt{4/25-a}$ را باید بزرگ‌تر از صفر بگذاریم:

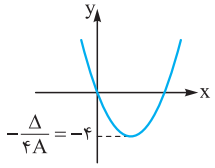
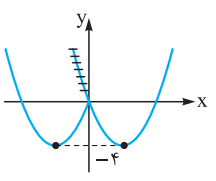
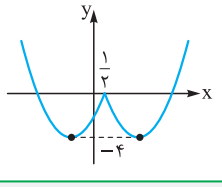
$$2 - \sqrt{4/25 - a} > 0 \Rightarrow \sqrt{4/25 - a} < 2$$

طرفین نابرابری بالا نامنفی‌اند، پس می‌توانیم طرفین نابرابری را به توان ۲ برسانیم:

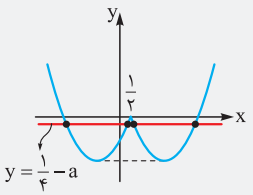
$$4/25 - a < 2^2 \Rightarrow a > 4/25 - 4 \Rightarrow a > 0/25 \quad (**)$$

گام از (*) و (**) که اشتراک بگیریم به $0/25 < a < 4/25$ می‌رسیم که در آن چهار عدد صحیحِ ۱، ۲، ۳ و ۴ حضور دارند.

تیزبازی بیایید به کمک مورد (۲)، (۳) و (۴) درس‌نامه، نمودار سمت چپ معادلهٔ $\underbrace{(x-\frac{1}{2})^2 - 4|x-\frac{1}{2}|}_{(*)} = \frac{1}{4} - a$ را بکشیم:

مرحلهٔ (۱)		رسم $f(x)=x^2-4x$
مرحلهٔ (۲)		رسم $f(\|x\|)=\|x\|^2-4\|x\|$
مرحلهٔ (۳)		رسم $f(\|x-\frac{1}{2}\|)=\|x-\frac{1}{2}\|^2-4\|x-\frac{1}{2}\|$

با توجه به شکل مقابل، معادلهٔ (*) وقتی ۴ تا جواب دارد که $\underbrace{-۴<\frac{۱}{۴}-a<۰}_{(I)}$ باشد. (I) و $\underbrace{\quad}_{(II)}$ را جداگانه حل می‌کنیم:



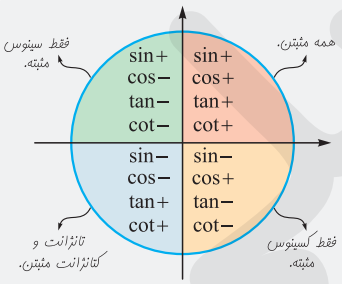
$$(I): -۴<\frac{۱}{۴}-a \Rightarrow a<۴+\frac{۱}{۴} \Rightarrow a<۴/۲۵$$

$$(II): \frac{۱}{۴}-a<۰ \Rightarrow a>\frac{۱}{۴} \text{ یا } a>۰/۲۵$$

ادامهٔ حل هم مثل حل روش قبلی است.

۶۰- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ علامت نسبت‌های مثلثاتی در ناحیه‌های مختلف دستگاه مختصات این‌طوری است:



۲ اتحادهای مثلثاتی زیر را بلد باشید:

- $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $\cot\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$
- $\sin^۲\alpha+\cos^۲\alpha=۱$ یا $\sin^۲\alpha=۱-\cos^۲\alpha$ یا $\cos^۲\alpha=۱-\sin^۲\alpha$
- $۱+\tan^۲\alpha=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}$
- $۱+\cot^۲\alpha=\frac{۱}{\sin^۲\alpha}$

۳ نسبت‌های مثلثاتی زوایای «$\pi-\alpha$» به صورت زیرند:

$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$	$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$
$\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$	$\cot(\pi-\alpha)=-\cot\alpha$

گام برای ساده‌کردن $\sqrt{\frac{۱+\sin\alpha}{۱-\sin\alpha}}$، صورت و مخرج را در $۱+\sin\alpha$ ضرب می‌کنیم:

$$M=\sqrt{\frac{۱+\sin\alpha}{۱-\sin\alpha}\times\frac{۱+\sin\alpha}{۱+\sin\alpha}}=\sqrt{\frac{(۱+\sin\alpha)^۲}{۱-\sin^۲\alpha}}$$

طبق مورد (۲) درس‌نامه، $۱-\sin^۲\alpha$ همان $\cos^۲\alpha$ است:

$$M=\sqrt{\frac{(۱+\sin\alpha)^۲}{\cos^۲\alpha}}=\frac{|۱+\sin\alpha|}{|\cos\alpha|}$$

$-۱\le\sin\alpha\le۱$ است، پس $۱+\sin\alpha$ همواره نامنفی است و خودش از قدرمطلق خارج می‌شود.

از طرفی به گفتهٔ سؤال α در ناحیهٔ دوم دایرهٔ مثلثاتی است، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه $\cos\alpha<۰$ است و قرینه‌اش از قدرمطلق خارج می‌شود:

$$M=\frac{۱+\sin\alpha}{-\cos\alpha}$$

گام طبق مورد (۲) درس‌نامه، $۱+\tan^۲\alpha$ همان $\frac{۱}{\cos^۲\alpha}$ است، پس:

$$N=\sqrt{۱+\tan^۲\alpha}=\sqrt{\frac{۱}{\cos^۲\alpha}}=\frac{۱}{|\cos\alpha|}=-\frac{۱}{\cos\alpha}$$

گام به دنبال $M-N$ هستیم که می‌شود:

$$-\frac{۱+\sin\alpha}{\cos\alpha}-(-\frac{۱}{\cos\alpha})=\frac{-\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\tan\alpha$$

تیزبازی به جای α می‌گذاریم $۱۸۰^\circ-۳۰^\circ=۱۵۰^\circ$ که در ناحیهٔ دوم هم قرار دارد:

$$M=\sqrt{\frac{۱+\sin۱۵۰^\circ}{۱-\sin۱۵۰^\circ}}-\sqrt{۱+\tan^۲۱۵۰^\circ}$$

طبق مورد (۳) درس‌نامه، $\sin(۱۵۰^\circ)=\sin(۱۸۰^\circ-۳۰^\circ)=\frac{۱}{۲}$ و $\tan(۱۵۰^\circ)=\tan(۱۸۰^\circ-۳۰^\circ)=-\frac{۱}{\sqrt{۳}}$ است:

$$M=\sqrt{\frac{۱+\frac{۱}{۲}}{۱-\frac{۱}{۲}}}-\sqrt{۱+(-\frac{۱}{\sqrt{۳}})^۲}=\sqrt{\frac{\frac{۳}{۲}}{\frac{۱}{۲}}}-\sqrt{\frac{۴}{۳}}=\sqrt{۳}-\frac{۲}{\sqrt{۳}}=\frac{۳}{\sqrt{۳}}-\frac{۲}{\sqrt{۳}}=\frac{۱}{\sqrt{۳}}$$

تنها گزینه‌ای که به ازای $\alpha=۱۵۰^\circ$، $\frac{۱}{\sqrt{۳}}$ می‌دهد، $-\tan\alpha$ در (۲) است؛ ببینید:

$$-\tan(۱۸۰^\circ-۳۰^\circ)=-(-\tan۳۰^\circ)=\frac{۱}{\sqrt{۳}}\ \checkmark$$

۶۱- گزینه ۴

گام اگر اتاق‌ها یکسان نباشند، تعداد راه‌های امکان دادن ۸ دانشجو در ۴ اتاق دونفره می‌شود:

$$\binom{۸}{۲}\binom{۶}{۲}\binom{۴}{۲}\binom{۲}{۲}$$

گام ولی به گفتهٔ سؤال ۴ اتاق یکسان داریم که هر $۴!$ جایگشتشان، ۱ حالت به حساب می‌آید، پس برای رسیدن به جواب، عدد بالا را بر $۴!$ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\binom{۸}{۲}\binom{۶}{۲}\binom{۴}{۲}\binom{۲}{۲}}{۴!}=\frac{\frac{۸\times۷}{۲}\times\frac{۶\times۵}{۲}\times\frac{۴\times۳}{۲}\times\frac{۲\times۱}{۲}}{۴!}=\frac{\overset{۷}{\cancel{۲۸}}\times۱۵\times\overset{۱}{\cancel{۶}}}{\cancel{۴}\times۳\times\cancel{۲}\times۱}=۷\times۱۵=۱۰۵$$

۶۲- گزینه ۲

درس‌نامه برای ساده‌کردن نسبت‌های مثلثاتی به فرم $k\pi\pm\alpha$ و $\frac{k\pi}{۲}\pm\alpha$ به جدول زیر توجه کنید:

فرم زاویه	روش ساده‌کردن
$k\pi\pm\alpha$ ↓ عددصحیح	**گام** $k\pi$ را به همراه $\pm$ بعدش حذف می‌کنیم و فقط نسبت مثلثاتی α را می‌نویسیم. در سمت چپ نسبت جدید یک دایرهٔ توخالی هم می‌گذاریم. مثلاً برای $\cos(۱۱\pi-\alpha)$ داریم: $\cos(\cancel{۱۱\pi}-\alpha)=\bigcirc\cos\alpha$ **گام** حالا باید ببینیم $k\pi\pm\alpha$ در کدام ناحیه قرار دارد تا علامت نسبت مثلثاتی‌اش مشخص شود. این علامت را در دایرهٔ توخالی می‌نویسیم. مثلاً در نسبت بالا $\underbrace{۱۰\pi}_{\text{قابل حذف}}+\pi-\alpha$ در ناحیهٔ دوم مثلثاتی است ($\pi-\alpha$ زاویه‌ای در ربع ۲ است) و کسینوس در این ناحیه منفی است، پس در دایرهٔ توخالی منفی قرار می‌دهیم: $\cos(\cancel{۱۱\pi}-\alpha)=\ominus\cos\alpha$
عدد فرد ↑ $\frac{k\pi}{۲}\pm\alpha$	همان کارهایی که برای «$k\pi\pm\alpha$» انجام دادیم، این‌جا هم انجام می‌دهیم؛ با این تفاوت که در گام ۱ نسبت مثلثاتی را تغییر می‌دهیم. یعنی sin و cos و همین‌طور tan و cot را به همدیگر تبدیل می‌کنیم: $\tan(\frac{\overbrace{۱۱\pi}^{\text{ناحیهٔ سوم}}}{۲}-\alpha)=\overbrace{\oplus}^{\text{tan در ناحیهٔ سوم مثبته}}\cot\alpha$ tan را به cot تبدیل می‌کنیم. از زاویهٔ $\frac{۱۱\pi}{۲}-\alpha$، مضارب ۲π را حذف کنیم به $\underbrace{\frac{۴\pi}{۲}}_{\text{حذف}}+\frac{۳\pi}{۲}-\alpha$ می‌رسیم که در ربع ۳ قرار دارد.

گام به کمک درس‌نامه، نسبت‌ها را ساده می‌کنیم:

$$\cos(۱۳۵^\circ)=\cos(\underbrace{۱۸۰^\circ}_{\pi}-۴۵^\circ)=\overbrace{\ominus}^{\text{ناحیهٔ ۲: cos<۰}}\cos۴۵^\circ=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

ناحیهٔ ۴: $\cos>0$

◆ $\cos(۲۹۷^\circ)=\cos(\underbrace{۲۷۰^\circ}_{\frac{۳\pi}{۲}}+۲۷^\circ)=+\sin ۲۷^\circ$

◆ $\cos(۶۳^\circ)=\cos(\underbrace{۹۰^\circ}_{\frac{\pi}{۲}}-۲۷^\circ)=\sin ۲۷^\circ$

ناحیهٔ ۲: $\sin>0$

◆ $\sin(۱۲۰^\circ)=\cos(۱۸۰^\circ-۶۰^\circ)=+\sin ۶۰^\circ=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

گام حالا موارد بالا را در $A=\sqrt{۲}\cos(۱۳۵^\circ)\cos(۲۹۷^\circ)+\sqrt{۳}\cos(۶۳^\circ)\sin(۱۲۰^\circ)$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$A=\sqrt{۲}(-\frac{\sqrt{۲}}{۲})(\sin ۲۷^\circ)+\sqrt{۳}(\sin ۲۷^\circ)(\frac{\sqrt{۳}}{۲})=-\sin ۲۷^\circ+۱/۵\sin ۲۷^\circ$$
$$=۰/۵\sin ۲۷^\circ$$

پس $2A$ می شود $۲(۰/۵\sin ۲۷^\circ)=\sin ۲۷^\circ$.

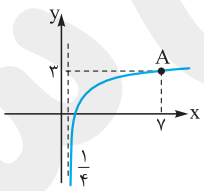
۶۳- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ ریشهٔ عبارت جلوی لگاریتم، معادلهٔ مجانب قائمش را می‌دهد. مثلاً معادلهٔ مجانب قائم تابع $y=-۳\log(x-۱)$ به صورت $x=۱$ است.

۲ برای به دست آوردن $f^{-۱}(\alpha)$، بدون به دست آوردن $f^{-۱}$، اول فرض می‌کنیم $f^{-۱}(\alpha)=\beta$ باشد. در این صورت می‌توانیم بنویسیم: $f(\beta)=\alpha$

حالا با حل معادلهٔ بالا، β را به دست می‌آوریم.

گام در شکل مقابل، $x=\frac{۱}{۴}$، مجانب قائم تابع $f(x)=\log_۳(ax+b)$ است، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، $x=\frac{۱}{۴}$ باید ریشهٔ عبارت $ax+b$ باشد:



$$\frac{۱}{۴}a+b=۰ \quad (۱)$$

گام طبق شکل بالا، نقطهٔ $A(۷,۳)$ روی نمودار قرار دارد، پس $f(۷)=۳$ می‌شود.

$$f(x)=\log_۳(ax+b) \Rightarrow ۳=\log_۳(۷a+b) \Rightarrow ۷a+b=۳^۳=۲۷ \quad (۲)$$

گام دستگاه حاصل از (۱) و (۲) را حل می‌کنیم:

$$\begin{cases}\frac{۱}{۴}a+b=۰\\ ۷a+b=۲۷\end{cases} \xrightarrow{\text{بالایی - پایینی}} \frac{۲۷}{۴}a=۲۷ \Rightarrow a=۴$$

$$\xrightarrow{\text{جای‌گذاری در بالایی}} \frac{۱}{۴}(۴)+b=۰ \Rightarrow b=-۱$$

پس $f(x)$ به این صورت می‌شود: $f(x)=\log_۳(۴x-۱) \quad (*)$

گام به دنبال $f^{-۱}(-۱)$ هستیم، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، فرض می‌کنیم $f^{-۱}(-۱)=\alpha$ باشد؛ این‌جوری می‌توانیم بنویسیم: $(**)$

$$f(\alpha)=-۱ \xrightarrow{(*)} -۱=\log_۳(۴\alpha-۱) \Rightarrow ۴\alpha-۱=۳^{-۱}=\frac{۱}{۳}$$
$$\Rightarrow ۴\alpha=۱+\frac{۱}{۳} \Rightarrow ۴\alpha=\frac{۴}{۳} \Rightarrow \alpha=\frac{۱}{۳}$$

بنابراین طبق $(**)$، $f^{-۱}(-۱)=\frac{۱}{۳}$ می‌شود.

۶۴- گزینه ۴

گام به‌جای $\sqrt{x^۲-\frac{۹}{a^۲}}$ می‌نویسیم $\sqrt{x-\frac{۳}{a}}\cdot\sqrt{x+\frac{۳}{a}}$؛ $\sqrt{\frac{۲۷}{a}}$ هم‌همان $۳\sqrt{\frac{۳}{a}}$ است:

$$M=\lim_{x\to(\frac{۳}{a})^+}\frac{۲\sqrt{x-\frac{۳}{a}}+۳\sqrt{x}-\sqrt{\frac{۲۷}{a}}}{\sqrt{x^۲-\frac{۹}{a^۲}}}=\lim_{x\to(\frac{۳}{a})^+}\frac{\overbrace{۲\sqrt{x-\frac{۳}{a}}+۳\sqrt{x}-۳\sqrt{\frac{۳}{a}}}^{۳(\sqrt{x}-\sqrt{\frac{۳}{a}})}}{\sqrt{x-\frac{۳}{a}}\cdot\sqrt{x+\frac{۳}{a}}}$$

$$=\lim_{x\to(\frac{۳}{a})^+}\frac{۲\sqrt{x-\frac{۳}{a}}}{\sqrt{x-\frac{۳}{a}}\cdot\sqrt{x+\frac{۳}{a}}}+\lim_{x\to(\frac{۳}{a})^+}\frac{۳(\sqrt{x}-\sqrt{\frac{۳}{a}})}{\sqrt{x-\frac{۳}{a}}\cdot\sqrt{x+\frac{۳}{a}}}$$

$$=\frac{۲}{\sqrt{\frac{۶}{a}}}+\underbrace{\lim_{x\to(\frac{۳}{a})^+}\frac{۳(\sqrt{x}-\sqrt{\frac{۳}{a}})}{\sqrt{x-\frac{۳}{a}}\cdot\sqrt{x+\frac{۳}{a}}}}_{(*)}$$

گام برای محاسبهٔ $(*)$، صورت و مخرج را در مزدوجِ $\sqrt{x}-\sqrt{\frac{۳}{a}}$، یعنی $\sqrt{x}+\sqrt{\frac{۳}{a}}$ ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to(\frac{۳}{a})^+}\frac{۳(\sqrt{x}-\sqrt{\frac{۳}{a}})}{\sqrt{x-\frac{۳}{a}}\cdot\sqrt{x+\frac{۳}{a}}}\times\frac{\sqrt{x}+\sqrt{\frac{۳}{a}}}{\sqrt{x}+\sqrt{\frac{۳}{a}}}=\lim_{x\to(\frac{۳}{a})^+}\frac{۳(x-\frac{۳}{a})}{\sqrt{x-\frac{۳}{a}}\cdot\sqrt{x+\frac{۳}{a}}}\times\frac{۱}{\sqrt{x}+\sqrt{\frac{۳}{a}}}$$

$$=\frac{۰}{\cdots}=۰$$

گام حالا به جای $(*)$، صفر می‌گذاریم:

$$M=\frac{۲}{\sqrt{\frac{۶}{a}}}+۰=\sqrt{\frac{۴}{\frac{۶}{a}}}=\sqrt{\frac{۴a}{۶}}=\sqrt{\frac{۲a}{۳}}$$

۶۵- گزینه ۴

درس‌نامه تابع f در $x=a$ به شرطی پیوسته است که حد چپ، حد راست و مقدارش در $x=a$ برابر باشند، یعنی: $\lim_{x\to a^+}f(x)=\lim_{x\to a^-}f(x)=f(a)$

گام ضابطهٔ بالایی f را می‌توانیم ساده‌تر بنویسیم:

$$\frac{\overbrace{|x^۲+mx-m-۱|}^{(x^۲-۱)+(mx-m)}}{m\underbrace{|x^۲-۱|}_{\text{مزدوج}}+|x-۱|}=\frac{\overbrace{|(x-۱)(x+۱)+m(x-۱)|}^{(x-۱)(x+۱+m)}}{m\underbrace{|(x-۱)(x+۱)|}_{|x-۱||x+۱|}+|x-۱|}=\text{ضابطهٔ بالایی}$$

$$=\frac{|x-۱||x+۱+m|}{|x-۱|(m|x+۱|+۱)}$$

دامنهٔ ضابطهٔ بالایی $x\neq ۱$ است، پس $|x-۱|\neq ۰$ و در نتیجه می‌توانیم $|x-۱|$ را از صورت و مخرج ضابطهٔ بالا بزنیم:

$$\text{ضابطهٔ بالایی}=\frac{|x+۱+m|}{m|x+۱|+۱}$$

پس $f(x)$ می‌شود:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{|x+۱+m|}{m|x+۱|+۱} & x\neq ۱\\ \frac{m}{m+۲} & x=۱\end{cases}$$

گام تابع به شرطی در $\mathbb{R}$ پیوسته می‌شود که:

◆ **ضابطهٔ بالایی دیگر ریشهٔ مخرج نداشته باشد:** اگر مخرج را مساوی صفر بگذاریم به معادلهٔ $\underbrace{m|x+۱|+۱=۰}_{|x+۱|=-\frac{۱}{m}}$ می‌رسیم. این معادله وقتی جواب ندارد که: $-\frac{۱}{m}<۰ \Rightarrow m>۰$

◆ **در $x=۱$ پیوسته باشد:** طبق درس‌نامه، تابع به شرطی در $x=۱$ پیوسته است که حد راست، حد چپ و مقدارش در $x=۱$ مساوی باشند:

حد راست و چپ: برای محاسبهٔ هر دو باید از ضابطهٔ بالایی استفاده کنیم:

$$\lim_{x\to ۱^-}f(x)=\lim_{x\to ۱^+}f(x)=\frac{|x+۱+m|}{m|x+۱|+۱}=\frac{|m+۲|}{۲m+۱}$$

(از $x\to ۱^+$: $x+۱\to ۲$، پس $|x+۱|=x+۱$؛ از $x\to ۱^-$: $x+۱\to ۲$، پس $|x+۱|=x+۱$)

مقدار: با توجه به ضابطهٔ پایینی $f(۱)$ می‌شود:

$$f(۱)=\frac{m}{m+۲}$$

هر سه مقدار را مساوی هم می‌گذاریم:

$$\frac{|m+۲|}{۲m+۱}=\frac{m}{m+۲}$$

گام فهمیدیم $m>0$ است، پس $m+2$ در معادلهٔ به‌دست‌آمده عددی مثبت است و خودش از قدرمطلق خارج می‌شود:

$$\frac{m+2}{2m+1}=\frac{m}{m+2} \Rightarrow (m+2)^2=m(2m+1) \Rightarrow m^2+4m+4=2m^2+m$$
$$\Rightarrow m^2-3m-4=0 \Rightarrow (m-4)(m+1)=0 \xrightarrow{m>0} m=4$$

گام حالا $\lim\limits_{x\to\frac{1}{m}} f(x)$ را به ازای $m=4$ به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x\to\frac{1}{4}} f(x)=\frac{|x+1+m|}{m|x+1|+1}=\frac{\frac{21}{4}}{4(\frac{5}{4})+1}=\frac{\frac{21}{4}}{6}=\frac{7}{8}$$

(از ضابطهٔ بالایی)

۶۶- گزینه ۴

درس‌نامه ۱ اگر به تعدادی داده با میانگین $\bar{x}$، چند دادهٔ جدید اضافه کنیم، به شرطی میانگین داده‌های جدید همان $\bar{x}$ می‌ماند که میانگین داده‌های اضافه‌شده هم $\bar{x}$ باشد.

۲ میانگین و واریانس داده‌های x_1، x_2، ... و x_n را به ترتیب با نمادهای $\bar{x}$ و σ^2 نشان می‌دهیم و برای محاسبه‌اش از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n} \qquad \sigma^2=\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2}{n}$$

گام فرض می‌کنیم x_1، x_2، ... و x_5 همان ۵ داده‌ای باشند که به گفتهٔ سؤال واریانسشان برابر $\frac{16}{3}$ است؛ در این صورت طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{16}{3}=\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_5-\bar{x})^2}{5}$$
$$\Rightarrow (x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_5-\bar{x})^2=5\times\frac{16}{3}=\frac{80}{3}$$

گام سؤال می‌گوید با اضافه‌کردن ۳ دادهٔ a، a و b به ۵ دادهٔ x_1، x_2، ... و x_5 با میانگین $\bar{x}$، میانگین داده‌های جدید همان $\bar{x}$ باقی می‌ماند؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، میانگین a، a و b هم باید $\bar{x}$ باشد:

$$\frac{a+a+b}{3}=\bar{x} \Rightarrow \bar{x}=\frac{2a+b}{3} \quad (1)$$

گام ولی واریانس ۸ دادهٔ جدید یک واحد بیشتر می‌شود، یعنی از $\frac{16}{3}$ می‌رسد به $\frac{16}{3}+1=\frac{19}{3}$.

$$\frac{19}{3}=\frac{\overbrace{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_5-\bar{x})^2}^{\text{طبق (۱) میشه } \frac{80}{3}}+(a-\bar{x})^2+(a-\bar{x})^2+(b-\bar{x})^2}{8}$$
$$\Rightarrow \frac{19}{3}\times 8=\frac{80}{3}+2(a-\bar{x})^2+(b-\bar{x})^2$$
$$\Rightarrow 2(a-\bar{x})^2+(b-\bar{x})^2=\frac{152}{3}-\frac{80}{3}=\frac{72}{3}=24$$

گام طبق رابطهٔ (۲) می‌توانیم به جای $\bar{x}$ در تساوی بالا بنویسیم $\frac{2a+b}{3}$:

$$2(a-\frac{2a+b}{3})^2+(b-\frac{2a+b}{3})^2=24$$
$$\Rightarrow 2(\frac{3a-2a-b}{3})^2+(\frac{\overbrace{3b-2a-b}^{2(b-a)}}{3})^2=24$$
$$\Rightarrow \frac{2(a-b)^2}{9}+\frac{4(a-b)^2}{9}=24 \Rightarrow \frac{6}{9}(a-b)^2=24$$
$$\xrightarrow{\sqrt{}} (a-b)^2=36 \Rightarrow |a-b|=6$$

۶۷- گزینه ۲

گام ترتیب وزن ۵ نفر کلاً $5!$ حالت دارد که در نیمی از آن‌ها، یعنی $\frac{10!}{2}$ نفر دوم سنگین‌تر از نفر اول است.

گام از طرفی با توجه به شکل زیر، در $4!$ حالت، نفر اول سبک‌ترین است:

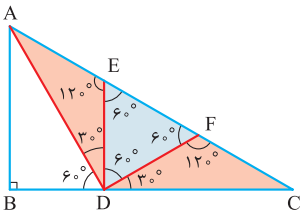
نفر اول $<$ ◯ $<$ ◯ $<$ ◯ $<$ ◯ ($4!$ حالت)

گام پس احتمال موردنظر می‌شود:

$$P=\frac{4!}{\frac{5!}{2}}=\frac{2\times 4!}{4!\times 5}=\frac{2}{5}=0/4$$

۶۸- گزینه ۱

گام (**محاسبهٔ $A\hat{D}F$**) به گفتهٔ سؤال مثلث آبی در شکل زیر، متساوی‌الاضلاع است، پس همهٔ زاویه‌های داخلی‌اش 60°اند. پس زاویه‌های $A\hat{E}D$ و $D\hat{F}C$ هر دو برابر «$180^\circ-60^\circ=120^\circ$» هستند. از طرفی سؤال می‌گوید مثلث‌های قرمز متساوی‌الساقین‌اند، پس دیگر زاویه‌های داخلی‌شان می‌شود «$\frac{180^\circ-120^\circ}{2}=30^\circ$».



حالا می‌توانیم $A\hat{D}B$ را به دست بیاوریم:

$$A\hat{D}B=180-A\hat{D}C=180^\circ-(30^\circ+60^\circ+30^\circ)=60^\circ$$

گام (**محاسبهٔ خواستهٔ سؤال**) به دنبال نسبت $\frac{AD}{BD}$ هستیم؛ BD ضلع مجاور به زاویهٔ 60° در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABD است و AD وترش، پس برای به دست آوردن خواستهٔ سؤال در این مثلث برای زاویهٔ 60°، کسینوس می‌نویسیم:

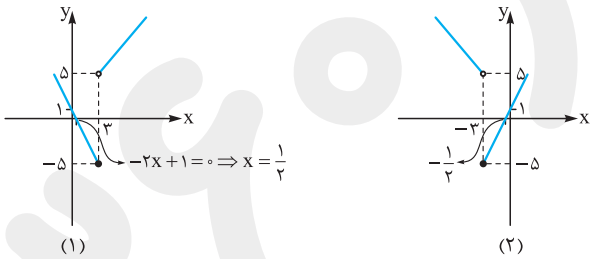
$$\underbrace{\cos 60^\circ}_{\frac{1}{2}}=\frac{BD}{AD} \Rightarrow 2=\frac{AD}{BD}$$

۶۹- گزینه ۱

درس‌نامه اگر نمودار تابع $f(x)$ را داشته باشیم:

- برای رسم نمودار $f(-x)$، نمودار تابع $f(x)$ را نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم.
- برای رسم نمودار $-f(x)$، نمودار تابع $f(x)$ را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم.

گام باید بفهمیم $f(-x)$ کجاها مثبت و کجاها منفی است. برای این کار اول نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}x+2 & x>3\\ -2x+1 & x\le 3\end{cases}$ را می‌کشیم (شکل ۱)؛ بعد نسبت به محور yها قرینه‌اش می‌کنیم تا طبق درس‌نامه به نمودار تابع $f(-x)$ برسیم (شکل ۲):



با توجه به شکل بالا در $x<-3$ و $x>-\frac{1}{2}$، $f(-x)>0$ و در $-3\le x\le -\frac{1}{2}$، $f(-x)\le 0$ است، پس ضابطهٔ $g(x)=\begin{cases}x+3 & f(-x)>0\\ x-3 & f(-x)\le 0\end{cases}$ را می‌توانیم به این صورت بنویسیم:

$$g(x)=\begin{cases}x+3 & x<-3 \text{ یا } x>-\frac{1}{2}\\ x-3 & -3\le x\le -\frac{1}{2}\end{cases}$$

گام به دنبال $\underbrace{fog(-\frac{1}{2})}_{f(g(-\frac{1}{2}))}$ هستیم؛ اول $g(-\frac{1}{2})$ را به کمک ضابطهٔ پایینی $g(x)$، حساب می‌کنیم:

$$g(-\frac{1}{2})=-\frac{1}{2}-3=-3/5$$

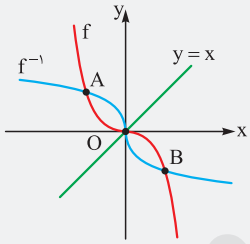
حالا $f(\underbrace{g(-\frac{1}{2})}_{-3/5})$ را به کمک ضابطهٔ پایینی $f(x)=\begin{cases}x+2 & x>3\\ -2x+1 & x\le 3\end{cases}$ به دست می‌آوریم:

$$f(-3)=-2(-3/5)+1=7+1=8$$

۷۰- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ اگر نقطهٔ (a,b) روی تابع وارون‌پذیر f باشد، نقطهٔ (b,a) روی f^{-1} قرار دارد و برعکس. بنابراین می‌توانیم بنویسیم: $f(a)=b \Leftrightarrow f^{-1}(b)=a$

۲ اگر f تابعی اکیداً صعودی باشد، وارونش را فقط روی خط $y=x$ (نیمساز ناحیهٔ اول و سوم) قطع می‌کند؛ این یعنی اگر f اکیداً صعودی باشد می‌توانیم به جای حل معادلهٔ $f(x)=f^{-1}(x)$، معادلهٔ $f(x)=x$ را حل کنیم. اما اگر f تابعی اکیداً نزولی باشد، ممکن است وارونش را در خارج از خط $y=x$ هم قطع کند. مثلاً تابع اکیداً نزولی f در شکل مقابل، وارونش را در سه نقطهٔ A، B و O قطع کرده که A و B روی خط $y=x$ قرار ندارند. بنابراین اگر f اکیداً صعودی نباشد، معادلهٔ $f(x)=x$ فقط نقاط برخورد f و f^{-1} روی خط $y=x$ را می‌دهد.



گام به گفتهٔ سؤال f تابعی وارون‌پذیر است، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه از تساوی $f(f(a))=a$ نتیجه می‌گیریم که: $f^{-1}(a)=f(a)$ (*)

گام طبق مورد (۲) درس‌نامه اگر تابع f در همسایگی a اکیداً صعودی باشد، می‌توانیم به جای حل معادلهٔ (*)، معادلهٔ $f(a)=a$ را حل کنیم. اما سؤال به چنین چیزی اشاره نکرده. فرض می‌کنیم طراح به دنبال نقاط تقاطع f و f^{-1} روی خط $y=x$ است و معادلهٔ $f(a)=a$ را حل می‌کنیم؛ چون در غیر این صورت حل معادلهٔ (*) برای ما غیرممکن است. با توجه به این‌که $f(x)=۴x-x\sqrt{x}-۳\sqrt{x}+۹$ است، معادلهٔ $f(a)=a$ را می‌سازیم:

$$۴a-a\sqrt{a}-۳\sqrt{a}+۹=a \Rightarrow (۳a+۹)+(-a\sqrt{a}-۳\sqrt{a})=۰$$

$$\Rightarrow ۳(a+۳)-\sqrt{a}(a+۳)=۰ \Rightarrow (a+۳)(۳-\sqrt{a})=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+۳=۰ \Rightarrow a=-۳ \\ ۳-\sqrt{a}=۰ \Rightarrow \sqrt{a}=۳ \xrightarrow{\text{توان ۲}} a=۹ \end{cases}$$

به خاطر وجود $\sqrt{x}$ در $f(x)$، باید $a\geq ۰$ باشد، پس $a=۹$ را می‌پذیریم.

گام به دنبال $f(a-۵)$ به ازای $a=۹$ هستیم که می‌شود:

$$f(۹-۵)=f(۴)=۴(۴)-۴\sqrt{۴}-۳\sqrt{۴}+۹=۱۶-۸-۶+۹=۱۱$$

۷۱- گزینه ۳

درس‌نامه ۱ sin و tan مضارب صحیح π و همین‌طور cos و cot مضارب فرد $\frac{\pi}{۲}$ همگی برابر صفرند.

۲ فرم کلی جواب‌های معادلهٔ $\tan\hat{A}=\tan\hat{B}$ به صورت $\hat{A}=k\pi+\hat{B}$ است.

۳ نسبت‌های مثلثاتی زوایای قرینه به صورت زیرند:

$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$	$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$
$\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$	$\cot(-\alpha)=-\cot\alpha$

گام طبق مورد (۱) درس‌نامه، $\cot(\frac{۳\pi}{۲})=۰$ است، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\tan(۳x-\frac{\pi}{۳})+\tan\underbrace{۲(x-\frac{\pi}{۲})}_{(۲x-\pi)}=\cot(\frac{۳\pi}{۲})=۰$$

$$\Rightarrow \tan(۳x-\frac{\pi}{۳})=-\tan(۲x-\pi) \quad (*)$$

گام طبق مورد (۳) درس‌نامه، $-\tan(\underbrace{۲x-\pi}_{\pi-۲x})$ در تساوی بالا همان $\tan(-(۲x-\pi))$ است:

$$\tan(۳x-\frac{\pi}{۳})=\tan(\pi-۲x)$$

گام حالا معادلهٔ به‌دست‌آمده را به کمک مورد (۲) درس‌نامه حل می‌کنیم:

$$۳x-\frac{\pi}{۳}=k\pi+(\pi-۲x) \Rightarrow ۵x=k\pi+\pi+\frac{\pi}{۳} \Rightarrow ۵x=k\pi+\frac{۴\pi}{۳}$$

$$\Rightarrow ۵x=\frac{\pi}{۳}(۳k+۴) \Rightarrow x=\frac{۳k+۴}{۱۵}\pi$$

$$\xrightarrow[k=-۱,۰,۱,۲,۳]{x\in[۰,\pi]} x=\frac{\pi}{۱۵},\frac{۴\pi}{۱۵},\frac{۷\pi}{۱۵},\frac{۱۰\pi}{۱۵},\frac{۱۳\pi}{۱۵}$$

پس معادله ۵ جواب دارد.

۷۲- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ در مورد حد بی‌نهایت، رابطه‌های زیر را بلد باشید:

$\frac{\text{عدد مثبت}}{۰^+}=+\infty$	$\frac{\text{عدد مثبت}}{۰^-}=-\infty$
$\frac{\text{عدد منفی}}{۰^+}=-\infty$	$\frac{\text{عدد منفی}}{۰^-}=+\infty$

۲ برای حل معادله‌های به فرم $|\square|=\bigcirc$، باید دو معادلهٔ $\begin{cases}\square=\bigcirc\\ \square=-\bigcirc\end{cases}$ را حل کنید.

گام به ازای $x=(\frac{۱}{\sqrt{۳}})^+=۰/\ldots$، $[-x]=[-۰/\ldots]=-۱$ می‌شود؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\lim_{x\to(\frac{۱}{\sqrt{۳}})^+}\frac{[-x]+a}{|\frac{\sqrt{۳}}{۳}x+a|+a}=-\infty \Rightarrow \lim_{x\to(\frac{۱}{\sqrt{۳}})^+}\frac{a-۱}{|\frac{\sqrt{۳}}{۳}x+a|+a}=-\infty$$

گام طبق مورد (۱) درس نامه، حد بالا وقتی برابر با $\pm\infty$ می‌شود که $x=\frac{۱}{\sqrt{۳}}$، ریشهٔ مخرج باشد:

$$|\frac{\sqrt{۳}}{۳}(\frac{۱}{\sqrt{۳}})+a|+a=۰ \Rightarrow |\frac{۱}{۳}+a|=-a$$

طبق مورد (۲) درس‌نامه، برای حل معادلهٔ بالا باید معادله‌های زیر را حل کنیم:

$$\begin{cases}\frac{۱}{۳}+a=a \Rightarrow \frac{۱}{۳}=۰ \times\\ \frac{۱}{۳}+a=-a \Rightarrow -۲a=\frac{۱}{۳} \Rightarrow a=-\frac{۱}{۶} \checkmark\end{cases}$$

پس $[a]$ می‌شود $[-\frac{۱}{۶}]=-۱$.

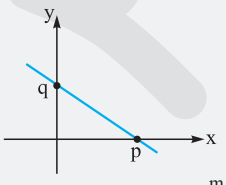
۷۳- گزینه ۲

درس‌نامه ۱ برای نوشتن معکوس یک تابع مثل $y=۲x-۱$، کارهای زیر را انجام می‌دهیم:

◇ جای x و y را عوض می‌کنیم: $x=۲y-۱$

◇ y را تنها می‌کنیم: $۲y=x+۱ \Rightarrow y=\frac{x+۱}{۲}$

۲ اگر خطی مثل شکل داده‌شده، طول از مبدأش p و عرض از مبدأش q باشد، معادله‌اش به این صورت می‌شود:



$$\frac{x}{p}+\frac{y}{q}=۱$$

۳ **هم‌ارزی پرتوان** برای حد $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{a_۱x^m+a_۲x^{m-۱}+\cdots+a_nx+k}{b_۱x^n+b_۲x^{n-۱}+\cdots+b_nx+k'}$ سه حالت زیر را مطرح می‌کند:

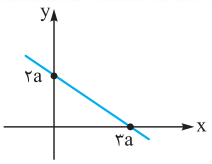
الف) وقتی درجهٔ صورت از درجهٔ مخرج بیشتر باشد، یعنی $m>n$، حاصل حد **بی‌نهایت** می‌شود.

ب) وقتی درجهٔ مخرج از درجهٔ صورت بیشتر باشد، یعنی $n>m$، حاصل حد **صفر** می‌شود.

پ) وقتی درجهٔ صورت با درجهٔ مخرج برابر باشد، یعنی $m=n$، حاصل حد می‌شود:

$$\frac{\text{ضریب بزرگ‌ترین توان } x \text{ در صورت}}{\text{ضریب بزرگ‌ترین توان } x \text{ در مخرج}}=\frac{a_۱}{b_۱}$$

گام در شکل مقابل، طول از مبدأ خط f برابر ۳a و عرض از مبدأش برابر ۲a است؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه معادلهٔ f می‌شود:



$$\frac{x}{3a}+\frac{y}{2a}=1 \xrightarrow[\times a]{a\neq 0} \frac{x}{3}+\frac{y}{2}=a \Rightarrow \frac{y}{2}=a-\frac{x}{3}$$

$$\Rightarrow y=2a-\frac{2}{3}x \text{ یا } f(x)=2a-\frac{2}{3}x \quad (1)$$

گام حالا به کمک مورد (۱) درس‌نامه، f^{-1} را به دست می‌آوریم:

$$y=2a-\frac{2}{3}x \xrightarrow[\text{عوض می‌کنیم.}]{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را}} x=2a-\frac{2}{3}y \Rightarrow \frac{2}{3}y=2a-x$$

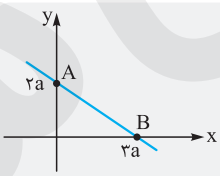
$$\xrightarrow{\times\frac{3}{2}} y=3a-\frac{3}{2}x \Rightarrow f^{-1}(x)=3a-\frac{3}{2}x \quad (2)$$

گام حالا موارد (۱) و (۲) را در $\lim \frac{f^2(x)}{x|f^{-1}(x)|}$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{(2a-\frac{2}{3}x)^2}{x\underbrace{|3a-\frac{3}{2}x|}_{\text{مثبت}}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{4}{9}x^2-\frac{8}{3}ax+4a^2}{x(3a-\frac{3}{2}x)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{4}{9}x^2-\frac{8}{3}ax+4a^2}{-\frac{3}{2}x^2+3ax}$$

در حد بالا، بزرگ‌ترین درجهٔ صورت و مخرج برابر ۲ است، پس طبق هم‌ارزی پرتوان (مورد (۳) درس‌نامه)، حاصل حد می‌شود $\frac{\frac{4}{9}}{-\frac{3}{2}}=-\frac{8}{27}$.

تیزبازی طبق نمودار مقابل، دو نقطهٔ A(۰,۲a) و B(۳a,۰) روی خط f قرار دارند، پس شیبش می‌شود:



$$m_f=\frac{0-2a}{3a-0}=-\frac{2a}{3a}=-\frac{2}{3}$$

پس معادلهٔ خط f می‌شود:

$$f(x)=-\frac{2}{3}x+\cdots$$

حالا نکتهٔ زیر را بخوانید:

نکته اگر f تابعی خطی باشد، f^{-1} هم تابعی خطی می‌شود که شیبش معکوس شیب f است.

طبق نکتهٔ بالا شیب f^{-1} تابعی خطی با شیب $\frac{1}{m_f}=-\frac{3}{2}$ می‌شود:

$$f^{-1}(x)=-\frac{3}{2}x+\cdots$$

حالا می‌توانیم خواستهٔ سؤال را به دست بیاوریم:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{f^2(x)}{x|f^{-1}(x)|}=\lim_{x\to-\infty}\frac{(-\frac{2}{3}x+\cdots)^2}{x\underbrace{|-\frac{3}{2}x+\cdots|}_{\text{مثبت}}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{4}{9}x^2+\cdots}{\underbrace{x(-\frac{3}{2}x)}_{-\frac{3}{2}x^2}}=\frac{\frac{4}{9}}{-\frac{3}{2}}=-\frac{8}{27}$$

۷۴- گزینه ۱

درس‌نامه ۱ تابع f به دو شرط در $x=a$ مشتق‌پذیر است:

- در $x=a$ پیوسته باشد.
- مشتق چپ و راستِ f در $x=a$ برابر باشند.

۲ تابع $y=|f(x)|$ در ریشه‌های سادهٔ $f(x)$، مشتق‌ناپذیر است.

۳ اگر $m>n$ باشد، تابع $y=\sqrt[m]{(x-a)^n}$ در $x=a$ مشتق‌ناپذیر است.

۴ $(u^n)'=nu'u^{n-1}$

گام در ضابطهٔ پایینی f، $\sqrt{x^2}$ همان $|x|$ است، پس:

$$f(x)=\begin{cases}a\sqrt[3]{x^2} & x\geq 1\\ b+c|x| & x<1\end{cases}$$

طبق مورد (۲) و (۳) درس‌نامه، $|x|$ و $\sqrt[3]{x^2}$ در $x=0$ مشتق‌ناپذیرند ولی $x=0$ در دامنهٔ ضابطهٔ بالایی قرار ندارند؛ بنابراین آن تک‌نقطه‌ای که f در آن مشتق‌ناپذیر است، $x=0$ در ضابطهٔ پایینی است.

گام برای این‌که نقطهٔ مشتق‌ناپذیری دیگری نداشته باشیم، باید f در $x=1$ مشتق‌پذیر باشد. طبق مورد (۱) درس‌نامه این اتفاق به دو شرط می‌افتد:

◇ **f در $x=1$ پیوسته باشد:**

$$\underbrace{f(1)=\lim_{x\to1^+}f(x)}_{\text{از ضابطهٔ بالایی}}=\underbrace{\lim_{x\to1^-}f(x)}_{\text{از پایینی}} \Rightarrow a\sqrt[3]{1^2}=\lim_{x\to1^-}(b+c|x|)$$

$$\Rightarrow a=b+c \quad (1)$$

◇ **مشتق چپ و راست f در $x=1$ برابر باشند:** در $x=1^-$، $|x|=x$ می‌شود، پس برای محاسبهٔ $f'_-(1)$ باید از $f(x)=b+cx$ مشتق بگیریم: $f'(x)=0+c \Rightarrow f'_-(1)=c$

برای محاسبهٔ $f'_+(1)$ هم از $f(x)=a\sqrt[3]{x^2}$ مشتق می‌گیریم:

$$f(x)=a\sqrt[3]{x^2}=ax^{\frac{2}{3}} \Rightarrow f'(x)=\frac{2}{3}ax^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow f'_+(1)=\frac{2}{3}a(1)^{-\frac{1}{3}}=\frac{2}{3}a$$

حالا مشتق چپ و راست را مساوی هم می‌گذاریم:

$$c=\frac{2}{3}a \Rightarrow a=\frac{3}{2}c \quad (2)$$

گام (۲) را در (۱) جای‌گذاری می‌کنیم:

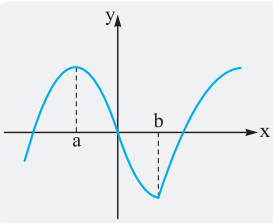
$$\frac{3}{2}c=b+c \Rightarrow b=\frac{1}{2}c$$

بنابراین $\frac{ab}{c^2}$ می‌شود:

$$\frac{ab}{c^2}=\frac{(\frac{3}{2}c)(\frac{1}{2}c)}{c^2}=\frac{\frac{3}{4}c^2}{c^2}\overset{c\neq0}{=}\frac{3}{4}$$

۷۵- گزینه ۳

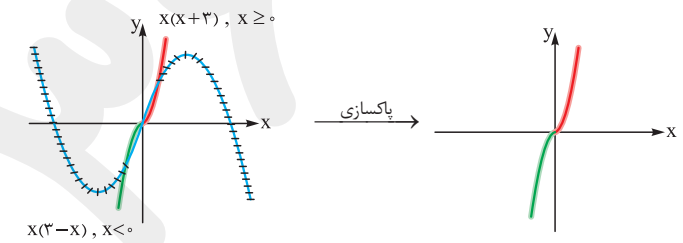
درس‌نامه نقطهٔ بحرانی، نقطه‌ای عضو دامنه است که در آن مشتق یا صفر است یا موجود نیست. مثلاً در تابع f با نمودارِ مقابل، $x=a,b$ بحرانی‌اند، چون $f'(a)=0$ و $f'(b)$ موجود نیست.



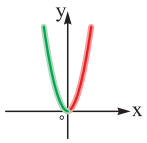
گام باید نمودار $f(|x|)$ را بکشیم. برای این کار اول $f(x)=x(|x|+3)$ را بدون قدرمطلق می‌نویسیم:

$$f(x)=\begin{cases}x(x+3) & x\geq 0\\ x(3-x) & x<0\end{cases}$$

گام حالا نمودار $f(x)$ را می‌کشیم:



گام الان اگر قسمت سبزرنگ نمودار $f(x)$ را که زیر محور xها قرار دارد، نسبت به محور xها قرینه کنیم به نمودار تابع $|f(x)|$ می‌رسیم:



با توجه به نمودار و درس‌نامه می‌توانیم بگوییم تابع $|f(x)|$ فقط در $x=0$ بحرانی است؛ چون در این نقطه مشتق‌ناپذیر است.

پاسخ‌نامهٔ تشریحی بوستر فرهنگیان

فهرست مطالب

آزمون ۱: کنکور فرهنگیان ۱۴۰۳ تجربی ۲

آزمون ۲: کنکور فرهنگیان ۱۴۰۳ ریاضی ۹

آزمون ۳: کنکور فرهنگیان ۱۴۰۳ انسانی ۱۷

آزمون ۴: کنکور فرهنگیان ۱۴۰۴ تجربی ۲۵

آزمون ۵: کنکور فرهنگیان ۱۴۰۴ ریاضی ۳۲

آزمون ۶: کنکور فرهنگیان ۱۴۰۴ انسانی ۳۹

آزمون ۷: کنکور فرهنگیان ۱۴۰۴ هنر ۴۵

آزمون ۸: کنکور فرهنگیان ۱۴۰۴ زبان ۵۱

پاسخ به سؤالات «تعلیم و تربیت اسلامی»: محمدرضا فرهنگیان

پاسخ به سؤالات «هوش و استعداد معلمی»: لیلا سمیعی عارف

تعلیم و تربیت اسلامی

۱- گزینه ۳

درس‌نامه آیه: ﴿وَ اصبِر عَلی ما اَصابَکَ اِنَّ ذلِکَ مِن عَزمِ الاُمورِ﴾ (لقمان، ۱۷)

ترجمه: بر آن‌چه (در این مسیر) به تو می‌رسد، صبر کن که این از عزم و ارادهٔ در کارهاست.

پیام‌ها:

- این آیه به «**تصمیم و عزم برای حرکت**» از اقدامات لازم برای ثبات قدم در راه قرب الهی اشاره دارد.
- شکیبایی و تحمل سختی‌ها برای رسیدن به هدف، از نشانه‌های داشتن عزم قوی است.
- این آیه با حدیث امام کاظم علیه‌السلام : «خدایا! می‌دانم که بهترین توشهٔ مسافر کوی تو، عزم و اراده‌ای است که با آن خواستار تو شده باشد.» مرتبط است.

بعد از سفارش‌هایی که لقمان حکیم به فرزندش می‌کند و راه و رسم زندگی را به او نشان می‌دهد، به وی می‌گوید: ﴿و اصبر علی ما اصابک انّ ذلک من عزم الامور﴾: (بر آن‌چه (در این مسیر) به تو می‌رسد، صبر کن که این از عزم و ارادهٔ در کارهاست.)

مشاوره در این تیپ از سؤالات دینی حتماً باید عین عبارت قرآنی رو تو ذهنمون داشته باشیم تا بتونیم در گزینه‌ها اونو تشخیص بدیم. در حقیقت فقط حفظ آیه می‌تونه تو این مدل سؤال‌ها بهمون کمک کنه.

۲- گزینه ۴

درس‌نامه مراقبت:

- باقی‌ماندن بر پیمان خود با خدا و وفای بر عهد = رضایت خدا
- شکستن پیمان = شرمندگی در مقابل خدا
- انسان باید مراقب باشد کارهای دیگر او را به خود مشغول نکند، تصمیم خود را فراموش نکند و عواملی را که سبب سستی در اجرای این تصمیم می‌شود، از سر راه بردارد.

حدیث امام علی علیه‌السلام : «گذشت ایام، آفاتی در پی دارد و موجب ازهم‌گسیختگی تصمیم‌ها و کارها می‌شود.»

پیام‌ها:

- این حدیث به مراقبت، از اقدامات لازم برای ثبات قدم در راه قرب الهی اشاره دارد.
- انسان باید با غنیمت‌شمردن فرصت، وفای به عهد و مراقبت از پیمان خود با خدا، از آفات گذر روزگار (دهر) جلوگیری به عمل آورد.
- آسیبی که عهدشکنی در اثر گذر زمان به پیمان الهی می‌زند، از هم گسستن عهدها و پیمان‌هاست. یعنی عدم مراقبت، موجب ضعیف‌شدن عزم می‌گردد.

طبق فرمایش امام علی علیه‌السلام «گذشت ایام، آفاتی در پی دارد و موجب ازهم‌گسیختگی تصمیم‌ها و کارها می‌شود.» که این حدیث به «**مراقبت**»، از اقدامات لازم برای ثبات قدم در راه قرب الهی اشاره دارد.

۳- گزینه ۱

درس‌نامه آیه: ﴿وَ مِنَ النّاسِ مَن یَتَّخِذُ مِن دونِ اللهِ اَنداداً یُحِبّونَهُم کَحُبِّ اللهِ وَ الَّذینَ آمَنوا اَشَدُّ حُبّاً لِلهِ﴾ (بقره، ۱۶۵)

ترجمه: و بعضی از مردم همتایانی را به جای خدا می‌گیرند، آنان را دوست می‌دارند مانند دوستی خدا، اما کسانی که ایمان آورده‌اند، به خدا محبت بیشتری دارند.

پیام‌ها:

- اشتباه برخی از مردم، شریک قراردادن غیر خدا در محبت به خداست.
- از ویژگی‌های مؤمنان، شدت محبّت آنان به خداوند است.
- محبت به خدا (تولّی)، آغاز دینداری است.
- با حدیث امام صادق علیه‌السلام که می‌فرماید: «قلب انسان حرم خداست ...»، ارتباط دارد.

یکی از ویژگی‌های مؤمنان این است که آن‌ها نسبت به خداوند دوستی و محبت شدیدی دارند. عشق و محبت الهی مانند اکسیری است که مُرده را حیات می‌بخشد و زندگی حقیقی را به وی عطا می‌کند. (توجه کنید که ۳ حدیثی از امام صادق علیه‌السلام است و آیهٔ قرآنی نیست.)

مشاوره در این تست باید دقت کنید که هر چهار گزینه به محبت اشاره دارد و با دقت در مطالعهٔ سؤال می‌تونیم دقیقاً اون چیزی که از ما خواسته شده است رو تو گزینه‌ها پیدا کنیم.

۴- گزینه ۴

درس‌نامه تأثیرات نماز:

- انجام به موقع نماز: دوری از بی‌نظمی در زندگی
- انجام نماز با لباس و بدن پاکیزه: کاهش آلودگی‌های ظاهری
- غصبی‌نبودن لباس و مکان نماز: کم‌شدن میل به کسب درآمد از راه حرام
- توجّه به بزرگی خدا در تکبیر: توجه‌نکردن به آن‌چه در مقابل خداست.
- در نظر داشتن عظمت خدا در رکوع و سجود: خضوع و خشوع نکردن در برابر مستکبران
- صادقانه‌خواستن عبارت ﴿اِهدِنَا الصِّراطَ المُستَقیم﴾: دل‌نبستن به راه‌های انحرافی
- با توجه به گفتن عبارت ﴿غَیرِ المَغضوبِ عَلَیهِم وَ لَا الضّالّینَ﴾: قرارنگرفتن در زمرهٔ افراد مورد خشم خداوند یا گمراهان
- تکرار درست آن‌چه می‌گوییم و انجام می‌دهیم: تسلط بر خود در برابر انجام منکرات
- کوچک‌نشمردن نماز و درک صحیح از آن‌چه می‌گوییم: دورشدن تدریجی از گناهان و حتی برخی مکروهات

ثمرهٔ صادقانه‌خواستن عبارت ﴿اِهدِنَا الصِّراطَ المُستَقیم﴾ در نماز از خدای متعال، دل‌نبستن به راه‌های انحرافی است.

مشاوره همهٔ گزاره‌های این قسمت رو به دقت مطالعه کنید تا همراه با جزئیات نماز، فلسفهٔ اجرایی اون‌ها رو هم بدونید.

۵- گزینه ۲

درس‌نامه ◇ شخصی که به علت داشتن عذر شرعی (مانند بیماری) روزه نگیرد: باید قضای روزه را تا سال بعد انجام دهد و برای هر روز یک مُد طعام (۷۵۰ گرم گندم یا جو و ...)، به فقیر طعام دهد.

- شخصی که بدون عذر روزه نگیرد: باید هم قضای آن را انجام دهد، هم کفّاره بدهد.
- اگر شخصی با چیز حرامی روزه‌اش را باطل کند: باید کفّارهٔ جمع بپردازد. (کفّارهٔ جمع: هم ۶۰ روز روزه بگیرد (که یک ماه آن باید پشت سر هم باشد) و هم ۶۰ مُد طعام به ۶۰ فقیر بدهد؛ یعنی هر فقیر یک مُد طعام)

شخصی که بدون داشتن عذر روزه نگیرد (عمداً روزه را ترک کند)، باید هم قضای آن را به جا آورد، هم کفّاره بدهد.

نکته تنها گزینهٔ صحیح در این سؤال ۲ است. البته در متن کتاب به این نکته اشاره نشده است که تا سال بعد باید کفاره را بدهد.

۶- گزینه ۳

درس‌نامه عفاف:

- حالتی است که انسان به وسیلهٔ آن، خود را در برابر تندروی‌ها و کندروی‌ها کنترل می‌کند تا در مسیر اعتدال و میانه‌روی پیش می‌رود.
- عفاف در تقابل با تبرّج است.
- تبرّج یعنی زیاده‌روی و افراط در آراسته‌کردن خود، تا حدّ رسیدن به خودنمایی و جلب توجه که از دیدگاه قرآن، کاری جاهلانه است.
- تبرّج باعث غفلت انسان از هدف زندگی و مشغول‌شدن او به کارهایی می‌شود که عاقبتی جز دورشدن از خدا ندارد.

یکی از جلوه‌های عفاف، مربوط به آراستگی و مقبولیت است. برخی انسان‌ها در آراستگی ظاهری و ابراز وجود مقبولیت دچار تندروی می‌شوند، به گونه‌ای که در آراسته‌کردن خود، زیاده‌روی می‌کنند و به خودنمایی می‌رسند. قرآن کریم این حالت را تبرج می‌نامند و آن را کاری جاهلانه معرفی می‌کند.

۷- گزینه ۴

درس‌نامه ◇ عفاف در بانوان ارزش بیشتری دارد، زیرا خداوند زنان را بیش از مردان به نعمت زیبایی آراسته است.
◇ زن مظهر جمال و زیبایی است.
◇ نتیجهٔ زیبایی درونی و ظاهری زنان: علت وجود احکام ویژه برای زنان
◇ خداوند برای حفظ نعمت زیبایی زن، احکام ویژه‌ای قرار داده است تا گوهر زیبای وجودش از نگاه نااهلان دور بماند و روح بلندش تحقیر نشود.
◇ عرضهٔ نابجای نعمت زیبایی، به جای گرمی‌بخشیدن به کانون خانواده، عفت و حیا را از بین می‌برد و این گوهر مقدس را از او می‌گیرد.

به همان میزان که رشته‌های عفاف در روح انسان قوی و مستحکم می‌شود، نوع آراستگی و پوشش او باوقارتر می‌شود.

پوشش مناسب از نشانه‌های عفاف است. گرچه عفاف، خصلت هر انسان با فضیلتی، اعم از زن و مرد است، اما وجود آن در زنان و دختران ارزش بیشتری دارد. زیرا خداوند زنان را بیش از مردان به نعمت زیبایی آراسته است. زن، مظهر جمال و زیبایی است و این زیبایی، هم درونی و هم ظاهری است.

۸- گزینه ۱

درس‌نامه حدیث امام علی ﷺ: «اِنَّهُ لَیسَ لِاَنفُسِکُم ثَمَنٌ اِلّا الجَنَّةَ فَلا تَبیعوها اِلّا بِها.»
ترجمه: همانا بهایی برای جان شما جز بهشت نیست؛ پس [خود را] به کم‌تر از آن نفروشید.
پیام‌ها: ۱ ارزشمندترین بهایی که وجود دارد و برای انسان قرار داده شده، بهشت است.
۲ اگر ارزش خود را نشناسیم، خود را به کم‌تر از بهشت می‌فروشیم.
۳ از راه‌های تقویت عزت نفس، خودشناسی است.
۴ این حدیث با آیهٔ «ما فرزندان آدم را کرامت بخشیدیم ...» و حدیث «ای فرزند آدم، این مخلوقات را برای تو آفریدم ...» مرتبط است.

این سخن امام علی ﷺ: «اِنَّهُ لَیسَ لِاَنفُسِکُم ثَمَنٌ اِلّا الجَنَّةَ فَلا تَبیعوها اِلّا بِها»
ترجمه: (همانا بهایی برای جان شما جز بهشت نیست؛ پس [خود را] به کم‌تر از آن نفروشید.)، با آیهٔ شریفهٔ «ما فرزندان آدم را کرامت بخشیدیم ... و بر بسیاری از مخلوقات برتری دادیم.» ارتباط معنایی دارد. و هر دو به «شناخت ارزش خود (خودشناسی) و نفروختن خویش به بهای اندک»، از راه‌های تقویت عزت نفس اشاره دارند.

۹- گزینه ۲

درس‌نامه آیه: ﴿وَ الَّذینَ کَسَبُوا السَّیِّئاتِ جَزاءُ سَیِّئَةٍ بِمِثلِها وَ تَرهَقُهُم ذِلَّةٌ﴾
ترجمه: آنان که بدی پیشه کردند، جزای بد به اندازهٔ عمل خود می‌بینند و بر چهرهٔ آنان غبار ذلت می‌نشیند.
پیام‌ها:
۱ ارتکاب گناهان و پاسخ مثبت دادن به تمایلات پست و دانی، علت ذلیل‌شدن انسان است.
۲ یکی از راه‌های رسیدن به عزّت، ترک معاصی (گناهان) است.
۳ عدل الهی که دلیل بر ضرورت معاد است، از دادن جزای بد به همان اندازه برداشت می‌شود.
براساس آیهٔ شریفهٔ ﴿وَ الَّذینَ کَسَبُوا السَّیِّئاتِ جَزاءُ سَیِّئَةٍ بِمِثلِها وَ تَرهَقُهُم ذِلَّةٌ﴾ غبار خواری و ذلت، زمانی بر چهرهٔ انسان می‌نشیند که مرتکب گناه و زشتی شود.

۱۰- گزینه ۱

درس‌نامه آیه: ﴿وَ مِن آیاتِهِ اَن خَلَقَ لَکُم مِن اَنفُسِکُم اَزواجاً لِتَسکُنوا اِلَیها وَ جَعَلَ بَینَکُم مَوَدَّةً وَ رَحمَةً اِنَّ فی ذلِکَ لَآیاتٍ لِقَومٍ یَتَفَکَّرونَ﴾
ترجمه: و از نشانه‌های خدا آن است که همسرانی از [نوع] خودتان برای شما آفرید تا با آن‌ها آرامش یابید و میان شما (دوستی و رحمت) قرار داد؛ همانا که در این مورد، نشانه‌هایی است برای کسانی که تفکر می‌کنند.
پیام‌ها: ۱ نیاز به انس و آرامش با همسر و رشد اخلاقی و معنوی، اهداف ازدواج است.
۲ فلسفهٔ آفرینش همسر هم نوع، آرامش‌یابی با آن است.
۳ یکسانی منزلت و مفهوم زوجیت زن و مرد برداشت می‌گردد.
۴ هدف خداوند حکیم از بیان نشانه‌هایش، تفکر در آن‌هاست.
۵ جهت ایجاد آرامش، مودّت و رحمت میان زوجین لازم است.

در آیهٔ شریفهٔ ﴿وَ مِن آیاتِهِ اَن خَلَقَ لَکُم مِن اَنفُسِکُم اَزواجاً لِتَسکُنوا اِلَیها وَ جَعَلَ بَینَکُم مَوَدَّةً وَ رَحمَةً اِنَّ فی ذلِکَ لَآیاتٍ لِقَومٍ یَتَفَکَّرونَ﴾ از عبارت شریفهٔ «مِن اَنفُسِکُم اَزواجاً» به برابری زن و مرد و از عبارت شریفهٔ «مَوَدَّةً وَ رَحمَةً» به وحدت بین زن و مرد که مودت و رحمت است، پی می‌بریم.

۱۱- گزینه ۴

درس‌نامه ◇ تقویت عفاف و پاکدامنی:
◇ دورهٔ بلوغ تا ازدواج یکی از حساس‌ترین و ارزشمندترین دوره‌های عمر انسان است.
◇ دورهٔ گذر از کودکی به بزرگسالی و پذیرش مسئولیت‌های زندگی است.
◇ در صورت گذران این دوره با پاکی و عدم آلودگی به فحشا (علت): هموارشدن راه رسیدن به بهشت برای خود و فرزندان (معلول)
◇ قرآن کریم از دختران و پسران می‌خواهد:
۱ قبل از ازدواج حتماً عفاف پیشه کنند (علت) تا خداوند به بهترین صورت زندگی آنان را سامان دهد. (معلول)
۲ به‌هیچ‌وجه در پی رابطهٔ غیرشرعی با جنس مخالف نباشند. (چه پنهان و چه آشکار) در غیر این صورت، زیان آن تا قیامت دامن‌گیر آنان خواهد شد و در نسل‌های آنان تأثیر بدی خواهد گذاشت.

قرآن کریم از دختران و پسران می‌خواهد که قبل از ازدواج، حتماً عفاف پیشه کنند تا خداوند به بهترین صورت زندگی آنان را سامان دهد.

۱۲- گزینه ۳

درس‌نامه ◇ حدیث امام علی ﷺ: «حُبُّ الشَّیءِ یُعمی وَ یُصِمُّ.»
ترجمه: علاقهٔ شدید به چیزی، آدم را کور و کر می‌کند.
پیام‌ها:
۱ علاقه و محبّت به یک شخص، چشم و گوش را می‌بندد و عقل را به حاشیه می‌راند.
۲ جهت موفّق‌شدن در انتخاب همسر، تسلّط کامل بر شور و احساس جوانی لازم است.
۳ شایسته است با مشورت با والدین انتخاب مناسب‌تری را رقم بزنیم.
◇ باید دربارهٔ ازدواج با والدین مشورت کرد، زیرا:
◇ علاقه و محبت به فرزندانشان (علت) باعث می‌شود معمولاً مصلحت و خوشبختی او را در نظر بگیرند. (معلول)
◇ تجربه و پختگی والدین (علت) باعث می‌شود خصوصیات افراد را بهتر دریابند و عاقبت ازدواج را پیش‌بینی کنند. (معلول)
◇ والدین نباید نظرشان را تحمیل کنند و فرزندانشان را به ازدواج ناخواسته بکشانند.

همواره دیده‌ایم که علاقه و محبت به یک شخص، چشم و گوش را می‌بندد و عقل را به حاشیه می‌راند. این سخن زیبای امام علی ﷺ مربوط به مواردی از همین قبیل است: «حُبُّ الشَّیءِ یُعمی وَ یُصِمُّ.»
علاقهٔ شدید به چیزی، آدم را کور و کر می‌کند.
از این‌رو، پیشوایان دین از ما خواسته‌اند که در مورد همسر آینده با پدر و مادر خود مشورت کنیم تا به انتخابی درست برسیم.

۱۳- گزینه ۲

پیامبر ﷺ می‌فرماید: «برای دختران و پسران خود امکان ازدواج فراهم کنید تا خداوند اخلاقشان را نیکو کند و در رزق و روزی آن‌ها توسعه دهد و عفاف و غیرت آن‌ها را زیاد گرداند.»

۱۴- گزینه ۱

مبارک‌ترین کاری است که خداوند آن را بر دوش انبیا و اوصیای الهی گذاشته، تعلیم و تربیت است. آیهٔ شریفهٔ ﴿یعلمهم الکتاب و الحکمة و یزکیهم﴾، به همین موضوع اشاره می‌کند.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

نکته آیهٔ شریفهٔ ﴿لقد ارسلنا رسلنا بالبینات و انزلنا معهم الکتاب و المیزان﴾ به یکی از مسئولیت‌های پیامبر ﷺ که تبیین و توضیح دین است (مرجعیت دینی) اشاره دارد.

۱۵- گزینه ۳

درس‌نامه اسلام برای آموزش هیچ محدودیتی قائل نیست:

- محدودیت زمانی: اطلبوا العلم من المهد إلی اللحد؛ از گهواره تا گور علم بیاموزید.
- محدودیت مکانی: لو کان الْعِلْمُ مَنُوطاً بِالثُّریا لَتَنَاوَلَهُ رِجَال مِن فَارِسَ؛ اگر علم در ثریا باشد، مردانی از فارس به آن می‌رسند.
- محدودیت جغرافیایی: اطلبوا العلم ولو بالصین؛ دانش را بجویید، اگرچه در چین باشد.
- محدودیت مقداری: ﴿وَ مَا کَانَ ٱلْمُؤْمِنُونَ لِیَنفِرُواْ کَآفَّةً فَلَوْلَا نَفَرَ مِن کُلِّ فِرْقَةٍ مِّنْهُم طَآئِفَةٌ لِّیَتَفَقَّهُواْ فِی ٱلدِّینِ﴾ هر گروهی از مردم، دسته‌ای کوچ نمی‌کنند تا در دین فقیه شوند.
- محدودیت جانی: لَوْ یعْلَمُ النَّاسُ مَا فِي طَلَبِ الْعِلْمِ لَاطلَبُوهُ وَ لَوْ بِسَفْكِ الْمُهج و خوض اللجج؛ اگر مردم ارزش علم را می‌دانستند به سراغ آن می‌رفتند، گرچه به قیمت جان خود و فرورفتن در امواج دریا باشد.
- محدودیت انسانی: فَبَعَثَ ٱللَّهُ غُرَابا یَبحَثُ فِي ٱلأَرضِ لِیُرِیَهُ کَیفَ یُوارِي سَوءَةَ أَخِیهِ؛ پس خداوند زاغی را فرستاد که زمین را می‌کاوید، تا به او نشان دهد که چگونه کشتهٔ برادرش را بپوشاند.
- محدودیت مکتبی: پیامبر اسلام ﷺ بهای آزادی کسانی را که در جنگ اسیر می‌شدند، آموزش خواندن و نوشتن به ده نفر از مسلمان قرار داد.

اسلام برای آموزش هیچ محدودیتی قائل نیست؛ از جمله محدودیت مقداری: «چرا از هر گروهی از مردم، دسته‌ای کوچ نمی‌کنند تا در دین فقیه شوند؟»

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱۶- گزینه ۳

در احادیث آمده است افرادی که دست به کارهای غیرطبیعی می‌زنند، گرفتار نوعی بیماری هستند و چون درون خود احساس کمبود و ذلت می‌کنند، با دست‌زدن به یک سری کارها می‌خواهند آن کمبود را جبران کنند. در فقه نیز آمده است که لباس شهرت حرام است، زیرا در آن نوعی امتیازطلبی به چشم می‌خورد. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۴۵)

۱۷- گزینه ۲

امام صادق ﷺ: أحبُّ إخوانی إلَیَ مَن أهدی إلَیَ عُیوبی؛ بهترین دوست من کسی است که عیب مرا به من بگوید. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

نکته یکی از راه‌های ایجاد صمیمیت، محبت‌کردن است. محبت، قوی‌ترین یا یکی از قوی‌ترین ابزارهای تربیتی است.

پیامبر ﷺ: لِینُوا لِمَن تُعلِّمونَ، و لِمَن تَتَعَلَّمونَ مِنهُ؛ با کسی که به او علم می‌آموزید و با کسی که از او علم فرامی‌گیرید، نرم و ملایم باشید.

۱۸- گزینه ۴

قرآن در آیهٔ ۸۱ سورهٔ آل عمران می‌فرماید که خداوند از همهٔ انبیا میثاق گرفت، مبنی بر این‌که علی‌رغم داشتن کتاب آسمانی و حکمت، آمادگی جابه‌جایی داشته باشند و اگر بعد از آن‌ها پیامبری آمد، به راحتی مسئولیت را به او واگذار کنند و بدون اخم و قهر به او ایمان بیاورند و او را یاری کنند. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۵۷)

نکته در تعلیم و تربیت، نباید به مسئولیت‌ها نگاه مادی داشت. افرادی که کنار می‌روند باید به افرادی که تازه روی کار می‌آیند، کمک کنند؛ کمکی براساس ایمان، نه براساس رودربایستی و نفاق و تظاهر.

۱۹- گزینه ۱

درس‌نامه سه بهانه برای فرار از هجرت:

- مراکز علمی قداست دارد.
- من به این‌جا عادت کرده‌ام.
- نسل من در این‌جا مستقر شده‌اند.

همچنین استدلال «اگر مرا دعوت کنند می‌روم» و «گاهی رفته‌ام» کافی نیست.

قرآن بارها به سفرهای علمی و تجربی با دستور «سیروا في الارض» سفارش کرده است و کسانی را که هجرت نمی‌کنند، با جملهٔ «افلم یسیروا» توبیخ کرده است.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۸۶)

۲۰- گزینه ۲

فرمان مشورت در مورد کارهای اجتماعی است، نه فرمان‌های صریح خدا و پیامبر ﷺ، لذا در قرآن کلمهٔ مشورت با کلمهٔ «امر» آمده است:

﴿و شاورهم في الامر﴾ و یا ﴿و امرهم شوری بینهم﴾ دقت کنید که در مورد «عهد الله» نمی‌توان مشورت کرد. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۹۷)

نکته هرگز برای تعداد رکعات نماز، روزهٔ ماه رمضان، سفر حج، مقدار خمس یا زکات مشورت نمی‌شود، چون برای هر یک دستور صریحی در قرآن و احادیث آمده است. بنابراین همان‌گونه که نماز «عهد الله» است و ما حق مشورت در مورد نماز را نداریم، امامت نیز «عهد الله» است و دربارهٔ آن نمی‌توان مشورت کرد.

هوش و استعداد معلمی

۲۱- گزینه ۲

استراتژی ۳ سؤال از این متن مطرح شده است، بهتر است ابتدا یک بار سؤالات و گزینه‌ها را سریع بخوانید، سپس متن داده‌شده را بخوانید. به این ترتیب هنگام خواندن متن می‌دانید که به چه مواردی باید بیشتر توجه کنید و برای هر سؤال به کدام بخش از متن مراجعه کنید.

طبق پاراگراف اول داریم: «مطابق «سند برنامهٔ درسی ملی» ارزشیابی باید به گونه‌ای باشد که با ارائهٔ شواهد کافی، امکان قضاوت در خصوص سطح دستیابی دانش‌آموزان به اهداف برنامهٔ درسی را فراهم کند، توانایی مهارت‌آموزی دانش‌آموزان را ارتقا دهد و (۳) درستی

مانع از ایجاد اضطراب و پریشانی خاطر در آنان شود. ارزشیابی باید وسیله‌ای برای ایجاد (۱) درستی (۴) درستی

رغبت و کسب عادات صحیح در دانش‌آموزان و عامل ارتقای آنان باشد.»

طبق توضیحات، (۱)، (۳) و (۴) دقیقاً در متن آمده‌اند، اما (۲) در خصوص ارزشیابی در «سند برنامهٔ ملی» ذکر نشده است.

مشاوره یکی از مهم‌ترین تیپ‌های سؤالات هوش کلامی پرسش از متن است. در این تیپ، متنی به شما داده می‌شود که پس از خواندن آن باید به یک یا چند پرسش در مورد متن با توجه به اطلاعات داده‌شده در متن (نه اطلاعات قبلی خودتان) پاسخ دهید.

۲۲- گزینه ۳

بررسی گزینه‌ها: (۱) نادرست؛ **طبق سطر چهارم و پنجم** از پاراگراف دوم، **ارزشیابی تکوینی و تراکمی در گذشته استفاده می‌شدند** و جزء شیوه‌های نوین ارزشیابی نیستند.

(۲) نادرست؛ در متن بیان شده که «امروزه علاوه بر ارزشیابی تکوینی و تراکمی که در گذشته بیشتر استفاده می‌شد، از روش‌های نوین ارزشیابی ... هم استفاده می‌شود.»، کلمهٔ «علاوه بر» نشان می‌دهد که هنوز هم از روش‌های سنتی برای ارزشیابی استفاده می‌شود؛ پس هنوز کارکرد خود را از دست نداده‌اند و این گزینه نادرست است.

(۳) درست؛ در متن آمده که: «در همهٔ نظام‌های آموزشی جهان، آموزش و یادگیری علوم تجربی از جایگاه ویژه‌ای برخوردار بوده و تلاش می‌شود تا دانش‌آموزان ضمن آشنایی با اصول و مفاهیم علوم تجربی، آگاهی‌های لازم برای یک شهروند مطلوب را کسب نمایند.». منظور از عبارتی که زیر آن خط کشیده شده است، همان «افزایش آگاهی‌های مدنی دانش‌آموزان است.»

(۴) نادرست؛ در سطر اول متن آمده که «در همهٔ نظام‌های آموزشی جهان، آموزش و یادگیری علوم تجربی از جایگاه ویژه‌ای برخوردار بوده و ...»؛ پس آموزش و یادگیری علوم تجربی، صرفاً در کشورهای دارای «سند برنامهٔ درسی ملی» جزء عناوین مهم درسی نیست.

۲۳- گزینه ۴

استراتژی هر کدام از پرسش‌ها را بخوانید و سعی کنید فقط با توجه به اطلاعات متن به آن‌ها پاسخ دقیقی بدهید. مواردی که نمی‌توان به آن‌ها پاسخ دقیق داد، حذف می‌شوند.

گام ۱ بررسی پرسش‌ها:

الف) طبق پاراگراف دوم متن، «ارزشیابی از آموزش معلم و میزان یادگیری دانش‌آموزان ضرورت دارد تا بازده برنامه‌های آموزشی روشن شود.»

ب) در پاراگراف دوم، فقط روش‌های سنتی و نوین ارزشیابی که استفاده می‌شوند نام برده شده‌اند و در مورد این‌که کدام‌یک بیشترین کاربرد را دارد مطلبی بیان نشده است؛ پس به این پرسش نمی‌توانیم طبق این متن پاسخ دهیم.

ج) در مورد عملکرد کشورها در خصوص ارزیابی آموزشی مطلبی در متن نیامده است؛ پس طبق متن نمی‌توانیم به این پرسش پاسخ دهیم.

گام ۲ پس با توجه به متن فقط توانستیم به پرسش (الف) به طور دقیق پاسخ دهیم و بنابراین ۴ درست است.

۲۴- گزینه ۲

استراتژی متن را با دقت بخوانید و در ادامه همهٔ گزینه‌ها را بررسی کنید، گزینه‌ای را انتخاب کنید که هم از نظر معنایی ادامه‌دهندهٔ متن باشد و هم با توجه به عبارت «با این توصیف» که در انتهای متن آمده است، متن را به درستی تکمیل کند.

درس‌نامه سؤالات ادامهٔ متن در دو حالت کلی مطرح می‌شوند:

الف) متن با یک جملهٔ کامل و معنی‌دار تمام می‌شود، در این حالت جملهٔ بعدی که باید از بین گزینه‌ها انتخاب شود، در راستای معنا و موضوع متن، اطلاعاتی را به آن اضافه کند.

ب) متن با یک جملهٔ ناتمام و ناقص به پایان می‌رسد، در این حالت باید جمله‌ای را از بین گزینه‌ها انتخاب کنید که ضمن این‌که در راستای معنا و موضوع متن باشد، جملهٔ ناقص پایانی را هم از نظر نگارشی به درستی تکمیل کند و یک متن منسجم معنی‌دار بسازد.

این متن از فصل اول کتاب شیمی پایهٔ یازدهم انتخاب شده است. در این متن، در مورد منابع زمینی که در زندگی روزمرهٔ خود استفاده می‌کنیم، مطالبی بیان شده و چند مورد از این ذخایر ارزشمند نام برده شده است؛ پس می‌توان گفت جملهٔ ۲ که زمین را انباری از ذخایر ارزشمند دانسته برای کامل‌کردن متن مناسب است و از نظر معنایی با متن همخوانی دارد، همین‌طور این گزینه با عبارت انتهای متن، یعنی «با این توصیف» نیز همخوانی دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱ در مورد سیارهٔ زمین و فضا در متن، مطلبی بیان نشده است و در واقع این جمله با موضوع متن همخوانی ندارد.

۳ در متن به طور کلی در مورد ارزشمندی منابع زمین صحبت شده است. در قسمت انتهای متن این‌طور آمده است که «با افزایش تقاضای جهانی برای استفاده از هدایای زمینی حجم انبوهی از منابع زمین بهره‌برداری می‌شود.» این‌جا یک مشکل زیست‌محیطی، یعنی افزایش بهره‌برداری از منابع زمین بیان شده است، اما جملهٔ ۳ برای ادامهٔ متن مناسب نیست، چون این گزینه اتفاقاً به کم‌ترشدن مشکلات زیست‌محیطی اشاره می‌کند در حالی که از متن «افزایش مشکلات زیست‌محیطی» قابل برداشت است. (کلمهٔ «کم‌تر» در این‌جا موجب نادرست‌بودن ۳ است.)

۴ در مورد تبدیل سنگ معدن به فولاد که اصلاً صحبتی نشده است! جملهٔ ۴ در راستای معنا و موضوع متن نیست؛ پس نمی‌تواند صحیح باشد.

نکته اگر در پایان متن با عبارت‌هایی مانند «و»، «علاوه بر این»، «هم‌چنین»، «با این توصیف»، «در این صورت»، «به همین دلیل» و ... آمده باشد، جملهٔ بعدی باید تأییدکنندهٔ جمله یا جملات قبل باشد و اگر در پایان متن عبارت‌هایی مانند «ولی»، «اما»، «علی‌رغم»، «با این وجود» و ... آمده باشد، جملهٔ بعدی باید از نظر معنایی مخالف جمله یا جملات قبلی باشد.

مشاوره یکی از انواع سؤالات هوش کلامی، سؤال تکمیل متن است. در این تیپ سؤال یک متن به شما داده می‌شود که بعد از چند جمله یا حتی گاهی در وسط جمله متن قطع می‌شود و شما باید جملهٔ مناسب را از بین گزینه‌ها برای ادامهٔ متن انتخاب کنید.

۲۵- گزینه ۳

استراتژی متن را به دقت بخوانید و ببینید کدام گزینه را با توجه به متن می‌توانید استنباط کنید. در این سؤال دانسته‌های قبلی خود را مد نظر قرار ندهید و فقط به استنباط از متن اکتفا کنید.

بررسی گزینه‌ها: ۱ نادرست؛ این مطلب را نمی‌توان از متن داده‌شده استنباط کرد، چون در این متن فقط در مورد نجوم، سؤالات و چالش‌های انسان در این حوزه مطالبی بیان شده است و راجع به مجهولات و دانش بشر در حوزه‌های دیگر چیزی گفته نشده است.

۲ نادرست؛ چون متن فقط به بیان پرسش‌ها و چالش‌های انسان در حوزهٔ نجوم پرداخته است، اما در مورد نحوهٔ پاسخگویی به این پرسش‌ها و این‌که آیا می‌توانیم به پاسخ آن‌ها دست پیدا کنیم یا نه، مطلبی در متن نیامده است.

۳ درست؛ در قسمتی از متن بیان شده که «برخی دیگر (اجرام و پدیده‌های آسمانی) به دلایلی از جمله فاصلهٔ بسیار، تاکنون حتی رصد هم نشده‌اند و اطلاعاتی از آن‌ها در دست نیست.» و در قسمتی دیگر هم بیان شده که «کیهان در حال گسترش است و کهکشان‌ها در حال دورشدن از یکدیگر هستند.» پس می‌توان گفت که «ممکن است رصد کهکشان‌های دوردست، با گذشت زمان دشوارتر شود.» و ۳ از متن استنباط می‌شود و درست است.

۴ نادرست؛ با توجه به توضیحات متن شاید بتوان این‌طور استنباط کرد که رصد اجرام آسمانی برای پژوهشگران و کاوشگران نجوم جذاب و شگفت‌انگیز اما دربارهٔ جذابیت این موضوع برای مردم عادی در متن چیزی بیان نشده است.

۲۶- گزینه ۱

استراتژی با توجه به سؤال باید بررسی کنید که با فرض درست‌بودن گزینه، مطلب بیان‌شده در آن می‌تواند دلیلی برای رایج‌نشدن غذاهای پرتودهی شده باشد یا نه.

بررسی گزینه‌ها: ۱ فرض کنیم برای مردم سایر کشورها، اساساً میزان و کمیت مواد غذایی اهمیت چندانی نداشته باشد. با توجه به این‌که پرتودهی غذاها روی میزان و کمیت آن‌ها تأثیری ندارد؛ پس این گزینه با فرض درست‌بودن، نمی‌تواند دلیلی برای رایج‌نشدن غذاهای پرتودهی شده باشد.

۲ فرض کنیم پرتودهی مواد غذایی باعث افزایش چشمگیر قیمت تمام‌شدهٔ آن‌ها می‌شود. با توجه به این‌که افزایش قیمت می‌تواند برای عدم تمایل مردم به خریدکردن باشد؛ پس این گزینه می‌تواند دلیل درستی برای رایج نشدن این غذاها باشد.

۳ فرض کنیم پرتودهی ماندگاری مواد غذایی را افزایش دهد، اما ارزش غذایی آن‌ها را کم کند. در این صورت چون کیفیت مواد غذایی و خاصیت آن‌ها (همان ارزش غذایی) کم می‌شود، تمایل به استفاده از آن‌ها هم کاهش می‌یابد و می‌تواند دلیلی بر رایج‌نشدن غذاهای پرتودهی شده باشد.

۴ فرض کنیم در سایر کشورها پژوهشگران حوزهٔ سلامت تبلیغات گسترده‌ای دربارهٔ تبعات منفی مصرف غذاهای پرتودهی شده انجام دهند؛ پس واضح است که رغبت و تمایل افراد به خرید این مواد غذایی کم‌تر می‌شود که می‌تواند دلیلی برای رایج‌نشدن آن‌ها در این کشورها باشد.

۲۷- گزینه ۳

استراتژی دو جمله‌ای را که زیر آن‌ها خط کشیده شده به دقت بخوانید و با توجه به گزینه‌ها بهترین پاسخی که رابطهٔ آن‌ها را نشان می‌دهد، پیدا کنید.

بررسی گزینه‌ها: ۱ نادرست؛ اولین جمله‌ای که زیر آن خط کشیده شده، ادعایی علمی نیست؛ پس این گزینه نادرست است.

۲ نادرست؛ اولین جمله‌ای که زیر آن خط کشیده شده یک فرایند علمی نیست؛ پس این گزینه هم نادرست است.

۳ درست؛ اولی می‌تواند یک نکتهٔ پزشکی باشد و دومی مثال یا یک قسمت از مواردی است که رعایت می‌شود و در مورد آن توضیح داده شده است؛ پس می‌توان گفت این گزینه درست است.

۴ نادرست؛ اولی پیشنهاد نیست! و دومی هم شرطی برای درستی آن نیست؛ پس این گزینه هم نادرست است.

۲۸- گزینه ۴

استراتژی ابتدا به دو شرط اولیهٔ سؤال توجه کنید. در هیچ دو اتاق مجاوری، رشته و پایهٔ دانش‌آموزان یکی نیست.

درس‌نامه در سؤالات آرایش یا ترتیب نشستن افراد یا اشیا، اطلاعاتی در مورد نحوهٔ چینش آن‌ها داده می‌شود. با توجه به اطلاعاتی که سؤال داده است، جای افراد یا اشیا را مشخص می‌کنیم. به این ترتیب که ابتدا از اطلاعاتی که به طور دقیق‌تر می‌توانیم با استفاده از آن جای فرد یا افرادی (شیء یا اشیا) را مشخص کنیم، شروع کرده و کم‌کم با اطلاعات دیگر جای بقیه را تعیین می‌کنیم. در هر مرحله هم اطلاعات و شرط‌ها را بررسی می‌کنیم که حتماً برقرار باشند و شرطی نقض نشود.

گام در این سؤال دو شرط اولیهٔ «کلاس‌های هر سه پایهٔ یک رشته در این طبقه برگزار می‌شود» و در هیچ دو اتاق مجاوری، رشته و پایهٔ دانش‌آموزان یکی نیست» را داریم. می‌خواهیم هر سه پایهٔ دهم، یازدهم و دوازدهم ریاضی در این طبقه باشند؛ پس شرط اول برقرار است و از طرفی طبق شرط دوم، این دانش‌آموزان نباید در هیچ دو اتاق مجاوری قرار بگیرند؛ پس فقط می‌توانیم اتاق‌های ۱، ۳ و ۵ را برای آن‌ها انتخاب کنیم.

گام طبق گام قبل، اتاق‌های ۲ و ۴ خالی هستند که کلاس درس یکی از پایه‌های تجربی می‌تواند در یکی از این دو کلاس برگزار شود که چون طبق گزینه‌ها فقط اتاق ۲ در ④ است، همین گزینه جواب درست می‌باشد.

مشاوره یکی از سؤالات هوش منطقی، موضوع آرایش یا ترتیب نشستن و جای‌گرفتن افراد یا اشیا است. باید با توجه به اطلاعات داده‌شده در متن و استدلال به این تیپ سؤالات پاسخ دهید.

۲۹- گزینه ۲

استراتژی کافی است که شرط اول و دوم در صورت سؤال را مد نظر داشته باشید و با استدلال، محل برگزاری کلاس‌ها را مشخص کنید.

گام اتاق ۱، کلاس درس دوازدهم ریاضی است و چون طبق شرط اول، کلاس‌های هر سه پایهٔ یکی از رشته‌ها در این طبقه برگزار می‌شود، پس کلاس‌های هر سه پایهٔ ریاضی در این طبقه است و طبق شرط دوم، تنها حالت ممکن این است که در اتاق‌های ۱، ۳ و ۵ باشند.

گام طبق گام قبل، اتاق‌های ۲ و ۴ برای رشتهٔ تجربی باقی می‌مانند که چون در دو اتاق مجاور نباید پایهٔ دانش‌آموزان یکسان باشد، در اتاق ۲ دانش‌آموزان دوازدهم تجربی نمی‌توانند باشند؛ بنابراین باید در اتاق ۴ کلاس آن‌ها برگزار شود.

دقت کنید که هر سه کلاس تجربی نمی‌توانند در این طبقه باشند، چون در اتاق ۱ کلاس ریاضی است و سه کلاس تجربی باید در اتاق‌های ۲، ۳، ۴ و ۵ باشند که در هیچ حالتی بدون این‌که مجاور هم باشند، امکان برگزاری ندارند.

۳۰- گزینه ۱

استراتژی بررسی کنید که در صورت برگزاری کلاس‌های رشتهٔ تجربی در اتاق‌های ۱ و ۵، در اتاق ۳ چه رشته و پایه‌ای می‌تواند کلاس برگزار کند.

گام اگر کلاس‌های رشتهٔ تجربی در اتاق‌های ۱ و ۵ برگزار شود؛ پس کلاس پایهٔ دیگر رشتهٔ تجربی فقط می‌تواند در اتاق ۳ برگزار شود و در اتاق‌های ۲ و ۴ هم می‌توانیم دانش‌آموزان رشتهٔ ریاضی را داشته باشیم.

بنابراین، قطعاً می‌توانیم بگوییم هر سه پایهٔ رشتهٔ تجربی در این طبقه برگزار می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

② نادرست؛ اگر هر سه پایهٔ رشتهٔ ریاضی بخواهند در این طبقه باشند، در کلاس‌های ۲، ۳ و ۴ باید قرار بگیرند که کنار هم می‌شوند و طبق فرض نباید این اتفاق بیفتد.

③ نادرست؛ این حالت، هم می‌تواند اتفاق بیفتد و هم می‌تواند اتفاق نیفتد. مثلاً اگر اتاق ۳ برای دانش‌آموزان یازدهم رشتهٔ تجربی باشد، دانش‌آموزان یازدهم ریاضی در هیچ‌کدام از اتاق‌های ۲ و ۴ نمی‌توانند باشند. ولی اگر اتاق ۳ برای دانش‌آموزان دهم تجربی باشد، پایه‌های یازدهم و دوازدهم ریاضی در اتاق‌های ۲ و ۴ می‌توانند باشند.

④ نادرست؛ در اتاق‌های ۱ و ۵ کلاس‌های رشتهٔ تجربی برگزار می‌شود، اما لزومی ندارد حتماً دانش‌آموزان پایهٔ یازدهم یا دوازدهم باشند.

تله در صورت سؤال گفته شده به طور قطع صحیح است. ③ و ④ ممکن است درست باشند ولی قطعاً درست نیستند.

تیزبازی از استدلال تست ۲۸ سریع می‌شد مطمئن شد که ① درست است و نیازی به بررسی سایر گزینه‌ها نبود.

۳۱- گزینه ۱

استراتژی به عدد قسمت مشترک هر دوتا بیضی توجه کرده و رابطهٔ آن‌ها را با چهار عدد دیگر پیدا کنید.

درس‌نامه در سؤالاتی که در آن‌ها چند شکل مشابه داریم که در آن‌ها اعداد مختلف در جایگاه‌های مختلف قرار گرفته‌اند باید در هر شکل به طور مجزا رابطهٔ بین عددها را پیدا کنید. اگر شکل‌ها به صورت زنجیره‌ای یا به صورت‌های مختلف دیگر به هم وصل شده باشند، معمولاً عدد داخل قسمت‌های مشترک از مجموع، حاصل‌ضرب یا انجام عملیات‌های ریاضی دیگر روی اعداد غیرمشترک دو شکل به دست می‌آید. باید عملیات‌های مختلف را روی اعداد امتحان کنید تا عدد قسمت مشترک را به دست آورید. اگر با انجام چهار عمل اصلی به رابطهٔ مورد نظر نرسیدید، ارتباط بین ارقام، مقلوب اعداد، روابطی مانند میانگین، ب.م.م، بخش‌پذیری و ... را هم بررسی نمایید. بعد از پیداکردن رابطهٔ مد نظر سؤال، کافی است همان رابطه را در مورد اعداد شکل دارای مجهول بررسی کنید تا عدد یا اعداد مجهول را بیابید.

گام اگر به چهار عدد هر دو بیضی دقت کنیم، می‌بینیم که چهار عدد به عدد مشترک (وسطی) بخش‌پذیر هستند و به طور دقیق‌تر بگوییم، عدد مشترک برابر ب.م.م چهار عدد دیگر است.

گام بین چهار عدد ۱۴۳، ۹۱، ۷۶ و ۱۳۳ تنها عامل ۱ مشترک است؛ پس ب.م.م آن‌ها ۱ می‌باشد که باید به جای ؟ قرار بگیرد.

مشاوره یکی از انواع سؤالات هوش ریاضی، سؤالاتی هستند که در آن‌ها تعدادی عدد در شکل‌های یکسان قرار می‌گیرند و یک یا چند عدد از یکی از شکل‌ها مجهول است که با توجه به رابطهٔ اعداد در هر شکل باید عدد یا اعداد مجهول را بیابید.

۳۲- گزینه ۳

استراتژی با توجه به صورت سؤال، حداقل یک خط با ۱۰ ایستگاه و حداقل یک خط با ۱۲ ایستگاه داریم. حالا کافی است بقیهٔ حالت‌های ممکن را بنویسید.

گام چون هر یک از خطوط پنج‌گانهٔ مترو دارای ۱۲، k یا ۱۰ ایستگاه هستند؛ پس حداقل یک خط مترو با ۱۰ ایستگاه و یک خط مترو با ۱۲ ایستگاه داریم.

گام چون این شهر مجموعاً ۶۴ ایستگاه مترو دارد؛ پس $۴۲ = (۱۰+۱۲) - ۶۴$ ایستگاه باقی می‌ماند؛ یعنی ۳ خط متروی دیگر، در مجموع ۴۲ ایستگاه دارند.

گام حالت‌های مختلف را برای ۳ خط متروی باقی‌مانده در نظر می‌گیریم:

$\Rightarrow ۱۴+۱۴+۱۴=۴۲ \Rightarrow k=۱۴$ هر سه خط، k ایستگاه داشته باشند: حالت اول

یک خط، ۱۰ ایستگاه و دو خط k ایستگاه داشته باشند: حالت دوم

$\Rightarrow ۱۰+۱۶+۱۶=۴۲ \Rightarrow k=۱۶$

یک خط، ۱۲ ایستگاه و دو خط k ایستگاه داشته باشند: حالت سوم

$\Rightarrow ۱۲+۱۵+۱۵=۴۲ \Rightarrow k=۱۵$

دو خط، ۱۰ ایستگاه و یک خط k ایستگاه داشته باشند: حالت چهارم

$\Rightarrow ۱۰+۱۰+۲۲=۴۲ \Rightarrow k=۲۲$

دو خط، ۱۲ ایستگاه و یک خط k ایستگاه داشته باشند: حالت پنجم

$\Rightarrow ۱۲+۱۲+۱۸=۴۲ \Rightarrow k=۱۸$

یک خط ۱۰، یک خط ۱۲ و یک خط k ایستگاه داشته باشد: حالت ششم

$\Rightarrow ۱۰+۱۲+۲۰=۴۲ \Rightarrow k=۲۰$

پس برای k، ۶ مقدار مختلف وجود دارد.

تله فکر نکنید خطوط یا ۱۲ یا k یا ۱۰ ایستگاه دارند. منظور سؤال این است که در بین خطوط از هر سه تا ایستگاه وجود دارد.

مشاوره بعضی سؤالات، با بررسی حالت‌های ممکن حل می‌شوند، کافی است از فرضیات استفاده کنید و حالت‌های ممکن را بنویسید.

۳۳- گزینه ۱

استراتژی باید ببینید هر نفر در یک روز چه کسری از کار را می‌تواند انجام دهد.

درس‌نامه سؤالات معادلات گویا، معمولاً مربوط به تعداد روزهای انجام یک کار، زمان پرشدن استخر با شیر آب، میزان یک ماده در یک محلول و سرعت حرکت یک جسم هستند. برای حل همهٔ آن‌ها ابتدا مثلاً میزان کار یک نفر در یک روز، میزان پرشدن استخر در یک ساعت، میزان ماده در یک مقدار مشخص از محلول و سرعت مثلاً قطار در یک ساعت را به صورت کسری بنویسید. بعد با توجه به بقیهٔ داده‌های مسئله معادلهٔ مطلوب را نوشته و سپس با مخرج‌مشترک‌گیری آن را حل کنید و مقدار مجهول مسئله را به دست آورید.

گام وقتی علی کاری را به تنهایی در ۸ روز انجام می‌دهد؛ یعنی هر روز $\frac{1}{8}$ کل کار را می‌تواند انجام دهد. به همین ترتیب محمد هم هر روز $\frac{1}{12}$ کار را می‌تواند انجام دهد.

گام مجموع کاری که علی و محمد با هم در یک روز انجام می‌دهند برابر $\frac{1}{8}+\frac{1}{12}$ است.

گام اگر حسن به آن‌ها اضافه شود و فرض کنیم به تنهایی در x روز کار را تمام می‌کند؛ پس در یک روز $\frac{1}{x}$ کار را می‌تواند انجام دهد؛ بنابراین مجموع کار سه نفر در یک روز برابر $\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{x}$ می‌شود.

گام گفته اگر سه نفر با هم کار کنند، کار در ۴ روز به اتمام می‌رسد؛ یعنی سه نفر با هم $\frac{1}{4}$ کار را در یک روز انجام می‌دهند.

گام باید معادلهٔ زیر را حل کنیم:

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{x}=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3+2}{24}+\frac{1}{x}=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{5}{24}+\frac{1}{x}=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x}=\frac{1}{4}-\frac{5}{24} \Rightarrow \frac{1}{x}=\frac{6-5}{24}=\frac{1}{24} \Rightarrow x=24$$

گام پس حسن به تنهایی در ۲۴ روز کار را تمام می‌کند؛ بنابراین در یک روز $\frac{1}{24}$ کار را انجام می‌دهد و در نتیجه در ۴ روز $\frac{1}{24}\times 4=\frac{1}{6}$ کل کار را انجام خواهد داد.

تله جواب $\frac{1}{24}$ را به دست آورید و چون در بین گزینه‌ها نیست، فکر کنید اشتباه حل کرده‌اید، حواستان به ۴ روز کل کار باید باشد که در ۴ روز چه کسری از کار را انجام داده است.

مشاوره در بین سؤالات هوش ریاضی، معمولاً مسئله‌هایی مطرح می‌شود که لازم است مفهوم آن‌ها را درک کنید و با تبدیل آن‌ها به زبان ریاضی به صورت معادله یا استفاده از تناسب و ... به جواب برسید. یکی از مسئله‌هایی که ممکن است مطرح شود، مسائل مربوط به معادلات گویا هستند که روش حل مشخصی دارند.

۳۴- گزینه ۴

استراتژی از جدول تناسب سه‌تایی و سپس حل معادله استفاده کنید.

درس‌نامه در سؤالاتی که نسبت دو چیز یا بیشتر داده می‌شود و مقدار یا نسبتی خواسته می‌شود، با یک جدول تناسب دوتایی یا سه‌تایی به راحتی می‌توانید مسئله را حل کنید. اگر مجموع مقادیر در سؤال داده شده بود، مجموع نسبت‌ها را به دست آورید. اگر اختلاف آن‌ها داده شده بود، اختلاف نسبت‌ها را در جدول تناسب قرار بدهید.

گام ابتدا میزان آب و شیر را در محلول به دست می‌آوریم:

	نسبت	لیتر
آب	۱ ×۸	۸
شیر	۴ ×۸	۳۲
مجموع	۵	۴۰

×۸

پس ۸ لیتر آب و ۳۲ لیتر شیر در محلول وجود دارد.

گام فرض کنیم x لیتر آب به محلول اضافه کرده‌ایم؛ پس نسبت آب به شیر برابر می‌شود با: $\frac{8+x}{32}=\frac{3}{2}$

گام معادلهٔ حاصل در گام قبل را حل می‌کنیم:

$$\frac{8+x}{32}=\frac{3}{2} \Rightarrow 16+2x=96 \Rightarrow 2x=80 \Rightarrow x=40$$ لیتر

گام پس ۴۰ لیتر آب به محلول اضافه کرده‌ایم، در نتیجه در محلول جدید ۴۸ = ۸ + ۴۰ لیتر آب وجود دارد.

تله وقتی جواب $x=40$ را به دست آوردید، ③ را انتخاب نکنید. حواستان باشد، سؤال میزان آب در محلول جدید را خواسته نه میزان آب اضافه شده را.

۳۵- گزینه ۴

استراتژی حجم ظرف را برابر با x در نظر بگیرید و معادلهٔ مربوط به هر قسمت را بنویسید و با هم مقایسه کنید.

گام فرض کنیم حجم ظرف x باشد.

گام موارد (الف) و (ب) را با توجه به حجم ظرف (x) می‌نویسیم:

(الف) حجم ظرف $\frac{1}{3}=\frac{1}{3}x$

(ب) $\frac{3}{4}x$ — ۱۵ لیتر مادهٔ شیمیایی — آب ← حجم آب $=\frac{3}{4}x-15$

$\Rightarrow$ حجم آب داخل ظرف $\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(\frac{3}{4}x-15)$

گام با توجه به مقدار x، هر سه حالت زیر را می‌توانیم داشته باشیم:

$$\text{حجم ظرف}=x=90 \text{ لیتر} \Rightarrow \begin{cases} \text{(الف)}\ \frac{1}{3}\times 90=30 \text{ لیتر} \\ \text{(ب)}\ \frac{1}{2}(\frac{3}{4}\times 90-15)=26/25 \text{ لیتر} \end{cases} \Rightarrow \text{(الف)} > \text{(ب)}$$

$$\text{حجم ظرف}=x=180 \text{ لیتر} \Rightarrow \begin{cases} \text{(الف)}\ \frac{1}{3}\times 180=60 \text{ لیتر} \\ \text{(ب)}\ \frac{1}{2}(\frac{3}{4}\times 180-15)=60 \text{ لیتر} \end{cases} \Rightarrow \text{(الف)} = \text{(ب)}$$

$$\text{حجم ظرف}=x=240 \text{ لیتر} \Rightarrow \begin{cases} \text{(الف)}\ \frac{1}{3}\times 240=80 \text{ لیتر} \\ \text{(ب)}\ \frac{1}{2}(\frac{3}{4}\times 240-15)=82/5 \text{ لیتر} \end{cases} \Rightarrow \text{(الف)} < \text{(ب)}$$

گام پس نمی‌توان رابطه‌ای بین مقادیر دو ستون (الف) و (ب) تعیین کرد و بنابراین ④ باید انتخاب شود.

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش ریاضی مسئله‌ای با دو حالت داده می‌شود که با حل سؤال در دو حالت و با توجه به خواستهٔ سؤال باید یکی از موارد داده‌شده در صورت سؤال را انتخاب کرده و گزینهٔ مربوط به آن را در پاسخبرگ علامت بزنید. معمولاً سؤالات سختی نیستند و فقط باید در انتخاب موارد دقت کنید.

۳۶- گزینه ۱

استراتژی کل شکل یا یک قسمت مشخص شکل را در جهات مختلف بچرخانید.

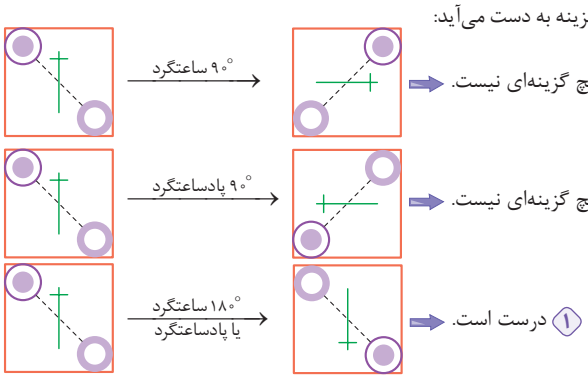
درس‌نامه برای پیداکردن دوران‌یافتهٔ یک شکل، باید به جهت و زاویهٔ دوران توجه کنیم. جهت دوران ممکن است ساعتگرد یا پادساعتگرد باشد. زاویهٔ دوران معمولاً یکی از زوایای زیر است.

زاویه	۴۵°	۹۰°	۱۸۰°	۲۷۰°	۳۶۰°
ساعتگرد					
پادساعتگرد					

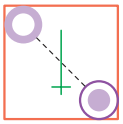
دقت کنید که دوران ۹۰° ساعتگرد با ۲۷۰° پادساعتگرد یکسان است و دوران ۹۰° پادساعتگرد با دوران ۲۷۰° ساعتگرد یکسان می‌باشد. دوران ۱۸۰° در هر دو جهت یکسان است.

نکتهٔ مهم در دوران این است که در دوران یک شکل، همهٔ اجزای شکل با هم و به یک اندازه و در یک جهت و نسبت به یک نقطه دوران پیدا می‌کنند.

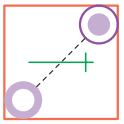
روش چون در گزینه‌ها مربع کج نداریم، پس فقط دوران ۹۰° و ۱۸۰° را بررسی می‌کنیم تا ببینیم کدام گزینه به دست می‌آید:



روش از نکتهٔ درس‌نامه برای رد گزینه‌ها استفاده می‌کنیم. در ۲ علامت ┼ هیچ دورانی نداشته؛ پس جای دایره‌ها هم نباید تغییری کند که این‌طور نیست. در ۳ علامت ┼ ، ۱۸۰ درجه دوران داشته است؛ پس دایره‌ها هم باید به اندازهٔ ۱۸۰ درجه دوران داشته باشند و به صورت مقابل دربیایند.



در ۴ علامت ┼ ، ۹۰ درجه ساعتگرد دوران داشته است که اگر بقیهٔ اجزای شکل هم ۹۰ درجه ساعتگرد دوران می‌کردند، باید به شکل مقابل می‌رسیدیم.



پس دوران همهٔ اجزای شکل در ۲، ۳ و ۴ یکسان نیست و نادرست هستند، اما در ۱ طبق توضیح پاسخ تشریحی همهٔ اجزای شکل ۱۸۰ درجه دوران داشته‌اند.

مشاوره یک تیپ از سؤالات هوش تصویری، پیداکردن دوران‌یافتهٔ یک شکل است. معمولاً سؤالات ساده‌ای هستند و به راحتی می‌توانید به آن‌ها پاسخ دهید.

۳۷- گزینه ۴

درس‌نامه در الگوهای تصویری برای پیداکردن رابطهٔ الگو باید به تغییر در اندازه، رنگ، شکل، تعداد اجزاء و همچنین دوران یا انتقال اجزا و ... توجه کنید. این تغییرات روند ثابتی دارند که بین تعداد ثابتی از آن‌ها تکرار خواهند شد و الگوی ما را مشخص می‌کنند.

استراتژی شکل‌ها را ۳تا ۳تا دسته‌بندی کرده و به رنگ داخل لوله‌های آزمایش و میزان پرشدن آن‌ها توجه کنید.

گام چون در گزینه‌ها ۳تا لولهٔ آزمایش آمده، پس الگو به احتمال زیاد سه‌تایی است.

گام اگر شکل‌ها را مانند زیر از سمت چپ سه‌تا سه‌تا دسته‌بندی کنیم، با بررسی ستونی به صورت زیر داریم:

لولهٔ شمارهٔ (۱۲)	لولهٔ شمارهٔ (۱۱)	لولهٔ شمارهٔ (۱۰)
با توجه به روند این ستون، لولهٔ شمارهٔ (۱۲) باید با هاشور ▨ پر شده باشد.	با توجه به روند این ستون، لولهٔ شمارهٔ (۱۱) باید تا نیمه رنگی باشد.	یکی‌درمیان لوله‌ها با هاشور ▨ پُر و خالی است؛ پس لولهٔ شمارهٔ (۱۰) باید خالی باشد.

با توجه به توضیحات داده‌شده در شکل بالا، ۴ درست است.

تله لوله‌های ۴ و ۸ خالی هستند. ممکن است تصور کنید که لولهٔ ۱۲ هم باید خالی باشد و به اشتباه یکی از ۱ یا ۳ را انتخاب کنید. دقت کنید که با در نظر گرفتن ۴تا ۴تای شکل‌ها الگویی برای سایر لوله‌ها به دست نمی‌آید.

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری، با الگویی از شکل‌ها مواجه هستیم. کافی است الگو را کشف و ادامهٔ شکل‌ها را پیدا کنید.

۳۸- گزینه ۲

استراتژی سعی کنید دور قسمت‌های یکسان تکرارشونده روی شکل خط بکشید.

از سه دایره‌ای که در بالا سمت چپ شکل قرار دارد می‌توان حدس زد که الگو سه دایره در



بالا سمت چپ دارد. از طرفی با دقت در شکل داده‌شده می‌بینیم که الگوی سه بار در بالا و سه بار در پایین شکل تکرار شده است و این الگو در ۲ وجود دارد.

مشاوره یک تیپ از سؤالات، تشخیص این است که شکل داده‌شده با تکرار چه الگویی ساخته شده است. اصطلاحاً به این سؤالات کاشی‌کاری می‌گویند. باید کاشی تکرارشونده را پیدا کنید و کار تمام است.

۳۹- گزینه ۳

استراتژی بین دو شکل سمت چپ رابطه‌ای وجود دارد. همان رابطه را بین شکل سوم و ؟ پیدا کنید.

درس‌نامه در سؤالات هوش تصویری وقتی دقیقاً سه شکل پشت سر هم می‌آیند، معمولاً با سؤال رابطهٔ بین اشکال مواجه هستیم. این رابطه می‌تواند بین شکل اول و دوم و یا بین شکل اول و سوم برقرار باشد:

حالت اول: شکل (۱) ← شکل (۲) ← شکل (۳) ← ؟

حالت دوم: شکل (۱) ← شکل (۲) ← شکل (۳) ← ؟

در هر صورت با پیداکردن این رابطهٔ دوبه‌دو می‌توانیم شکل مجهول را مشخص کنیم.
برای پیداکردن رابطهٔ بین اشکال هم، مواردی مانند تعداد اجزا دوران یا انتقال اجزا، رنگ یا هاشورخوردن اجزا، اندازه و شکل اجزا و ... را بررسی کنید.

گام اگر به شکل اول و دوم از سمت چپ دقت کنیم، می‌بینیم که در شکل دوم نسبت به شکل اول، جای قسمت‌های سیاه و سفید برعکس شده است.

گام پس در شکل سوم و چهارم هم باید همین قانون برقرار باشد. اگر جای قسمت‌های سفید و سیاه را در شکل سوم برعکس کنیم، شکل ۳ به دست می‌آید.

مشاوره رابطهٔ بین شکل‌ها از سؤالات مهم و پرتکرار هوش تصویری است. وقتی در یک سؤال سه شکل پشت سر هم به شما داده می‌شود، معمولاً بین دوتا از شکل‌ها رابطه‌ای منطقی برقرار است. با پیداکردن این رابطه می‌توانید سؤال را به راحتی حل کنید.

۴۰- گزینه ۲

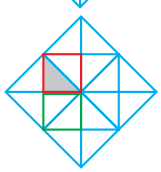
استراتژی همهٔ مربع‌های روی شکل را پیدا کنید و آن‌هایی که با مثلث، ضلع مشترک دارند، بشمارید.

درس‌نامه برای شمارش تعداد مربع‌ها باید مربع‌های ۱×۱، ۲×۲، ۳×۳ و ... را برای شمارش در نظر بگیرید. دقت کنید که در این سؤال یک شرط اضافی (داشتن ضلع مشترک با مثلث) را هم برای شمارش در نظر داشته باشید.

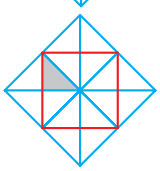
گام مربع‌هایی که با ضلع مثلث مشکی، ضلع مشترک داشته باشند را می‌شماریم. ابتدا مربع‌های ۱×۱ که در این شکل ۴تا است و فقط دوتای آن‌ها با وتر مثلث، ضلع مشترک دارند:



گام ۴ مربع با اضلاع کوچک‌تر از ۱ داریم که باز هم ۲تای آن‌ها با ضلع پایینی مثلث، ضلع مشترک دارند.



گام مربع‌هایی که دارای اضلاع مشترک با ضلع کناری مثلث هستند، فقط یکی است:
البته نصف ضلع این مربع با مثلث مشترک است.



گام مربع ۲×۲ بزرگ هم هیچ ضلع مشترکی با مثلث مورد نظر ندارد؛ پس شمارش نمی‌شود.

گام با توجه به گام‌های قبل، ۵ مربع در این شکل داریم که با مثلث، ضلع مشترک دارند و ۲ درست است.

مشاوره شمارش تعداد مربع‌ها یا مثلث‌ها یا ... جزء سؤالاتی است که ممکن است در آزمون مطرح شود. روش حل این تیپ سؤالات را خوب یاد بگیرید.

تعلیم و تربیت اسلامی

۱- گزینه ۴

درس‌نامه حدیث پیامبر ﷺ:

۱ «حاسِبوا اَنفُسَکُم قَبلَ اَن تُحاسَبوا.»

ترجمه: به حساب خود رسیدگی کنید، قبل از این‌که به حساب شما برسند.

پیام:

◇ چهارمین اقدام لازم جهت ثبات قدم و عدم تزلزل گام‌ها در مسیر قرب الهی، محاسبه و ارزیابی نفس (مُحاسبةالنّفس) است.

اگر در دنیا به حساب خود نرسیم، در قیامت به طور جدّی اعمال ما را محاسبه خواهند کرد. پس محاسبهٔ انسان باید مقدّم بر محاسبهٔ خداوند در دادگاه عدل الهی در مرحلهٔ دوم قیامت باشد.

۲ برزخ: مقدمات رسیدگی به اعمال است و رسیدگی کامل اعمال در قیامت است.

۳ «ثَمَرَةُ المُحاسَبَةِ صَلاحُ النَّفسِ»

ترجمه: نتیجهٔ محاسبه، اصلاح‌کردن خود است.

پیام:

◇ یکی از آثاری که برای محاسبه و ارزیابی عمل انسان در روایات ذکر شده است، اصلاح نفس است.

◇ این حدیث در رابطه با نتیجهٔ محاسبه و ارزیابی است.

در قیامت به صورت کامل و جدی اعمال ما محاسبه می‌شود و این فرمایش پیامبر ﷺ در این رابطه است: «حاسبوا انفسکم قبل ان تحاسبوا»

مشاوره در تست‌های دو یا چند قسمتی حتماً با بخشی که مسلط‌تر هستید شروع کنید.

۲- گزینه ۱

درس‌نامه

◇ چهارمین اقدام جهت ثبات قدم در مسیر قرب الهی، محاسبه و ارزیابی است.

◇ محاسبهٔ گناهان دو اثر مثبت می‌گذارد: الف) محیط و مسلّط شدن بر گناه ب) جبران‌کردن گناه.

◇ محاسبهٔ عیوب انسان دو اثر مثبت می‌گذارد: الف) آگاه‌شدن به عیب‌ها ب) اصلاح‌کردن عیوب.

◇ خوشبختی و سعادت انسان، در گرو محاسبه و ارزیابی اعمال خویش است تا بتواند خود را در مسیر قرب الهی حفظ کند.

امام علی ؑ در رابطه با آثار محاسبهٔ نفس در احادیث زیر به این موارد اشاره دارند:

◇ وَقَفَ عَلی عُیوبِهِ: آگاهی از عیب‌ها

◇ اَحاطَ بِذُنوبِهِ: تسلط بر گناهان

◇ استَقالَ الذُّنوبَ: جبران گناه

◇ اَصلَحَ العُیوبَ: اصلاح عیب‌ها

◇ صَلاحُ النَّفسِ: اصلاح‌کردن خود

◇ سَعِدَ: سعادتمندی

۳- گزینه ۳

درس‌نامه «ما اَحَبَّ اللهَ مَن عَصاهُ» کسی که از فرمان خدا سرپیچی کند، او (خدا) را دوست ندارد.

پیام حدیث:

◇ سرپیچی از خدا نشانهٔ عدم صداقت در دوستی با اوست.

◇ پیروی از دستورات خدا لازمهٔ محبت الهی است و این حدیث با آیهٔ ﴿قل ان کنتم تحبّون الله فاتّبعونی ...﴾ و احادیث «خداوند، بندهٔ گناهکار توبه‌کننده را دوست دارد.»، «خداوند، انسان باحیای بردبار باعفّتی را که پاکدامنی می‌ورزد، دوست دارد.»، «خداوند، رسیدگی به دلسوختگان و درماندگان را دوست دارد.»، «خداوند، کسی که جوانی‌اش در اطاعت او بگذارند، دوست دارد.» و «خداوند، زیبایی و آراستگی را دوست دارد.» مرتبط است.

براساس حدیث: «ما اَحَبَّ اللهَ مَن عَصاهُ» کسی که از فرمان خدا سرپیچی کند، او (خدا) را دوست ندارد؛ یعنی محبت به خدا تبعیت از او را در پی دارد (از دستورات الهی پیروی می‌کند.)

مشاوره در تست‌هایی که یک حدیث یا آیه در صورت سؤال آورده شده است و مفهوم آن را می‌خواهند، ابتدا و قبل از دیدن گزینه‌ها، مفهوم اصلی حدیث و آیه را بفهمید؛ سپس به گزینه‌ها رجوع کنید.

۴- گزینه ۲

درس‌نامه کسی که سفر می‌رود، اگر شرط‌های زیر (۳ شرط) را داشته باشد، باید نمازش را شکسته بخواند و نباید روزه بگیرد:

۱ رفتن بیشتر از ۴ فرسخ شرعی (۲۲/۵ کیلومتر) و مجموع رفت و برگشت بیشتر از ۸ فرسخ

۲ کم‌تر از ده روز در جایی که سفر کرده بماند.

۳ سفر برای انجام کار حرام نباشد. (اگر شخص برای کاری حرام و یا با نهی پدر و مادر یا ستم به مظلوم به سفر برود، باید نمازش را تمام بخواند و روزه‌اش را بگیرد.)

شخص بیان‌شده چون مسافر است، باید نمازش را شکسته (قصر) بخواند و نباید روزه بگیرد.

۵- گزینه ۱

درس‌نامه پیام‌های این حدیث:

◇ افراط و تندروی در آراستگی ظاهری برای جلب توجه دیگران (تبرّج) حرام است.

◇ دین اسلام همان‌طور که ما را به آراستگی دعوت کرده است، در صورت زیاده‌روی و افراط در آراستگی تا رسیدن آن به انجام گناه، این کار را حکم جنگ و محاربه با خدا معرفی می‌نماید.

حدیث مرتبط:

حدیث امام صادق ؑ: «لباس نازک و بدن‌نما نپوشید؛ زیرا چنین لباسی نشانهٔ سستی و ضعف دینداری فرد است.»

پیام‌ها:

◇ پوشش و آراستگی ظاهری انسان نباید بدن‌نما، تحریک‌کننده یا چسبان باشد. پوشیدن چنین لباس‌های نازک و بدن‌نما حرام است.

◇ منشأ و علت پوشش نامناسب، ضعف در دینداری (دیانت) افراد است.

امام علی ؑ می‌فرماید: «مبادا خود را برای جلب توجه دیگران بیارایی که در این صورت ناچار می‌شوی با انجام گناه به جنگ خدا بروی.»

۶- گزینه ۴

درس‌نامه

◇ ویژگی انسان عفیف (اعمّ از مرد و زن):

۱ کنترل خود، حفظ آراستگی در حدّ تعادل و دچارنشدن به تبرّج

۲ با زیبایی ظاهری، خودنمایی و جلب توجه نکردن و اجازه‌ندادن به اهانت به شخصیت او

۳ حیاکردن از تحسین و تمجید شدن به خاطر امور سطحی و کوچک

۴ یافتن استعدادها و ارزش‌های برتر درون خود برای تحسین‌شدن

۵ گریزان‌نبودن از مقبولیت؛ اما دوری از جلب توجه ظاهری و پایین‌آوردن خود در حدّ ابزار هوسرانی

پوشش مناسب از نشانه‌های عفاف است و چگونگی و نوع پوشش تا حدود زیادی، تابع آداب و رسوم اقوام و ملت‌ها است.

به میزانی که رشته‌های عفاف انسان در روح انسان قوی‌تر و مستحکم‌تر شود، آراستگی و پوشش او باوقارتر می‌شود.

به همان میزان که رشته‌های عفاف انسان ضعیف و گسسته می‌شود، آراستگی و پوشش او سبک‌تر و جنبهٔ خودنمایی به خود می‌گیرد.

۷- گزینه ۱

درس‌نامه آیه: ﴿مَن کانَ یُریدُ العِزَّةَ فَلِلّهِ العِزَّةُ جَمیعاً﴾

پیام آیه: ۱ خداوند سرچشمه و منبع همهٔ قدرت‌ها و عزت‌هاست.

۲ هر کس مستمراً به دنبال عزت است، باید خود را به سرچشمهٔ آن (خدا) وصل کند.

با توجه به آیهٔ شریفهٔ: ﴿مَن کانَ یُریدُ العِزَّةَ فَلِلّهِ العِزَّةُ جَمیعاً﴾، رسیدن به عزت و کرامت از طریق بندگی میسر می‌شود.

یکی از راه‌های تقویت عزت نفس، توجه به عظمت خداوند و تلاش برای بندگی او (توحید عملی) است.

۸- گزینه ۳

درس‌نامه آیه: «ما فرزندان آدم را کرامت بخشیدیم ... و بر بسیاری از مخلوقات برتری دادیم.»

پیام آیه:

۱ خداوند با دادن نعمت‌های مادی و معنوی به انسان، او را گرامی داشته و به او عزت نفس و کرامت ذاتی بخشیده است.

۲ علت برتری انسان بر بیشتر مخلوقات (نه همه)، اختیاری‌بودن حفظ کرامت و منزلت است.

۳ خودشناسی و شناخت ارزش خود، سودمندترین دانش‌هاست.

یکی از راه‌های تقویت عزت نفس، شناخت ارزش خود (خودشناسی) و نفروختن خویش به بهای اندک است و خداوند در آیهٔ شریفه می‌فرماید: «ما فرزندان آدم را کرامت بخشیدیم ... و بر بسیاری از مخلوقات برتری دادیم.» که بیانگر جایگاه ویژهٔ انسان در نظام خلقت است.

۹- گزینه ۴

درس‌نامه ◇ پیشوایان ما با تکیه بر بندگی خدا و پیوند با او توانستند در سخت‌ترین شرایط، عزت‌مندانه زندگی کنند و هیچ‌گاه تن به ذلت و خواری ندهند.

نمونه‌های دیگر این عزتمندی:

۲ **امام حسین** علیه‌السلام در محاصرهٔ یزیدیان که خواستند زیر بار بیعت با یزید برود، فرمود: «مرگ با عزّت از زندگی با ذلّت، برتر است.»

پیام: شجاعت امام حسین علیه‌السلام و عزت در برابر تهدید

۳ **حضرت زینب** علیهاالسلام با تحمل انبوه مصائب و سختی‌ها، در پاسخ به جملهٔ تحقیرآمیز عبیدالله بن زیاد، حاکم کوفه که گفت: دیدی خدا چه بر سر خاندان شما آورد؟ با قدرت فرمود: «[در این واقعه] (عاشورا) جز زیبایی ندیدم.»

پیام: عزّت در برابر تحقیر

پیامبر اکرم صلی‌الله‌علیه‌وآله در محاصرهٔ طاقت‌فرسای مشرکان مکّه، با ابوطالب و خدیجه و یارانی اندک و فقیر، در برابر وعدهٔ ثروت و قدرت و ریاست بر مکّه فرمود: «اگر اینان خورشید را در دست راستم و ماه را در دست چپم بگذارند، از راه حق دست برنمی‌دارم و تسلیم نمی‌شوم.» (عزت در برابر تطمیع و وعده‌ها)

۱۰- گزینه ۲

درس‌نامه ﴿وَ مِن آیاتِهِ اَن خَلَقَ لَکُم مِن اَنفُسِکُم اَزواجاً لِتَسکُنوا اِلَیها وَ جَعَلَ بَینَکُم مَوَدَّةً وَ رَحمَةً اِنَّ فی ذلِکَ لَآیاتٍ لِقَومٍ یَتَفَکَّرونَ﴾

۱ بیانگر «نیاز به انس و آرامش با همسر» و «رشد اخلاقی و معنوی» اهداف ازدواج است.

۲ فلسفهٔ آفرینش همسر همنوع، آرامش‌یابی با آن است.

۳ یکسانی منزلت و مفهوم زوجیت زن و مرد برداشت می‌گردد.

۴ هدف خداوند حکیم از بیان نشانه‌هایش، تفکر در آن‌هاست.

۵ جهت ایجاد آرامش، مودّت و رحمت میان زوجین لازم است.

۶ تحکیم بنیان خانواده، از مسئولیت‌های مسلمانان برای احیای تمدن اسلامی است.

پیام آیه:

﴿وَ اللهُ جَعَلَ لَکُم مِن اَنفُسِکُم اَزواجاً وَ جَعَلَ لَکُم مِن اَزواجِکُم بَنینَ وَ حَفَدَةً وَ رَزَقَکُم مِنَ الطَّیِّباتِ اَفَبِالباطِلِ یُؤمِنونَ وَ بِنِعمَةِ اللهِ هُم یَکفُرونَ﴾ (نحل، ۷۲)

۱ «رشد و پرورش فرزندان» از اهداف ازدواج و بالاترین افتخارهاست.

۲ منّت‌گذاری خداوند با دادن نعمت‌های پاکیزه به همسران و فرزندان قابل برداشت است.

۳ روی‌آوردن به گناه با وجود همسر و ایمان به باطل، کفرپیشگی و ناسپاسی است.

۴ یکسانی منزلت و زوجیّت زن و مرد برداشت می‌شود.

۵ بقای نسل از طریق همسران

براساس آیهٔ ﴿وَ مِن آیاتِهِ اَن خَلَقَ لَکُم مِن اَنفُسِکُم اَزواجاً لِتَسکُنوا اِلَیها وَ جَعَلَ بَینَکُم مَوَدَّةً وَ رَحمَةً اِنَّ فی ذلِکَ لَآیاتٍ لِقَومٍ یَتَفَکَّرونَ﴾، آرامش و انس با همسر ناشی از مودت و رحمت است.

۱۱- گزینه ۳

زن و مرد اگرچه در ویژگی‌های انسانی با هم مشترک هستند و خداوند برای هر دو هدف واحدی معین کرده است، اما از جهت مردبودن و زن‌بودن، یعنی از نظر خصوصیات جسمی با هم متفاوت‌اند. این تفاوت‌ها به گونه‌ای است که هر دو را به هم نیازمند کرده است؛ بدون این‌که یکی بر دیگری برتری داشته باشد. زیرا برتری هر کس نزد خداوند به تقواست و هر انسانی می‌تواند آن را در وجود خود پرورش دهد.

مشاوره در صورت سؤال برخی کلمات تعیین‌کننده وجود دارد؛ پس با دقت همهٔ سؤال رو بخونید. در این سؤال توجه به کلمهٔ «**نتیجه**» بسیار مهم است.

۱۲- گزینه ۱

درس‌نامه اهداف ازدواج:

۱ پاسخ به نیاز جنسی ۲ انس با همسر ۳ رشد و پرورش فرزندان ۴ رشد اخلاقی و معنوی

رشد و پرورش فرزندان:

◇ خانواده، بستر رشد و بالندگی فرزندان است و این نهاد هیچ جایگزینی ندارد.

◇ فرزند، ثمرهٔ پیوند زن و مرد و تحکیم‌بخش وحدت روحی آنان است.

◇ بالاترین افتخار برای زن و مرد، تربیت چند تن از بندگان خداست. به همین جهت، احترام و اطاعت از والدین، هم‌ردیف اطاعت و عبودیت خداست. (توحید عملی)

عبارت بیان‌شده در رابطه با «رشد و پرورش فرزندان»، از اهداف ازدواج است.

۱۳- گزینه ۲

درس‌نامه پیام حدیث:

۱ علاقه و محبّت به یک شخص، چشم و گوش را می‌بندد و عقل را به حاشیه می‌راند.

۲ جهت موفّق‌شدن در انتخاب همسر، تسلّط کامل بر شور و احساس جوانی لازم است.

۳ شایسته است با مشورت با والدین انتخاب مناسب‌تری را رقم بزنیم.

◇ باید دربارهٔ ازدواج با والدین **مشورت** کرد، **زیرا:**

◇ علاقه و محبت به فرزندانشان (علت) باعث می‌شود مصلحت و خوشبختی او را در نظر بگیرند. (معلول)

◇ تجربه و پختگی والدین (علت) باعث می‌شود خصوصیات افراد را بهتر دریابند و عاقبت ازدواج را پیش‌بینی کنند.

◇ والدین نباید نظرشان را تحمیل کنند و فرزندانشان را به ازدواج ناخواسته بکشانند.

علاقهٔ شدید به چیزی آدم را کور و کر می‌کند؛ از این‌رو پیشوایان دین از ما خواسته‌اند که در مورد همسر آینده با پدر و مادر خود مشورت کنیم تا به انتخابی درست برسیم. این حدیث امام علی علیه‌السلام: «حُبُّ الشَّیءِ یُعمی وَ یُصِمُّ.» به این موارد اشاره دارد.

۱۴- گزینه ۴

قرآن کریم یکی از وظایف انبیا را رهاسازی افکار جامعه از غل و زنجیرهایی برشمرده است که به آن گرفتار شده بودند: ﴿وَ یَضَعُ عَنْهُمْ إِصْرَهُمْ وَ الْأَغْلَالَ الَّتِي كَانَتْ عَلَيْهِمْ﴾:«و از آنان بار گران (تکالیف سخت) و بندهایی را که بر آنان بوده است، برمی‌دارد و آزادشان می‌کند.»

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۲۴)

نکته در رابطه با ۳

آیهٔ شریفهٔ ﴿أَن أَرسِل مَعَنَا بَنِي إِسرَءِيلَ﴾ بیانگر نجات بشر از طاغوت‌هاست.

معلم ربّانی، هادی و ناجی بشر است. آموزش و تحصیلات، هم می‌تواند دامی برای تحصیل‌کردگان و ایجاد وابستگی آن‌ها به ابرقدرت‌ها شود، هم وسیلهٔ نجات بشر از شرّ طاغوت‌ها. براساس آیات قرآن کریم، یکی از شاخص‌ها و اهداف بزرگ حضرت موسی نجات بنی‌اسرائیل از فرعون بود.

۱۵- گزینه ۲

درس‌نامه همین که خداوند متعال به موسی فرمود که تو از طرف من مأمور ارشاد و هدایت مردم هستی، اولین دعای او این بود: ﴿قالَ رَبِّ اشرَح لي صَدري وَيَسِّر لي أَمري وَاحلُل عُقدَة مِّن لِّساني يفقَهُوا قَولي﴾ سینه‌ام را برایم گشاده گردان (و بر صبر و حوصله‌ام بیفزا) و کار مرا برایم آسان فرما و گره از زبانم باز نما تا [آن‌ها] سخنان مرا [خوب] بفهمند. اولین دعای حضرت موسی ﷺ این بود که خدایا سینه‌ام را برایم گشاده گردان.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۳۳)

۱۶- گزینه ۱

درس‌نامه امیرالمؤمنین، علی ﷺ ثمره و نتیجهٔ علم را عمل، حلم، تواضع، حیات، حسن خلق، آگاهی، بیداری، استقامت، عبادت، طلب نجات و اخلاص در عمل دانسته است. هم‌چنین در کلامی دیگر فرمودند: میوه و ثمرهٔ علم، با زیبایی عمل چیده می‌شود، نه با زیبایی گفتار و سخن. عمل‌نکردن به گفتار، گاهی به خاطر ناتوانی است و گاهی از روی بی‌اعتنایی؛ که در صورت اخیر، توبیخ دارد.

رسول اکرم ﷺ در این‌باره فرمود: علمی که به آن عمل نشود، مانند گنجی است که از آن انفاق و استفاده نشود. صاحبش در جمع‌آوری‌اش خود را به زحمت انداخته است، بدون آن‌که بهره و نفعی از آن ببرد.

تشبیه عالم بی‌عمل:

درخت بی‌ثمر، ابر بی‌باران، نهر بی‌آب، زنبور بدون عسل، سوزن بدون نخ و الاغی که کتاب حمل می‌کند.

امام باقر ﷺ می‌فرماید: «کسی که از عدالت سخن بگوید ولی عادل نباشد، سخت‌ترین حسرت را در قیامت خواهد داشت.»

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۱۷- گزینه ۳

داشتن صبر و پایداری، رمز موفقیت هر کاری است، به‌ویژه در تعلیم و تربیت. خداوند به پیامبرش دستور صبر می‌دهد: ﴿و لربّک فاصبر﴾. هم‌چنین برای مسائل فرهنگی و تربیتی مثل نماز، به صورت ویژه به صبر سفارش می‌کند:

﴿وَ أْمُرْ أَهلك بالصلاة و اصطبر عليها﴾ «اهل خود را به نماز فرمان ده و بر آن پایداری کن.»

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۶۱)

۱۸- گزینه ۴

امام علی ﷺ می‌فرماید: «اوصيكما و جميع ولدي و اهلي و من بلغه كتابي بتقوى الله و نظم امركم.» شما دو فرزندم و همهٔ فرزندان و خانواده‌ام و تمام کسانی که در طول تاریخ، نامهٔ من به آن‌ها می‌رسد را به تقوا و نظم در کارها سفارش می‌نمایم.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۶۵)

۱۹- گزینه ۴

در مورد سنت‌ها و آداب باید براساس عمل به خیر و کنارگذاشتن کارهای غلط عمل کرد.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۸۱)

نکته علم زمانی کامل است که هم وصل به تاریخ کهن باشد و هم پویا و به روز؛ بنابراین معلم باید هم از آداب به خوبی پیروی کند و هم تجددپذیر باشد. نه سنت‌گرایی اصل است، نه سنت‌شکنی؛ بلکه باید هر کار خیری را از نیاکان دنبال کرد و هر کار غلطی را اگرچه سنت نیاکان باشد کنار گذاشت. باید علاوه بر به‌کارگیری تجارب علمی گذشتگان، نوگرایی داشت. گاهی پس از تأمل و تحقیق و مشورت با صاحبان تجربه، برداشت‌های نو و تازه‌ای در عرصهٔ علم پدید آورد و گاهی علوم گذشته را که با زحمات فراوان گذشتگان به دست آمده است به پیش هدایت کرد.

۲۰- گزینه ۲

درس‌نامه هجرت اختصاص به پیامبر ﷺ ندارد، بلکه هجرت از محیط شرک، کفر و گناه، برای حفظ دین و ایمان یا برای دوری از نافرمانی خداوند، بر هر مسلمانی لازم است. چنان‌که خداوند در پاسخ کسانی که زندگی در محیط ناسالم را عذر آلودگی خود و ارتکاب به گناه می‌خواندند و می‌گفتند: ﴿كنا مستضعفين في الارض﴾ فرمود: ﴿أَ لَمْ تَكُنْ أَرض اللهِ واسِعَة فَتهاجِروا فيها﴾

امام صادق ﷺ نیز می‌فرماید: «اگر در محل و سرزمینی که در آن زندگی می‌کنی، نافرمانی و معصیت خدا می‌کنند، از آن‌جا به جایی دیگر هجرت کن.»

قرآن کریم در پاسخ می‌فرماید: «مگر زمین خدا وسیع نبود که در آن مهاجرت کنید.»

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۸۶)

هوش و استعداد معلمی

۲۱- گزینه ۴

استراتژی ابتدا متن را بخوانید تا فضای کلی متن را دریابید و سپس با توجه به جملات قبل و بعد از کلمه و فضای جمله‌ای که کلمه در آن قرار گرفته، معنی آن را حدس بزنید.

کافی است کلمهٔ گزینه‌ها را به جای کلمهٔ «مألوف» در جملهٔ «ارجحیت تربیت معلمی آموزگاران بر ترتیب موضوعی/ محتوایی ایشان، در همه جای جهان، تبدیل به یک رسم مألوف شده است.» قرار دهید و معنادار بودن جمله را بررسی نمایید. کاملاً مشخص است که واژهٔ «مألوف» در این‌جا به معنای «مرسوم» می‌باشد و سایر واژه‌ها در این جمله معنا ندارند.

مشاوره پرسش از متن بلند می‌تواند به صورت تشخیص معنی یک کلمه در متن باشد که معمولاً به سادگی با توجه به جمله‌ای که کلمه در آن قرار گرفته است، می‌شود معنی آن را حدس زد.

۲۲- گزینه ۲

استراتژی یک بار دیگر پاراگراف اول متن را بخوانید و سپس قابل استنباط بودن گزینه‌ها را بررسی نمایید.

بررسی گزینه‌ها: ۱ نادرست؛ در جملهٔ اول آمده که «یکی از ارکان اصلی نظام آموزش ریاضی، معلم ریاضی است.» در مورد این‌که در کشور خاصی یا در بعضی کشورها یا ... این موضوع برقرار است، مطلبی بیان نشده است؛ پس این گزینه را نمی‌توان از این پاراگراف استنباط کرد.

۲ درست؛ در متن بیان شده که «هر قدر هم که برنامه‌ریزی آموزشی دقیق و علمی انجام شود و ...، در صورت عدم استقبال معلمان ریاضی از آن‌ها ... آن برنامه‌ریزی آموزشی محکوم به شکست خواهد بود.»؛ پس می‌توان استنباط کرد که «در موفقیت برنامه‌ریزی‌های آموزشی در نظام آموزش ریاضی، نقش معلم ریاضی را نمی‌توان نادیده انگاشت.» و این گزینه صحیح است.

۳ نادرست؛ در پاراگراف اول در مورد نقش و اهمیت معلمان ریاضی در نظام آموزش ریاضی صحبت به میان آمده است و هیچ مقایسه یا صحبتی در مورد نقش معلمان ریاضی نسبت به سایر معلمان نشده است؛ پس این جمله را هم نمی‌توان پاراگراف اول استنباط کرد.

۴ نادرست؛ در جملهٔ آخر پاراگراف اول بیان شده که «شناسایی ظرفیت‌های موجود در جامعهٔ معلمان ریاضی و برنامه‌ریزی برای آموزش‌های قبل و ضمن خدمت آن‌ها، جزء اولین قدم‌ها برای ایجاد تحول در آموزش ریاضی مدرسه‌ای است.»؛ پس می‌توان گفت اولاً شناسایی ظرفیت‌های موجود در جامعهٔ معلمان ریاضی قدمی برای ایجاد تحول است اما نیاز به تحول جدی از این جمله استنباط نمی‌شود، پس بخش اول این گزینه نادرست است. ثانیاً شناسایی ظرفیت‌ها جزء اولین گام‌ها است نه صرفاً اولین گام؛ بنابراین بخش دوم این گزینه هم نادرست است و این گزینه هم استنباط درستی از پاراگراف اول نمی‌تواند باشد.

تله شاید به نظر شما ۴ درست به نظر برسد ولی حتی یک کلمهٔ کلیدی که نتوان آن را در متن پیدا کرد، می‌تواند نشانهٔ نادرستی آن جمله باشد. مثلاً در این گزینه «نیازمندی به تحولی جدی» در جایی از متن بیان نشده و بنابراین نمی‌توان چنین چیزی را استنباط کرد. هم‌چنین در مورد واژهٔ «اولین گام» در ۴ باید دقت کنید که این امر، اولین گام نیست و جزء اولین گام‌ها است.

مشاوره یکی از مهم‌ترین تیپ‌های سؤالات هوش کلامی پرسش از متن است. در این تیپ، متنی به شما داده می‌شود که پس از خواندن آن باید به یک یا چند پرسش در مورد متن با توجه به اطلاعات داده‌شده در متن (نه اطلاعات قبلی خودتان) پاسخ دهید.

۲۳- گزینه ۳

استراتژی هر کدام از پرسش‌ها را بخوانید و سعی کنید فقط با توجه به اطلاعات متن به آن‌ها پاسخ دقیقی بدهید. مواردی که نمی‌توان به آن‌ها پاسخ دقیق داد، حذف می‌شوند.

بررسی موارد: **الف)** در متن داده‌شده در مورد علت شکست برنامه‌ریزی آموزشی در ریاضی مطالبی بیان شده است. در مورد متداول‌ترین دلیل ناکارآمدی در نظام‌های آموزشی (به طور کلی) مطلبی بیان نشده است و با توجه به این متن نمی‌توان به این پرسش پاسخ داد.

ب) در پاراگراف دوم در جملهٔ اول آمده که «آموزش آموزگاران (معلمان دورهٔ ابتدایی) از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است، زیرا ...» و در ادامه دلیل این اهمیت را بیان کرده است؛ پس می‌توان به این پرسش پاسخ دقیقی داد.

ج) در انتهای متن آمده که «برنامه‌های تدوین‌شده جهت آموزش و ارتقای یادگیری معلمان عمومی با معلمان موضوعی تفاوت بسیار دارد و این در حالی است که آموزش هر دو دسته از معلمان در مجموعهٔ «تربیت معلم» قرار می‌گیرد.»؛ یعنی علی‌رغم تدوین برنامه‌های متفاوت برای معلمان عمومی و موضوعی، آموزش آن‌ها در یک مجموعه قرار می‌گیرد اما در متن به علت و چرایی این موضوع نپرداخته است؛ پس با توجه به متن، نمی‌توانیم علت این موضوع را بیان کنیم و به این پرسش پاسخ دهیم.

بنابراین با توجه به متن فقط به پرسش «ب» می‌توان پاسخ داد و ③ درست است.

۲۴- گزینه ۱

جملهٔ ① می‌تواند عبارت خوبی برای کامل‌کردن متن باشد، چون در آخر متن آمده «البته ریاضیات به تجربه و مشاهده نیز مربوط می‌شود، اما ...» پس در ادامهٔ متن برای تکمیل آن باید جمله‌ای بیاید که ارتباط معنایی با خود متن، یعنی اهمیت فکرکردن، استدلال و نتیجه‌گرفتن در ریاضی را داشته باشد و با توجه به وجود «اما» قبل از جای خالی، باید عبارتی در جای خالی قرار گیرد که به نوعی مخالف جملهٔ قبلی باشد؛ پس ① ادامهٔ متن را به درستی تکمیل می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها: ② تجربه و مشاهده در ریاضی کاربرد دارد ولی به اندازهٔ استدلال و نتیجه‌گیری اهمیت ندارد، از طرفی با توجه به وجود «اما» قبل از جای خالی، در جای خالی باید عبارتی مخالف با جملهٔ قبلی بیاید و بر اندیشیدن، استدلال و نتیجه‌گیری تأکید کند، اما عبارت ② عبارت قبلی، یعنی تجربه و مشاهده را دقیقاً تأیید می‌کند.

③ عبارت این گزینه هم جملهٔ قبل از «اما» در متن را تأیید می‌کند؛ پس آمدن آن پس از کلمهٔ «اما» نادرست است. همین‌طور می‌دانیم در ریاضی برخلاف علوم انسانی، تفکر، استدلال و نتیجه‌گیری، نقش پررنگ‌تری دارند، نه تجربه و مشاهده.

④ در متن در مورد نقش تفکر، استدلال و نتیجه‌گیری در ریاضی و اهمیت آن مطالبی بیان شده است اما عبارت این گزینه در راستای معنا و موضوع اصلی متن نیست و نقش تفکر، استدلال و نتیجه‌گیری در ریاضی را نقض می‌کند؛ پس نمی‌تواند ادامهٔ متن را به درستی تکمیل کند.

مشاوره یکی از انواع سؤالات هوش کلامی، سؤال ادامهٔ متن است. در این تیپ سؤال یک متن به شما داده می‌شود که بعد از چند جمله یا حتی گاهی در وسط جمله متن قطع می‌شود و شما باید جملهٔ مناسب را از بین گزینه‌ها برای ادامهٔ متن انتخاب کنید.

۲۵- گزینه ۴

استراتژی هر گزینه را درست فرض کنید و براساس درستی آن بررسی کنید که کدام گزینه «قدمت پاپیروس رایند» را زیر سؤال می‌برد.

درس‌نامه در سؤالات تقویت و تضعیف متن، باید گزینه‌ها را درست فرض کنید و سپس بررسی کنید که هر گزینه مطلبی همسو با متن را بیان می‌کند (اصطلاحاً آن را تقویت می‌کند) یا مطلب عنوان‌شده در گزینه ناهمسو با متن است (اصطلاحاً آن را تضعیف می‌کند). برای پیداکردن گزینه‌های همسو با متن یا تقویت‌کنندهٔ آن، در بین عبارت گزینه‌ها به دنبال کلمات کلیدی مثبت که به نفع متن هستند بگردید و برای پیداکردن گزینه‌های ناهمسو یا تضعیف‌کنندهٔ متن کلمات کلیدی منفی که به ضرر متن هستند را پیدا کنید.

بررسی گزینه‌ها: ① فرض کنیم تاریخ تقریبی نسخه‌ای که مورد استفادهٔ احمس کاتب قرار گرفته، حدود ۱۷۵۰ سال قبل از میلاد باشد و البته در متن چنین بیان شده است که تاریخ تقریبی پاپیروس رایند سال ۱۶۵۰ قبل از میلاد است و احمس کاتب، آن را از روی یک اثر قدیمی‌تر نسخه‌برداری کرده است؛ پس جملهٔ این گزینه قدمت پاپیروس رایند را زیر سؤال نمی‌برد و حتی آن را تأیید می‌کند.

② فرض کنیم مصرشناسان می‌گویند کشف یک پاپیروس که صرفاً ماهیت یک کتاب راهنما را دارد، نمی‌تواند دلیلی برای رونق ریاضیات در مصر باستان باشد، اما این جمله ربطی به قدمت پاپیروس ندارد و فقط **رونق ریاضیات را در مصر باستان زیر سؤال برده است و نه قدمت پاپیروس را!**

③ فرض کنیم در دهه‌های اخیر، دلالان کپی جعلی، اثری باستانی را تولید کرده و تلاش کرده‌اند تا آن را به موزه‌های مشهور بفروشند. این جمله هم دلیلی بر زیر سؤال بردن قدمت و تاریخ پاپیروس نیست و نمی‌تواند پاسخ سؤال باشد.

④ فرض کنید که پاپیروس‌ها ماندگاری‌ای در حدود هزار سال دارند و تا همین دهه‌های اخیر، روشی برای افزایش ماندگاری آن‌ها وجود نداشت. اگر این‌طور باشد، پس پاپیروسی که طبق متن مربوط به سال ۱۶۵۰ قبل از میلاد است باید تا سال ۱۷۵۰ تقریباً از بین رفته باشد و این مطلب ادعای متن در مورد قدمت پاپیروس و قدمت نسخه‌ای که هم‌اکنون در موزهٔ بریتانیا نگه‌داری می‌شود را زیر سؤال می‌برد؛ چرا که حتماً پاپیروس مدت‌ها پیش از بین رفته و پاپیروس موجود در موزهٔ بریتانیا واقعی نیست. پس این گزینه پاسخ درست سؤال است.

مشاوره سؤالات تضعیف و تقویت متن از مهم‌ترین تیپ‌های سؤالات هوش کلامی است. در این تیپ از سؤالات یک متن کوتاه داده می‌شود و از شما می‌خواهند گزینه‌ای را انتخاب کنید که متن را تضعیف یا تقویت می‌کند. گاهی اوقات پرسش مطرح‌شده کمی غیرمستقیم بیان می‌شود، مثلاً این‌که «با فرض درست‌بودن کدام گزینه، ... یک ویژگی منفی (یا مثبت) محسوب می‌شود؟» که به ترتیب سبب تضعیف و تقویت متن می‌شود.

۲۶- گزینه ۳

استراتژی دو عبارتی که زیر آن‌ها خط کشیده شده را به دقت بخوانید و بررسی کنید که کدام گزینه در مورد ارتباط آن‌ها مطلب درستی را بیان کرده است.

بررسی گزینه‌ها: ① نادرست؛ اولی یک حقیقت پذیرفته‌شدهٔ علمی نیست! صرفاً تصور دالامبر است؛ پس این گزینه نمی‌تواند درست باشد.

② نادرست؛ اولی یک خطا در حوزهٔ احتمالات است ولی دومی روشی برای تصحیح آن خطا نیست، بلکه استدلال دالامبر برای پذیرفتن این جمله از نظر خود اوست؛ پس این گزینه هم درست نیست.

③ درست؛ اولی ادعایی منسوب به دالامبر (یک فیلسوف فرانسوی) است و دومی دلیل او برای عقیده به آن ادعاست که این گزینه در مورد هر دو بخشی که زیر آن‌ها خط کشیده شده است، مطلبی صحیح را بیان کرده است و این جواب سؤال همین گزینه است.

④ نادرست؛ اولی نتیجه‌گیری یک ریاضی‌دان فرانسوی است (البته نمی‌توان گفت نتیجه‌گیری، در واقع همان «تصور» یا «ادعای ریاضی‌دان فرانسوی» برای بیان آن درست‌تر است.) جملهٔ دوم هم دلیل این ریاضی‌دان برای اثبات نادرستی ادعایش نبود، بلکه آن را دلیلی برای درستی ادعای خود می‌دانست؛ پس این گزینه هم نادرست است.

۲۷- گزینه ۱

استراتژی متن را به دقت بخوانید و ببینید کدام گزینه را با توجه به متن می‌توانید استنباط کنید. در این سؤال دانسته‌های قبلی خود را مد نظر قرار ندهید و فقط به استنباط از متن اکتفا کنید.

بررسی گزینه‌ها: ① درست؛ می‌توان این جمله را از متن داده‌شده استنباط کرد، چون در متن بیان شده که «بعضی مفاهیم ریاضی در مدل‌سازی مسائل زندگی واقعی بسیار پرکاربرد هستند.» و یکی از نمونه‌های کاربرد آن را نیز بیان کرده است؛ پس می‌توان گفت اگر فکر می‌کنید که همهٔ مفاهیم ریاضی صرفاً نظری هستند و کاربرد واقعی ندارند، اشتباه می‌کنید.

② نادرست؛ در متن آمده که: احاطه‌گری یکی از این مفاهیم پرکاربرد است نه پرکاربردترین مفهوم ریاضی، پس این جمله را نمی‌توان از متن داده‌شده استنباط کرد.

③ نادرست؛ طبق متن «بعضی مفاهیم ریاضی در مدل‌سازی مسائل زندگی کاربرد فراوان دارند نه همهٔ آن‌ها.» پس این‌که «همهٔ مفاهیم ریاضی در مدل‌سازی مسائل زندگی واقعی کاربرد دارند.» از متن استنباط نمی‌شود.

④ نادرست؛ این عبارت هم از متن استنباط نمی‌شود، چون تنها بعضی از مفاهیم زندگی واقعی قابلیت مدل‌سازی ریاضی و حل از طریق مفاهیم ریاضی را دارند؛ پس نمی‌توان در مورد تمام مشکلات قبل از هر کاری به کتاب‌های دبیرستانی مراجعه و با روش‌های ریاضی مشکلات را حل کرد.

تله اگر به کلمات در جمله دقت نکنید، ندیدن یک کلمه ممکن است شما را به خطا ببرد و فکر کنید که آن جمله درست است. مثلاً در (۲) «پرکاربردترین» با «یکی از مفاهیم پرکاربرد» فرق دارد یا در (۳) از واژهٔ «همه» استفاده شده، در صورتی که متن در مورد «بعضی» مفاهیم صحبت کرده است.

۲۸- گزینه ۲

استراتژی با توجه به شرط اول مسئله، فقط اعداد ۱۲ و ۲۸ می‌توانند دو رقم سمت راست عدد باشند و ضمناً کوچک‌ترین عدد را باید در بزرگ‌ترین مرتبه قرار دهید تا کوچک‌ترین عدد دهرقمی را داشته باشید.

گام طبق شرط اول، عدد دهرقمی زوج است؛ پس دو رقم آخر عدد باید «۱۲» یا «۲۸» باشد.

گام طبق شرط دوم، هیچ دو جفت عدد دورقمی کنار هم دارای شمارندهٔ مشترک غیر یک نیستند؛ یعنی باید نسبت به هم اول باشند. پس اعداد «۱۲» و «۲۸»، «۱۲» و «۳۳»، «۲۸» و «۴۹»، «۱۱» و «۳۳» نباید کنار هم قرار بگیرند.

گام برای این‌که حمید کوچک‌ترین عدد دهرقمی را بنویسید باید دو رقم اول از سمت چپ، کوچک‌ترین باشد؛ بنابراین عدد «۱۱» را در بزرگ‌ترین مرتبهٔ عدد قرار می‌دهیم.

۱۱ ـــــ ـــــ ـــــ ـــــ

گام عدد بعدی که دارای کوچک‌ترین رقم‌ها است «۱۲» می‌باشد؛ پس دو رقم بعدی ۱۲ می‌شود و ضمناً «۱۲» هم برای کنار «۱۱»بودن مشکلی ندارد (چون ۱۱ و ۱۲ نسبت به هم اول هستند.):

۱۱۱۲ ـــــ ـــــ ـــــ

گام عدد کوچک‌تر بعدی «۲۸» است، اما چون در گام (۱) گفتیم که دو رقم آخر «۱۲» یا «۲۸» باید باشد و «۱۲» را در گام قبل به کار بردیم، «۲۸» را برای دو رقم آخر نگه می‌داریم.

۱۱۱۲ ـــــ ۲۸

گام اعداد کوچک بعدی به ترتیب «۳۳» و «۴۹» هستند، اما چون «۳۳» نمی‌تواند کنار «۱۲» باشد (دارای شمارندهٔ مشترک ۳ هستند.) دو رقم بعدی «۴۹» می‌شود.

۱۱۱۲۴۹ ـــــ ۲۸

گام در نهایت به جای دو رقم باقی‌مانده باید عدد «۳۳» قرار بگیرد که نسبت به عدد قبل و بعد خودش (یعنی ۴۹ و ۲۸) اول است پس مشکلی ندارد؛ بنابراین تنها عدد دهرقمی مورد نظر با شرایط گفته‌شده به صورت زیر می‌باشد که رقم صدگان آن «۳» است:

۱۱۱۲۴۹۳۳۲۸

مشاوره یکی از مباحث استدلال و منطق، موضوع آرایش نشستن یا چینش اشیا است. برای حل این تیپ سؤالات باید از اطلاعات متن استفاده کرده و به کمک استدلال و منطق آرایش دقیق اشیا یا افراد را به دست آورید.

۲۹- گزینه ۴

استراتژی دو رقم ۴۹ را در سمت چپ قرار دهید و با توجه به دو شرط داده‌شده بزرگ‌ترین عدد را بنویسید.

گام برای نوشتن بزرگ‌ترین عدد دهرقمی، رقم اول از سمت چپ باید از همه بزرگ‌تر باشد که در بین اعداد داده‌شده، عدد ۴۹ از همه بزرگ‌تر است؛ پس دو رقم سمت چپ ۴۹ را می‌نویسیم:

۴۹ ـــــ ـــــ ـــــ

گام دو رقم بزرگ بعدی «۳۳» است، چون ۳۳ و ۴۹ نسبت به هم اول هستند برای قرارگرفتن در کنار هم مشکلی ندارند؛ پس:

۴۹۳۳ ـــــ ـــــ

گام دو رقم بزرگ بعدی «۲۸» است که باز هم نسبت به ۳۲ عددی اول است و برای کنار «۳۳»بودن مشکلی ندارد؛ پس:

۴۹۳۳۲۸ ـــــ ـــــ

گام اعداد «۱۱» و «۱۲» باقی‌مانده‌اند که چون عدد دهرقمی باید زوج باشد، دو رقم آخر «۱۲» است و عدد «۱۱» نسبت به هر دو عدد «۲۸» و «۱۲» است و برای قرارگرفتن بین آن‌ها مشکلی ندارد. در نتیجه عدد مطلوب به صورت مقابل می‌شود: ۴۹۳۳۲۸۱۱۱۲

گام پس عدد دورقمی که برای ارقام سوم و چهارم از سمت راست به کار می‌رود «۱۱» است و (۴) درست می‌باشد.

۳۰- گزینه ۲

استراتژی اولین عدد از سمت چپ را «۲۸» قرار دهید و بقیه را طبق شرط‌ها بچینید.

روش **گام** می‌خواهیم رقم اول از سمت چپ رقم ۲ باشد؛ پس مجبور هستیم عدد ۲۸ را به عنوان اولین عدد از سمت چپ در نظر بگیریم: ۲۸ ـــــ ـــــ ـــــ ـــــ

گام طبق جملهٔ دوم، اعداد «۱۲» و «۴۹» نمی‌توانند کنار «۲۸» باشند، چون نسبت به هم اول نیستند؛ پس حالت‌های زیر را داریم:

۲۸۱۱: حالت اول ـــــ ـــــ ـــــ ـــــ

۲۸۳۳: حالت دوم ـــــ ـــــ ـــــ ـــــ

گام چون عدد دهرقمی زوج است؛ پس دو رقم آخر در هر حالت عدد «۱۲» است.

۲۸۱۱: حالت اول ۱۲ ـــــ ـــــ ـــــ

۲۸۳۳: حالت دوم ۱۲ ـــــ ـــــ ـــــ

گام با توجه به گام قبل، در حالت اول بعد از عدد ۱۱، عدد ۴۹ می‌تواند بیاید اما عدد بعدی ناچاراً ۳۳ خواهد بود که نسبت به عدد ۱۲ اول نیست؛ پس در این حالت به عدد مورد نظر سؤال نمی‌رسیم.

در حالت دوم گام قبل فقط عدد ۴۹ می‌تواند بعد از ۳۳ قرار بگیرد و عدد ۱۱ هم ناچاراً بین دو عدد ۴۹ و ۱۲ قرار می‌گیرد و با توجه به اول‌بودن نسبت به آن‌ها، قابل قبول است؛ پس عدد تنها مطلوب به صورت مقابل می‌باشد: ۲۸۳۳۴۹۱۱۱۲

گام بنابراین ۹ از سمت راست، رقم پنجم عدد مورد نظر است.

روش **گام** مانند گام اول روش قبل، عدد ۲۸ در جایگاه اولین عدد سمت چپ قرار می‌گیرد: ۲۸ ـــــ ـــــ ـــــ ـــــ

گام چون طبق شرط مسئله عدد مورد نظر زوج است، اولین عدد از سمت راست، فقط عدد ۱۲ می‌تواند باشد: ۲۸ ـــــ ـــــ ـــــ ۱۲

گام حالا سه عدد «۱۱»، «۳۳» و «۴۹» باقی مانده‌اند که چون اعداد «۱۱» و «۳۳» نسبت به هم اول نیستند؛ پس نمی‌توانند کنار هم باشند و عدد «۴۹» باید در وسط قرار بگیرد:

۲۸ ـــــ ۴۹ ـــــ ۱۲

گام چون «۳۳» و «۱۲» نمی‌توانند کنار هم باشند؛ پس عدد مطلوب به صورت زیر می‌شود: ۲۸۳۳۴۹۱۱۱۲

گام بنابراین ۹ از سمت راست، رقم پنجم است.

۳۱- گزینه ۱

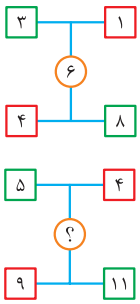
استراتژی اعداد روی قطرها را با هم جمع کرده و از هم کم کنید.

درس‌نامه در سؤالاتی که در آن‌ها چند شکل مشابه داریم که در آن‌ها اعداد مختلف در جایگاه‌های مختلف قرار گرفته‌اند باید در هر شکل به طور مجزا رابطهٔ بین عددها را پیدا کنید. اگر شکل‌ها به صورت زنجیره‌ای یا به صورت‌های مختلف دیگر به هم وصل شده باشند، معمولاً عدد داخل قسمت‌های مشترک از مجموع، حاصل‌ضرب یا انجام عملیات‌های ریاضی دیگر روی اعداد غیرمشترک دو شکل به دست می‌آید. باید عملیات‌های مختلف را روی اعداد امتحان کنید تا عدد قسمت مشترک را به دست آورید. اگر با انجام چهار عمل اصلی به رابطهٔ مورد نظر نرسیدید، ارتباط بین ارقام، مقلوب اعداد، روابطی مانند میانگین، ب.م.م، بخش‌پذیری و ... را هم بررسی نمایید. بعد از پیداکردن رابطهٔ مد نظر سؤال کافی است همان رابطه را در مورد اعداد شکل دارای مجهول بررسی کنید تا عدد یا اعداد مجهول را بیابید.

گام با کمی دقت در شکل‌ها معلوم می‌شود که اگر اعداد را به صورت قطری با هم جمع کرده و از هم کم کنیم، عدد وسطی به دست می‌آید. به طور مثال برای شکل اول از سمت چپ داریم: $(۸+۳)-(۴+۱)=۱۱-۵=۶$

گام حال برای به دست آوردن ؟ داریم:

$؟=(۵+۱۱)-(۹+۴)=۱۶-۱۳=۳$



مشاوره یکی از انواع سؤالات هوش ریاضی، سؤالاتی هستند که در آن‌ها تعدادی عدد در شکل‌های یکسان قرار می‌گیرند و یک یا چند عدد از یکی از شکل‌ها مجهول است که با توجه به رابطهٔ اعداد در هر شکل باید عدد یا اعداد مجهول را بیابید.

۳۲- گزینه ۳

استراتژی چون می‌خواهیم حداقل تعداد واحدهای n‌نفره را پیدا کنیم، حداکثر افراد را در واحدهای ۴نفره و ۲نفره در نظر می‌گیریم.

گام واحدها ۲، n یا ۴ نفره هستند، چون گفته حداکثر ۴ نفر در هر واحد اقامت دارند، پس n کوچک‌تر از ۴ است؛ یعنی n می‌تواند یکی از اعداد ۱ یا ۳ باشد.

گام می‌خواهیم حداقل تعداد واحدهایی که n نفر ساکن هستند را پیدا کنیم؛ پس بیشتر واحدها را باید با ۴ و ۲ نفر پُر کنیم. اگر در ۶ واحد ۴ نفر را اسکان دهیم (بیشتر از آن امکان ندارد، چون مثلاً اگر در ۷ واحد ۴ نفر را قرار دهیم، می‌شود ۲۸ نفر و تنها ۱ نفر باقی می‌ماند که در این صورت واحد ۲ نفره نمی‌توانیم داشته باشیم.) در این صورت ۲۴ نفر ساکن شده‌اند و ۵ نفر باقی می‌مانند.

گام حالا در ۲ واحد، ۲ نفر را قرار می‌دهیم؛ پس ۴ نفر دیگر هم اسکان یافتند و در مجموع ۲۸ نفر ساکن شده‌اند.

گام طبق گام قبل، یک نفر باقی می‌ماند؛ پس $n=1$ نفر باقی مانده هم در یک واحد ساکن می‌شود.

گام در گام‌های قبلی یکی از حالت‌هایی را که مد نظر سؤال بود، پیدا کردیم (۶ واحد ۴نفره ۲واحد ۲نفره و ۱واحد ۱ نفره)، اما این تنها حالت ممکن نیست. همهٔ حالت‌های موجود را در جدول زیر آورده‌ایم:

دقت کنید که برای حداقل‌شدن مقدار n، تعداد خانه‌های ۲ یا ۴ نفره را حداکثر مقدار ممکن در نظر می‌گیریم:

	تعداد واحد ۴نفره	تعداد واحد ۲نفره	تعداد واحد $n=1$ یا $n=3$ نفره
حالت اول	۶	۲	✓ ۱ واحد $n=1$ نفره
حالت دوم	۵	۳	(غ‌ق‌ق) ۳ واحد $n=1$ نفره
حالت سوم	۵	۳	✓ ۱ واحد $n=3$ نفره
حالت چهارم	۴	۶	(غ‌ق‌ق) ۱ واحد $n=1$ نفره
حالت پنجم	۳	۸	(غ‌ق‌ق) ۱ واحد $n=1$ نفره
حالت ششم	۲	۱۰	(غ‌ق‌ق) ۱ واحد $n=1$ نفره
حالت هفتم	۱	۱۲	(غ‌ق‌ق) ۱ واحد $n=1$ نفره
حالت هشتم	۰	۱۴	(غ‌ق‌ق) ۱ واحد $n=1$ نفره

طبق جدول بالا، فقط حالت‌های اول و سوم قابل قبول هستند که در آن‌ها آپارتمان ۹واحدی بوده و تعداد واحدهای $n=1$ یا $n=3$ حداقل تعداد ممکن است.

توجه کنید که به وضوح از حالت چهارم به بعد تعداد واحدهای آپارتمان بیشتر از ۹تا می‌شود و نیازی به نوشتن و بررسی آن‌ها در جلسهٔ امتحان نداریم.

مشاوره در سؤالاتی که به صورت مسئله مطرح می‌شوند، خواندن و فهم سؤال، این‌که چه داده‌هایی داریم و چه می‌خواهیم در اولویت قرار دارد. بعد از فهمیدن سؤال، می‌توانید روش حل آن را تشخیص دهید و البته از ظاهر طولانی سؤالات نترسید.

۳۳- گزینه ۲

استراتژی ببینید که هر کدام در یک روز چه کسری از کار را می‌تواند انجام دهد.

درس‌نامه سؤالات معادلات گویا معمولاً مربوط به تعداد انجام روزهای یک کار، زمان پرشدن استخر با آب، میزان یک ماده در یک محلول و سرعت حرکت یک جسم هستند. برای حل همهٔ آن‌ها ابتدا مثلاً میزان کار یک نفر در یک روز، میزان پرشدن استخر در یک ساعت، میزان ماده در یک مقدار مشخص از محلول و سرعت مثلاً قطار را در یک ساعت به صورت کسری بنویسید. بعد با توجه به بقیهٔ داده‌های مسئله، معادلهٔ گویای مطلوب را نوشته و سپس با مخرج‌مشترک‌گیری آن را حل کنید و مقدار مجهول را به دست آورید.

گام فرض کنیم جواد کاری را در x ساعت انجام می‌دهد؛ پس اسماعیل همان کار را در $3x$ ساعت انجام خواهد داد.

گام چون جواد کاری را به تنهایی ۴ ساعت زودتر از اسماعیل انجام می‌دهد؛ پس داریم:

$$3x-x=4 \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2$$

یعنی جواد کار را در ۲ ساعت و اسماعیل در ۶ ساعت انجام می‌دهد.

گام می‌خواهیم ببینیم اگر با هم کار کنند، در چند دقیقه کار تمام می‌شود. در یک ساعت، جواد $\frac{1}{2}$ کار و اسماعیل $\frac{1}{6}$ کار را انجام می‌دهد؛ پس اگر با هم کار کنند در یک ساعت، $\frac{2}{3}$ کار انجام می‌شود:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{3+1}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

گام پس دو نفر با هم کار را در $\frac{3}{2}$ ساعت انجام می‌دهند که چون جواب را به دقیقه می‌خواهیم داریم:

$$\frac{3}{2}\times 60=90 \text{ دقیقه}$$

تله چون گفته جواد در یک ساعت می‌تواند ۳ برابر اسماعیل کار کند، کار اسماعیل را x نگیرید و کار جواد را $3x$، در این سؤالات ساعت کارکردن مهم است و ساعت مجهول است؛ پس باید میزان ساعتی که جواد می‌تواند کار را انجام دهد، مجهول یعنی x بگیریم و چون سرعت کار جواد سه برابر اسماعیل است، پس اسماعیل کندتر کار می‌کند و همان کار را در مدت‌زمان سه برابر جواد یعنی $3x$ ساعت انجام می‌دهد.

مشاوره در بین سؤالات هوش ریاضی، معمولاً مسئله‌هایی مطرح می‌شود که لازم است مفهوم آن‌ها را درک کنید و با تبدیل آن‌ها به زبان ریاضی به صورت معادله یا استفاده از تناسب و ... به جواب برسید. یکی از مسئله‌هایی که ممکن است مطرح شود، مسائل مربوط به معادلات گویا هستند که روش حل مشخصی دارند.

۳۴- گزینه ۲

استراتژی دو عدد را a و b در نظر بگیرید و نسبت‌های مناسب را برای آن‌ها بنویسید.

درس‌نامه در سؤالاتی که نسبت دو یا چند چیز داده می‌شود، می‌توانید از جدول تناسب یا خواص نسبت‌ها استفاده کنید. با توجه به سؤال روش مناسب را انتخاب کرده و مقدار مجهول سؤال را به دست آورید.

گام فرض کنید دو عدد مثبت مورد نظر a و b هستند. طبق فرض، نسبت دو عدد ۳ به ۵ است؛ پس $\frac{a}{b}=\frac{3}{5}$.

گام گفته شده اگر x واحد به عدد کوچک‌تر یعنی a اضافه کنیم، این دو عدد برابر می‌شوند، یعنی در این حالت، نسبت دو عدد برابر ۱ می‌شود؛ بنابراین داریم: $\frac{a+x}{b}=1$

گام سؤال از ما خواسته که مشخص کنیم عدد بزرگ‌تر چند برابر x است؛ پس b را باید برحسب x بیابیم. از گام (۱) داریم $a=\frac{3}{5}b$، حال با قراردادن این a در رابطهٔ گام (۲) داریم:

$$\frac{\frac{3}{5}b+x}{b}=1 \Rightarrow \frac{3}{5}b+x=b \Rightarrow x=b-\frac{3}{5}b \Rightarrow x=\frac{2}{5}b$$

$$\Rightarrow b=\frac{5}{2}x \Rightarrow b=2/5x$$

۳۵- گزینه ۴

استراتژی مضرب‌مشترک ۶ و ۸ را پیدا کنید.

گام عدد a دورقمی و مضرب اعداد ۶ و ۸ است؛ پس ابتدا مضرب‌مشترک ۶ و ۸ را پیدا می‌کنیم، چون $[6\text{ و }8]=24$ است، پس $a=24k$ که چون a دورقمی است، k می‌تواند مقادیر ۱ تا ۴ را داشته باشد، یعنی a می‌تواند ۲۴، ۴۸، ۷۲ یا ۹۶ باشد.

گام حاصل عبارت‌های (الف) و (ب) را به ازای مقادیر مختلف a به دست می‌آوریم:

الف) $a=24 \Rightarrow \frac{24}{5}=4/8$ $\quad a=48 \Rightarrow \frac{48}{5}=9/6$

$a=72 \Rightarrow \frac{72}{5}=14/4$ $\quad a=96 \Rightarrow \frac{96}{5}=19/2$

$a=48 \Rightarrow 4+\frac{48}{7} \simeq 10/9$ ب) $a=24 \Rightarrow 4+\frac{24}{7} \simeq 7/4$

$a=96 \Rightarrow 4+\frac{96}{7} \simeq 17/7$ $a=72 \Rightarrow 4+\frac{72}{7} \simeq 14/3$

گام می‌بینیم که به ازای $a=24$ و $a=48$، عبارت (الف) از (ب) کوچک‌تر است و به ازای $a=72$ و $a=96$ عبارت (الف) از (ب) بزرگ‌تر است.

گام چون نمی‌توان رابطه‌ای بین مقادیر دو ستون (الف) و (ب) تعیین نمود و به ازای مقادیر مختلف، جواب‌های متفاوتی داریم؛ پس برای پاسخ، ۴ را انتخاب می‌کنیم.

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش ریاضی، مسئله‌ای با دو حالت داده می‌شود که با حل سؤال در دو حالت و با توجه به خواستهٔ سؤال باید یکی از موارد داده‌شده در صورت سؤال را انتخاب کرده و گزینهٔ مربوط به آن را در پاسخبرگ علامت بزنید. معمولاً سؤالات سختی نیستند و فقط باید در انتخاب موارد دقت کنید.

۳۶- گزینه ۱

استراتژی کل شکل یا یک قسمت مشخص از شکل را در جهات مختلف بچرخانید.

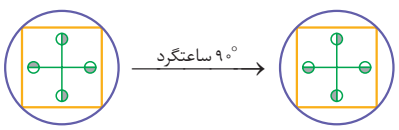
درس‌نامه برای پیداکردن دوران‌یافتهٔ یک شکل، باید به جهت و زاویهٔ دوران توجه کنیم. جهت دوران ممکن است ساعتگرد یا پادساعتگرد باشد. زاویهٔ دوران معمولاً یکی از زوایای زیر است:

زاویه	۴۵°	۹۰°	۱۸۰°	۲۷۰°	۳۶۰°
ساعتگرد					
پادساعتگرد					

دقت کنید که دوران ۹۰° ساعتگرد با ۲۷۰° پادساعتگرد یکسان است و دوران ۹۰° پادساعتگرد با دوران ۲۷۰° ساعتگرد یکسان می‌باشد. دوران ۱۸۰° در هر دو جهت یکسان است.

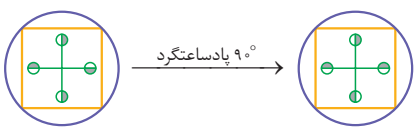
نکتهٔ مهم در دوران این است که در دوران یک شکل، همهٔ اجزای شکل با هم و به یک اندازه و در یک جهت و نسبت به یک نقطه دوران پیدا کند.

روش چون در گزینه‌ها مربع کج نداریم، پس فقط دوران ۹۰° و ۱۸۰° را بررسی می‌کنیم تا ببینیم کدام گزینه به دست می‌آید:

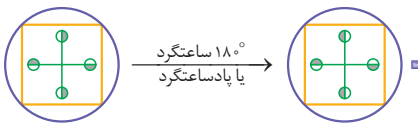


۱ درست است.

احتیاجی به رسم بقیهٔ دوران‌ها نداریم، چون با همین دوران جواب به دست آمد ولی برای تمرین بیشتر دو حالت دیگر را هم رسم می‌کنیم:

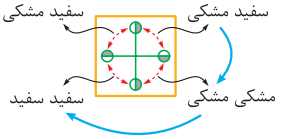


در هیچ گزینه‌ای نیست.

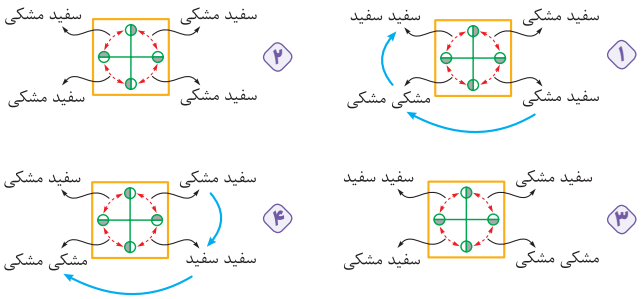


در هیچ گزینه‌ای نیست.

روش از نکته‌ای که در درس‌نامه به آن اشاره شد استفاده می‌کنیم، وقتی یک شکل دوران می‌کند همهٔ اجزای آن با هم، به یک‌اندازه و در یک جهت دوران می‌کنند؛ پس اجزایی که در شکل اصلی در کنار هم یا در مقابل هم قرار می‌گیرند، در شکل دوران‌یافته هم دقیقاً موقعیت خود را نسبت به هم حفظ می‌کنند. در این سؤال در شکل اصلی داریم:



همان‌طور که در تصویر مشخص است، در مقابل هر ترکیب «سفید ـ مشکی»، یک ترکیب تک‌رنگ «سفید سفید» یا «مشکی مشکی» قرار گرفته است. ضمناً با حرکت ساعتگرد از «سفیدمشکی» به ترکیب «مشکی‌مشکی» و سپس به «سفیدسفید» می‌رسیم. و این دو رابطه فقط در ۱ برقرار است.



مشاوره یک تیپ از سؤالات هوش تصویری، پیداکردن دوران‌یافتهٔ یک شکل است. معمولاً سؤالات ساده‌ای هستند و به راحتی می‌توانید به آن‌ها پاسخ دهید.

۳۷- گزینه ۳

استراتژی شکل‌ها را سه‌تا سه‌تا دسته‌بندی کرده و به روند تغییر رنگ اجزای شکل‌ها دقت کنید.

درس‌نامه در الگوهای تصویری برای پیداکردن رابطهٔ بین تصاویر، باید مواردی مانند دوران و انتقال اجزا، تغییر تعداد اجزاء، تغییر در اندازه و یا رنگ اجزا و سایر ویژگی‌های تصاویر دقت کنید تا رابطه‌ای منطقی بین تصاویر پیدا کرده و با تکرار رابطهٔ منطقی کشف‌شده، شکل یا شکل‌های بعدی الگو را بیابید.

روش **گام** مثلث بالایی به ترتیب خاکستری، سیاه و سفید است؛ پس بعدی باید خاکستری باشد؛ بنابراین ۲ و ۴ حذف می‌شوند.

گام دایرهٔ بالای تقسیم به ترتیب سفید، سیاه و خاکستری است؛ پس بعدی باید سفید باشد. در نتیجه ۱ حذف شده و ۳ جواب درست است.

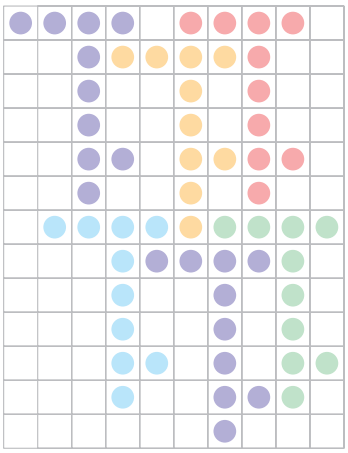
روش برای این‌که روند دقیق تغییر اجزا را در این الگو ببینید، شکل‌ها را سه‌تا سه‌تا به صورت ستونی در نظر بگیرید:

		
		
		
○ مستطیل وسط یکی‌درمیان طوسی و مشکی ○ دایره‌ها به ترتیب سفید، مشکی و طوسی 	هاشورها یکی‌درمیان چپ و راست 	○ مثلث بالا و پایین به ترتیب طوسی، مشکی و سفید ○ شکل در وسط یکی‌درمیان طوسی و سفید 

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری، تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند که بین تصاویر متوالی الگو و رابطهٔ خاصی برقرار است و شما باید از بین شکل‌های داده‌شده در گزینه‌ها، شکل بعدی الگو را انتخاب کنید.

۳۸- گزینه ۳

استراتژی دور قسمت‌های یکسان تکرارشونده روی شکل خط بکشید.



گام ۱ از سطر اول شکل می‌فهمیم که در سطر اول الگو چهار دایره وجود دارد؛ پس ۱ و ۲ حذف می‌شوند.

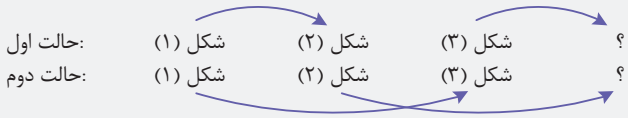
گام ۲ می‌بینیم بین الگوی ۳ و ۴ کدام را می‌توانیم به شکل تکرارشونده در شکل پیدا کنیم که ۳ می‌شود. هر الگو در شکل با یک رنگ مشخص شده است:

مشاوره یک تیپ از سؤالات، تشخیص این است که شکل داده‌شده با تکرار چه الگویی ساخته شده است. اصطلاحاً به این سؤالات کاشی‌کاری می‌گویند. باید کاشی تکرارشونده را پیدا کنید و کار تمام است.

۳۹- گزینه ۴

استراتژی بین دو سمت چپ رابطه‌ای وجود دارد، همان رابطه را بین شکل سوم و ؟ پیدا کنید.

درس‌نامه در سؤالات هوش تصویری وقتی دقیقاً سه شکل پشت سر هم می‌آیند، معمولاً با سؤال رابطهٔ بین اشکال مواجه هستیم، این رابطه می‌تواند بین شکل اول و دوم و یا بین شکل اول و سوم برقرار باشد:



در هر صورت با پیداکردن این رابطهٔ دوبه‌دو می‌توانیم شکل مجهول را مشخص کنیم.

برای پیداکردن رابطهٔ بین اشکال هم، مواردی مانند تعداد اجزا دوران یا انتقال اجزا، رنگ یا هاشورخوردن اجزا، اندازه و شکل اجزا و ... را بررسی کنید.

گام ۳ اگر به شکل اول و دوم از سمت چپ نگاه کنیم، می‌بینیم که در شکل دوم نسبت به شکل اول، جاهای سیاه و سفید عوض شده است.

گام ۴ پس در شکل سوم و چهارم هم باید همین قانون برقرار باشد. اگر جای سیاه و سفید شکل سوم را برعکس کنیم به شکل ۴ می‌رسیم.

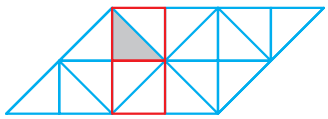
مشاوره رابطهٔ بین شکل‌ها از سؤالات مهم و پرتکرار هوش تصویری است. وقتی در یک سؤال، سه شکل پشت سر هم به شما داده می‌شود، معمولاً بین دوتا از شکل‌ها رابطه‌ای منطقی برقرار است. با پیداکردن این رابطه می‌توانید سؤال را به راحتی حل کنید.

۴۰- گزینه ۱

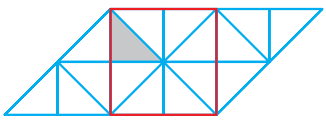
استراتژی همهٔ مربع‌ها را پیدا کنید و آن‌هایی را که با مثلث مشکی حداقل یک ضلع مشترک بشمارید.

درس‌نامه برای شمارش تعداد مربع‌ها باید مربع‌های ۱×۱، ۲×۲، ۳×۳ و ... را برای شمارش در نظر بگیرید. دقت کنید که در این سؤال یک شرط اضافی (داشتن ضلع مشترک با مثلث) را هم برای شمارش در نظر داشته باشید.

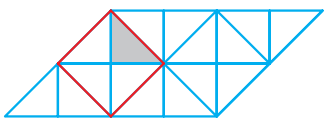
گام ۱ مربع‌های ۱×۱ در این شکل ۶تا است که ۲تای آن‌ها با مثلث مشکی ضلع مشترک دارند:



گام ۲ فقط یک مربع ۲×۲ داریم که آن هم با مثلث مشکی ضلع مشترک دارد: (البته در این حالت، مربع در نصف ضلع با مثلث مشکی مشترک است که ظاهراً منظور سؤال، شمردن چنین حالتی هم بوده است!)



گام ۳ دو مربع (که طول ضلع آن‌ها قطر مربع‌های ۱×۱ است) هم داریم که فقط یکی از آن‌ها با مثلث مورد نظر یک ضلع مشترک دارد.



گام ۴ پس در مجموع ۴ = ۱+۱+۲ مربع با شرط خواسته‌شده وجود دارد.

مشاوره شمارش تعداد مربع‌ها یا مثلث‌ها یا ... جزء سؤالاتی است که ممکن است در آزمون مطرح شود. روش حل این تیپ از سؤالات را خوب یاد بگیرید.

تعلیم و تربیت اسلامی

۱- گزینه ۲

درس‌نامه تصمیم و عزم برای حرکت:

- معنای عزم: تصمیم و اراده بر انجام کاری است
- هر قدر عزم قوی‌تر باشد، رسیدن به هدف آسان‌تر است.

انواع عزم:

الف) عزم ضعیف:

- تاب‌نیاوردن
- عقب‌نشینی در برابر مشکلات و حوادث

ب) عزم قوی:

- استواری
- شکیبایی
- تحمل سختی‌ها
- نسپردن سرنوشت به دست حوادث
- حرکت با قدرت به سوی هدف

آیه: ﴿وَ اصبِر عَلی ما اَصابَکَ اِنَّ ذلِکَ مِن عَزمِ الاُمورِ﴾ (لقمان، ۱۷)

ترجمه: بر آن‌چه (در این مسیر) به تو می‌رسد، صبر کن که این از عزم و ارادهٔ در کارهاست.

پیام‌ها:

- شکیبایی و تحمل سختی‌ها برای رسیدن به هدف، از نشانه‌های داشتن عزم قوی است.
- یکی از اقدامات لازم برای ثبات قدم در مسیر قرب الهی، تصمیم و عزم برای حرکت است.
- این آیه با حدیث امام کاظم ﷺ : «خدایا! می‌دانم که بهترین توشهٔ مسافر کوی تو، عزم و اراده‌ای است که با آن خواستار تو شده باشد.» مرتبط است.

بعد از سفارش‌هایی که لقمان حکیم به فرزندش می‌کند و راه و رسم زندگی را به او نشان می‌دهد، به وی می‌گوید: ﴿و اصبر علی ما اصابک ...﴾.

۲- گزینه ۴

انسان متوکل می‌داند که در صورت انجام وظیفه، هر نتیجه‌ای که به دست آید، به مصلحت اوست، گرچه خود به آن مصلحت آگاه نباشد؛ زیرا خداوند آینده‌ای را می‌بیند که ما نمی‌بینیم و به مصلحت‌هایی توجه دارد که ما درک نمی‌کنیم. گاهی چیزهایی را به نفع خود می‌پنداریم، در حالی که به ضرر ماست یا اموری را به ضرر خود می‌دانیم، در حالی که به نفع ماست.

۳- گزینه ۱

درس‌نامه آیه: ﴿وَ مِنَ النّاسِ مَن یَتَّخِذُ مِن دونِ اللهِ اَنداداً یُحِبّونَهُم کَحُبِّ اللهِ وَ الَّذینَ آمَنوا اَشَدُّ حُبّاً لِلّهِ﴾ (بقره ۱۶۵)

ترجمه: [و بعضی از مردم، همتایانی را به جای خدا می‌گیرند، آنان را دوست می‌دارند مانند دوستی خدا، اما کسانی که ایمان آورده‌اند، به خدا محبت بیشتری دارند.]

پیام‌ها:

- اشتباه برخی از مردم، شریک قراردادن غیر خدا در محبت به خداست.
- از ویژگی‌های مؤمنان، شدت محبّت آنان به خداوند است.
- محبت به خدا (تولّی)، آغاز دینداری است.
- با حدیث امام صادق ﷺ که می‌فرماید: «قلب انسان حرم خداست ...»، ارتباط دارد.

اگر انسان دل به سرچشمهٔ کمالات و زیبایی‌ها سپارد و قلب خود را جایگاه او کند، زندگی‌اش رنگ و بوی دیگری می‌یابد و هر میزان که ایمان انسان به خدا بیشتر شود، محبت وی نیز به خدا بیشتر می‌شود. عشق و محبت الهی افسردگی، ترس و یأس را از بین می‌برد و به انسان نشاط، شجاعت و قدرت می‌بخشد. محبت الهی، تنبل را چالاک و زرنگ، بخیل را بخشنده و کم‌طاقت را صبور می‌کند و سرانجام، آدمی را از خودخواهی به ایثار و ازخودگذشتگی می‌رساند. عشق به خدا چون اکسیری است که مرده را حیات می‌بخشد و زندگی حقیقی به وی عطا می‌کند. این همه تحول به این دلیل است که قلب انسان، جایگاه خداست و جز با خدا آرام و قرار نمی‌یابد.

از همین رو قرآن کریم یکی از ویژگی‌های مؤمنان را دوستی و محبت شدید آنان نسبت به خدا می‌داند: ﴿وَ مِنَ النّاسِ مَن یَتَّخِذُ مِن دونِ اللهِ اَنداداً یُحِبّونَهُم کَحُبِّ اللهِ وَ الَّذینَ آمَنوا اَشَدُّ حُبّاً لِلّهِ﴾.

۴- گزینه ۲

مهم‌ترین فایدهٔ روزه عبارت است از تقوا و تقوا به معنای «حفاظت» و «نگه‌داری» است.

۵- گزینه ۱

درس‌نامه روزه و سفر

کسی که به سفر می‌رود، اگر شرط‌های زیر (۳ شرط) را داشته باشد، مسافر محسوب می‌شود و باید نمازش را شکسته بخواند و نباید روزه بگیرد:

۱ رفتن بیشتر از ۴ فرسخ شرعی (۲۲/۵ کیلومتر) و مجموع رفت و برگشت بیشتر از ۸ فرسخ

۲ کم‌تر از ده روز در جایی که سفر کرده بماند.

۳ سفر برای انجام کار حرام نباشد. (اگر برای کاری حرام و یا با نهی پدر و مادر یا ستم به مظلوم به سفر برود، باید نمازش را کامل بخواند و روزه‌اش را بگیرد.)

- اگر شخص روزه‌دار، قبل از ظهر از وطن خود به سفر برود، باید با رسیدن به حدّ ترخّص روزه‌اش را افطار کند.
- اگر شخص روزه‌دار، بعد از ظهر از وطن خود به سفر برود، باید روزهٔ خود را ادامه دهد و تمام کند.
- اگر شخص مسافر، قبل از ظهر از سفر به وطن برگردد:

الف) اگر در سفر روزه را باطل کرده: نمی‌تواند روزه بگیرد.

ب) اگر در سفر روزه را باطل نکرده: باید روزه را ادامه دهد.

- اگر شخص مسافر، بعد از ظهر از سفر به وطن برگردد، نمی‌تواند روزه بگیرد.

کسی که بعد از ظهر مسافرت می‌کند، یعنی بعد از شنیدن صدای اذان ظهر از حد ترخص خارج می‌شود، باید روزهٔ خود را ادامه دهد و روزه‌اش صحیح است.

۶- گزینه ۳

می‌دانیم که امت اسلامی از اقوام و ملل گوناگون و با آداب و رسوم مختلفی تشکیل شده است که هر کدام پوشش و لباس مخصوص خود را دارند. حتی ممکن است در کشوری مثل کشور عزیزمان ایران، اقوام مختلفی زندگی کنند که هر کدام از آن‌ها پوشش خاصی برای خود برگزیده باشند؛ بنابراین چگونگی و نوع پوشش، تا حدود زیادی تابع آداب و رسوم ملت‌ها و اقوام است.

۷- گزینه ۳

درس‌نامه آیه: ﴿یا اَیُّهَا النَّبیُّ قُل لِاَزواجِکَ وَ بَناتِکَ وَ نِساءِ المُؤمِنینَ یُدنینَ عَلَیهِنَّ مِن جَلابیبِهِنَّ ذلِکَ اَدنی اَن یُعرَفنَ فَلا یُؤذَینَ وَ کانَ اللهُ غَفوراً رَحیماً﴾ (احزاب ۵۹)

ترجمه: ای پیامبر، به زنان و دخترانت و به زنان مؤمنان بگو پوشش‌های خود را به خود نزدیک‌تر کنند. این برای آن‌که به [عفاف] شناخته شوند و مورد آزار قرار نگیرند، بهتر است و خداوند همواره آمرزنده و مهربان است.

پیام‌ها:

- دستور قرآن در مورد حجاب همهٔ زنان در جامعهٔ ایمانی، یکسان است و تفاوتی میان دختران و همسران پیامبر ﷺ با سایر زنان نیست و پیامبر ﷺ باید امر به معروف (امر به حجاب) را از نزدیکان شروع کند.
- زنان مسلمان از ابتدا حجاب داشتند، اما با حدود آن آشنا نبودند. لذا قرآن دستور می‌دهد حجاب را به خود نزدیک‌تر کنند.

دو فایده، علت و فلسفهٔ حجاب برای زنان عبارت‌اند از: ۱ به پاکی و عفاف شناخته‌شدن و ۲ مورد آزار قرارنگرفتن.

عبارت شریفهٔ ﴿ذلک ادنی ان یعرفن فلا یؤذین﴾ بیانگر این نکته است که حجاب باعث می‌شود زنان به عفاف شناخته شوند و مورد آزار قرار نگیرند؛ بنابراین قانون حجاب، قانونی برای سلب آرامش زنان در جامعه نیست.

مطابق با آیین یهود، زنان هنگام حضور در اجتماعات، موی سر خود را می‌پوشاندند و به حجاب پایبند بودند. در آیین مسیحیت نیز پوشش، اهمیت زیادی داشته است و زنان معتقد به حضرت مسیح علیه‌السلام می‌کوشیدند مانند حضرت مریم علیهاالسلام موی خود را بپوشانند و با حجاب وارد جامعه شوند. نقاشان مسیحی، به‌خصوص نقاشان قدیمی‌تر، تصویر حضرت مریم علیهاالسلام را با پوشش و حجاب کامل می‌کشیدند. هم‌چنین از گذشته تا زمان حاضر، زنان راهبه و قدیس یکی از کامل‌ترین حجاب‌ها را انتخاب کرده‌اند. این امر نشان می‌دهد که از نظر آنان، داشتن حجاب، به دین‌داری نزدیک‌تر و در پیشگاه خدا پسندیده‌تر است

۸- گزینه ۱

درس‌نامه
- تقویت عزت نفس، یکی از مهم‌ترین قدم‌ها در مسیر کمال است.
- در قرآن بیش از ۹۵ بار خداوند، به عزت توصیف شده است.
- عزت در احادیث از ارکان فضایل اخلاقی است:

اگر عزت در وجود ما شکل بگیرد (علت): مانع بسیاری از زشتی‌ها خواهد شد (معلول).

- معنای عزت نفس: نفوذناپذیری و تسلیم‌نبودن

معنای عزت در خداوند: کسی نمی‌تواند او را مغلوب کند و در ارادهٔ او نفوذ نماید و او را تسلیم خود کند.

- اقسام عزت:

۱ عزت درونی: این‌که انسان در مقابل هوی و هوس خویش می‌ایستد، مقاومت می‌کند و تسلیم نمی‌شود و زیر بار عملی نمی‌رود که روحش را آزرده کند و او را تحقیر و کوچک سازد.

۲ عزت بیرونی: در برابر مستکبران و ظالمان ایستادگی می‌کند.

انسان عزیز کسی است که در برابر مستکبران و ظالمان و هم‌چنین در مقابل هوی و هوس خویش می‌ایستد، مقاومت می‌کند و تسلیم نمی‌شود. او زیر بار عملی که روحش را آزرده کند و او را حقیر و کوچک سازد، نمی‌رود.

البته کلید سنجش ۴ رو درست گرفته که اون معنا برای وقتیه که بگیم «خداوند عزیز است».

۹- گزینه ۲

درس‌نامه شناخت ارزش خود (**خودشناسی**) و نفروختن خویش به بهای اندک:

آیه «ما فرزندان آدم را کرامت بخشیدیم ... و بر بسیاری از مخلوقات برتری دادیم.» (اسراء، ۷۰)

پیام‌ها: ۱ خداوند با دادن نعمت‌های مادی و معنوی به انسان، او را گرامی داشته و به او عزت نفس و کرامت ذاتی بخشیده است.

۲ علتِ برتری انسان بر بیشتر مخلوقات (نه همه)، اختیاری‌بودن حفظ کرامت و منزلت است.

۳ خودشناسی و شناخت ارزش خود، سودمندترین دانش‌هاست.

خداوند جایگاه ما انسان‌ها را در خلقت بیان می‌کند و می‌فرماید: «ما فرزندان آدم را کرامت بخشیدیم ... و بر بسیاری از مخلوقات برتری دادیم».

۱۰- گزینه ۱

درس‌نامه خودِ عالی و خودِ دانی:
- پاسخ به سؤالِ «ریشهٔ تمایلات در وجود انسان چیست؟» راهگشای انسان در رسیدن به عزت و دوری از ذلت است.

۱ تمایلات عالی و برتر: مربوط به روح الهی و معنوی انسان

مثال: تمایل به دانایی، عدالت، شجاعت، حیا، ایثار و حُسن خلق که انسان با رسیدن به آن‌ها احساس موفقیت، کمال و لذت می‌کند.

۲ تمایلات دانی و فروتر: مربوط به بُعد حیوانی و دنیایی انسان

مثال: تمایل به ثروت، شهرت، غذاهای لذیذ، زیورآلات و رفاه مادی که انسان با دستیابی به آن‌ها احساس لذت و خوشحالی می‌کند.

انسان به طور طبیعی (فطری) به تمایلات دانی میل دارد؛ زیرا این‌ها لازمهٔ زندگی در دنیا هستند و بدون آن‌ها یا نمی‌توان زندگی کرد یا زندگی سخت و دشوار می‌شود.

- رابطهٔ تمایلات دانی و عالی:

۱ تمایلات دانی ذاتاً بد نیستند، اما در برابر تمایلات عالی بسیار ناچیز و پایین‌ترند و قابل مقایسه نیستند.

۲ تمایلات دانی زمانی بد می‌شوند که:
- انسان آن‌ها را اصل و اساس زندگی قرار دهد.
- فقط در فکر رسیدن به آن‌ها باشد.
- از تمایلات الهی خود غافل بماند.
- حدّ و مرز توجه به تمایلات دانی را خدا می‌داند که در احکام خود مشخص کرده تا در عین بهره‌مندی از آن‌ها، به رشد و کمال برسیم.
- هر انسانی در درون خود با دو دعوت روبه‌روست:

۱ دعوت عقل و وجدان (نفس لوّامه) که از ما می‌خواهد:
- در حدّ نیاز به تمایلات فروتر پاسخ دهیم.
- فرصتی فراهم کنیم تا تمایلات معنوی و الهی در وجود ما پرورش پیدا کند و آن زیبایی‌ها وجود ما را فرابگیرند.

۲ دعوت هوی و هوس (نفس اماره) از ما می‌خواهد:
- فقط به تمایلات بعد حیوانی سرگرم و مشغول باشیم.
- از تمایلات عالی و برتر غافل بمانیم.

دعوت عقل و وجدان یا همان نفس لوامه که از ما می‌خواهد در حدّ نیاز به تمایلات فروتر پاسخ دهیم و فرصتی فراهم کنیم که تمایلات معنوی و الهی در ما پرورش پیدا کند و آن زیبایی‌ها وجودمان را فرابگیرند.

۱۱- گزینه ۳

درس‌نامه آیه: ﴿وَ مِن آیاتِهِ اَن خَلَقَ لَکُم مِن اَنفُسِکُم اَزواجاً لِتَسکُنوا اِلَیها وَ جَعَلَ بَینَکُم مَوَدَّةً وَ رَحمَةً اِنَّ فی ذلِکَ لَآیاتٍ لِقَومٍ یَتَفَکَّرونَ﴾ (روم، ۲۱)

ترجمه: و از نشانه‌های خدا آن است که همسرانی از [نوع] خودتان برای شما آفرید تا با آن‌ها آرامش یابید و میان شما دوستی و رحمت قرار داد؛ همانا که در این مورد نشانه‌هایی است برای کسانی که تفکر می‌کنند.

پیام‌ها: ۱ نیاز به انس و آرامش با همسر و رشد اخلاقی و معنوی، از اهداف ازدواج است.

۲ فلسفهٔ آفرینش همسر هم‌نوع، آرامش‌یابی با آن است.

۳ یکسانی منزلت و مفهوم زوجیت زن و مرد برداشت می‌گردد.

۴ هدف خداوند حکیم از بیان نشانه‌هایش، تفکر در آن‌هاست.

۵ جهت ایجاد آرامش، مودّت و رحمت میان زوجین لازم است.

هر یک از زن و مرد، علاوه بر نیاز جنسی، نیازمند به زندگی با دیگری هستند و این نیاز نیز پس از بلوغ آشکار می‌شود. این نیاز به گونه‌ای است که اگر فردی از راه‌های نامشروع نیاز جنسی خود را برطرف کند، اما بدون همسر زندگی کند، باز هم یک بی‌قراری و ناآرامی او را آزار می‌دهد که فقط با بودن در کنار همسر برطرف می‌شود. برخی از ازدواج‌های ناموفق هم، ریشه در همین موضوع دارند که زن یا مرد به این نیاز همسر خود توجهی ندارد و رفتاری آرامش‌بخش از خود نشان نمی‌دهد. تجربه‌های روان‌شناختی گویای آن است که توانایی زن نسبت به مرد در ایجاد آرامش بیشتر است و مبدأ آرامش در خانواده، اوست.

۱۲- گزینه ۴

مهم‌ترین عامل پایداری خانواده، درک درست از زوجیت و مکمل هم بودن زن و مرد و عمل به این درک است. اگر همسران از این موضوع غافل باشند، به سرعت در محیط خانه از هم بیگانه می‌شوند و با پیش‌آمدن کوچک‌ترین تنش از هم جدا می‌شوند. اما اگر درک متقابل از نیازهای متفاوت یکدیگر داشته باشند، با آرامش در کنار یکدیگر زندگی می‌کنند و به تعبیر قرآن کریم، لباس یکدیگر می‌شوند و کاستی‌ها و نقص‌های یکدیگر را می‌پوشانند.

۱۳- گزینه ۲

درس‌نامه
- مهم‌ترین معیار برای ازدواج: **باایمان‌بودن** است.
- هر قدر ایمان قوی‌تر باشد، شایستگی او برای همسری بیشتر خواهد بود (رابطهٔ مستقیم).
- سایر معیارها برای انتخاب عبارت‌اند از: اصالت خانوادگی، عاقل‌بودن و فهیم‌بودن، اخلاق خوب و خوش‌رویی، کسب و کار حلال و ... .

◇ باید دربارهٔ ازدواج با والدین **مشورت** کرد؛ **زیرا:**
◇ علاقه و محبت به فرزندانشان (علت) باعث می‌شود مصلحت و خوش‌بختی او را در نظر بگیرند (معلول).
◇ تجربه و پختگی والدین (علت) باعث می‌شود خصوصیات افراد را بهتر دریابند (معلول ۱) و عاقبت ازدواج را پیش‌بینی کنند (معلول ۲).
◇ والدین نباید نظرشان را تحمیل کنند و فرزندانشان را به ازدواج ناخواسته بکشانند.
◇ محیط خانواده باید محیط همدلی، اعتماد به بزرگ‌ترها، شنیدن نظرات یکدیگر و محبت و خیرخواهی باشد.
◇ در چنین شرایطی: بهترین تصمیم‌ها گرفته می‌شود و کم‌تر به حسرت و پشیمانی منجر می‌شود.

از نظر قرآن کریم، مهم‌ترین معیار همسر شایسته، باایمان‌بودن اوست. هر قدر ایمان یک فرد قوی‌تر باشد، شایستگی او برای همسری بیشتر است.

۱۴- گزینه ۱

آن‌چه مشکل بزرگ جامعهٔ ماست: جداشدن «اقرا» از «بسم ربک» / جدایی «یعلمهم» از «یزکیهم» و جداشدن مادیات از معنویات، جداشدن دنیا از آخرت و در یک کلام، جدایی دین از علم است. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۲۵)

نکته هنر معلمی فقط به آموزش خواندن و نوشتن یا آموزش مسائل پیچیده و فرمول‌های سخت نیست، بلکه هنر معلم در آموزش مسائل علمی با نگاه توحیدی و تربیتی است. ثمرهٔ چنین آموزش و تعلیمی، شکوفایی علم، حلم، حیات قلب، استقامت، معرفت و انسانیت در متعلّمین خواهد بود.
آری! معلم ربانی، هادی و ناجی است و ارزش کار او به حیات دل‌ها و نجات انسان‌هاست.

۱۵- گزینه ۴

تکلّف این است که انسان کاری را با مشقت و تصنع انجام دهد؛ در زندگی، کار، پوشش، گفتار و رفتار به خود سخت بگیرد، مقید به پوشش خاص، مدرسهٔ خاص، شاگردان ویژه و ... باشد و در یک کلام برای خود شأنیتی ویژه قائل شود.
تکلف یعنی سختگیری بی‌مورد مناسباتی که مخالف خاکی‌بودن است.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۳۴)

۱۶- گزینه ۲

یکی از ویژگی‌های معلم این است که سابقهٔ نیک داشته باشد. اگر معلم به نیکی شناخته شده باشد کم‌تر او را انکار می‌کنند و آیهٔ ﴿أَمْ لَمْ یعرفوا رسولهم فهم لَهُ مُنْكِرُونَ﴾ یا این‌که پیامبرشان را نشناختند [و از سوابق او آگاه نیستند]، پس برای همین او را انکار می‌کنند.» بیانگر این مهم است که می‌فرماید رسول را می‌شناختند به همین دلیل او را انکار نمی‌کنند.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۵۶)

۱۷- گزینه ۳

درس‌نامه موارد دیگر قرآنی
◇ خطاب به حضرت لوط ﷺ : ﴿إِلَّا امْرَأَتَهُ كَانَتْ مِنَ الْغَابِرِينَ ...﴾ جز همسرش را که از بازماندگان [در عذاب] بود.
◇ خطاب به عموی پیامبر ﷺ : ﴿تَبَّتْ يَدَا أَبِي لَهَبٍ وَ تَبَّ﴾ بریده باد دو دست ابولهب و نابود باد.

در آیهٔ شریفهٔ ﴿إِنَّهُ لَيْسَ مِنْ اهلک﴾ «پسر تو به خاطر اعمال غیرصالحش از تو نیست» خداوند خطاب به رسول خود (منظور نوح ﷺ) می‌گوید که نوادهٔ او از اهل رسول نیست و این‌که رابطهٔ فرزندی دخل و تصرفی در ضوابط/ یا تقدم روابط بر ضوابط صورت نگرفته است.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۶۸)

۱۸- گزینه ۱

نکته موارد دیگری که به این امر اشاره دارد:
◇ آیهٔ شریفهٔ: ﴿لَا عِلْمَ لَنَا إِلَّا مَا عَلَّمْتَنَا﴾ «ما چیزی جز آن‌چه تو به ما آموخته‌ای نمی‌دانیم.»
◇ پیامبر (ص): در این‌باره به من وحی نشده است، صبر کنید تا حکم خدا ابلاغ شود.
◇ درخواست حضرت موسی ﷺ : آیهٔ شریفهٔ: ﴿وَ اجْعَلْ لِّي وَزِيرًا مِّنْ أَهْلِي هرون أَخِي اشْدُدْ بِهِ أَزْرِي وَ أَشْرِكْهُ فِي أَمْرِي﴾ و از خاندانم [یاور و] وزیری برایم قرار بده. برادرم هارون را و این‌گونه پشت مرا با او استوار ساز.

این‌که پیامبر ﷺ موظف بود اگر چیزی نمی‌داند به آن اذعان کند (بگو من نمی‌دانم آیا آن‌چه وعده داده می‌شوید نزدیک است، یا پروردگارم برای تحقق آن مدتی طولانی قرار دهد.) ... یعنی این‌که انسان می‌بایست قدرت گفتن نمی‌دانم را در خود داشته باشد.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۸۰)

۱۹- گزینه ۴

با توجه به آیهٔ شریفهٔ: ﴿قُلْ إِنَّمَا أَعِظُكُم بِوَاحِدَةٍ أَن تَقُومُوا لِلَّهِ مَثْنَى وَ فُرَادَى﴾ بگو: من شما را فقط به یک حقیقت پند می‌دهم و آن این‌که دو نفر دو نفر و یک نفر یک نفر برای خدا به پا خیزید،» خداوند به قیام به صورت فردی و گروهی امر می‌کند. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۹۴)

۲۰- گزینه ۴

در آیهٔ شریفهٔ ﴿ادْفَعْ بِالَّتِي هِيَ أَحْسَنُ﴾ می‌خوانیم که به جای انتقام، بدی‌های مردم را با عمل خوبی از خود دفع کنید که این کار برکاتی دارد: از جمله این که کینه‌ها از بین رفته و بین آن‌ها دوستی گرمی پدید خواهد آمد. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۹۹)

هوش و استعداد معلمی

۲۱- گزینه ۲

استراتژی در این سؤالات که در آن یک متن داده می‌شود و ۲ یا چند سؤال از آن مطرح می‌شود، ابتدا سؤال‌هایی که از متن مطرح شده را مطالعه کنید، سپس متن را دقیق بخوانید و قسمت‌های مهم که مربوط به پاسخ هر سؤال است را در متن پیدا کرده و زیر آن خط بکشید و حتماً پس از خواندن کامل متن به سؤالات مطرح‌شده پاسخ بدهید.

در پاراگراف اول متن در مورد «سند تحول بنیادین» توضیحاتی آمده است، درستی یا نادرستی گزینه‌ها را براساس این پاراگراف بررسی می‌کنیم:

بررسی گزینه‌ها: ① نادرست؛ در هیچ جایی از این پاراگراف اشاره نشده که «سند تحول بنیادین» اولین سند ملی است؛ پس در مورد درست یا نادرستی آن نمی‌توان نظر داد.
② درست؛ با توجه به جملهٔ «... در سند تحول بنیادین (بند ۱۵، راهکار ۲) به تقویت علوم انسانی و پرهیز از غلبهٔ رویکرد فنی و تجربی در آموزش رسمی توجه شده است.» در متن، این گزینه صحیح است.
③ نادرست؛ در مورد محقق‌شدن اهداف سند تحول بنیادین در این پاراگراف هیچ توضیحی ارائه نشده است و در مورد درستی این گزینه نمی‌توان نظر داد.
④ نادرست؛ طبق متن بند ۱۵ سند تحول بنیادین به تقویت علوم انسانی و پرهیز از غلبهٔ رویکرد فنی و تجربی توجه داشته است؛ پس نمی‌توانیم بگوییم که بیشتر بندهای این سند معطوف به کاهش رویکردهای فنی و تجربی در آموزش دورهٔ متوسطه است و اطلاعات متن برای پاسخ و تعیین درستی این گزینه کافی نیست، چون دربارهٔ سایر بندهای این سند اطلاعی نداریم.

مشاوره سؤالات از متن بلند، از سؤالات متداول آزمون‌های هوش است. در این تیپ سؤال یک متن داده می‌شود و سپس دو یا سه سؤال از متن مطرح می‌شود که به سؤالات مطرح‌شده باید براساس اطلاعات متن جواب بدهید نه دانسته‌های قبلی خودتان.

۲۲- گزینه ۴

درس‌نامه در سؤالات استنباط از متن، خیلی وقت‌ها نتیجهٔ بخشی از متن در گزینه‌ها آمده است که به طور مستقیم از خود متن قابل برداشت نیست، بلکه باید اطلاعات مختلف متن را در کنار هم قرار بدهیم و از آن‌ها نتیجه‌ای منطقی را استنباط کنیم. دقت کنید که برداشت شخصی یا اطلاعات قدیمی خود را در پاسخ به این سؤالات در نظر نگیرید.

با توجه به پاراگراف دوم متن، گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:
① نادرست؛ در پاراگراف دوم متن در مورد «برنامهٔ درسی پنهان» برای هدایت دانش‌آموزان به انتخاب رشتهٔ علوم انسانی توضیح داده است، اما این‌که اگر دانش‌آموزان را به حال خود واگذاریم، همه تصمیم خواهند گرفت دکتر یا مهندس شوند، مطلبی نیامده است؛ پس این گزینه از متن برداشت نمی‌شود.

۲) نادرست؛ در پاراگراف دوم متن، بیان شده است که «برنامهٔ درسی پنهان، بر ارزش‌ها، ادراکات و رفتارهای دانش‌آموزان تأثیر می‌گذارد» و از این طریق دانش‌آموزان را به سمت انتخاب رشتهٔ مشخصی سوق می‌دهد، اما در متن گفته نشده است که تأثیر «برنامهٔ درسی پنهان» بر انتخاب رشته، بیشتر از علایق و خواسته‌های درونی دانش‌آموزان است؛ پس این گزینه از متن استنباط نمی‌شود.

۳) نادرست؛ در مورد نقش دانش‌آموزان در تعیین سرفصل‌ها و محتوای آموزشی «برنامهٔ درسی پنهان» مطلبی در متن نیامده است و نمی‌توان آن را از متن استنباط کرد.

۴) درست؛ طبق متن «مدرسه یکی از عوامل محیطی مؤثر بر انتخاب رشتهٔ دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه است ...» پس می‌توان گفت انتخاب رشته لزوماً یک تصمیم از پیش تعیین‌شده نیست و ممکن است تحت تأثیر عوامل محیطی (که یکی از آن‌ها مدرسه است) تغییر کند؛ بنابراین این گزینه از متن برداشت می‌شود و درست است.

مشاوره استنباط از متن «یکی از تیپ‌های مهم هوش کلامی است. در این سؤالات یک متن کوتاه یا بلند به شما داده می‌شود و باید از بین گزینه‌ها عبارتی را که می‌توان از متن استنباط کرد، انتخاب کنید. در حل این سؤالات دقت کنید که باید عبارتی را انتخاب کنید که با توجه به متن درست و منطقی باشد و واقعاً از اطلاعات متن بتوان آن را نتیجه گرفت و یک برداشت شخصی و سلیقه‌ای از متن نباشد.

۲۳- گزینه ۱

سعی می‌کنیم با توجه به متن در هر مورد به پرسش پاسخ بدهیم.

الف) نمی‌توان با توجه به متن پاسخ دقیقی به این پرسش داد. در متن در مورد مهم‌ترین دغدغهٔ ملی در زمینهٔ آموزش متوسطه صحبت نشده است، بلکه در مورد یکی از مهم‌ترین دغدغه‌ها در این زمینه صحبت شده که شناسایی، ترغیب و هدایت نخبگان به سمت رشتهٔ علوم انسانی است.

ب) به این پرسش این‌طور می‌توان پاسخ داد: «برنامهٔ درسی پنهان» به تدریس ضمنی و غیررسمی نظام ارزش‌ها و هنجارها و جنبه‌های غیرآکادمیک مدارس اطلاق می‌شود که متأثر از کل نظام تربیت است. این برنامه از این جهت حائز اهمیت است که فراتر از برنامهٔ درسی و با تأثیرگذاری روی ارزش‌ها، ادراکات و رفتارهای دانش‌آموزان، آن‌ها را سمت انتخاب رشتهٔ انسانی هدایت می‌کند.

ج) این پرسش در متن این طور پاسخ داده شده است: «این برنامه شامل جنبه‌هایی از آموزش است که فراتر از برنامهٔ درسی قصد شده است و ...» پس با توجه به متن، می‌توان به این پرسش، پاسخ حتمی «خیر» داد.

بنابراین با توجه به متن می‌توان به پرسش‌های (ب) و (ج) پاسخ داد.

۲۴- گزینه ۳

استراتژی هر کدام از گزینه‌ها را در جای خالی قرار دهید و متن را بخوانید. گزینه‌ای که هم جملهٔ ناقص و هم مفهوم کلی متن را کامل می‌کند، جواب سؤال است.

درس‌نامه به طور کلی در سؤالات تکمیل متن، دو تیپ سؤال داریم:

حالت اول: متن داده شده کامل و معنادار است و ادامهٔ متن یا پُرکردن جای خالی فقط اطلاعاتی را به آن اضافه می‌کند.

حالت دوم: متن داده شده ناقص و ناتمام است و پُرکردن جای خالی علاوه بر اطلاعات بیشتر جملهٔ ناقص متن را هم تکمیل می‌کند.

برای حل این تیپ سؤالات ضمن توجه‌داشتن به مفهوم کلی متن با بررسی گزینه‌ها می‌توان به راحتی به جواب رسید.

در آخر متن آمده که «کارآفرینان ... از کسب و کار مراقبت می‌کنند. البته این کار چندان آسان نیست چراکه بسیاری از کسب و کارهای نوپا عمر کوتاهی دارند، به طوری که ... .»

پس متن باید با جمله‌ای کامل شود که در مورد کوتاهی عمر کسب و کارهای نوپا باشد یا مصداق‌هایی از این کوتاهی عمر باشند.

بررسی گزینه‌ها: ۱) نادرست؛ در صورتی که متن به جای «به طوری که» با «ولی» یا «اما» به پایان می‌رسید، می‌توانستیم این گزینه را انتخاب کنیم! در مورد این موضوع در متن صحبتی نشده و از آن چنین نتیجه‌ای را هم نمی‌توان گرفت.

۲) نادرست؛ در صورتی که متن به جای «به‌طوری که» با «و» به پایان می‌رسید، می‌توانستیم این گزینه را انتخاب کنیم! در مورد این موضوع در متن صحبتی نشده و از آن چنین نتیجه‌ای را هم نمی‌توان گرفت.

۳) درست؛ این جمله هم از لحاظ مفهوم و هم از لحاظ تکمیل جملهٔ پایانی می‌تواند برای کامل‌کردن متن منطقی و درست باشد.

۴) نادرست؛ در صورتی که متن به جای «به طوری که» با «و» به پایان می‌رسید، می‌توانستیم از لحاظ تکمیل جمله این گزینه را انتخاب کنیم، اما از لحاظ مفهومی این گزینه متن را به درستی تکمیل نمی‌کند.

چون به طور کلی در متن در این مورد مطلبی بیان نشده و البته این موضوع دلیلی بر کوتاهی عمر این کسب و کارها نمی‌تواند باشد.

مشاوره یکی از انواع سؤالات هوش، سؤالی است که در آن متن کوتاه یا عبارتی داده می‌شود و بعد از یکی دو جمله یا حتی گاهی در وسط جمله، متن قطع می‌شود و شما باید گزینهٔ مناسب را برای تکمیل متن انتخاب کنید.

۲۵- گزینه ۲

درس‌نامه در سؤالات نتیجهٔ متن باید دقت کنیم که نتیجهٔ متن باید یک عبارت درست و منطقی باشد که واقعاً از اطلاعات متن نتیجه گرفته می‌شود و نباید برداشت سلیقه‌ای از متن داشته باشیم. نتیجهٔ متن ممکن است مستقیم یا غیرمستقیم باشد. در سؤالات نتیجه‌گیری مستقیم، در متن به طور مشخص به عبارت یا موضوعی اشاره می‌شود و سؤال هم مستقیماً همان را می‌پرسد. اما گاهی نتیجهٔ متن به طور غیرمستقیم به دست می‌آید؛ یعنی نتیجه‌ای که در گزینه‌ها آمده به طور مستقیم از متن قابل برداشت نیست، بلکه باید اطلاعات مختلف متن را کنار هم قرار بدهیم و از آن‌ها نتیجهٔ منطقی بگیریم.

در متن مستقیماً اشاره شده است که هلمز به همراه دستیارش بیرون از شهر چادر زده و خوابیده بودند و از این‌که در میانهٔ شب، هلمز و دستیارش هنگام بیدارشدن آسمان شب را می‌بینند، می‌توان نتیجه گرفت که دیگر چادر بالای سر آن‌ها نیست و تنها دلیلی که هلمز به آن اشاره می‌کند این است که چادر دزدیده شده است؛ بنابراین از بین گزینه‌ها تنها گزینه‌ای که دقیقاً از متن نتیجه گرفته می‌شود، ۲) است.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) و ۴) می‌دانیم چادر دزدیده شده است، اما در مورد دزد و نحوهٔ دزدیدن چادر در متن توضیحی داده نشده است.

۳) در متن دستیار هلمز در مورد الهیات و نجوم مطالبی گفته است، اما نمی‌توان گفت که او از علم منطق یا نجوم مطلع یا بی‌اطلاع است.

مشاوره در سؤالات نتیجهٔ متن، یک متن داده می‌شود و باید با توجه به مطالب مختلفی که در متن آمده است، نتیجه‌گیری درست را مشخص کنید.

۲۶- گزینه ۴

استراتژی متن را به دقت بخوانید و با کنار هم قراردادن اطلاعات داده‌شده در متن بهترین پاسخ را برای سؤال مطرح‌شده پیدا کنید.

در دو سطر آخر متن، گفته شده که «به دلیل بهاندادن به شعر ستایشی در ایران، شاعران مدیحه‌سرا برای امرار معاش یا ثروت‌اندوزی راهی دیار هند شدند.» این یعنی در هند مانند رسم دربارهای قدیم ایران به این اشعار اهمیت داده می‌شده (و پول خوبی برای آن پرداخت می‌کردند.) و بازار شعر ستایشی و مدح در هند رواج داشت. پس ۴) درست است.

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱) این گزینه در مورد دلیل رواج شعر ستایشی قبل از دوران صفوی است و ربطی به کوچ شاعران مدیحه‌سرا ندارد.

۲) طبق متن به دلیل بی‌توجهی حکومت صفوی به اشعار مدحی و ستایشی شاعران ایرانی (و نه شاعران هندی!) به اشعار با مضامین پند و اندرز و ... روی آوردند و شاعران مدیحه‌سرا راهی هند شدند.

۳) دربارهٔ زبان اشعار مدحی سروده‌شده صحبتی در متن نشده است. طبق متن فقط می‌دانیم که شاعران مدیحه‌سرای ایران راهی هند شده‌اند. حالا سروده‌ها به زبان هندی بوده یا پارسی در متن به آن اشاره نشده است.

مشاوره یکی از انواع سؤالات متن، سؤال از متن کوتاه است. گاهی به طور مستقیم از اطلاعات متن سؤال می‌پرسند و گاهی باید از اطلاعات متن، مطلبی را نتیجه بگیرید.

۲۷- گزینه ۲

استراتژی چون در مورد دو بخشی که زیر آن‌ها خط کشیده شده، سؤال شده است، آن‌ها را به دقت بخوانید و سپس درستی گزینه‌ها و ارتباط بین دو جمله را با توجه به آن‌ها بررسی کنید.

گزینه‌ها را یکی‌یکی بررسی و تحلیل می‌کنیم:

بررسی گزینه‌ها: ۱) نادرست؛ اولاً اولی به مکان توریستی اشاره نمی‌کند، بلکه طبق متن سه مکان نام برده شده از جمله مکان‌های باستانی هستند و ثانیاً در دومی از اهمیت نقاشی و اشیای کشف‌شده از غارها در مطالعه و شناخت زندگی مردم گذشته صحبت شده که موجب علاقهٔ باستان‌شناسان است و نه عموم مردم!

۲) درست؛ توضیح داده‌شده در مورد جملهٔ اولی درست است و در جملهٔ دومی چون در مورد اهمیت اطلاعات به‌دست‌آمده از غارها صحبت شده، یعنی با ذکر مصداق، اهمیت اطلاعات به‌دست‌آمده از این آثار را بیان کرده است، پس توضیح این گزینه درست و منطقی است.

۳) نادرست؛ اولی نادرست است، چون به ۳ مکان باستانی اشاره شده است و نه ۳ اثر باستانی معروف. ضمناً در مورد دوم هم بر اهمیت اطلاعات به دست آمده از این آثار تأکید می‌کند که نادرست است. (چون در واقع مکان هستند نه اثر.)

۴) نادرست؛ اولی فقط سه مکان مورد علاقهٔ باستان‌شناسان را بیان کرده است، اما در مورد دلایل اهمیت باستان‌شناسی مطلبی بیان نشده است؛ پس توضیح این گزینه در مورد اول نادرست است. در جملهٔ دوم هم به دو اثر باستانی (نقاشی و اشیای کشف‌شده از غارها) اشاره شده است نه صرفاً یک اثر خاص، پس این جمله نادرست است.

تله ممکن است در ۳) حواستان به کلمهٔ آثار نباشد و این گزینه را درست در نظر بگیرید. اما در مورد سؤالات هوش کلامی باید حواستان به کلمات به کار برده شده در متن باشد.

۲۸- گزینه ۳

استراتژی پنج جایگاه در نظر بگیرید و با توجه به اطلاعات سؤال و شرط‌های گفته‌شده ترتیب اشعار شاعران را مشخص کنید.

گام شاعر قرن دهم، وحشی بافقی است؛ پس طبق صورت سؤال در مرحلهٔ پنجم شعری از او خوانده شده است.

گام طبق شرط اول، شعرایی که در قرن‌های متوالی زندگی می‌کنند، پشت سر هم انتخاب نمی‌شوند. پس نفر چهارم نمی‌تواند جامی (قرن ۹) باشد. از طرفی طبق شرط دوم، بیت‌های جامی و نظامی باید پشت سر هم باشند و چون حافظ و سعدی هم در قرن‌های متوالی هستند و نباید پشت سر هم باشند، پس جامی و نظامی در جایگاه‌های دوم و سوم و حافظ و سعدی قبل و بعد این دو شاعر قرار می‌گیرند.

حالت اول: ___ | جامی | نظامی | ___ | وحشی بافقی
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

حالت دوم: ___ | نظامی | جامی | ___ | وحشی بافقی
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

گام طبق شرط سوم، اولین و آخرین بیت از حافظ خوانده نمی‌شود؛ پس در دو حالت گام قبل، حافظ فقط می‌تواند در جایگاه چهارم قرار گیرد و چون جامی با او در قرن‌های متوالی هستند، جامی نمی‌تواند در جایگاه سوم باشد و فقط حالت اول گام ۲ می‌تواند رخ دهد. در این حالت سعدی هم در جایگاه ۱ قرار خواهد گرفت و ترتیب خواندن ابیات آن‌ها به صورت زیر می‌شود:

سعدی | جامی | نظامی | حافظ | وحشی‌بافقی
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

بنابراین سومین بیت از نظامی خوانده می‌شود.

تله ممکن است حواستان به این نباشد که حافظ و سعدی چون در قرن‌های متوالی هستند، نباید پشت سر هم باشند و بنابراین برای جامی و نظامی جایگاه‌های زیادتری را در نظر بگیرید و با حالت‌های بیشتری روبه‌رو شوید. در این صورت پاسخ‌دادن به سؤال خیلی طولانی شود و یا حتی در نهایت به جواب نادرست برسید؛ پس در هر مرحله حتماً حواستان به تمام شرط‌های گفته‌شده باشد تا سریع‌تر و راحت‌تر به جواب برسید.

مشاوره یکی از انواع سؤالات هوش منطقی، موضوع چینش یا آرایش اشیا یا افراد است. در این تیپ از سؤالات در مورد چینش عناصر اطلاعاتی داده می‌شود که با استفاده از آن‌ها می‌توان ترتیب اشیا یا افراد را پیدا کرد.

۲۹- گزینه ۱

گام طبق فرض سؤال جایگاه اول مربوط به جامی است. از طرفی طبق شرط دوم، بیت جامی و نظامی باید پشت سر هم باشد؛ پس داریم:

جامی | نظامی | ___ | ___ | ___
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

گام طبق شرط سوم، حافظ نمی‌تواند آخرین نفر باشد؛ بنابراین یکی از جایگاه‌های ۳ و ۴ متعلق به او است:

حالت اول: جامی | نظامی | حافظ | ___ | ___
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

حالت دوم: جامی | نظامی | ___ | حافظ | ___
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

گام چون سعدی و حافظ در قرن‌های متوالی هستند و نمی‌توانند کنار هم باشند؛ پس حالت دوم در گام قبل کلاً حذف می‌شود (چون در حالت دوم گام قبلی، سعدی (قرن ۷) در هر کدام از جایگاه‌های ۳ یا ۵ قرار بگیرد، کنار حافظ (قرن ۸) قرار می‌گیرد). در حالت اول هم چون سعدی نباید کنار حافظ باشد، پس در جایگاه ۵ است و وحشی بافقی در جای ۴ قرار خواهد گرفت:

جامی | نظامی | حافظ | وحشی بافقی | سعدی
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

بنابراین بیت سوم از حافظ است.

۳۰- گزینه ۴

گام طبق شرط سوم، بیت حافظ اولین و آخرین بیت نیست. از طرفی حافظ و سعدی شاعران دو قرن متوالی هستند و پشت سر هم نیز نمی‌توانند باشند و طبق فرض سؤال، بیت حافظ بعد از بیت سعدی خوانده شده است؛ پس یکی از ۳ حالت زیر رخ می‌دهد:

حالت اول: سعدی | ___ | حافظ | ___ | ___
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

حالت دوم: سعدی | ___ | ___ | حافظ | ___
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

حالت سوم: ___ | سعدی | ___ | حافظ | ___
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

گام طبق شرط دوم، جامی و نظامی باید پشت سر هم باشند؛ پس حالت سوم حذف می‌شود (چون دو جای خالی پشت سر هم نداریم) از طرفی نظامی کنار سعدی و جامی کنار حافظ نمی‌تواند باشد. پس حالت‌های زیر رخ می‌دهد:

حالت اول: سعدی | وحشی بافقی | حافظ | نظامی | جامی
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

حالت دوم: سعدی | جامی | نظامی | حافظ | وحشی‌بافقی
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

پس در هر حالت، سعدی نفر اول است.

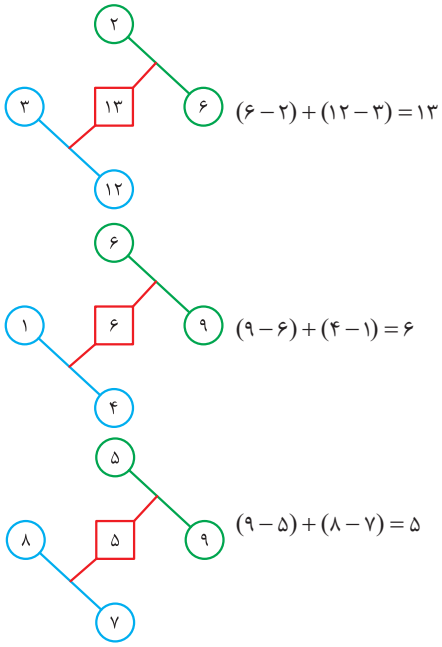
تیزبازی در گام ۲ با حذف حالت سوم، می‌دیدیم که در هر دو حالت اول و دوم، سعدی نفر اول است و نیازی به به دست آوردن جایگاه بقیه نبود و همان‌جا جواب را ۴) انتخاب می‌کردیم.

۳۱- گزینه ۲

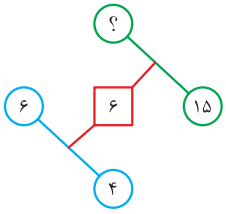
استراتژی روی اعدادی که دور عدد وسط و روی یک خط هستند عملیات‌های ریاضی را امتحان کنید تا به عدد وسطی برسید.

درس‌نامه در یکی از تیپ سؤالات ارتباط بین اعداد و اشکال، دو یا چند شکل یکسان داریم که اعداد داخل آن‌ها متفاوت هستند، اما رابطهٔ بین اعداد آن‌ها معمولاً یکسان است. رابطهٔ بین اعداد در این سؤالات می‌تواند خیلی متنوع باشد. اما بهتر است ابتدا چهار عمل اصلی (مجموع، تفریق، ضرب و تقسیم) و یا ترکیب چهار عمل اصلی ریاضی را روی اعداد بررسی کنید و سپس به سراغ روابطی مانند رابطهٔ بین ارقام بروید.

گام ۱ به شکل‌های زیر و روابطی که برای هر کدام نوشته شده است دقت کنید:



گام ۲ پس رابطهٔ بین اعداد این است که مجموع اختلاف اعداد دوشاخه برابر است با عدد وسط. بنابراین برای شکل آخر داریم:



$$(۱۵-؟)+\underbrace{(۶-۴)}_{۲}=۶ \Rightarrow ۱۵-؟=۴ \Rightarrow ؟=۱$$

مشاوره یکی از مهم‌ترین تیپ‌های سؤالات هوش ریاضی ارتباط بین اعداد و اشکال است که انواع مختلفی دارد و گاهی اوقات سؤالات این تیپ دشوار و خلاقیتی است. برای تسلط به این تیپ از سؤالات باید سؤالات زیادی را تمرین کنید.

۳۲- گزینه ۱

استراتژی چون حداکثر تعداد دانش‌آموزان را خواسته، سعی کنید بیشترین کلاس‌های ممکن را ۲۸نفره در نظر بگیرید.

طبق داده‌های سؤال در یک مدرسه، تعداد دانش‌آموزان هر کلاس ۲۵، ۲۸ و ۲۴ نفر است و ۹ کلاس دارد. از ما حداکثر تعداد دانش‌آموزان خواسته شده است؛ پس حالتی را در نظر می‌گیریم که بیشترین کلاس‌ها ۲۸ نفر باشند و آن حالتی است که تنها یک کلاس ۲۵ نفر و یک کلاس ۲۴ نفر و ۷ کلاس ۲۸ نفره باشند؛ بنابراین حداکثر دانش‌آموزان این مدرسه برابر می‌شود با: $۲۴+۲۵+۷\times ۲۸=۲۴۵$

مشاوره بعضی سؤالات را با کمی دقت و خواندن دقیق سؤال به راحتی می‌توان پاسخ داد.

۳۳- گزینه ۳

استراتژی کسری از کار را که هر نفر در یک روز انجام می‌دهد، نوشته و با توجه به توضیحات سؤال، معادلهٔ مربوط به آن را بنویسید و حل کنید.

درس‌نامه یکی از کاربردهای معادلات گویا در حل مسائل است. مسائلی که با معادلات گویا حل می‌شوند شامل چند دستهٔ معروف هستند: مسائل کار، شیر آب، محلول نمک و آب، سرعت دو جسم. برای نوشتن معادلهٔ این مسائل باید ابتدا نسبت کار در یک روز، میزان پرشدن استخر در یک ساعت، میزان غلظت محلول در یک لیتر، سرعت در یک ساعت را نوشته و سپس با توجه به تعداد افراد یا شیر آب یا ... معادلهٔ مورد نظر را بنویسیم و بعد با توجه به قواعد حل معادله‌های گویا با مخرج مشترک‌گیری آن را حل نماییم.

گام ۱ فرض کنیم لیلا آن کار را به تنهایی در x روز انجام می‌دهد؛ پس در یک روز $\frac{۱}{x}$ کار را تمام خواهد کرد. چون فاطمه در یک روز دو برابر لیلا کار می‌کند، پس در یک روز $\frac{۲}{x}$ از کار را انجام خواهد داد. چون با هم کار را در ۷ روز تمام می‌کنند، پس با هم در یک روز $\frac{۱}{۷}$ کار را می‌توانند انجام دهند.

گام ۲ معادلهٔ مرتبط با مسئله را با توجه به اطلاعات گام ۱ می‌نویسیم:

$$\frac{۱}{x}+\frac{۲}{x}=\frac{۱}{۷} \Rightarrow \frac{۳}{x}=\frac{۱}{۷} \Rightarrow x=۲۱$$

بنابراین لیلا به تنهایی در ۲۱ روز کار را می‌تواند تمام کند.

تله فرض کنیم لیلا کار را به تنهایی در x روز انجام می‌دهد و چون فاطمه در یک روز دو برابر لیلا کار می‌کند، بگوییم فاطمه این کار را به تنهایی در $۲x$ روز انجام می‌دهد. اما این اشتباه است. وقتی سرعت کار فاطمه ۲ برابر لیلا است، پس کار را سریع‌تر انجام می‌دهد و تعداد روزهای کاری او نصف می‌شود، نه دو برابر؛ یعنی کار را در $\frac{۱}{۲}x$ روز تمام می‌کند که در هر یک روز می‌شود $\frac{۲}{x}$ از کار.

مشاوره بعضی از سؤالات آزمون هوش علاوه بر خلاقیت نیاز به دانش ریاضی هم دارند. مهارت‌هایی مثل نوشتن معادله، حل معادله، کار با کسرها و ... را باید به خوبی بدانید.

۳۴- گزینه ۴

استراتژی سن امین را x و سن محمد را y فرض کنید سپس با توجه به نسبت‌های گفته‌شده در سؤال، تساوی‌های لازم را بنویسید و مقدارهای x و y را به دست آورید.

درس‌نامه در سؤالات مربوط به سن افراد، نکات زیر به درک بهتر سؤال، نوشتن معادله و حل سؤال کمک می‌کند:

۱) نسبت سن افراد در طول زمان تغییر می‌کند، اما اختلاف سن آن‌ها تغییر نمی‌کند. به عنوان مثال اگر پدری امسال ۲۰ ساله و دختر او ۱ ساله باشد، نسبت سن آن‌ها امسال $\frac{۲۰}{۱}=۲۰$ است اما ۱۰ سال دیگر پدر ۳۰ ساله و دختر او ۱۱ ساله می‌شود؛ پس نسبت سن آن‌ها $\frac{۳۰}{۱۱}\simeq ۲/۷$ خواهد بود! اما اختلاف سن آن‌ها همواره همان ۱۰ سال است.

۲) اگر سن شخصی الان x باشد، سن او n سال دیگر برابر است با $x+n$.

۳) اگر نسبت سن دو نفر x به y باشد، سن یکی xn و سن دیگری yn است یا این‌که می‌توان سن یکی از آن‌ها را به صورت $\frac{x}{y}$ سن دیگری نوشت.

گام ۱ فرض کنیم سن امین x و سن محمد y می‌باشد. طبق فرض سؤال داریم:

$$\frac{x}{y}=\frac{۳}{۴} \Rightarrow x=\frac{۳}{۴}y \quad (*)$$

چهار سال بعد این نسبت ۷ به ۹ می‌شود؛ پس می‌توان نوشت:

$$\frac{x+۴}{y+۴}=\frac{۷}{۹} \Rightarrow ۹x+۳۶=۷y+۲۸ \Rightarrow ۷y-۹x=۸$$

$$\xrightarrow{(*)} ۷y-۹(\frac{۳}{۴}y)=۸ \Rightarrow ۷y-\frac{۲۷}{۴}y=۸$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۴}y=۸ \Rightarrow y=۳۲ \Rightarrow x=\frac{۳}{۴}\times ۳۲=۲۴$$

بنابراین سن امین ۲۴ و سن محمد ۳۲ سال است.

گام ۲ میانگین سن آن‌ها را در ۴ سال قبل به دست می‌آوریم. ۴ سال قبل امین ۲۰ و محمد ۲۸ سال داشته است؛ پس میانگین سن آن‌ها برابر می‌شود با: $\frac{۲۰+۲۸}{۲}=\frac{۴۸}{۲}=۲۴$

مشاوره در سؤالات مربوط به سن معمولاً اطلاعاتی از سن دو یا چند نفر و رابطهٔ بین سن آن‌ها در گذشته، حال یا آینده داده می‌شود و باید با توجه به اطلاعات داده‌شده، سن افراد مورد نظر را پیدا کنیم. در این تیپ سؤالات قواعد نسبت و نوشتن معادله به حل سؤال کمک می‌کند.

۳۵- گزینه ۳

استراتژی ثروت این فرد را x در نظر بگیرید. به کمک توضیح (الف) و (ب) سهم امیر و رضا را پیدا کنید. دقت کنید که اگر ربع ثروت خود را سرمایه‌گذاری کند، $\frac{۳}{۴}$ از ثروتش باقی می‌ماند که می‌خواهد آن را به امیر و رضا بدهد. البته رسم شکل هم می‌تواند شما را سریع‌تر به جواب برساند.

روش مورد (الف) می‌گوید سهم امیر ثلث مابقی ثروت است. اگر ثروت فرد x باشد، مابقی ثروت او $\frac{۳}{۴}x$ است که ثلث آن می‌شود:

$$\frac{۳}{۴}x \times \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۴}x$$

بنابراین سهم امیر $\frac{۱}{۴}$ ثروت فرد می‌شود.

مورد (ب) می‌گوید سهم رضا نصف مابقی ثروت است. ابتدا مابقی ثروت فرد را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۳}{۴}x - \frac{۱}{۴}x = \frac{۲}{۴}x = \frac{۱}{۲}x \quad \text{یا} \quad \frac{۱}{۴}x + \frac{۱}{۴}x = \frac{۲}{۴}x = \frac{۱}{۲}x$$

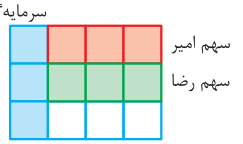
یعنی $\frac{۱}{۲}$ ثروت او باقی‌مانده است؛ پس نصف مابقی می‌شود:

$$\frac{۱}{۲}x \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴}x$$

بنابراین سهم رضا هم $\frac{۱}{۴}$ ثروت فرد می‌شود.

در نتیجه مقادیر ستون (الف) و (ب) با هم برابرند و باید ③ را انتخاب کنیم.

روش با رسم شکل به راحتی می‌توان جواب را پیدا کرد. ابتدا ربع ثروت فرد را برای سرمایه‌گذاری رنگ‌کرده و کنار می‌گذاریم؛ سپس ثلث بقیه را برای امیر و نصف مابقی را برای رضا در نظر می‌گیریم که می‌بینیم هر دو برابر $\frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۱۲}$ از کل ثروت فرد می‌شود.



تله سهم رضا از مابقی مجموع سهم فرد و سهم امیر به او داده می‌شود. فقط نصف مابقی سهم (یعنی $\frac{۳}{۴}$) را برای او حساب نکنید. چون در صورت سؤال گفته ابتدا بخشی از مابقی را به امیر می‌دهد و سپس قدری را به رضا می‌دهد.

۳۶- گزینه ۴

استراتژی محل قرارگیری قطعه‌های رنگی در شکل صورت سؤال و شکل گزینه‌ها را بررسی کنید. در واقع کافی است از رد گزینه کمک بگیرید.

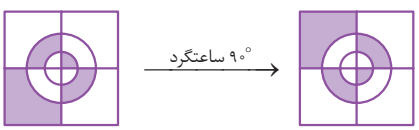
درس‌نامه برای پیداکردن دوران‌یافتهٔ یک شکل، باید به جهت و زاویهٔ دوران توجه کنیم. جهت دوران ممکن است ساعتگرد یا پادساعتگرد باشد. زاویهٔ دوران معمولاً یکی از زوایای زیر است.

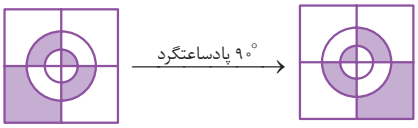
زاویه	۴۵°	۹۰°	۱۸۰°	۲۷۰°	۳۶۰°
ساعتگرد					
پادساعتگرد					

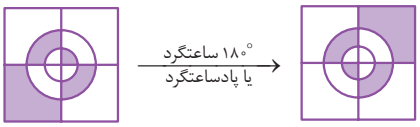
دقت کنید که دوران ۹۰° ساعتگرد با ۲۷۰° پادساعتگرد یکسان است و دوران ۹۰° پادساعتگرد با دوران ۲۷۰° ساعتگرد یکسان می‌باشد. دوران ۱۸۰° در هر دو جهت یکسان است.

نکتهٔ مهم در دوران این است که در دوران یک شکل، همهٔ اجزای شکل با هم و به یک‌اندازه و در یک جهت و نسبت به یک نقطه دوران پیدا می‌کنند.

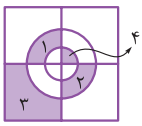
روش چون در گزینه‌ها مربع کج نداریم، فقط شکل را ۹۰° ساعتگرد، ۹۰° پادساعتگرد و ۱۸۰° دوران می‌دهیم (نیازی به دوران ۴۵° نداریم.) تا ببینیم کدام‌یک در گزینه‌ها وجود دارد:

در هیچ گزینه‌ای نیست. ⇒ 

در هیچ گزینه‌ای نیست. ⇒ 

④ درست است. ⇒ 

روش برای این‌که دوران‌یافتهٔ شکل را پیدا کنیم، کافی است که به نکتهٔ آخر درس‌نامه دقت کنیم و به کمک بررسی گزینه‌ها به جواب برسیم.



بررسی گزینه‌ها: ① این شکل نمی‌تواند دوران‌یافتهٔ شکل سؤال باشد. چون در شکل سؤال قطعه‌های رنگی (۱) و (۲) مقابل هم قرار گرفته‌اند. اما در این شکل، جای این دو قطعه نسبت به هم تغییر کرده است!

② این شکل هم نادرست است. چون قطعه‌های رنگی (۳) و (۴) در صورت سؤال در دو مربع مجزای مقابل هم قرار گرفته‌اند. اما در شکل این گزینه این دو قطعه در یک مربع قرار گرفته‌اند.

③ این شکل هم مانند شکل ① نمی‌تواند جواب سؤال باشد، چون محل قرارگیری قطعه‌های رنگی (۱) و (۲) در این گزینه، نسبت به هم تغییر کرده است.

④ این گزینه درست است و اگر دقت کنید با دوران ۱۸۰° (ساعتگرد و پادساعتگرد) شکل صورت سؤال به این گزینه می‌رسیم:



مشاوره بحث دوران در سؤالات هوش تصویری کاربرد زیادی دارد. گاهی به صورت مستقیم از آن سؤال مطرح می‌شود، گاهی در قالب الگوهای تصویری و ...

۳۷- گزینه ۲

استراتژی بین قسمتی از شکل که تکرار شده، یک قانون و الگو پیدا کنید. می‌توانید شکل بعدی الگو را دقیقاً بکشید یا از رد گزینه استفاده کنید.

درس‌نامه در سؤالاتی که تصویری به شما داده می‌شود و ادامهٔ آن از شما خواسته می‌شود، باید یک الگو یا قاعده در آن پیدا کنید و براساس آن به جواب برسید. این الگو را با توجه به ابعاد شکل‌ها، رنگ آن‌ها، جابه‌جایی قطعات و مواردی از این قبیل نتیجه بگیرید.



گام در شکل داده‌شده قسمت سه بار تکرار شده است و تغییری در ابعاد مستطیل‌ها وجود ندارد؛ پس باید در رنگ آن‌ها به دنبال الگو باشیم.

گام مستطیل بلندتر (اولی از سمت چپ)، یکی‌درمیان سیاه و سفید است؛ بنابراین در چهارمی باید سفید باشد، همین‌جا ④ حذف می‌شود.

گام مستطیل دوم از سمت چپ، در اولی نیمهٔ بالایی آن هاشور دارد. در دومی نیمهٔ بالایی خاکستری است. در سومی نیمهٔ پایینی هاشور خورده؛ پس در چهارمی باید نیمهٔ پایینی خاکستری باشد که در هر سه ①، ② و ③ همین‌طور است.

گام مستطیل سوم از چپ، یکی در میان سفید و خاکستری است؛ پس در چهارمی سفید است که باز در هر سه ①، ② و ③ همین‌طور است.

گام مستطیل چهارم از سمت چپ، در اولی نیمهٔ راست پایین خاکستری شده، در دومی نیمهٔ سمت راست بالا سیاه شده، در سومی نیمهٔ سمت چپ بالا خاکستری شده؛ پس در چهارمی باید نیمهٔ سمت چپ پایین سیاه شود که در ② این‌طور است و جواب درست همین گزینه می‌باشد.

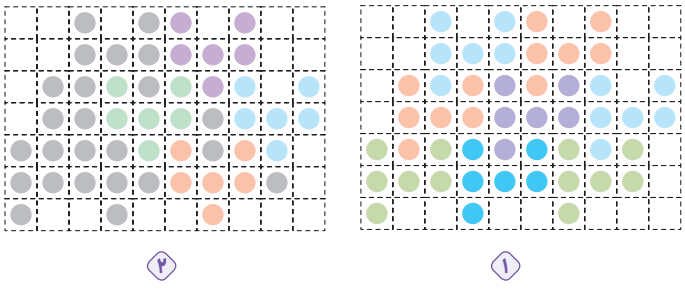
تیزبازی در هر چهار گزینه دو مستطیل وسط، یکسان هستند، پس نیازی به بررسی آن‌ها و پیداکردن الگوهای آن‌ها نیست. فقط مستطیل‌های اول و آخر را بررسی می‌کنیم و با توجه به الگوی آن‌ها خیلی سریع به جواب ② می‌رسیم.

مشاوره سؤالات الگوی تصویری معمولاً ساده هستند و با دقت در شکل به راحتی می‌توانید به آن‌ها پاسخ دهید.

۳۸- گزینه ۱

استراتژی از گوشه‌های شکل داده شده شروع می‌کنیم و سعی می‌کنیم الگوهای داده‌شده در گزینه‌ها را در شکل اصلی پیدا کنیم.

گام طبق روندی که در استراتژی توضیح داده شد، الگوی هر یک از گزینه‌ها را در نظر گرفته و سعی می‌کنیم در شکل داده‌شده از گوشه‌های شکل شروع کرده و الگوی مورد نظر را در آن پیدا کنیم. در مورد ۳ و ۴ خیلی سریع و واضح مشخص می‌شود که قسمت‌هایی از شکل اصلاً توسط الگوی داده شده پر نمی‌شود. اما الگوهای ۱ و ۲ نیاز به بررسی دقیق‌تری دارد و داریم:



۱

۲

همان‌طور که ملاحظه می‌شود فقط الگوی ۱ می‌تواند شکل داده‌شده را کامل بپوشاند. دقت کنید که برای الگوی ۲، مدل‌های دیگری غیر از آن‌چه که در بالا آمده است هم می‌توان در نظر گرفت. اما در هر صورت این الگو شکل داده‌شده را ایجاد نمی‌کند.

تله منظور از روی هم قرارگرفتن الگو، روی هم قرارگرفتن دایره‌ها است، وگرنه جاهای خالی هر مربع ۳×۳ می‌توانند با دایره‌های مربع ۳×۳ دیگری پر شوند.

مشاوره یک تیپ از سؤالات، تشخیص این است که شکل داده‌شده با تکرار چه الگویی ساخته شده است. اصطلاحاً به این سؤالات کاشی‌کاری می‌گویند. باید کاشی تکرارشونده را پیدا کنید و کار تمام است.

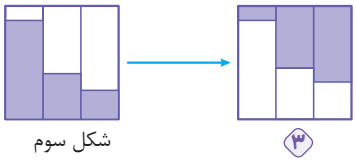
۳۹- گزینه ۳

استراتژی ابتدا ارتباط بین دو شکل اول را پیدا کنید. همان ارتباط بین شکل سوم و چهارم باید وجود داشته باشد.

درس‌نامه در سؤالات الگوهای شکلی باید ارتباطی منطقی بین شکل‌های پشت سر هم در الگو پیدا کنیم. گاهی اوقات (مخصوصاً وقتی الگو فقط ۴ شکل دارد) این ارتباط منطقی می‌تواند بین دو جفت شکل پشت سر هم برقرار باشد. برای پیداکردن این ارتباط منطقی، مواردی مانند دوران، قرینه‌شدن و انتقال اجزا، رنگ‌خوردن، هاشورخوردن، کاهش یا افزایش اجزا ... را بین شکل‌های پشت سر هم الگو بررسی نمایید.

گام با کمی دقت در دو شکل اول و دوم از سمت چپ می‌بینیم که در شکل دوم قسمت‌های سفید مستطیل‌های شکل اول رنگی شده است و قسمت‌های رنگی، سفید است. در واقع اگر این دو شکل را روی هم بیندازیم، کل مربع رنگی می‌شود.

گام اگر قسمت‌های سفید مستطیل‌های شکل سوم را رنگی کنیم و قسمت‌های رنگی را سفید بگذاریم، به شکل ۳ می‌رسیم.



شکل سوم

۳

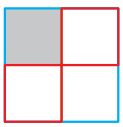
مشاوره یکی از تیپ سؤالات مهم هوش تصویری، الگوهای شکلی است که در آن‌ها یا بین همهٔ شکل‌هایی که پشت سر هم قرار گرفته‌اند ارتباط منطقی وجود دارد، یا این‌که شکل‌ها به صورت جفت جفت با هم ارتباط منطقی دارند و شما باید از بین گزینه‌ها، شکلی را انتخاب کنید که به درستی به جای شکل خواسته‌شده قرار می‌گیرند.

۴۰- گزینه ۱

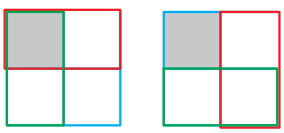
استراتژی مربع هم نوعی مستطیل است؛ پس تمام مربع‌ها و مستطیل‌هایی که یک ضلع آن‌ها شامل قسمت رنگی می‌شود را می‌شماریم.

درس‌نامه در سؤالاتی که تعداد مربع‌ها یا مستطیل‌ها خواسته می‌شود، باید از کوچک‌ترین قطعات شکل داده شده شروع کرده و شکل مورد نظر را روی آن پیدا کنیم و بشماریم. مثلاً مربع‌های ۱×۱، ۲×۲ و ... را پیدا کرده و بشماریم و بعد تعدادهای به دست آمده را با هم جمع کنیم.

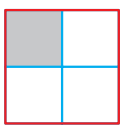
گام ابتدا مربع‌های یک‌قسمتی را می‌شماریم که حداقل یک ضلع آن‌ها به مربع مشکی چسبیده که تعداد آن‌ها ۲تا است:



گام مستطیل‌هایی که از دو قسمت (دوتا مربع) تشکیل شده‌اند و یک ضلع آن‌ها به ضلعی از مربع مشکی چسبیده است را می‌شماریم که تعداد آن‌ها ۴تا است:



گام خود مربع بزرگ هم باید شمارش شود.



گام با توجه به گام‌های ۱ تا ۳، در مجموع ۷ مستطیل (مربع یا مستطیل) داریم که حداقل از یک ضلع به مربع رنگی چسبیده‌اند.

تله اگر حواستان به این‌که مربع هم نوعی مستطیل است، نباشد، به جواب نادرست می‌رسید.

مشاوره شمارش تعداد مربع‌ها، مثلث‌ها یا ... جزء سؤالاتی است که امکان مطرح‌شدن آن‌ها وجود دارد و با یادگرفتن روش حل این مدل سؤالات می‌توانید به راحتی به آن‌ها پاسخ دهید.

تعلیم و تربیت اسلامی

۱- گزینه ۱

درس‌نامه «و هر که به عهدی که با خدا بسته وفادار بماند، به زودی پاداش عظیمی به او خواهد داد.» (فتح، ۱۰)

پیام‌ها:

- دومین اقدام لازم برای ثبات قدم در مسیر قرب الهی، عهدبستن با خدا و وفای به آن است.
- رضایت خداوند، پاداش عظیم الهی و رستگاری ابدی، معلول وفاداری ما به عهدمان با خداست؛ یعنی واجبات را انجام دهیم و حرام‌های الهی را ترک کنیم؛ زیرا خداوند راه رستگاری ما را با رضایت خود، قرین و همراه ساخته است.

آیات دیگر عهد در این درس:

- «کسانی که پیمان الهی و سوگندهای خود را به بهای ناچیزی می‌فروشند، آن‌ها بهره‌ای در آخرت نخواهند داشت و خداوند با آن‌ها سخن نمی‌گوید و به آنان در قیامت می‌نگرد و آن‌ها را (از گناه) پاک نمی‌سازد و عذاب دردناکی برای آن‌هاست.» (آل عمران، ۷۷)
- «به پیمانی که با من بسته‌اید، وفا کنید تا من نیز به پیمان شما وفا کنم.» (بقره، ۴۰)

مشاوره در این تیپ از سؤالات دینی حتماً باید عین عبارت قرآنی یا ترجمه رو تو ذهن بسپریم تا بتونیم در گزینه‌ها اونو تشخیص بدیم؛ در حقیقت فقط حفظ آیه می‌تونه توی این سؤال بهمون کمک کنه.

طبق آیهٔ شریفهٔ ۱۰ سورهٔ فتح، هر که به عهدی که با خدا بسته وفادار بماند، به زودی پاداش عظیمی به او داده خواهد شد.

۲- گزینه ۴

درس‌نامه پیام‌های حدیث:

- وظیفهٔ انسان‌ها در برابر اسوهٔ امام معصوم، تبعیت از او و کسب نور از علم اوست که موجب نزدیک‌ترشدن به راه و روش او می‌شود.
- اگرچه نمی‌توانیم عین ولیّ معصوم باشیم و در حد ایشان قناعت و کفایت بورزیم؛ اما باید در حد توان از وی پیروی کنیم.

مقصود از تبعیت و یاری امام، انجام این اعمال است: الف) پرهیزکاری (تقوا) ب) کوشش در راه خدا (جهاد) پ) عفاف (اعتدال) ت) درستکاری

- با توجه به کلام امام علی ﷺ که می‌فرماید: «آگاه باش که برای هر پیروی‌کننده‌ای، امام و پیشوایی است که باید از او تبعیت کند و از علم او کسب نور کند. هشیار باش، امام شما از دنیایش به دو لباس کهنه و از خوراکش به دو قرص نان کفایت کرده است، اما شما قطعاً توانایی این قناعت را ندارید؛ ولی با پرهیزکاری و کوشش [در راه خدا] و عفت و درستکاری مرا یاری کنید.»
- ما با پرهیزکاری و کوشش در راه خدا و عفت و درستکاری می‌توانیم ایشان را یاری کنیم.

۳- گزینه ۲

درس‌نامه

- دینداری با دوستی خدا آغاز می‌شود و برائت و بیزاری از دشمنان خدا را به دنبال می‌آورد.
- دینداری بر دو پایه استوار است: تولّی و تبرّی.
- اگر کسی بخواهد **قلبش را خانهٔ خدا** کند، باید شیطان و امور شیطانی را از آن بیرون کند.
- عبارت «لا اله الا اللّٰه»، پایه و اساس بنای اسلام است. تبرّی و تولّی.
- امام خمینی ﷺ براساس تبرّی و تولّی به مسلمانان جهان این‌گونه سفارش می‌کند: «باید مسلمانان، فضای سراسر عالم را از محبت و عشق نسبت به ذات حق (تولّی) و نفرت و بغض عملی نسبت به دشمنان خدا (تبرّی) لبریز کنند.»

پایه و اساس بنای اسلام جملهٔ «لا اله الا اللّٰه» است؛ این جمله مرکب از یک «نه» و یک «آری» است. «نه» به هر چه غیرخدایی است (تبرّی) و «آری» به خدای یگانه (تولّی).

پس دینداری بر دو پایه استوار است: تولّی (دوستی با خدا و دوستان او) و تبرّی (بیزاری از باطل و پیروان او).

۴- گزینه ۳

درس‌نامه پیام‌های حدیث:

- سرپیچی از خدا نشانهٔ عدم صداقت در دوستی با اوست.
- پیروی از دستورات خدا لازمهٔ محبت الهی است و این حدیث با آیهٔ ﴿قل ان کنتم تحبّون اللّٰه فاتّبعونی...﴾ و احادیث «خداوند، بندهٔ گناهکار توبه‌کننده را دوست دارد.»، «خداوند، انسان باحیایِ بردبار باعفّتی را که پاکدامنی می‌ورزد، دوست دارد.»، «خداوند، رسیدگی به دل‌سوختگان و درماندگان را دوست دارد.»، «خداوند، کسی که جوانی‌اش را در اطاعت او بگذراند، دوست دارد.» و «خداوند، زیبایی و آراستگی را دوست دارد.» مرتبط است.
- خداوند در خواسته‌هایش به **مصلحت** و نفع ما، توجه **خیرخواهانه** دارد.
- اگر احساس کنیم برخی خواسته‌های خدا سخت است، باید مطمئن باشیم که برای رستگاری ما ضروری است.

حدیث شریف امام صادق ﷺ که فرمودند: «ما أحب اللّٰه من عصاه»: «کسی که از فرمان خدا سرپیچی کند، او را دوست ندارد.» با **پیروی از خداوند** از آثار محبت به خدا در ارتباط است. نمی‌شود که انسان از صمیم دل، کسی را دوست داشته باشد اما از فرمانش سرپیچی کند. این سرپیچی نشانهٔ عدم صداقت در دوستی است.

۵- گزینه ۳

درس‌نامه احکام روزهٔ مسافر:

- اگر شخص روزه‌دار، **قبل از ظهر از وطن خود به سفر** برود، با رسیدن به حدّ ترخّص روزه‌اش را **افطار** می‌کند.
- اگر شخص روزه‌دار، **بعدازظهر از وطن خود به سفر برود**، باید روزهٔ خود را **ادامه** دهد و تمام کند.
- اگر شخص مسافر، **قبل از ظهر از سفر به وطن برگردد**:

الف) اگر در سفر روزه را **باطل کرده**: نمی‌تواند روزه بگیرد.

ب) اگر در سفر روزه را **باطل نکرده**: باید روزه را ادامه دهد.

- اگر شخص مسافر، **بعدازظهر از سفر به وطن برگردد، نمی‌تواند روزه بگیرد.**

اگر مسافری که صبح حرکت کرده، بعدازظهر به وطن یا به جایی که می‌خواهد ده روز بماند، برسد باید تا حد ترخص روزه‌اش را نگه دارد و بعد از آن می‌تواند افطار کند.

۶- گزینه ۴

درس‌نامه

- آراستگی ظاهری: نگاه به آینه، شانه‌زدن موها، مرتب‌کردن لباس، معطرنمودن خود
- آراستگی باطنی: آراستگی به زیبایی‌های اخلاقی مانند: ادب، سخاوت و...
- ثمرهٔ آراستگی: انسانِ آراسته را دیگران تحسین می‌کنند و از همنشینی و بودن با او لذّت می‌برند.
- پیشوایان به آراستگی ظاهری و باطنی توجه داشتند، آراستگی را از اخلاق مؤمنان می‌دانستند.

احادیث آراستگی:

حدیث پیامبر ﷺ: «خدای متعال دوست دارد وقتی بنده‌اش به سوی دوستان خود می‌رود، آماده و آراسته باشد.»

حدیث امام صادق ﷺ در جواب مدّعی زُهد که به لباس امام انتقاد کرد: «در آن زمان مردم در سختی بودند، اما امروز ما در وضعیت بهتری هستیم و عموم مردم توانایی پوشیدن چنین لباسی را دارند.»

معنای آراستگی همان «بهترکردن وضع ظاهری و باطنی و زیبانمودن این دو» است.

۷- گزینه ۱

درس‌نامه

پیام‌ها: ◇ دستور قرآن در مورد حجاب همهٔ زنان در جامعهٔ ایمانی، یکسان است و تفاوتی میان دختران و همسران پیامبر ﷺ با سایر زنان نیست و پیامبر هم باید امر به معروف (امر به حجاب) را از نزدیکان شروع کند.

◇ زنان مسلمان از ابتدا حجاب داشتند، اما با حدود آن آشنا نبودند؛ لذا قرآن دستور می‌دهد حجاب را به خود نزدیک‌تر کنند.

◇ دو فایده، علت و فلسفهٔ حجاب برای زنان عبارت‌اند از:

۱ به پاکی و عفاف شناخته‌شدن ۲ مورد آزار قرارنگرفتن

مصونیت از تعرض به زنان از جانب افراد بی‌بندوبار، نشأت‌گرفته از پیام آیهٔ شریفهٔ ﴿یا أَیُّهَا النَّبِیُّ قُل لِأَزواجِکَ وَ بَناتِکَ وَ نِساءِ المُؤمِنینَ یُدنینَ عَلَیهِنَّ مِن جَلابیبِهِنَّ **ذلِکَ أَدنی أَن یُعرَفنَ** فَلا یُؤذَینَ وَ کانَ اللّهُ غَفوراً رَحیماً﴾ (احزاب، ۵۹)

(ای پیامبر، به زنان و دخترانت و به زنان مؤمنان بگو پوشش‌های خود را به خود نزدیک‌تر کنند. این برای آن‌که به [عفاف] شناخته شوند و مورد آزار قرار نگیرند، بهتر است و خداوند همواره آمرزنده و مهربان است.)

در حقیقت این قسمت از آیه، فلسفه و چرایی حجاب را بیان می‌دارد که به پیروی از خداوند و دستورات او از آثار محبت به خدا نیز اشاره دارد.

۸- گزینه ۲

درس‌نامه ◇ **آیات و احادیث مرتبط:**

آیه: ﴿مَن کانَ یُریدُ العِزَّةَ فَلِلّهِ العِزَّه جَمیعاً﴾ (فاطر، ۱۰)

(هر کس عزت می‌خواهد بداند که هر چه عزت است، از آنِ خداست.)

◇ حدیث امام علی ﷺ در وصف انسان‌هایی که **عزت** خود را در **بندگی** خدا یافته‌اند:

«خالق جهان در نظر آنان عظیم است (علت)، در نتیجه، غیر خدا در چشم آنان کوچک است.» (معلول)

یکی از راه‌های تقویت عزت نفس، توجه به عظمت خداوند و تلاش برای بندگی خداست؛ خدایی که خالق تمام هستی است، سرچشمه و منبع همهٔ قدرت‌ها و عزّت‌هاست. او وجود شکست‌ناپذیری است که هیچ کس توانایی ایستادن در برابر قدرت او را ندارد؛ بنابراین هر کس به دنبال عزت است، باید خود را به این سرچشمه وصل کند.

۹- گزینه ۱

درس‌نامه ◇ **رابطهٔ تمایلات دانی و عالی:**

۱ تمایلات دانی ذاتاً بد نیستند؛ اما در برابر تمایلات عالی بسیار ناچیز و پایین‌ترند و قابل مقایسه نیستند.

۲ تمایلات دانی زمانی بد می‌شوند که:

◇ انسان آن‌ها را اصل و اساس زندگی قرار دهد،

◇ فقط در فکر رسیدن به آن‌ها باشد،

◇ از تمایلات الهی خود غافل بماند.

◇ حد و مرز توجه به تمایلات دانی را خدا می‌داند که در احکام خود مشخص کرده تا در عین بهره‌مندی از آن‌ها، به رشد و کمال برسیم.

◇ هر انسانی در درون خود، با دو دعوت روبه‌روست:

۱ دعوت عقل و وجدان (نفس لوّامه) که می‌خواهد:

◇ در حد نیاز به تمایلات فروتر پاسخ دهیم،

◇ فرصتی فراهم کنیم تا تمایلات الهی در وجود ما پرورش یابد و زیبایی‌ها، وجود ما را فرابگیرند.

۲ دعوت هوی و هوس یا همان نفس اماره

تمایلات عالی و برتر: مربوط به روح الهی و معنوی انسان است. مثال: تمایل به دانایی، عدالت، شجاعت، حیا، ایثار، حُسن خلق که انسان با رسیدن به آن‌ها احساس موفقیت، کمال و لذت می‌کند.

تمایلات دانی و فروتر: مربوط به بُعد حیوانی و دنیایی اوست. مثال: تمایل به ثروت، شهرت، غذاهای لذیذ، زیورآلات و رفاه مادی که انسان با دستیابی به آن‌ها، احساس لذت و خوشحالی می‌کند.

انسان به طور طبیعی (فطری) به تمایلات دانی میل دارد و علاقه نشان می‌دهد؛ زیرا این‌ها لازمهٔ زندگی در دنیا هستند و بدون آن‌ها یا نمی‌توان زندگی کرد یا زندگی سخت و مشکل می‌شود.

۱۰- گزینه ۳

درس‌نامه

◇ حدیث امام علی ﷺ «حُبُّ الشَّیءِ یُعمی وَ یُصِمُّ»: «علاقهٔ شدید به چیزی آدم را کور و کر می‌کند.»

پیام‌ها:

۱ علاقه و محبّت به یک شخص، چشم و گوش را می‌بندد و عقل را به حاشیه می‌راند.

۲ جهت موفّق‌شدن در انتخاب همسر، تسلّط کامل بر شور و احساس جوانی لازم است.

۳ شایسته است که با مشورت با والدین، انتخاب مناسب‌تری را رقم بزنیم.

برای یک انتخاب موفق لازم است ابتدا تسلّط کامل بر شور و احساس جوانی داشته باشیم؛ زیرا علاقه و محبت به یک شخص، چشم و گوش را می‌بندد و عقل را به حاشیه می‌راند.

هم‌چنین شایسته است با مشورت با پدر و مادر انتخاب مناسب‌تری را رقم بزنیم.

۱۱- گزینه ۲

درس‌نامه «اطلبوا العلم من المهد إلی اللحد»: «از گهواره تا گور علم بیاموزید»:

محدودیت زمانی

«لَو کانَ الْعِلْمُ مَنُوطاً بِالثُّرَیّا لَتَنَاوَلَهُ رِجَال مِن فَارِسَ»: «اگر علم در ثریا باشد، مردانی از فارس به آن می‌رسند»: **محدودیت مکانی**

«اطلبوا العلم ولو بالصین»: «دانش را بجویید، اگرچه در چین باشد»: **محدودیت جغرافیایی**

﴿فلو لا نفر من کل فرقه منهم طائفهٌ لیتفقهوا في الدین﴾: «چرا از هر گروهی از مردم، دسته‌ای کوچ نمی‌کنند تا در دین فقیه شوند»: **محدودیت مقداری**

«لَوْ یعْلَمُ النَّاسُ مَا فِي طَلَبِ الْعِلْمِ لَطَلَبُوهُ وَ لَوْ بِسَفْكِ الْمُهَجِ وَ خَوضِ اللُّجَجِ»: «اگر مردم ارزش علم را می‌دانستند به سراغ آن می‌رفتند، گرچه به قیمت جان خود و فرورفتن در امواج دریا باشد»: **محدودیت جانی**

﴿فَبَعَثَ اللّهُ غُرَابًا یَبْحَثُ فِي الْأَرْضِ لِیُرِیَهُ کَیْفَ یُوَارِی سَوْأَةَ أَخِیهِ﴾: «پس خداوند زاغی را فرستاد که زمین را می‌کاوید، تا به او نشان دهد که چگونه کشتهٔ برادرش را بپوشاند»:

محدودیت انسانی

پیامبر اسلام ﷺ بهای آزادی کسانی را که در جنگ اسیر می‌شدند، آموزش خواندن و نوشتن به ده نفر از مسلمانان قرار داد: **محدودیت مکتبی**

اسلام برای آموزش هیچ محدودیتی قائل نیست.

آیهٔ شریفه: ﴿فَبَعَثَ اللّهُ غُرَابًا یَبْحَثُ فِی الْأَرْضِ لِیُرِیَهُ کَیْفَ یُوَارِی سَوْأَةَ أَخِیهِ﴾: «پس خداوند زاغی را فرستاد که زمین را می‌کاوید، تا به او نشان دهد که چگونه کشتهٔ برادرش را بپوشاند (و دفن کند)» به **نبودن محدودیت انسانی** دلالت می‌کند. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۲۶)

۱۲- گزینه ۴

با توجه به آیهٔ شریفهٔ ﴿مَنْ عَمِلَ صالِحاً مِنْ ذَکَرٍ أَوْ أُنْثی وَ هوَ مُومن فَلَنُحْیِیَنَّهُ حَیاةً طیبةً﴾: «هر کس کار شایسته‌ای کند، چه مرد یا زن، در حالی که مؤمن باشد، به زندگی پاک و پسندیده زنده‌اش می‌داریم»؛ زنده‌شدن به حیات طیّبه شامل مومنان عامل به عمل صالح می‌شود. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۲۸)

۱۳- گزینه ۱

از اموری که عقل، دین و وجدان به آن سفارش کرده‌اند و رابطهٔ استاد و شاگرد را نیز عمیق می‌کند، رعایت «انصاف» است. انصاف در تدریس، انتقاد، تشویق، توبیخ و برخورد با شاگرد از رموز موفقیت است. رعایت انصاف موجب می‌شود که اثرپذیری در طرف مقابل بیشتر شود. اگر انسان بداند که استاد و مربی‌اش هیچ‌گونه تعصب نابه‌جا نسبت به خود یا طرف مقابل ندارد و فقط به دنبال حقیقت است، به جای آن‌که به فرد بنگرد، به استدلال او می‌نگرد تا احسن را انتخاب کند. این باور در انسان، ایجاد آرامش می‌کند.

قرآن می‌فرماید: ﴿إِنّا او إِیّاکم لعلی هدیً أو في ضلال مبین﴾: «ما و شما یا در مسیر هدایت هستیم یا انحراف» «پس بیایید با گفت‌وگو و منطق راه را پیدا کنیم.»

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۱۴- گزینه ۳

درس‌نامه در سیرهٔ پیامبر ﷺ می‌خوانیم که جلسات ایشان دایره‌وار بود؛ یعنی به گونه‌ای که در آن، بالا و پایین مجلس معنا نداشت. گاهی که یک نفر وارد می‌شد و پیامبر را نمی‌شناخت، به افراد نگاه می‌کرد و سپس می‌پرسید کدامیک از شما، پیامبر ﷺ هستید؟ این سؤال نشانگر آن است که پیامبر ﷺ، نه در محل نشستن، نه در لباسی که می‌پوشید و نه در چهره، هیچ نمادی که نشانهٔ امتیاز باشد نداشت و متواضعانه در جمع اصحاب می‌نشست.

آیهٔ شریفهٔ ﴿وَاخْفِضْ جَنَاحَكَ لِمَنِ اتَّبَعَكَ مِنَ الْمُؤْمِنِينَ﴾: «برای مؤمنانی که از تو پیروی کرده‌اند، بال خود را بگستر [و متواضع باش.]» به صفت تواضع پیامبر ﷺ اشاره می‌کند.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۵۵)

۱۵- گزینه ۴

در موفقیت هر کاری، از جمله تبلیغ و تدریس و تربیت، داشتن سابقهٔ نیک و محبوبیت نقش مهمی دارد. چه بسا کلامی از زبان یک فرد خوشنام مؤثر باشد، اما همان کلام از زبان فردی ناشناس، نتواند اثر بگذارد.

آیهٔ شریفهٔ ﴿قَدْ لَبِثْتُ فِيكُمْ عُمُرًا مِنْ قَبْلِهِ﴾: «زیرا من عمری پیش از این میان شما زیستم» (که دعوی رسالت نداشتم) به این خوشنامی اشاره دارد. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۵۶)

۱۶- گزینه ۲

درس‌نامه برخلاف این ویژگی، عده‌ای که تن به کار نمی‌دهند و زیر بار مسئولیت نمی‌روند و پیشرفت‌های کشور خود را نمی‌بینند، اما فقط زبان به مدح کشورهای غربی می‌گشایند و کشور پیشرفته‌ای را بدون کار و وجدان کاری انتظار می‌کشند، خیال‌گرا هستند.

معلمی که غیرت دینی و ملی دارد، حقایق را تبیین می‌کند؛ هم مشکلات را می‌گوید و هم امتیازات را برمی‌شمرد؛ نقدش نه برای تخریب، بلکه برای سازندگی است؛ فریب تبلیغات دروغین غرب را نمی‌خورد و به آن اوهام و خیالات دل نمی‌سپارد.

از وظایف هر مربی و استاد آن است که واقع‌گرا باشد و نسل نو را نیز واقع‌گرا تربیت کند؛ نه خیال‌گرا، نه غرب‌گرا، نه شرق‌گرا، نه درون‌گرا، نه برون‌گرا، نه فردگرا و نه جمع‌گرا.

در آیهٔ شریفهٔ ۱۲۳ سورهٔ نساء: ﴿لیس بامانیّکم و لا امانیّ اهل الکتاب من یعمل سوءا یجز به ...﴾: «[پاداش و عقاب] به آرزوهای شما و آرزوهای اهل کتاب نیست! هر که بدی کند، بدان کیفر داده می‌شود و جز خدا، برای خویش سرپرست و یاوری نیابد» به این ویژگی معلمی اشاره دارد. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۶۰)

۱۷- گزینه ۲

قرآن کریم از سویی خودش را حدیث یعنی (سخن جدید) و از سوی دیگر، خود را وصل به تاریخ کهن می‌خواند، بنابراین نه سنت‌گرایی اصل است، نه سنت‌شکنی؛ بلکه باید هر کار خیری را از نیاکان دنبال کرد و هر کار غلطی را اگرچه سنت نیاکان باشد، کنار گذاشت. باید علاوه بر بهره‌گیری از تجارب علمی گذشتگان، نوگرایی داشت که این موضوع بیانگر سنت‌پذیربودن و نوپذیربودن است. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۸- گزینه ۱

با توجه به آیهٔ شریفهٔ ﴿فَلَوْ لَا نَفَرَ مِنْ كُلِّ فِرْقَةٍ مِنْهُمْ طَائِفَةٌ لِيَتَفَقَّهُوا فِي الدِّينِ وَ لِيُنْذِرُوا قَوْمَهُمْ إِذَا رَجَعُوا إِلَيْهِمْ لَعَلَّهُمْ يَحْذَرُونَ﴾: «چرا از هر گروهی از ایشان دسته‌ای کوچ نمی‌کنند تا در دین فقیه شوند و هنگامی که به سوی قوم خویش بازگشتند، آنان را بیم دهند تا شاید آنان [از گناه و طغیان] حذر کنند.»

هجرت علاوه بر آموختن علم و دانش، برای بیان آموخته‌های خود به دیگران نیز لازم است.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۸۶)

۱۹- گزینه ۴

- یکی از بایدهای معلمی، دادن فرصت تحقیق به مخالف است.

با توجه به آیهٔ شریفهٔ ﴿وَ إِنْ أَحَدٌ مِنَ الْمُشْرِكِينَ اسْتَجَارَكَ ...﴾: «و اگر یکی از مشرکان [برای تحقیق] از تو امان و پناه خواست، پس به او پناه بده تا کلام خدا را بشنود، سپس او را به مکان امنش برسان؛ چراکه آنان گروهی ناآگاه‌اند و شاید با شنیدن آیات الهی، هدایت شوند» به افرادی که درصدد تحقیق‌اند، فرصت تحقیق و مطالعه بدهیم و آنان را طرد نکنیم.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۹۸)

۲۰- گزینه ۳

درس‌نامه

حکمت

- خیر کثیر
- معرفت و شناخت اسرار و آگاهی از حقایق و رسیدن به حق
- خداوند به بعضی از افراد پاک، باتقوا و پرتلاش عطا می‌کند.
- شناسایی وسوسه‌های شیطانی از الهامات الهی
- خداوند به هر کس بخواهد، می‌دهد.
- براساس روایات، حکمت همچون نوری است که در جان قرار می‌گیرد.
- آثار آن در گفتار و رفتار انسان پیدا می‌شود.
- بینش و بصیرتی است که اگر در فقیر باشد، او را در جامعه از ثروتمند محبوب‌تر می‌کند و اگر در صغیر باشد، او را بر بزرگسالان برتری می‌بخشد.
- معرفت و تفقّه در دین است. اطاعت از خدا، شناخت امام و پرهیز از گناهان کبیره است.
- حکمت هدیه‌ای کلیدی و مادر همهٔ خیرات است که هر که آن را داشته باشد، چیزهای زیادی خواهد داشت؛ داشتن دید و قدرت تشخیص است.

فرد حکیم:

- فرد حکیم در مسائل سطحی و زودگذر توقف ندارد.
- توجه او به عاقبت و نتیجهٔ امور است.
- نه نزاع بیهوده‌ای با بالادست خود دارد و نه زیردستان را تحقیر می‌کند.
- سخنی بدون علم و آگاهی نمی‌گوید و در گفتار و رفتارش تناقضی یافت نمی‌شود.
- نعمت‌های الهی را ضایع نمی‌کند و به سراغ بیهوده‌ها نمی‌رود.
- مردم را مثل خود دوست دارد؛ هر چه را برای خود بخواهد برای آنان می‌خواهد و هرگز با آنان حیله نمی‌کند.
- و سود و زیان را براساس مادیات نمی‌سنجد و از بُعد دیگری محاسبه می‌کند.

یکی از وظایف انبیا، آموزش کتاب و حکمت است. حکمت، همتای کتاب آسمانی است و به هر کس عطا شود، خیر کثیر را برای او به ارمغان خواهد آورد. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۱۰۴)

هوش و استعداد معلمی

۲۱- گزینه ۲

مشاوره سؤالات متن بلند از جمله سؤالاتی است که به احتمال زیاد در آزمون مطرح می‌شود. سؤال از متن بلند می‌تواند شامل سؤال از نتیجهٔ متن، عنوان متن، منظور از یک واژه، عبارت و ... باشد. برای پاسخگویی به این سؤالات، خواندن متن و درک سؤال و فهمیدن گزینه‌ها بسیار اهمیت دارند.

استراتژی ابتدا سؤال و سپس پاراگراف اول را بخوانید.

بررسی گزینه‌ها:

۱) در خط اول آمده که «گالیله به منظور تأیید قانون‌های فیزیکی، استفاده از آزمایش را پیشنهاد کرد.»؛ پس این گزینه در پاراگراف اول ذکر شده است.

۲) مطالب مطرح‌شده در پاراگراف اول مربوط به قرن هفدهم به بعد است و دربارهٔ پیش از آن صحبتی نشده؛ پس این گزینه جواب است.

۳) در خط دوم آمده که «از این زمان به بعد، انجام فعالیت‌های آزمایشگاهی یکی از ویژگی‌های متمایز علوم تجربی شد.»؛ پس این گزینه در پاراگراف اول ذکر شده است.

۴) در خط آخر پاراگراف آمده که «دانش‌آموزان از آزمایشگاه‌های ما با توانایی مشاهده و عمل‌کردن بیرون خواهند رفت.»؛ پس این گزینه هم در پاراگراف اول ذکر شده است.

۲۲- گزینه ۱

استراتژی ابتدا گزینه‌ها را با دقت بخوانید و بعد متن را بررسی کنید که کدام مورد در متن نیامده است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) طبق پاراگراف دوم «پس از سال ۱۹۶۰ و مطرح‌شدن نظریهٔ **پیاژه** در باب رشد مرحله‌ای، راهبردهای آموزشی ... برنامهٔ درسی معاصر مستلزم حضور فعال دانش‌آموزان شد.» پس اولاً در اثر فعالیت‌های پیاژه بوده و ثانیاً در اواخر قرن بیستم، پس این گزاره نادرست است.

۲) در پاراگراف دوم آمده که «پس از سال ۱۹۱۰ نهضت آموزشی به رهبری جان دیویی ... انجام فعالیت‌های آزمایشگاهی در آموزش علوم را پررنگ‌تر کرد.»؛ در نتیجه به‌کارگیری این مدل، برنامهٔ درسی معاصر مستلزم حضور فعال دانش‌آموزان شد.»؛ پس می‌توان گفت که این گزاره طبق متن، درست است.

۳) انتهای پاراگراف دوم آمده که «کار عملی در آزمایشگاه به دانش‌آموزان در درک بهتر مفاهیم علوم تجربی کمک می‌کند.»؛ پس این گزینه هم درست است.

۴) طبق توضیحات ۲)، این گزینه هم درست است.

۲۳- گزینه ۴

استراتژی سه پرسش داده‌شده را با دقت بخوانید و سپس ببینید در مورد کدام‌یک از آن‌ها در متن، مطالبی بیان شده که بتوانید به آن پرسش پاسخ دهید.

بررسی پرسش‌ها: **الف)** در متن داده‌شده از آزمایش خاصی نام برده نشده است و صرفاً بیان کلی در مورد آزمایش و مزایای آن است؛ پس با توجه به متن، به این پرسش نمی‌توان پاسخ داد.

ب) در مورد آشنایی پیاژه با آثار گریفین مطلبی در متن بیان نشده. فقط در پاراگراف اول نقل قولی از گریفین از زبان رزن آمده است؛ پس به این پرسش هم با توجه به این متن نمی‌توان پاسخ داد.

ج) در پاراگراف دوم آمده «زمانی که دانش‌آموزان در گردآوری واقعی داده‌ها و تجزیه و تحلیل پدیده‌های واقعی مشارکت می‌کنند، در آن‌ها حس علاقه و احترام به علم و فرایند علمی شکل می‌گیرد.»؛ پس به این پرسش می‌توان پاسخ داد.

در نتیجه فقط به پرسش «ج» با توجه به متن می‌توان پاسخ داد.

۲۴- گزینه ۳

مشاوره سؤالات متن کوتاه یکی از انواع سؤالاتی هستند که در آزمون‌ها ممکن است مطرح شوند. در این سؤالات، گاهی به طور مستقیم از اطلاعات متن سؤال می‌پرسند، گاهی باید از متن، یک نتیجه‌گیری شود و گاهی وسط یا انتهای متن، جای خالی قرار می‌دهند که باید متناسب با متن، گزینهٔ مناسب برای جای خالی را انتخاب کنید. گاهی هم فقط قسمت‌هایی از متن اهمیت دارند و در مورد آن‌ها سؤال مطرح می‌شود.

استراتژی متن را به دقت بخوانید و سپس هر گزینه را در جای خالی قرار دهید و ببینید با کدام‌یک از گزینه‌ها جمله کامل می‌شود و در ادامهٔ مطالب گفته‌شده است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) اگر ظرف‌های چرب را به خاکستر آغشته کنند، دیگر به راحتی کثیف و آلوده نخواهند شد، جملهٔ درستی نیست، چون طبق جملهٔ قبلی، از خاکستر به نوعی به عنوان صابون برای تمیزکردن ظرف‌ها استفاده می‌کردند نه ماده‌ای که باعث آلودگی نشود!

۲) آغشته‌کردن ظرف به خاکستر و قراردادن آن در آفتاب، باعث از بین رفتن آلودگی ظروف نمی‌شود، چون بالأخره باید آن خاکستر از ظرف پاک شود؛ پس این جمله کامل‌کنندهٔ خوبی نیست.

۳) چون از خاکستر به عنوان نوعی صابون استفاده می‌کردند، پس باعث می‌شده که ظرف‌ها آسان‌تر تمیز شوند؛ بنابراین این گزینه می‌تواند کامل‌کنندهٔ خوبی برای انتهای متن باشد.

۴) با استفاده از خاکستر به تنهایی نمی‌توان گفت که ظروف تمیز شده‌اند و ضرورتی به شست‌وشوی روزانه ندارند، چون صرفاً از آن به عنوان ماده‌ای برای تمیزشدن بهتر یاد شده است؛ پس کامل‌کنندهٔ مناسبی نیست.

۲۵- گزینه ۱

استراتژی با دقت متن را بخوانید و بعد ببینید کدام گزینه طبق آن مطالب، قابل نتیجه‌گیری است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) برای «سلامت» و «بهداشت» دو تعریف متفاوت در متن بیان شده؛ پس واضح است که این دو کلمه مترادف نیستند و در نتیجه می‌توان این گزینه را از متن استنباط کرد.

۲) طبق متن «تأمین سلامت مستلزم رعایت بهداشت است»؛ پس نمی‌توان گفت که تحقق سلامت پیش‌نیاز تحقق بهداشت است، بلکه به نوعی عکس این مطلب بیان شده است.

۳) در مورد برتری مفهوم بهداشت به سلامت مطلبی در متن نیامده و نمی‌توان اصلاً چنین چیزی را بیان کرد. به نوعی این دو مکمل یکدیگر هستند.

۴) در مورد این‌که تعریف سلامت و بهداشت در جوامع مختلف فرق دارد، اصلاً مطلبی در متن نیامده؛ بنابراین این گزینه هم قابل استنباط از متن داده‌شده نیست.

۲۶- گزینه ۳

استراتژی با فرض درست‌بودن هر گزینه ببینید که کدام‌یک ما را به نتیجهٔ نهایی انتهای متن نمی‌رساند.

بررسی گزینه‌ها: ۱) اگر این جمله درست فرض شود، چون ارزش بالای اقتصادی یک کانه را بیان می‌کند، پس می‌تواند دلیل خوبی برای بهره‌برداری آن باشد و فرایند استخراج را تقویت می‌کند.

۲) این گزینه هم شروع فرایند استخراج را تضعیف نمی‌کند، چون می‌گوید اگر برای بخش دولتی صرفه نداشته باشد، کار را به بخش خصوصی واگذار می‌کنند؛ یعنی آن را انجام می‌دهند، فقط نهادی که وارد عمل می‌شود، تغییر می‌کند.

۳) انگیزهٔ اقتصادی نمی‌تواند دلیل شروع بهره‌برداری از یک معدن باشد، چون این فرایند پرهزینه است و طبق متن اگر عنصر با حجم و غلظت کافی در مادهٔ معدنی وجود داشته باشد، بهره‌برداری را آغاز می‌کنند؛ پس انگیزهٔ اقتصادی نمی‌تواند موجب تقویت فرایند استخراج شود.

۴) این گزینه هم می‌تواند موجب تضعیف شروع فرایند استخراج شود، اما نسبت به ۳) دلیل ضعیف‌تری است.

۲۷- گزینه ۴

استراتژی دو عبارتی را که زیر آن‌ها خط کشیده شده، به دقت بخوانید و بعد ببینید کدام گزینه ارتباط آن‌ها را به بهترین نحو بیان کرده است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) می‌توان گفت بیانی که برای مورد اول آورده، درست است، ولی دومی از نتایج گسترش سلول‌های سرطانی در بدن بیماران نیست، بلکه از نتایج شیمی‌درمانی قوی است.

۲) اولی یک ادعا نیست، بلکه در علم پزشکی وجود دارد. دومی هم یکی از عوارض حتمی ابتلا به سرطان نیست، بلکه در بعضی افراد با شیمی‌درمانی قوی اتفاق می‌افتد.

۳) می‌توان گفت بیان اولی درست است، ولی دومی از عوارض روش‌های متداول فعلی برای تشخیص سرطان نیست، بلکه از عوارض روش‌های درمان سرطان است.

۴) می‌توان گفت اولی درست است و گزاره‌ای است که نویسنده به دلیل باور آن، بیانش کرده است. هم‌چنین دومی هم درست است، چون گفته مشکلی است که افراد مبتلا به سرطان ممکن است دچارش شوند و طبق بخش دوم هم در بعضی افراد تحت تأثیر شیمی‌درمانی قوی رخ می‌دهد.

۲۸- گزینه ۳

مشاوره یکی از مباحث مهم استدلال و منطق، موضوع آرایش نشستن یا چینش اشیا یا مرتب‌کردن داده‌ها است. با تمرین زیاد روش حل این سؤالات را یاد بگیرید.

استراتژی نمونهٔ ۴ را در جایگاه ۲ قرار دهید؛ پس نمونه‌های ۳ و ۵ در جایگاه‌های ۱ و ۳ نیستند.

درس‌نامه برای حل سؤالات چینش، مطابق صورت سؤال و تعداد افراد یا اشیا جایگاه‌های لازم را در نظر می‌گیریم. سپس از شرطی که جایگاه شیئی را مشخص کرده، شروع می‌کنیم و بعد با استفاده از بقیهٔ شرط‌ها به ترتیب جایگاه بقیهٔ اشیا را تعیین می‌کنیم.

گام ۱ ۵ جایگاه داریم. نمونهٔ ۴ را در جایگاه ۲ قرار می‌دهیم:

۱	۲	۳	۴	۵
	۴			

گام ۲ چون گفته شمارهٔ درج‌شده روی دو نمونهٔ مجاور، اعداد متوالی نیستند، پس نمونه‌های ۳ و ۵ نمی‌توانند در جایگاه‌های ۱ و ۳ قرار بگیرند؛ بنابراین در جایگاه‌های ۴ و ۵ باید باشند. از طرفی گفته شده شمارهٔ درج‌شده روی هیچ نمونه‌ای با شمارهٔ جایگاه آن برابر نیست؛ پس نمونه‌های ۳ و ۵ به ترتیب در جایگاه‌های ۵ و ۴ باید قرار بگیرند:

۱	۲	۳	۴	۵
	۴		۵	۳

گام ۳ نمونه‌های ۱ و ۲ می‌مانند که چون نمونهٔ ۱ نمی‌تواند در جایگاه ۱ باشد، در جایگاه ۳ قرار می‌گیرد و نمونهٔ ۲ در جایگاه ۱؛ در نتیجه ترتیب نمونه‌ها به این صورت می‌شود:

۱	۲	۳	۴	۵
۲	۴	۱	۵	۳

بنابراین در جایگاه آخر نمونهٔ ۳ قرار دارد. (نیازی به انجام گام ۳ نبود و در همان گام ۲ می‌توانستیم جواب را انتخاب کنیم.)

۲۹- گزینه ۲

استراتژی نمونهٔ ۵ را در جایگاه ۳ قرار دهید؛ پس نمونهٔ ۴ در جایگاه ۲ نیست.

گام نمونهٔ ۵ را در جایگاه وسط، یعنی ۳ قرار می‌دهیم: $\frac{\quad}{۱}\ \frac{\quad}{۲}\ \frac{۵}{۳}\ \frac{\quad}{۴}\ \frac{\quad}{۵}$

پس نمونهٔ ۴ در جایگاه‌های ۲ و ۴ قطعاً نیست، به دلیل نقض هر دو شرط گفته‌شده در صورت سؤال.

گام دو حالت در نظر می‌گیریم که نمونهٔ ۴ در جایگاه ۱ یا در جایگاه ۵ باشد:

حالت اول: $\frac{۴}{۱}\ \frac{\quad}{۲}\ \frac{۵}{۳}\ \frac{\quad}{۴}\ \frac{\quad}{۵}$ **حالت دوم:** $\frac{\quad}{۱}\ \frac{\quad}{۲}\ \frac{۵}{۳}\ \frac{\quad}{۴}\ \frac{۴}{۵}$

گام با توجه به این‌که نمونهٔ ۳ نمی‌تواند کنار ۴ باشد، پس حالت‌های زیر را داریم و با توجه به یکسان‌نبودن شمارهٔ نمونه‌ها با جایگاه‌ها، نمونه‌های ۱ و ۲ را هم در جایگاه‌های مورد قبول قرار می‌دهیم:

حالت اول: $\frac{۴}{۱}\ \frac{۱}{۲}\ \frac{۵}{۳}\ \frac{۳}{۴}\ \frac{۲}{۵}$ ✗

(چون دو نمونهٔ ۲ و ۳ با اعداد متوالی کنار هم قرار می‌گیرند.)

حالت دوم: $\frac{۴}{۱}\ \frac{۱}{۲}\ \frac{۵}{۳}\ \frac{۲}{۴}\ \frac{۳}{۵}$ ✗ (چون دو نمونهٔ ۲ و ۳ کنار هم قرار می‌گیرند.)

حالت سوم: $\frac{۳}{۱}\ \frac{۱}{۲}\ \frac{۵}{۳}\ \frac{۲}{۴}\ \frac{۴}{۵}$ ✓ (همهٔ شرایط برقرار است.)

حالت چهارم: $\frac{۲}{۱}\ \frac{۳}{۲}\ \frac{۵}{۳}\ \frac{۱}{۴}\ \frac{۴}{۵}$ ✗ (چون دو نمونهٔ ۲ و ۳ کنار هم قرار می‌گیرند.)

بنابراین فقط حالت سوم قابل قبول می‌شود و نمونهٔ ۳ در جایگاه نخست قرار می‌گیرد.

۳۰- گزینه ۴

استراتژی نمونه‌های زوج ۲ و ۴ را در دو جایگاه مجاور هم با شرط یکسان‌نبودن شمارهٔ نمونه با جایگاه قرار دهید.

گام نمونه‌های زوج ۲ و ۴ هستند که می‌خواهیم کنار هم باشند. از طرفی نمونهٔ ۲ در جایگاه ۲ و نمونهٔ ۴ در جایگاه ۴ نمی‌تواند باشد که همین مورد، حالت‌های زیادی را حذف می‌کند.

حالت اول: $\frac{۲}{۱}\ \frac{۴}{۲}\ \frac{\quad}{۳}\ \frac{\quad}{۴}\ \frac{\quad}{۵}$

حالت دوم: $\frac{\quad}{۱}\ \frac{۴}{۲}\ \frac{۲}{۳}\ \frac{\quad}{۴}\ \frac{\quad}{۵}$

حالت سوم: $\frac{\quad}{۱}\ \frac{\quad}{۲}\ \frac{۴}{۳}\ \frac{۲}{۴}\ \frac{\quad}{۵}$

حالت چهارم: $\frac{\quad}{۱}\ \frac{\quad}{۲}\ \frac{\quad}{۳}\ \frac{۲}{۴}\ \frac{۴}{۵}$

گام حالا با توجه به این‌که شمارهٔ نمونه‌ها نباید با جایگاه‌ها یکسان باشد، ۳ نمونهٔ دیگر را در هر حالت قرار می‌دهیم و حالت‌های غیر قابل قبول را حذف می‌کنیم:

حالت اول (۱): $\frac{۲}{۱}\ \frac{۴}{۲}\ \frac{۱}{۳}\ \frac{۵}{۴}\ \frac{۳}{۵}$ ✓ $\Rightarrow ۱۵۳$

حالت اول (۲): $\frac{۲}{۱}\ \frac{۴}{۲}\ \frac{۵}{۳}\ \frac{۱}{۴}\ \frac{۳}{۵}$ ✗ (چون دو نمونهٔ ۴ و ۵ کنار هم قرار می‌گیرند.)

همین‌جا می‌توانیم کار را متوقف کنیم و بگوییم که نمی‌توان تعیین کرد، چون دو حالت قابل قبول به دست آمد. ولی برای تمرین بیشتر حالت‌های دیگر را هم بررسی می‌کنیم: (حالت‌هایی را که قابل قبول نمی‌شوند، نمی‌نویسیم، چون خیلی‌زیاد است.)

حالت دوم: هیچ حالت قابل قبولی برای آن پیدا نمی‌شود.

حالت سوم: هیچ حالت قابل قبولی برای آن پیدا نمی‌شود.

حالت چهارم: $\frac{۳}{۱}\ \frac{۱}{۲}\ \frac{۵}{۳}\ \frac{۲}{۴}\ \frac{۴}{۵}$ ✓ $\Rightarrow ۳۱۵$

بنابراین ① و ② می‌توانند درست باشند و نمی‌توان به طور قطع مشخص کرد.

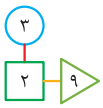
۳۱- گزینه ۱

مشاوره در این تیپ از سؤالات باید با بررسی اعداد و پیداکردن قانون بینشان به جواب برسید که احتیاج به تمرین زیاد دارد.

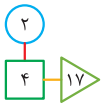
استراتژی عدد پایینی را به توان بالایی برسانید.

درس‌نامه برای حل سؤالاتی که در آن‌ها چند شکل یکسان با اعداد متفاوت داریم، باید رابطهٔ بین اعداد را پیدا کنیم. معمولاً با انجام عملیاتی بین دو یا چند عددی که کنار هم هستند، عدد سومی (که تنهاست) به دست می‌آید. ابتدا به سراغ جمع، تفریق، ضرب و تقسیم یا ترکیبی از آن‌ها می‌رویم، اگر نتوانستیم رابطه‌ای پیدا کنیم، سراغ سایر اعمال ریاضی مثل بخش‌پذیری، ب.م.م و ... می‌رویم یا سعی می‌کنیم رابطه‌ای بین ارقام اعداد پیدا کنیم.

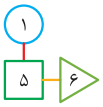
گام با بررسی حالت‌ها و اعمال مختلف روی اعداد به این نتیجه می‌رسیم که عدد داخل مربع به توان عدد داخل دایره رسیده و بعد با ۱ جمع شده و عدد داخل مثلث به دست آمده است:



$\Rightarrow ۲^{۳}+۱=۹$

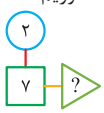


$\Rightarrow ۴^{۲}+۱=۱۷$



$\Rightarrow ۵^{۱}+۱=۶$

گام همان عملیات گام ۱ را روی شکل آخر انجام می‌دهیم تا ? را به دست آوریم:



$\Rightarrow ?=۷^{۲}+۱=۵۰$

۳۲- گزینه ۳

درس‌نامه برای به دست آوردن بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک یا ب.م.م ابتدا اعداد را تجزیه می‌کنیم. سپس عوامل مشترک با کم‌ترین توان آن‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

گام طول مستطیل‌هایی که می‌سازیم، باید برابر ۶ باشد؛ پس ابتدا مساحت سه مستطیل داده‌شده را به صورت ضرب ۶ در یک عدد دیگر می‌نویسیم:

$۶۰=۶\times۱۰$

$۸۴=۶\times۱۴$

$۱۰۸=۶\times۱۸$

گام چون می‌خواهیم مستطیل‌های یکسان بسازیم، پس باید عددی را که می‌تواند بین آن‌ها مشترک باشد، به عنوان عرض مستطیل پیدا کنیم. برای این کار ب.م.م سه عدد را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}۱۰=۲\times۵\\۱۴=۲\times۷\\۱۸=۲\times۳^{۲}\end{cases}\Rightarrow (۱۰,۱۴,۱۸)=۲$$

پس عرض هر قطعه ۲ متر است.

۳۳- گزینه ۲

استراتژی وزن هر کدام را برابر x، y و z در نظر بگیرید.

درس‌نامه در سؤالاتی که به صورت مسئله مطرح می‌شوند، مهم‌ترین کار خواندن دقیق صورت مسئله و نوشتن داده‌ها و خواستهٔ سؤال است. در این صورت راحت می‌توانید مرحله‌به‌مرحله پیش بروید و به جواب برسید.

گام فرض کنیم وزن نیلوفر، مهسا و افسانه به ترتیب برابر x، y و z باشد.

گام طبق اطلاعات سؤال، معادله‌های لازم بین وزن این سه نفر را می‌نویسیم:

نیلوفر به همان اندازه که از مهسا چاق‌تر است، از افسانه لاغرتر است؛ پس داریم:

$x-y=z-x$

مجموع وزن مهسا و افسانه ۶۸ کیلوگرم است:

$y+z=۶۸$

گام با استفاده از دو معادلهٔ به‌دست‌آمده، وزن نیلوفر را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases}x-y=z-x\\y+z=۶۸\end{cases}\Rightarrow ۲x=y+z\Rightarrow ۲x=۶۸\Rightarrow x=۳۴$$

پس وزن نیلوفر ۳۴ کیلوگرم است.

۳۴- گزینه ۲

درس‌نامه در سؤالات کار با هم ابتدا مشخص می‌کنیم که هر کدام از افراد یا شیرهای آب یا ... به تنهایی چه کسری از کار مورد نظر را در یک ساعت، یک روز یا ... انجام می‌دهند. سپس با توجه به عملکرد آن‌ها عملیات یا معادلات لازم را می‌نویسیم تا به جواب برسیم.

◇ یکی از راه‌حل‌های این مسائل نوشتن معادلهٔ گویاست که با توجه به قواعد حل معادله‌های گویا با مخرج مشترک‌گیری آن را حل می‌کنیم.

استراتژی ببینید هر کدام در یک روز چه کسری از کار را انجام می‌دهند، در صورتی که با هم کار را در x روز تمام کنند.

گام فرض کنیم رضا و حسن با هم کار را در x روز تمام کنند. طبق اطلاعات سؤال، رضا به تنهایی در $x+2$ روز و حسن به تنهایی در $x+18$ روز می‌تواند کار را تمام کند؛ پس در یک روز، رضا $\frac{1}{x+2}$ از کار و حسن $\frac{1}{x+18}$ از کار را انجام می‌دهد.

گام حالا اگر با هم کار کنند، در یک روز $\frac{1}{x}$ از کار انجام می‌شود؛ پس داریم:

$$\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+18}=\frac{1}{x}$$

$$\xrightarrow{\times x(x+2)(x+18)} x(x+18)+x(x+2)=(x+2)(x+18)$$

$$\Rightarrow x^2+18x+x^2+2x=x^2+20x+36 \Rightarrow x^2=36 \Rightarrow x=6$$

بنابراین اگر با هم کار را انجام دهند، در ۶ روز کار به پایان می‌رسد.

۳۵- گزینه ۱

مشاوره در این تیپ از سؤالات، مسئله‌ای با دو حالت داده می‌شود که با حل سؤال در دو حالت و با توجه به خواستهٔ سؤال باید یکی از موارد داده‌شده در صورت سؤال را انتخاب کنید و گزینهٔ مربوط به آن را در پاسخ‌برگ علامت بزنید. معمولاً سؤالات سختی نیستند و با کمی دقت حل می‌شوند.

استراتژی فرض کنید سن علی x و سن احمد y باشد و دو معادله بنویسید.

گام فرض کنیم سن علی x و سن احمد y باشد. طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$x=3y$$

$$x+15=2(y+15)$$

گام مقدار x را در معادلهٔ دوم $3y$ قرار می‌دهیم و معادلهٔ حاصل را حل می‌کنیم:

$$3y+15=2y+30 \Rightarrow y=15$$

پس احمد ۱۵ سال دارد؛ در نتیجه سن علی برابر $3\times15=45$ سال است.

گام مقادیر «الف» و «ب» را مشخص می‌کنیم:

«الف»: نسبت سن علی به احمد، ۵ سال قبل: $\frac{45-5}{15-5}=\frac{40}{10}=4$

«ب»: نسبت سن علی به احمد، ۵ سال بعد: $\frac{45+5}{15+5}=\frac{50}{20}=\frac{5}{2}=2/5$

بنابراین مقدار «الف» بزرگ‌تر است و باید ① را انتخاب کنیم.

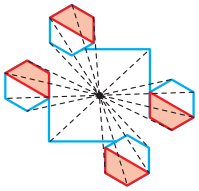
۳۶- گزینه ۴

مشاوره یکی از انواع هوش تصویری، سؤالات تقارن است که خیلی ساده هستند و فقط به کمی دقت نیاز دارند.

استراتژی قرینهٔ هر قسمت از شکل را نسبت به نقطهٔ داده‌شده پیدا کنید.

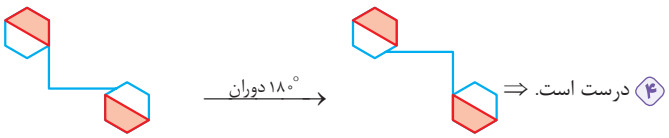
درس‌نامه برای پیداکردن تقارن یک شکل نسبت به نقطه، کافی است از رأس‌های شکل، به آن نقطه وصل کنیم و سپس به همان اندازه آن را ادامه دهیم تا رأس مورد نظر در تقارن‌یافتهٔ آن مشخص شود. قرینهٔ یک شکل، نسبت به یک نقطه با دوران 180° آن یکسان است.

روش رأس‌های شکل را به نقطه وصل می‌کنیم و ادامه می‌دهیم تا تقارن‌یافتهٔ آن پیدا شود.



④ درست است. ⇒

روش می‌توانیم شکل را 180° دوران دهیم:



④ درست است. ⇒

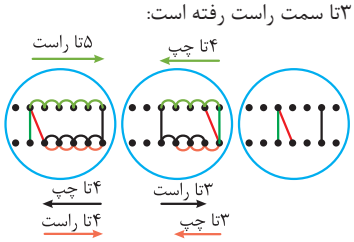
۳۷- گزینه ۳

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند که بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

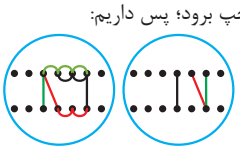
استراتژی به جابه‌جایی هر کدام از خط‌ها دقت کنید.

درس‌نامه در سؤالات الگوی تصویری برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم. برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه شدن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

روش **گام** در شکل‌های داده‌شده، پاره‌خط‌ها تغییر مکان داده‌اند؛ پس برای جابه‌جایی آن‌ها الگویی پیدا می‌کنیم. همان‌طور که می‌بینید، پاره‌خط قرمز ابتدا ۴تا سمت راست و بعد ۳تا سمت چپ می‌رود. پاره‌خط سبز ابتدا ۵تا سمت راست و سپس ۴تا سمت چپ رفته است. پاره‌خط مشکی ابتدا ۴تا سمت چپ و سپس ۳تا سمت راست رفته است:



گام طبق الگویی که در گام قبل به دست آوردیم، باید پاره‌خط قرمز ۲تا سمت راست، پاره‌خط سبز ۳تا سمت راست و پاره‌خط مشکی ۲تا سمت چپ برود؛ پس داریم:



③ درست است. ⇒

روش به‌طور ساده‌تر می‌توان گفت که شکل ⋀ یکی‌درمیان به سمت پایین و بالا است؛ پس در شکل ? باید به سمت بالا ⋁ باشد که تنها ③ این‌طور است.

روش می‌توان گفت فاصلهٔ | و رأس ⋀ در ابتدا ۵تا، بعد ۴تا و بعد ۳تاست؛ پس در شکل ? باید ۲تا باشد که در ② و ③ این‌طور است. از طرفی پاره‌خط تنها ابتدا سمت راست، بعد سمت چپ و دوباره سمت راست ⋀ است؛ پس در شکل ? باید سمت چپ آن باشد؛ در نتیجه ③ درست است.

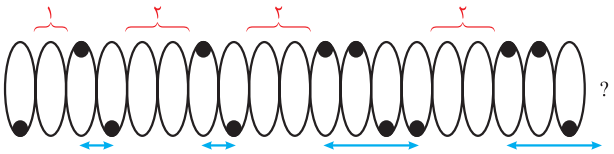
۳۸- گزینه ۱

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند که بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

استراتژی فاصلهٔ بین قسمت‌های رنگی را به دست آورید.

درس‌نامه در سؤالات الگوی تصویری برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم. برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه شدن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

فاصلهٔ بین قسمت‌های رنگی و جابه‌جایی رنگ‌ها را مشخص می‌کنیم:



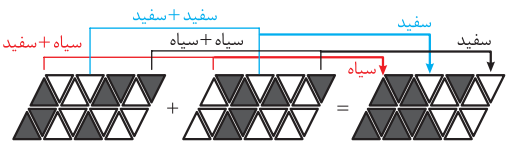
پس بعد از شکل آخر باید یک بیضی با قسمت رنگی پایین باشد و بیضی سفید داشته باشیم که طبق ① و ② تعداد آن‌ها ۳تاست. مجدد جهت رنگ عوض شده و باید رو به بالا باشد؛ پس ① درست می‌شود.

۳۹- گزینه ۲

استراتژی به ترکیب رنگ‌ها توجه کنید که نتیجه چه رنگی شده است.

درس‌نامه در سؤالات معادلات اشکال، معمولاً با ترکیب اشکال، جمع‌شدن خطوط یا حذف‌شدن آن‌ها و ... سروکار داریم. با دقت در معادلهٔ داده‌شده، عملی را که روی دو شکل انجام شده و از آن شکل سوم به دست آمده است، پیدا می‌کنیم و سپس همان عمل را روی معادلهٔ خواسته‌شده انجام می‌دهیم.

گام ترکیب رنگ‌ها در دو شکل اول و نتیجهٔ آن در شکل سوم را بررسی می‌کنیم! دو شکل سمت چپ را ۹۰° ساعتگرد دوران می‌دهیم:



می‌بینیم که قانون زیر در ترکیب رنگ‌ها برقرار است:

سفید = سفید + سفید　　سیاه = سیاه + سفید

سفید = سیاه + سیاه

یعنی ترکیب دو سفید یا دو سیاه، سفید می‌شود و ترکیب یک سفید و یک سیاه، سیاه می‌شود.

گام قانون گام اول را روی شکل‌های معادلهٔ دوم اعمال می‌کنیم:

سطر اول:  ⇒ ③ و ④ حذف می‌شوند.

سطر دوم:  ⇒ ① حذف می‌شود.

بنابراین ② جواب درست است.

۴۰- گزینه ۴

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند که بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

استراتژی به جابه‌جایی قطعات تصویرها دقت کنید.

درس‌نامه در سؤالات الگوی تصویری برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم. برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه شدن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

گام دایره‌های سیاه دور شکل از شکل اول به دوم (از سمت چپ) تغییر نکرده‌اند؛ ولی از شکل دوم به سوم ۹۰° ساعتگرد دوران کرده‌اند. از شکل سوم به چهارم تغییری نکرده‌اند؛ پس در شکل پنجم یا ؟ باید ۹۰° ساعتگرد جابه‌جا شوند؛ یعنی ② یا ④ درست است.

گام مربع مشکی و هم‌چنین دایرهٔ سفید داخل شکل در هر مرحله ۹۰° ساعتگرد دوران کرده‌اند که چون در شکل همهٔ گزینه‌ها یکسان هستند، نیازی به بررسی آن‌ها نیست.

فلش در هر مرحله از چپ به راست، ۹۰° ساعتگرد دوران کرده و جهت آن هم عوض شده است؛ پس در شکل ؟ باید به صورت ↙ باشد؛ در نتیجه ④ درست است.

تعلیم و تربیت اسلامی

۱- گزینه ۴

درس‌نامه محاسبه و ارزیابی:
- نتیجهٔ آن، میزان موفقیت و عوامل آن شناخته می‌شود.
- در صورت موفقیت، شکر خداوند را به جا می‌آوریم.
- سستی‌ورزیدن باعث سرزنش، عتاب و طلب بخشش می‌شود.
- در پیش داشتن یک حسابرسی بزرگ در قیامت

عهدبستن با خدا:
- کسی که راه سعادت را شناخته و آن را می‌خواهد، با خدا پیمان می‌بندد که آن‌چه خداوند برای رسیدن به این هدف مشخص کرده، انجام دهد و خدا را خشنود سازد.
- راه سعادت ما، قرین رضایت خداست؛ یعنی زمانی خدا از ما راضی است (معلول) که در مسیر سعادت و خوشبختی خود گام برداریم (علت).
- وقتی از ما ناخشنود است (معلول) که به خود ظلم کنیم و در مسیر هلاکت خود قدم گذاریم (علت).

محاسبه و ارزیابی: اگر بعد از محاسبه معلوم شود که در انجام عهد خود موفق بوده‌ایم، خوب است خدا را سپاس بگوییم و شکرگزار او باشیم؛ زیرا می‌دانیم که او بهترین پشتیبان ما در انجام پیمان‌هاست. اما اگر معلوم شود که سستی ورزیده‌ایم، خود را سرزنش کنیم و مورد عتاب قرار دهیم و از خداوند طلب بخشش کنیم و با تصمیم قوی‌تر، دوباره با خداوند عهد ببندیم و وارد عمل شویم.
عهدبستن با خدا: کسی که راه رستگاری را که همان قرب و نزدیک‌شدن به خداست، شناخته و می‌خواهد در این مسیر قدم بگذارد با خدای خود پیمان می‌بندد که آن‌چه خداوند برای رسیدن به این هدف مشخص کرده است؛ یعنی واجبات الهی را انجام دهد و خداوند را خشنود سازد؛ هم‌چنین از انجام آن‌چه که ما را از این هدف دور می‌سازد؛ یعنی کارهای حرام، اجتناب کند.

۲- گزینه ۳

درس‌نامه اسوه قراردادن از معصوم و اسوهٔ کامل:
۱. در حد توان از ایشان پیروی کنیم.
۲. خود را به راه و روش آنان نزدیک‌تر کنیم.
۳. نه این‌که عین آن‌ها و در حد آن‌ها عمل کنیم.

پاسخ این است که ما او را اسوهٔ کامل خود قرار می‌دهیم؛ چون می‌دانیم که هر کاری که انجام داده، درست بوده و مطابق دستور خداوند بوده است. اما اسوه قراردادن ایشان به این معنا نیست که ما عین او باشیم و در همان حد عمل کنیم، بلکه بدین معناست که در حد توان از ایشان پیروی کنیم و خود را به راه و روش ایشان نزدیک‌تر کنیم.

۳- گزینه ۱

درس‌نامه ◇ حدیث امام صادق علیه‌السلام
«قلب انسان حرم خداست؛ در حرم خدا غیر خدا را جا ندهید.»
- یکی از ویژگی‌های مؤمنان این است که آن‌ها نسبت به خداوند، دوستی و محبت شدیدی دارند.

آیه: ﴿وَ مِنَ النّاسِ مَن یَتَّخِذُ مِن دونِ اللّهِ اَنداداً یُحِبّونَهُم کَحُبِّ اللّهِ وَ الَّذینَ آمَنوا اَشَدُّ حُبّاً لِلّه﴾ (بقره، ۱۶۵)

ترجمه: (و بعضی از مردم همتایانی را به جای خدا می‌گیرند، آنان را دوست می‌دارند مانند دوستی خدا، اما کسانی که ایمان آورده‌اند، به خدا محبت بیشتری دارند.)

پیام‌ها:
- اشتباه برخی از مردم، شریک قراردادن غیر خدا در محبت به خداست.
- از ویژگی‌های مؤمنان، شدت محبت آنان به خداوند است.

محبت به خدا (تولّی)، آغاز دینداری است.

با حدیث امام صادق علیه‌السلام که می‌فرماید: «قلب انسان حرم خداست...»، ارتباط دارد.

امام صادق علیه‌السلام می‌فرماید: «قلب انسان حرم خداست؛ در حرم خدا غیر خدا را جا ندهی.»
«والذین آمنوا اشد حباً لله: اما کسانی که ایمان آورده‌اند، به خدا محبت بیشتری دارند.»

۴- گزینه ۲

درس‌نامه پیام‌ها: ◇ تبعیت از دستورات خدا و پیامبر صلی‌الله‌علیه‌وآله، شرط اصلی دوستی با خداست.
- اطاعت از خدا و رسولش، محبت دوطرفهٔ بنده و معبود را به دنبال دارد و آمرزش الهی را شامل حال انسان می‌کند.

نشانهٔ محبت مستمر به خدا، پیروی از دستورات اوست.

﴿قُل اِن کُنتُم تُحِبّونَ اللّهَ فَاتَّبِعونی یُحبِبکُمُ اللّهُ وَ یَغفِر لَکُم ذُنوبَکُم وَ اللّهُ غَفورٌ رَحیمٌ﴾ (آل عمران، ۳۱)

ترجمه: «بگو اگر خدا را دوست دارید، از من پیروی کنید تا خدا دوستتان بدارد و گناهانتان را ببخشد و خداوند بسیار آمرزنده و مهربان است.»

۵- گزینه ۱

درس‌نامه روزه و سفر (مهم)
کسی که سفر می‌رود، اگر شرط‌های زیر (۳ شرط) را داشته باشد، باید نمازش را شکسته بخواند و نباید روزه بگیرد:
۱. رفتن بیشتر از ۴ فرسخ شرعی (۲۲/۵ کیلومتر) و مجموع رفت و برگشت بیشتر از ۸ فرسخ.
۲. کم‌تر از ده روز بماند.
۳. سفر برای انجام کار حرام نباشد. (اگر برای کاری حرام و یا با نهی پدر و مادر یا ستم به مظلوم به سفر برود، باید نمازش را کامل بخواند و روزه‌اش را بگیرد.)
- اگر شخص روزه‌دار، قبل از ظهر از وطن خود به سفر برود، با رسیدن به حد ترخّص روزه‌اش را افطار می‌کند.
- اگر شخص روزه‌دار، بعدازظهر از وطن خود به سفر برود، باید روزهٔ خود را ادامه دهد و تمام کند.
- اگر شخص مسافر، قبل از ظهر از سفر به وطن برگردد:

الف) اگر در سفر روزه را باطل کرده: نمی‌تواند روزه بگیرد.
ب) اگر در سفر روزه را باطل نکرده: باید روزه را ادامه دهد.
- اگر شخص مسافر، بعدازظهر از سفر به وطن برگردد، نمی‌تواند روزه بگیرد.

اگر روزه‌دار بعدازظهر مسافرت نماید، باید روزهٔ خود را تمام کند و حکم روزه‌اش درست است.

۶- گزینه ۲

درس‌نامه به همان میزان که رشته‌های عفاف ضعیف و گسسته می‌شود، آراستگی و پوشش او سبک‌تر و جنبهٔ خودنمایی به خود می‌گیرد.

به همان میزان که رشته‌های عفاف در روح انسان قوی و مستحکم می‌شود، نوع آراستگی و پوشش او باوقارتر می‌شود.

۷- گزینه ۱

درس‌نامه پیام‌ها:
- دستور قرآن در مورد حجاب همهٔ زنان در جامعهٔ ایمانی، یکسان است و تفاوتی میان دختران و همسران پیامبر با سایر زنان نیست و پیامبر باید امر به معروف (امر به حجاب) را از نزدیکان شروع کرد.
- زنان مسلمان از ابتدا حجاب داشتند، اما با حدود آن آشنا نبودند، لذا قرآن دستور می‌دهد حجاب را به خود نزدیک‌تر کنند.
- دو فایده، علت و فلسفهٔ حجاب برای زنان عبارت‌اند از:

۱. به پاکی و عفاف شناخته‌شدن ۲. مورد آزار قرارنگرفتن

﴿یا اَیُّهَا النَّبیُّ قُل لِاَزواجِکَ وَ بَناتِکَ وَ نِساءِ المُؤمِنینَ یُدنینَ عَلَیهِنَّ مِن جَلابیبِهِنَّ ذلِکَ اَدنی اَن یُعرَفنَ فَلا یُؤذَینَ وَ کانَ اللّهُ غَفوراً رَحیماً﴾ (احزاب، ۵۹)

ترجمه: ای پیامبر، به زنان و دخترانت و به زنان مؤمنان بگو پوشش‌های خود را به خود نزدیک‌تر کنند. این برای آن‌که به [عفاف] شناخته شوند و مورد آزار قرار نگیرند، بهتر است و خداوند همواره آمرزنده و مهربان است.

۸- گزینه ۱

عبارت «خداوند «عزیز» است»، معنایش این است که کسی نمی‌تواند در ارادهٔ او نفوذ نماید و او را تسلیم خود کند.

۹- گزینه ۳

درس‌نامه پیام‌ها:

۱ رشد و پرورش فرزندان از اهداف ازدواج و بالاترین افتخارهاست.
۲ منّت‌گذاری خداوند با دادن نعمت‌های پاکیزه به همسران و فرزندان قابل برداشت است.
۳ روی‌آوردن به گناه با وجود همسر، ایمان به باطل و کفرپیشگی و ناسپاسی است.
۴ یکسانی منزلت و زوجیّت زن و مرد برداشت می‌شود.

ترجمه: و خداوند برای شما همسرانی از نوع خودتان قرار داد و از همسرانتان برای شما فرزندان و نوادگانی نهاد.

این آیهٔ شریفه به رشد و پرورش فرزندان که یکی از اهداف ازدواج است، اشاره دارد.

۱۰- گزینه ۱

درس‌نامه پیام‌های آیه:

۱ نیاز به انس و آرامش با همسر و رشد اخلاقی و معنوی، از اهداف ازدواج است.
۲ فلسفهٔ آفرینش همسر هم‌نوع، آرامش‌یابی با آن است.
۳ یکسانی منزلت و مفهوم زوجیت زن و مرد برداشت می‌شود.
۴ هدف خداوند حکیم از بیان نشانه‌هایش، تفکر در آن‌هاست.
۵ جهت ایجاد آرامش، مودّت و رحمت میان زوجین لازم است.
۶ تحکیم بنیان خانواده از مسئولیت‌های مسلمانان برای احیای تمدن اسلامی است.

پیام‌های حدیث: اهمیت ازدواج به اندازهٔ حفظ نیمی از دینداری است.

حدیث پیامبر ﷺ «برای دختران و پسران خود امکان ازدواج فراهم کنید (علت) تا خداوند اخلاقشان را نیکو کند و رزق و روزی آن‌ها را توسعه دهد و عفاف و غیرت آن‌ها را زیاد گرداند. (معلول)»

و از نشانه‌های خدا آن است که همسرانی از نوع خودتان برای شما آفرید تا با آن‌ها آرامش یابید و میان شما دوستی و رحمت قرار داد؛ همانا که در این مورد نشانه‌هایی است برای کسانی که تفکر می‌کنند. (روم، ۲۱)

پیامبر ﷺ : «کسی که ازدواج کند، نصف دین خود را حفظ کرده است؛ پس باید برای نصف دیگر از خدا پروا داشته باشد.»

۱۱- گزینه ۴

درس‌نامه معلمی در نگاه معصومین، جایگاه رفیع دارد.

اهل بیت از مقام معلمی و ارزش آن، تجلیل فراوانی کرده‌اند. در فرهنگ اسلامی از رهبر آسمانی با تعبیراتی چون معلم، مربی یا پدر یاد شده است. در خصوص جایگاه ممتاز معلمان و ارزش آنان نزد معصومین، روایات فراوانی موجود است. از جمله رسول خدا ﷺ فرموده‌اند: «بالاترین صدقات آن است که انسان چیزی را یاد بگیرد و به دیگران بیاموزد.» و فرمودند: «راهنمایی‌کننده به راه خیر، مانند انجام‌دهندهٔ آن است».

رسول خدا ﷺ فرموده‌اند: «بالاترین صدقات آن است که انسان چیزی را یاد بگیرد و به دیگران بیاموزد.» (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۱۸)

۱۲- گزینه ۲

درس‌نامه مشکل بزرگ امروز جامعهٔ بشری، جداشدن «اقرأ» از «باسم ربّک»، جداشدن «یعلّمهم» از «یزکّیهم»، جداشدن مادیات از معنویات، جداشدن دنیا از آخرت و در یک کلام، جداشدن علم از دین است.

مشکل بزرگ امروز جامعهٔ بشری، جداشدن «یعلّمهم» از «یزکّیهم» است.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۱۸)

۱۳- گزینه ۱

درس‌نامه معنای اخلاص آن است که از اول، نیت اجر و پاداش نکنیم.

البته گرفتن هدیه یا مزد و پاداش مانع اخلاص نیست؛ به ویژه آن‌گاه که بودجه یا امکاناتی برای معلم و مبلّغ از طرف مسئولین صلاحیت‌دار تعیین شده باشد.

﴿و ما أسئلکم علیه من أجرٍ إن اجری الّا علی ربّ العالَمین﴾ : «من برای این رسالت هیچ مزدی از شما درخواست نمی‌کنم، پاداش من جز بر پروردگار جهانیان نیست.»

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۳۶)

۱۴- گزینه ۴

درس‌نامه معلم و مربی، باید در جامعه حضور داشته باشند. پیامبر اکرم ﷺ همواره در میان مردم بود؛ رهبر نباید از جامعه جدا باشد و زندگی عادی و حضور در میان مردم، برای او کمال است. کسی که اهل رفت‌وآمد با مردم است، بهتر می‌تواند آن‌ها را ارشاد کند. قرآن دربارهٔ انبیا می‌فرماید: «و یمشون في الاسواق» «و در بازارها راه می‌رفتند.» یعنی آنان پیوسته در میان مردم رفت‌وآمد داشتند تا مسائل آنان را از نزدیک درک کنند.

﴿یأکل الطعام و یمشی في الأسواق﴾: «کفار گفتند: این چه پیامبری است که غذا می‌خورد و در بازارها راه می‌رود؟» (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۴۴)

۱۵- گزینه ۲

درس‌نامه خداوند، این دو نام از نام‌های خویش (رئوف و رحیم) را بر هیچ‌یک از پیامبران جز پیامبر اسلام ﷺ اطلاق نکرده است.

پیامبر ﷺ را با جملهٔ ﴿عزیز علیه ما عنتّم﴾ غمخوار امت معرفی کرده است؛ به گونه‌ای که هر چه مردم را برنجاند، پیامبر را می‌رنجاند و این، بیانگر اوج محبت آن حضرت است که سبب جذب مردم می‌شد. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۵۰)

۱۶- گزینه ۳

درس‌نامه خداوند در قرآن به پیامبرش می‌فرماید: «افراد بی‌خرد در آینده، سؤالاتی دربارهٔ قبله از تو خواهند کرد و خواهند پرسید که چرا شما سال‌ها رو به بیت‌المقدس نماز خواندید و حال، قبله را از بیت‌المقدس به کعبه تغییر دادید؟ اگر قبلهٔ قبلی درست بود، چرا از کار درست دست برداشتید و اگر سال‌ها رو به قبلهٔ باطل نماز می‌خواندید، پس اسلام دین کاملی نیست؛ زیرا سال‌ها مردم را در باطل رها کرده بود! قبل از آن‌که آن‌ها سؤال کنند، تو جوابش را آماده داشته باش و به آن‌ها بگو: «مشرق و مغرب برای خداست و او مکان خاصی ندارد»؛ لذا پیامبر اکرم ﷺ آمادگی پاسخگویی داشت.

خداوند در قرآن به پیامبرش می‌فرماید: «افراد بی‌خرد در آینده، سؤالاتی دربارهٔ قبله از تو خواهند کرد و خواهند پرسید که چرا شما سال‌ها، رو به بیت‌المقدس نماز خواندید و حال قبله را از بیت‌المقدس به کعبه تغییر دادید؟» (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۵۸)

۱۷- گزینه ۱

درس‌نامه دقت در آیات قرآن کریم، این نکته را برای ما روشن می‌کند. مثلاً خدای تعالی به نوح ﷺ فرمود: ﴿انّه لیس من اهلک﴾ «پسر تو به خاطر اعمال غیرصالحش از تو نیست.» و به حضرت لوط ﷺ فرمود: ﴿الا امراتک کانت من الغابرین﴾ «ما همسر تو را از قهر خود نجات نمی‌دهیم».

استادی موفق است که مخاطبین، او را عادل بدانند و ضوابط را فدای روابط و دوستی‌ها نکند. همان‌طور که خدای تعالی در قرآن با تندترین کلمات از عموی پیامبر ﷺ یاد کرده است: ﴿تبّت یدا أبی لهبٍ و تبّ﴾ : «بریده باد دو دست ابولهب و نابود باد».

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

۱۸- گزینه ۳

درس‌نامه یکی از کارهای خوب معلم و مربی، بلکه هر انسانی، آن است که اگر چیزی را نمی‌داند، با کمال صراحت و صداقت بگوید: «نمی‌دانم»؛ همان‌گونه که فرشتگان به خدا گفتند: ﴿لا علم لنا إلّا ما علّمتنا﴾ «ما چیزی جز آن‌چه تو به ما آموخته‌ای، نمی‌دانیم».

﴿لا علم لنا إلاّ ما علّمتنا﴾: «ما چیزی جز آن‌چه تو به ما آموخته‌ای، نمی‌دانیم».

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۱۹- گزینه ۴

درس‌نامه جالب آن است که این دستور، بعد از شکست در جنگ احد صادر شده است و آن شکست هم به خاطر نظر صحابه بود که گفتند به جای سنگرگیری در مدینه، به استقبال دشمن برویم و به خاطر همین، به منطقهٔ احد رفتند و در اثر نافرمانی، نزاع و سستی شکست خوردند. ولی قرآن با دستور به مشورت، این پیام را می‌دهد که نباید جامعه از برکات مشورت برای همیشه محروم بماند.

﴿و شاورهم في الأمر فإذا عزمت فتوكّل على اللّه﴾: «و در امور با آنان مشورت کن، پس هنگامی که تصمیم گرفتی، قاطع باش و بر خداوند توکل کن. به راستی که خداوند توکل‌کنندگان را دوست می‌دارد.»

جالب آن است که این دستور، بعد از شکست در جنگ احد صادر شده است.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

۲۰- گزینه ۲

یکی از لایه‌های معلمی، قاطعیت در راه حق و نترسیدن از سرزنش‌ها است. قرآن کریم در توصیف انبیای الهی که معلمان بشر هستند، می‌فرماید: ﴿و لا یخشون احداً الّا اللّه﴾: «و از هیچ کس جز خدا بیم ندارند.» (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۱۰۳)

هوش و استعداد معلمی

۲۱- گزینه ۱

مشاوره سؤالات متن بلند از جمله سؤالاتی است که به احتمال زیاد در آزمون مطرح می‌شود. سؤال از متن بلند می‌تواند شامل سؤال از نتیجهٔ متن، عنوان متن، منظور از یک واژه و عبارت و ... باشد. برای پاسخگویی به این سؤالات، خواندن متن و درک سؤال و فهمیدن گزینه‌ها بسیار اهمیت دارند.

استراتژی ابتدا سؤال و سپس پاراگراف اول را بخوانید.

بررسی گزینه‌ها: ۱) در مطالبی که در پاراگراف اول آمده، چیزی در مورد نگرانی کودکان دربارهٔ ارزیابی درسی نیامده و در مورد داستان‌گویی و تأثیرات آن است و ربطی به درس و ارزیابی آن ندارد. پس همین گزینه جواب است.

۲) در آخر پاراگراف آمده که «در آنان رغبت به یادگیری ایجاد می‌کند.»؛ پس این گزینه در پاراگراف اول مطرح شده است.

۳) در خط آخر پاراگراف آمده که «با تحریک عواطف طبیعی‌شان، ...»؛ پس می‌توان گفت که احساسات طبیعی کودکان را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

۴) در خط یکی مانده به آخر این پاراگراف آمده که «به تثبیت و افزایش معلومات کودکان یاری می‌رساند.»؛ پس «به افزایش دانش کودکان کمک می‌کند.» از آن نتیجه می‌شود.

۲۲- گزینه ۴

استراتژی ابتدا گزینه‌ها را خوانده و بعد با دقت متن را بخوانید و ببینید کدام گزینه در متن دیده می‌شود.

بررسی گزینه‌ها: ۱) در پاراگراف دوم در مورد جذابیت همراهی ریاضی با داستان و تأثیر آن مطالبی بیان شده و اصلاً منظور آن این نبوده که آموزشگران ریاضی باید دوره‌های داستان‌گویی را بگذرانند.

۲) طبق ابتدای پاراگراف اول، داستان‌گویی از ابزارهای انتقال دانش و تجربه بین انسان‌ها بوده است؛ پس جملهٔ بیان‌شده در این گزینه اشتباه است، چون در جوامع باستانی آن را آرمان هنری نمی‌دانستند و اتفاقاً وسیله‌ای برای ترویج و انتقال دانش بوده است.

۳) طبق متن، فهرست داستان‌گویی را یک نوع ابزار یادگیری می‌داند که توانایی برقراری رابطه بین افکار و احساسات را به شیوه‌ای قابل فهم، افزایش می‌دهد؛ پس به رابطهٔ بین عواطف و حواس پنج‌گانه اشاره‌ای نکرده است.

۴) در ابتدای پاراگراف دوم آمده که «استفاده از روش‌های مؤثر در تدریس ریاضی از دیرباز مورد توجه پژوهشگران و متخصصان ... بوده است.»؛ پس می‌توان گفت «تلاش برای یافتن روش‌هایی در جهت بهبود آموزش مفاهیم ریاضی سابقه‌ای طولانی دارد.» و این گزینه جواب است.

۲۳- گزینه ۲

استراتژی سه پرسش داده‌شده را با دقت بخوانید و سپس ببینید در مورد کدام‌یک از آن‌ها در متن، مطالبی بیان شده که بتوانید به آن پرسش پاسخ دهید.

بررسی پرسش‌ها: الف) در متن در مورد این‌که داستان‌گویی از ابتدایی‌ترین ابزارهای انتقال دانش و تجربه بین انسان‌ها بوده، صحبت شده، ولی در مورد روش‌های دیگر انتقال دانش چیزی در این متن بیان نشده است؛ پس به این پرسش طبق این متن نمی‌توان پاسخ داد.

ب) «جذابیت همراهی با داستان‌ها» باعث شده که آموزشگران ریاضی به این هنر در تدریس ریاضی توجه کنند؛ پس جواب این پرسش می‌شود: فاکتور جذابیت

ج) در پاراگراف دوم گفته شده از دیرباز استفاده از داستان برای تدریس ریاضی مورد توجه آموزشگران بوده است، ولی در مورد این‌که به طور رسمی مورد تأیید قرار گرفته باشد و زمان این تأیید، چیزی بیان نشده است.

پس فقط به پرسش «ب» می‌توان طبق متن، پاسخ داد.

۲۴- گزینه ۴

مشاوره سؤالات متن کوتاه یکی از انواع سؤالاتی هستند که در آزمون‌ها ممکن است مطرح شوند. در این سؤالات، گاهی به طور مستقیم از اطلاعات متن سؤال می‌پرسند، گاهی باید از متن، یک نتیجه‌گیری شود و گاهی وسط یا انتهای متن، جای خالی قرار می‌دهند که باید متناسب با متن، گزینهٔ مناسب برای جای خالی را انتخاب کنید. گاهی هم فقط قسمت‌هایی از متن اهمیت دارند و در مورد آن‌ها سؤال مطرح می‌شود.

استراتژی متن را به دقت بخوانید و سپس هر گزینه را در جای خالی قرار دهید و ببینید با کدام‌یک از گزینه‌ها جمله کامل می‌شود و در ادامهٔ مطالب گفته‌شده است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) قبل از جای خالی آمده که «مانند مفاهیمی چون نقطه و خط در هندسه که». اگر در ادامهٔ آن جملهٔ این گزینه را بیاوریم، کاملاً مفهوم اشتباهی را بیان کرده‌ایم، چون کاربرد نقطه و خط در دنیای واقعی مشخص است، تعریف آن‌ها مشخص نیست.

۲) نقطه و خط را مثالی از تعریف‌نشده‌ها آورده است؛ پس اصلاً پدید نیامده‌اند که داستانی برای چگونگی پدیدآمدنشان داشته باشند.

۳) نقطه و خط را جزء مفاهیم تعریف‌نشده آورده؛ پس بیان جملهٔ این گزینه کاملاً اشتباه است.

۴) این گزینه می‌تواند کامل‌کنندهٔ خوبی برای ادامهٔ متن باشد، چون بیان می‌کند که برای نقطه و خط، تعریف دقیقی نداریم که کاملاً منطبق با مفهوم تعریف‌نشده است، ولی چون دور و برمان هستند، آن‌ها را با اثرشان می‌شناسیم.

پس ۴) برای تکمیل متن، بهترین گزینه است.

۲۵- گزینه ۳

استراتژی با دقت متن را بخوانید و بعد ببینید کدام گزینه طبق آن مطالب، قابل نتیجه‌گیری است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) پرتاب سکه را به عنوان مثالی برای درک پیشامدهایی بیان کرده که ممکن است رخ بدهند یا رخ ندهند و چون در پرتاب سکه هم ما اطلاعی از این‌که سکه «رو» می‌آید یا «پشت» نداریم، پس کاملاً مثال مناسبی است و گمراه‌کننده نیست.

۲) در متن A را به عنوان زیرمجموعه‌ای از S بیان کرده؛ پس جملهٔ این گزینه اساساً اشتباه است، چون S را زیرمجموعهٔ A گفته است.

۳) این گزینه از متن قابل استنباط است، چون ما با معلوماتی که داریم، نمی‌توانیم چیزی را که واقعاً رخ می‌دهد، پیش‌بینی کنیم.

۴) پدیده یا آزمایش تصادفی یک مفهوم دارند و ربطی به وقوع طبیعی یا وقوع آن توسط انسان ندارند؛ پس این گزینه هم اشتباه است.

۲۶- گزینه ۴

استراتژی هر گزینه را درست فرض کنید و براساس درستی آن ببینید به مطالبی که در متن گفته شده، می‌رسید یا خیر.

بررسی گزینه‌ها: ۱) فرض کنیم این جمله که «برخی معماران از نسبت طلایی به عنوان یک مؤلفهٔ مهم در طراحی ساختمان‌های مدرن شهری یاد می‌کنند.» درست باشد. این جمله ربطی به ادعای پایانی متن ندارد و این مطلب را که «زیباترین مستطیل به چشم انسان مستطیلی است که نسبت طول به عرض آن برابر با عدد طلایی باشد.» تقویت نمی‌کند و صرفاً جمله‌ای در مورد استفادهٔ معماران است.

۲) با فرض درست‌بودن این جمله، ادعای پایانی متن تقویت نمی‌شود. حتی می‌توان گفت به نوعی آن را تضعیف هم می‌کند. چون بیان کرده که به غیر از نسبت طلایی، مؤلفه‌های دیگری نیز هستند که در زیبایی سازه‌ها تأثیر دارند.

۳) این جمله می‌گوید که «رعایت نسبت طلایی، استحکام سازه را افزایش می‌دهد.»؛ پس ادعای پایان متن مبنی بر زیبایی این مستطیل‌ها را تقویت نمی‌کند.

۴) در این جمله آمده که «چون نسبت طلایی در چشم انسان رعایت شده، هر مستطیلی که این نسبت را داشته باشد، زیباتر به نظر می‌آید.» و دقیقاً ادعای پایانی متن که نظر روان‌شناسان در مورد زیباترین مستطیل‌ها به چشم انسان، مستطیل‌هایی است که نسبت طلایی را دارند، تقویت می‌کند.

۲۷- گزینه ۲

استراتژی دو عبارتی را که زیر آن‌ها خط کشیده شده، به دقت بخوانید و بعد ببینید کدام گزینه ارتباط آن‌ها را به بهترین نحو بیان کرده است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) اولی به سامانه‌ای در صنعت خودرو اشاره کرده؛ پس بیان قسمت اول درست است، اما گفته دومی عاملی است که در عملکرد سامانه اختلال ایجاد می‌کند که نادرست است، چون ترمزگرفتن در آن اختلال ایجاد نمی‌کند، بلکه عملکرد آن را متوقف می‌کند.

۲) اولی که به یک فناوری در صنعت خودرو اشاره می‌کند، درست است و دومی که تأثیر یکی از عوامل کنترل خودرو (ترمز) را بر آن فناوری بیان می‌کند نیز درست است، چون در عبارت دوم تأثیر ترمز بر این سامانه (قطع عملکرد آن) را بیان کرده است.

۳) در این گزینه گفته اولی یک فناوری است که در حرکت خودرو نقش حیاتی دارد که اصلاً این‌طور نیست، در واقع فقط یک سیستم کاربردی برای تنظیم سرعت است و نبودن آن مشکلی در حرکت خودرو ایجاد نمی‌کند. دومی هم اشتباه است، چون ترمز فعالیت آن را متوقف می‌کند نه فعال!

۴) اولی به درستی بیان شده، ولی دومی اشتباه است، چون ترمز ربطی به همان سامانه ندارد و یکی از قطعات حیاتی در خودرو است که حتماً باید وجود داشته باشد.

۲۸- گزینه ۱

مشاوره یکی از مباحث مهم استدلال و منطق، موضوع آرایش نشستن یا چینش اشیا یا مرتب‌کردن داده‌ها است. با تمرین زیاد روش حل این سؤالات را یاد بگیرید.

استراتژی مثلثات سؤال اول است و حد و پیوستگی سؤالات دوم و پنجم (نه لزوماً به همین ترتیب) هستند.

درس‌نامه برای حل سؤالات چینش، مطابق صورت سؤال و تعداد افراد یا اشیا جایگاه‌های لازم را در نظر می‌گیریم. سپس از شرطی که جایگاه یکی از آن‌ها را مشخص کرده، شروع می‌کنیم و بعد با استفاده از بقیهٔ شرط‌ها به ترتیب جایگاه بقیهٔ اشیا را تعیین می‌کنیم.

گام چون ۵ سؤال داریم، ۵ جایگاه در نظر می‌گیریم و ترتیب پاسخگویی به سؤالات را از چپ به راست فرض می‌کنیم:

سؤال پنجم | سؤال چهارم | سؤال سوم | سؤال دوم | سؤال اول

گام گفته در ابتدا به سؤال مبحث مثلثات پاسخ دهد؛ پس در جایگاه اول، مثلثات قرار می‌گیرد:

مثلثات _____ _____ _____ _____

گام در سؤال گفته حداقل به ۲ سؤال دیگر بین سؤالات مباحث حد و پیوستگی پاسخ دهد، پس باید بین سؤالات حد و پیوستگی دو جای خالی باشد (بیشتر از دو جای خالی نمی‌توانیم داشته باشیم)؛ بنابراین یکی از دو حالت زیر را داریم:

حالت اول: پیوستگی _____ _____ حد مثلثات

حالت دوم: حد _____ _____ پیوستگی مثلثات

گام گفته به سؤال مشتق نه بعد از هندسه پاسخ می‌دهد و نه قبل از پیوستگی؛ یعنی به سؤال مشتق قبل از هندسه و بعد از پیوستگی پاسخ می‌دهد؛ پس حالت اول حذف می‌شود، چون پیوستگی سؤال آخر شده و نمی‌توان سؤال مشتق را بعد از آن پاسخ داد، در نتیجه ترتیب پاسخگویی به این صورت می‌شود: حد هندسه مشتق پیوستگی مثلثات :**حالت اول**

گام بنابراین آخرین سؤالی که پاسخ می‌دهد، حد است.

۲۹- گزینه ۳

استراتژی در سؤال سوم، هندسه را قرار دهید؛ پس مشتق سؤال دوم می‌شود.

گام سؤال سوم را هندسه قرار می‌دهیم:

سؤال پنجم | سؤال چهارم | سؤال سوم (هندسه) | سؤال دوم | سؤال اول

گام گفتیم که سؤال مشتق قبل از هندسه و بعد از پیوستگی جواب داده می‌شود؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

_____ _____ هندسه مشتق پیوستگی

گام بین مباحث حد و پیوستگی حداقل دو سؤال دیگر باید پاسخ دهد؛ در نتیجه داریم:

حالت اول: مثلثات حد هندسه مشتق پیوستگی

(دو سؤال فاصله)

حالت دوم: حد مثلثات هندسه مشتق پیوستگی

(سه سؤال فاصله)

گام **بررسی گزینه‌ها:** ۱) نادرست است، چون پاسخ به سؤالات هندسه و مثلثات در حالت اول، پشت سر هم نیست.

۲) همیشه درست نیست، در حالت اول به مثلثات، بعد از حد پاسخ می‌دهد، ولی در حالت دوم قبل از حد.

۳) در هر دو حالت درست است و دومین سؤال مربوط به مشتق است.

۴) در حالت اول، آخرین سؤال، مثلثات است؛ پس همیشه درست نیست.

دقت کنید که در همان گام دوم می‌توانستیم جواب را انتخاب کنیم، چون جای سؤال مشتق مشخص شده بود و حالت دیگری هم برای آن امکان نداشت، پس قطعاً در همان گام دوم می‌توانستیم بگوییم ۳) درست است.

۳۰- گزینه ۲

استراتژی حالت‌های مختلف ممکن برای متوالی‌بودن سؤالات پیوستگی و مثلثات را در نظر بگیرید.

گام حالت‌های ممکن برای این‌که به سؤالات پیوستگی و مثلثات به طور متوالی پاسخ دهد را در نظر می‌گیریم. چون بین سؤالات حد و پیوستگی باید حداقل ۲تا فاصله باشد، حالت‌هایی را که این شرط نمی‌تواند در آن‌ها اِعمال شود، در همین مرحله حذف می‌کنیم و آن زمانی است که پیوستگی سؤال سوم باشد. از طرفی چون سؤال مشتق باید بعد از پیوستگی باشد، پس ترتیب برای این سه سؤال به این صورت است: مثلثات، پیوستگی و مشتق یا پیوستگی، مثلثات و مشتق. حالا با این ملاحظات حالت‌های ممکن را می‌نویسیم:

حالت اول: _____ _____ مشتق پیوستگی مثلثات

(سؤال آخر / سؤال اول)

یا _____ _____ مشتق مثلثات پیوستگی

حالت دوم: ✗ _____ مشتق پیوستگی مثلثات _____

یا _____ مشتق مثلثات پیوستگی _____

حالت سوم: _____ _____ مشتق پیوستگی مثلثات

یا _____ _____ مشتق مثلثات پیوستگی

گام چون باید به سؤال مشتق قبل از هندسه پاسخ دهد، پس ترتیب دوم از حالت دوم به دلیل این‌که نمی‌تواند در آن، هم‌زمان مشتق قبل از هندسه باشد و بین حد و پیوستگی حداقل ۲تا فاصله باشد و هم‌چنین حالت سوم هم حذف شده (ترتیب اول از حالت دوم در همان گام ۱ حذف شد.) و فقط حالت اول باقی می‌ماند:

حد هندسه مشتق مثلثات پیوستگی یا حد هندسه مشتق پیوستگی مثلثات

بنابراین سومین سؤال مربوط به مشتق است.

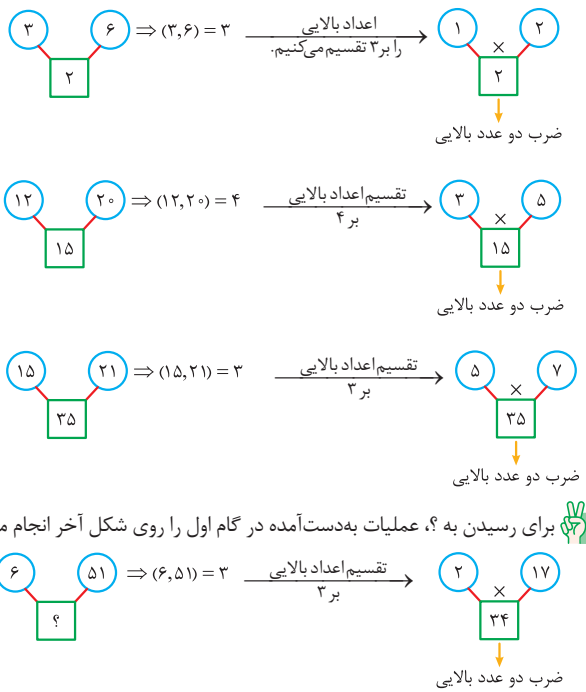
۳۱- گزینه ۴

مشاوره در این تیپ از سؤالات باید با بررسی اعداد و پیداکردن قانون بینشان به جواب برسید که احتیاج به تمرین زیاد دارد.

استراتژی ب.م.م دو عدد بالایی را به دست آورید و بعد از تقسیم هر دو عدد به ب.م.م، اعداد حاصل را در هم ضرب کنید.

درس‌نامه برای حل سؤالاتی که در آن‌ها چند شکل یکسان با اعداد متفاوت داریم، باید رابطهٔ بین اعداد را پیدا کنیم. معمولاً با انجام عملیاتی بین دو یا چند عددی که کنار هم هستند، عدد سومی (که تنهاست) به دست می‌آید. ابتدا به سراغ جمع، تفریق، ضرب و تقسیم یا ترکیبی از آن‌ها می‌رویم، اگر نتوانستیم رابطه‌ای پیدا کنیم، سراغ سایر اعمال ریاضی مثل بخش‌پذیری، ب.م.م و ... می‌رویم یا سعی می‌کنیم رابطه‌ای بین ارقام اعداد پیدا کنیم.

گام با بررسی حالت‌ها و اَعمال مختلف روی عددهای بالایی می‌بینیم که اگر ب.م.م دو عدد بالایی را به دست آوریم و سپس هر دو را به آن تقسیم کنیم و در نهایت اعداد حاصل را در هم ضرب کنیم، به عدد پایین می‌رسیم:



گام برای رسیدن به ؟، عملیات به‌دست‌آمده در گام اول را روی شکل آخر انجام می‌دهیم:

۳۲- گزینه ۱

استراتژی ک.م.م سه عدد را پیدا کنید.

درس‌نامه برای به دست آوردن کوچک‌ترین مضرب مشترک یا ک.م.م اعداد، ابتدا آن‌ها را تجزیه می‌کنیم، سپس عوامل مشترک با بیشترین توان را در عوامل غیرمشترک آن‌ها ضرب می‌کنیم.

گام برای این‌که ساعتی را به دست آوریم که سه چراغ راهنمایی مجدداً با هم سبز می‌شوند، کافی است ک.م.م آن‌ها را پیدا کنیم؛ پس داریم:

$$\begin{cases} ۴۲ = ۲\times۳\times۷ \\ ۶۰ = ۲^۲\times۳\times۵ \\ ۷۸ = ۲\times۳\times۱۳ \end{cases} \Rightarrow [۴۲,۶۰,۷۸] = ۲^۲\times۳\times۵\times۷\times۱۳ = ۶۰\times۷\times۱۳$$

گام عدد به‌دست‌آمده در گام قبل برحسب ثانیه است. آن را به دقیقه تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{۶۰\times۷\times۱۳}{۶۰} = ۹۱$$

یعنی بعد از ۹۱ دقیقه مجدداً با هم سبز می‌شوند.

گام ۹۱ دقیقه بعد از $۹:۳۰'$ را به دست می‌آوریم:

$$۹:۳۰' \Rightarrow ۱ \text{ ساعت و } ۳۱ \text{ دقیقه} = ۹۱ \text{ دقیقه}$$
$$+۱:۳۱'$$
$$۱۰:۶۱' \Rightarrow ۱۱:۰۱'$$

یعنی در ساعت $۱۱:۰۱'$ مجدداً با هم سبز می‌شوند.

۳۳- گزینه ۳

استراتژی ببینید هر کدام از شیرها به تنهایی در یک ساعت، چه کسری از مخزن را پر یا خالی می‌کنند.

درس‌نامه در سؤالات کار با هم ابتدا مشخص می‌کنیم که هر کدام از افراد یا شیرهای آب یا ... به تنهایی چه کسری از کار مورد نظر را در یک ساعت، یک روز یا ... انجام می‌دهند. سپس با توجه به عملکرد آن‌ها عملیات یا معادلات لازم را می‌نویسیم تا به جواب برسیم.

گام طبق توضیحات سؤال، شیر A در یک ساعت $\frac{۱}{۱۰}$ مخزن، شیر B در یک ساعت $\frac{۱}{۱۲}$ مخزن را پر می‌کنند و شیر C در یک ساعت $\frac{۱}{۳۰}$ مخزن را خالی می‌کند.

گام حالا ببینیم اگر سه‌تا شیر هم‌زمان باز شوند، در یک ساعت چه کسری از مخزن پر می‌شود:

$$\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{۱۲}-\frac{۱}{۳۰} = \frac{۶+۵-۲}{۶۰} = \frac{۹}{۶۰} = \frac{۳}{۲۰}$$

پس در $\frac{۲۰}{۳}$ ساعت، مخزن پر می‌شود.

گام حالا مشخص می‌کنیم که $\frac{۲۰}{۳}$ ساعت، چند دقیقه است:

$$\frac{۲۰}{۳}\times۶۰ = \frac{۱۲۰۰}{۳} = ۴۰۰ \text{ دقیقه}$$

۳۴- گزینه ۲

مشاوره مبحث درصد از مباحث مهم هوش ریاضی است که البته با تمرین و یادگیری چند روش ساده به راحتی می‌توانید به این سؤالات پاسخ دهید.

استراتژی فرض کنید حقوق امین ۱۰۰ تومان باشد و به راحتی به جواب برسید.

گام امین ۷۵ درصد از حقوق خود را مصرف می‌کند؛ پس وقتی ۱۰۰ تومان داشته باشد، ۷۵ تومان را مصرف کرده و ۲۵ تومان پس‌انداز می‌کند.

گام وقتی حقوق او ۲۰ درصد افزایش می‌یابد، حقوقش برابر ۱۲۰ تومان می‌شود:

$$۱۰۰+۱۰۰\times\frac{۲۰}{۱۰۰} = ۱۰۰+۲۰ = ۱۲۰ \text{ تومان}$$

از طرفی هزینه‌هایش را هم ۱۰ درصد زیاد می‌کند؛ پس هزینه‌های او برابر ۸۲/۵ تومان می‌شود:

$$۷۵+۷۵\times\frac{۱۰}{۱۰۰} = ۷۵+۷/۵ = ۸۲/۵ \text{ تومان}$$

گام بنابراین مقدار پس‌انداز او پس از افزایش حقوق برابر می‌شود با:

$$۱۲۰-۸۲/۵ = ۳۷/۵ \text{ تومان}$$

گام حالا درصد افزایش پس‌انداز او را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۱۲/۵}{۲۵}\times۱۰۰ = ۱۲/۵\times۴ = ۵۰ \text{ درصد} \Rightarrow ۳۷/۵-۲۵ = ۱۲/۵ \text{ تومان}$$

۳۵- گزینه ۳

مشاوره در این تیپ از سؤالات، مسئله‌ای با دو حالت داده می‌شود که با حل سؤال در دو حالت و با توجه به خواستهٔ سؤال باید یکی از موارد داده‌شده در صورت سؤال را انتخاب کنید و گزینهٔ مربوط به آن را در پاسخ‌برگ علامت بزنید. معمولاً سؤالات سختی نیستند و با کمی دقت حل می‌شوند.

استراتژی فرض کنید سن اکنون علی برابر x باشد، سپس یک معادله بنویسید.

گام فرض کنیم سن علی اکنون برابر x باشد. طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$x+۱۵=۵(x-۵)$$

گام معادلهٔ حاصل را حل می‌کنیم: $x+۱۵=۵x-۲۵ \Rightarrow ۴x=۴۰ \Rightarrow x=۱۰$

یعنی علی اکنون ۱۰ سال دارد.

گام مقادیر «الف» و «ب» را مشخص می‌کنیم:

«الف»: سن علی: ۱۰

«ب»: ۲ برابر سن علی در ۵ سال قبل: $۲(۱۰-۵)=۱۰$

پس مقادیر «الف» و «ب» با هم برابرند و در نتیجه ③ را انتخاب می‌کنیم.

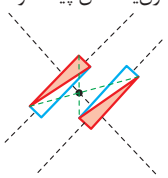
۳۶- گزینه ۱

مشاوره یکی از انواع هوش تصویری، سؤالات تقارن است که خیلی ساده هستند و فقط به کمی دقت نیاز دارند.

استراتژی قرینهٔ هر قسمت از شکل را نسبت به نقطهٔ داده‌شده پیدا کنید.

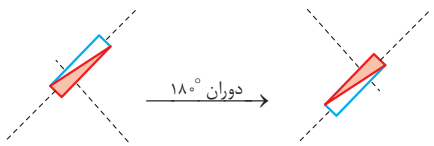
درس‌نامه برای پیداکردن تقارن یک شکل نسبت به نقطه، کافی است از رأس‌های شکل، به آن نقطه وصل کنیم و سپس به همان اندازه آن را ادامه دهیم تا رأس مورد نظر در تقارن‌یافتهٔ آن مشخص شود. قرینهٔ یک شکل، نسبت به یک نقطه با دوران ۱۸۰° آن یکسان است.

روش رأس‌های شکل را به نقطه وصل می‌کنیم و ادامه می‌دهیم تا تقارن‌یافتهٔ آن پیدا شود.



① درست است. ⇒

روش می‌توانیم شکل را ۱۸۰° دوران دهیم:



① درست است. ⇒

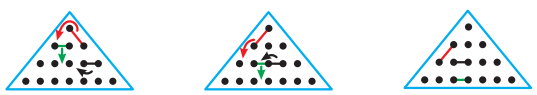
۳۷- گزینه ۱

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند و بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

استراتژی به جابه‌جایی هر کدام از خط‌ها دقت کنید.

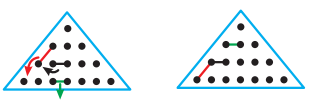
درس‌نامه در سؤالات الگوی تصویری برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم. برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه شدن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

گام در شکل‌های داده‌شده، خط‌ها تغییر مکان داده‌اند؛ پس سعی می‌کنیم برای جابه‌جایی آن‌ها الگویی پیدا کنیم.



همان‌طور که می‌بینید، پاره‌خط قرمز، یکی به سمت چپ (روی نقطه‌هایی که کنار محیط مثلث قرار دارند)، پاره‌خط سبز، یکی به پایین و پاره‌خط مشکی هم یکی به چپ جابه‌جا شده است.

گام با انجام روند گام قبل روی شکل سوم، شکل بعدی را مشخص می‌کنیم:



① درست است. ⇒

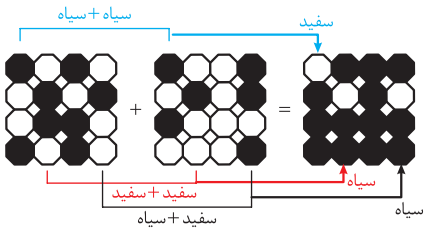
ممکن است برای پیداکردن جای پاره‌خط سبز دچار مشکل شوید، ولی وقتی جای پاره‌خط‌های قرمز و مشکی مشخص می‌شوند، ② و ④ حذف شده و جواب درست، یکی از ① یا ③ است. در ③ پاره‌خط سبز، بالا رفته؛ پس قطعاً اشتباه است؛ در نتیجه ① درست می‌باشد.

۳۸- گزینه ۲

استراتژی به ترکیب رنگ‌ها توجه کنید که نتیجه چه رنگی شده است.

درس‌نامه در سؤالات معادلات اشکال، معمولاً با ترکیب اشکال، جمع‌شدن خطوط یا حذف‌شدن آن‌ها و ... سروکار داریم. با دقت در معادلهٔ داده‌شده، عملی را که روی دو شکل انجام شده و از آن شکل سوم به دست آمده است، پیدا می‌کنیم و سپس همان عمل را روی معادلهٔ خواسته‌شده انجام می‌دهیم.

گام چون در شکل‌ها رنگ دیده می‌شود، بهتر است ترکیب رنگ‌ها را بررسی کنیم:



می‌بینیم که قانون زیر در ترکیب رنگ دو شکل اول انجام شده و شکل سوم به دست آمده است:

سیاه + سفید = سفید　　سیاه + سیاه = سیاه

سیاه + سیاه = سفید

یعنی فقط ترکیب دو سیاه، سفید شده و در بقیهٔ حالت‌ها ترکیب آن‌ها سیاه می‌شود.

گام قانون گام ۱ را روی معادلهٔ دوم انجام می‌دهیم و خیلی راحت، گزینه‌ها را در هر مرحله حذف می‌کنیم:

① حذف می‌شود. ⇒ سطر اول:

③ حذف می‌شود. ⇒ سطر دوم:

④ حذف می‌شود. ⇒ سطر سوم:

بنابراین ② جواب است.

می‌توانستیم در هر سطر، فقط دایره‌ای را که در یک گزینه با گزینه‌های دیگر (باقی‌مانده) اختلاف دارد، بررسی کنیم و سریع‌تر به جواب برسیم.

۳۹- گزینه ۴

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند و بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

استراتژی به دوران هر کدام از قطعات شکل‌ها توجه کنید.

درس‌نامه در سؤالات الگوی تصویری برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم. برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه شدن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

گام تغییر هر کدام از قطعات شکل‌ها را بررسی می‌کنیم. فلش از چپ به راست در هر مرحله ۹۰° پادساعتگرد دوران کرده است؛ پس در شکل ? باید به صورت ↓ باشد؛ بنابراین ① و ③ حذف می‌شوند.

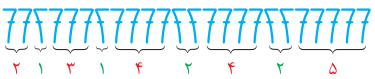
گام جابه‌جایی مربع‌های سفید و مشکی داخل شکل از چپ به راست یک خانه به صورت ساعتگرد است که البته در گزینه‌ها کاملاً یکسان هستند؛ پس اصلاً نیازی به بررسی آن نداریم. به سراغ دوران دایرهٔ رنگی می‌رویم. دایرهٔ رنگی در هر مرحله از چپ به راست، یکی‌درمیان، بالا و پایین رفته؛ پس در شکل ? باید پایین باشد و در نتیجه ④ درست است.

۴۰- گزینه ۳

استراتژی ببینید هر کدام از قطعات 7 و 4 با چه روندی تکرار شده‌اند.

درس‌نامه در سؤالات الگو یا دنباله‌های تکرارشونده تعدادی از قطعات شکل، به طور متناوب، تکرار می‌شوند. باید تعدادی که تکرار می‌شوند و روند تکرار آن‌ها را پیدا کنیم که معمولاً با کمی دقت به راحتی می‌توانید به جواب برسید.

در الگوی داده‌شده دو شکل 7 و 4 را می‌بینیم. بررسی می‌کنیم که با چه روندی تکرار شده‌اند:



همان‌طور که می‌بینید 4 به ترتیب ۱، ۱، ۲ و ۲ بار تکرار شده است؛ پس در بعدی باید ۳تا از آن باشد که تنها در (۳) به تعداد ۳تا دیده می‌شود.

البته بهتر بود الگوی دقیق‌تری رسم می‌شد و برای تکرار 7 ها هم روندی منطقی وجود داشت.

تعلیم و تربیت اسلامی

۱- گزینه ۲

درس نامه

﴿وَ اصبر عَلی ما اَصابَكَ اِنَّ ذلِكَ مِن عَزمِ الأُمورِ﴾ (لقمان، ۱۷)

ترجمه: بر آن‌چه (در این مسیر) به تو می‌رسد صبر کن که این از عزم و اراده در کارهاست.

پیام‌ها:

- شکیبایی و تحمل سختی‌ها برای رسیدن به هدف از نشانه‌های داشتن عزم قوی است.
- یکی از اقدامات لازم برای ثبات قدم در مسیر قرب الهی، تصمیم و عزم برای حرکت است.
- این آیه با حدیث امام کاظم علیه‌السلام «خدایا! می‌دانم که بهترین توشهٔ مسافر کوی تو، عزم و اراده‌ای است که با آن خواستار تو شده باشد.» مرتبط است.

آنان که عزم قوی دارند، سرنوشت را به دست حوادث نمی‌سپارند و با قدرت به سوی هدف قدم برمی‌دارند که عبارت ﴿إنّ ذلك مِن عزم الأمور﴾ بیانگر این مفهوم است.

۲- گزینه ۱

درس نامه

- الگوبودن در امور همواره خوب و باارزش برای بشر، نه امور تغییرپذیر با امور صنعتی و طبیعی.

حدیث امام حسین علیه‌السلام به نقل از پدر گرامی خود:

- تقسیم اوقات پیامبر در منزل به سه قسمت:

۱ قسمتی عبادت

۲ قسمتی اهل خانه

۳ قسمتی رسیدگی به کارهای شخصی

پیام: تقسیم زمان و برنامه‌ریزی، درس و الگویی همیشگی است که از اسوه قراردادن زندگی پیامبر صلی‌الله‌علیه‌وآله می‌آموزیم.

برنامه‌ریزی و تقسیم زمان، درس و الگویی همیشگی است که از این حدیث به دست می‌آید.

۳- گزینه ۴

درس نامه

- پاسخ به آنان این است که: این توجیه با کلام خدا سازگار نیست؛ خداوند شرط اصلی دوستی با خود را عمل به دستوراتش اعلام می‌کند.

آیه: ﴿قُل اِن كُنتُم تُحِبّونَ اللّهَ فَاتَّبعونی یُحببكُمُ اللّهُ وَ یَغفِر لَكُم ذُنوبَكُم وَ اللّهُ غَفورٌ رَحیمٌ﴾ (آل عمران، ۲۱)

ترجمه: «بگو اگر خدا را دوست دارید، از من پیروی کنید تا خدا دوستتان بدارد و گناهانتان را ببخشد و خداوند بسیار آمرزنده و مهربان است.»

پیام‌ها:

- تبعیت از دستورات خدا و پیامبر شرط اصلی دوستی با خداست.
- اطاعت از خدا و رسولش، محبت دوطرفهٔ بنده و معبود را به دنبال دارد و آمرزش الهی را شامل حال انسان می‌کند.
- نشانهٔ محبت مستمر به خدا پیروی از دستورات اوست.

برخی می‌گویند: اگر قلب انسان با خدا باشد، کافی است و عمل به دستورات او ضرورتی ندارد، آن‌چه اهمیت دارد، درون و باطن انسان است، نه ظاهر او.

۴- گزینه ۳

مهم‌ترین فایدهٔ روزه، تقوا می‌باشد. تقوا به معنای حفاظت و نگه‌داری است.

۵- گزینه ۴

درس نامه

- کسی که غسل بر او واجب شده یا وظیفه‌اش تیمم است:

الف) اگر انجام ندهد، نمی‌تواند روزه بگیرد.

ب) اگر سهل‌انگاری کند تا وقت تنگ شود: می‌تواند با تیمم روزه بگیرد، اما در مورد غسل‌نکردن معصیت کرده است.

- شخصی که با عذر شرعی (مانند بیماری) روزه نگیرد، باید قضای روزه را تا سال بعد انجام دهد و برای هر روز یک مُد طعام (۷۵۰ گرم گندم یا جو و ...)، به فقیر دهد.
- شخصی که بدون عذر روزه نگیرد: باید هم قضای آن را انجام دهد، هم کفّاره بدهد.
- اگر شخصی با چیز حرامی روزه‌اش را باطل کند، باید کفّارهٔ جمع بپردازد. (کفّارهٔ جمع: هم ۶۰ روز روزه بگیرد (که یک ماه آن پشت سر هم) و هم ۶۰ مُد طعام به فقیر دهد.)

اگر کسی به علت عذری مانند بیماری نتواند روزه بگیرد و بعد از ماه رمضان عذر او برطرف شود و تا رمضان آینده عمداً قضای روزه را نگیرد، باید هم روزه را قضا کند و هم برای هر روز یک مد (تقریباً ۷۵۰ گرم) گندم و جو و مانند آن‌ها به فقیر بدهد.

۶- گزینه ۱

درس نامه

عفاف:

- حالتی که انسان به وسیلهٔ آن، خود را در برابر تندروی‌ها و کندروی‌ها کنترل می‌کند و در مسیر اعتدال و میانه‌روی پیش می‌رود.
- عفاف در تقابل با تبرّج است.
- تبرّج یعنی زیاده‌روی و افراط در آراسته‌کردن خود، تا حدّ رسیدن به خودنمایی و جلب توجه که از دیدگاه قرآن، کاری جاهلانه است.
- تبرّج باعثِ غفلت انسان از هدف زندگی و مشغول‌شدن او به کارهایی می‌شود که عاقبتی جز دورشدن از خدا ندارد.
- به میزانی که رشته‌های عفاف در روح انسان قوی‌تر و مستحکم‌تر شود، آراستگی و پوشش او باوقارتر می‌شود.
- به همان میزان که رشته‌های عفاف انسان ضعیف و گسسته می‌شود، آراستگی و پوشش او سبک‌تر و جنبهٔ خودنمایی به خود می‌گیرد.

یکی از جلوه‌های عفاف، مربوط به آراستگی و مقبولیت است. به همان میزان که رشته‌های عفاف در روح انسان قوی و مستحکم می‌شود، نوع آراستگی و پوشش او باوقارتر می‌شود و به همان میزان نیز که رشته‌های عفاف انسان ضعیف و گسسته می‌شود، آراستگی و پوشش او سبک‌تر و جنبهٔ خودنمایی به خود می‌گیرد.

۷- گزینه ۲

آیهٔ ﴿الیس اللّه بکافٍ عبده﴾ که بیانگر این مفهوم است که توکل بر خداوند سبب تقویت اراده و عزم می‌شود.

۸- گزینه ۱

انسان متوکل می‌داند که در صورت انجام وظیفه، هر نتیجه‌ای که به دست آید، به مصلحت اوست، گرچه خود به آن مصلحت آگاه نباشد؛ زیرا خداوند آینده‌ای را می‌بیند که ما نمی‌بینیم و به مصلحت‌هایی توجه دارد که ما درک نمی‌کنیم.

این آیه بیانگر این مفهوم است.

۹- گزینه ۳

درس نامه

آیه: ﴿وَ مِن آیاتِهِ اَن خَلَقَ لَكُم مِن اَنفُسِكُم اَزواجاً لِتَسكُنوا اِلَیها وَ جَعَلَ بَینَكُم مَوَدَّةً وَ رَحمَةً اِنَّ فی ذلِكَ لَآیاتٍ لِقَومٍ یَتَفَكَّرونَ﴾ (روم، ۲۱)

ترجمه: و از نشانه‌های خدا آن است که همسرانی از نوع خودتان برای شما آفرید تا با آن‌ها آرامش یابید و میان شما دوستی و رحمت قرار داد؛ همانا که در این مورد نشانه‌هایی است برای کسانی که تفکر می‌کنند.

پیام‌ها:

۱ نیاز به انس و آرامش با همسر و رشد اخلاقی و معنوی اهداف ازدواج است.
۲ فلسفهٔ آفرینش همسر همنوع آرامش‌یابی با آن است.
۳ یکسانی منزلت و مفهوم زوجیت زن و مرد برداشت می‌گردد.
۴ هدف خداوند حکیم از بیان نشانه‌هایش تفکر در آن‌هاست.
۵ جهت ایجاد آرامش، مودّت و رحمت میان زوجین لازم است.
۶ تحکیم بنیان خانواده از مسئولیت‌های مسلمانان برای احیای تمدن اسلامی است.

مطابق آیهٔ ۲۱ سورهٔ روم، خداوند با ازدواج دوستی و رحمت میان زن و مرد قرار می‌دهد که این امر از اهداف ازدواج است.

۱۰- گزینه ۳

مهم‌ترین عامل پایداری خانواده، درک درست از زوجیت و مکمل هم بودن زن و مرد و عمل به این درک است. اگر همسران از این موضوع غافل باشند، به سرعت در محیط خانه از هم بیگانه می‌شوند و با پیش‌آمدن کوچک‌ترین تنش از هم جدا می‌شوند. اما اگر درک متقابل از نیازهای متفاوت یکدیگر داشته باشند، با آرامش در کنار یکدیگر زندگی می‌کنند و به تعبیر قرآن کریم، لباس یکدیگر می‌شوند و کاستی‌ها و نقص‌های یکدیگر را می‌پوشانند.

۱۱- گزینه ۲

درس‌نامه

سیزده آیه در قرآن به سؤال‌های مردم از پیامبر اکرم ﷺ اختصاص یافته که با کلمهٔ «یَسْئَلونَك» همراه است. این نشان می‌دهد که پیامبر ﷺ معلم مردم بوده است.

در قرآن برای توصیف انبیا عبارات متعددی به کار رفته؛ ولی آن‌چه بیش از همه استفاده شده، تعبیر «وَ یُعَلِّمُهُمُ الکِتابَ وَ الْحِکْمَةَ وَ یُزَکّیهِمْ» است که نشان می‌دهد کار پیامبران، تعلیم کتاب و حکمت و تزکیه بوده است. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحات ۱۶ و ۱۷)

۱۲- گزینه ۳

درس‌نامه

یکی از نشانه‌های برتری اعمال، ماندگاری آثار آن است؛ چنان‌که حضرت ابراهیم علیه‌السلام از خدا خواست که در تاریخ ماندگار باشد: «و اجعل لی لسان صدق فی الآخرین» «و در میان آیندگان، نام نیکی برای من قرار بده.» خداوند نیز دعای او را این‌گونه پاسخ داد: «و جعلها کلمةً باقیةً فی عقبه لعلّهم یرجعون»: حضرت ابراهیم علیه‌السلام از خدا خواست که در تاریخ ماندگار باشد. «آن [کلمهٔ توحید] را در میان نسلش کلمهٔ ماندگار قرار داد، باشد که آنان (به توحید) بازگردند.» آری! ایمان به تنهایی کافی نیست، بلکه هدایت الهی باید تداوم داشته باشد.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۲۲)

۱۳- گزینه ۱

درس‌نامه

﴿قُل هذِهِ سَبیلی أدْعُوا إلَی اللّهِ عَلَی بَصیرَةٍ أنَا وَ مَنِ اتَّبَعَني﴾ «ای پیامبر بگو: این راه من است. من و هر کس پیروی‌ام کرد، با بینایی به سوی خدا دعوت می‌کنیم.)

در زمان ما، بهترین نمونه و مصداق ایمان به خدا و اعتماد به راه خود، وجود مبارک امام خمینی رحمه‌الله بود. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۴۳)

باید منشأ اعتمادبه‌نفس، ایمان به خدا و راه او و داشتن هدف الهی و بصیرت کامل باشد.

۱۴- گزینه ۴

﴿و لو کنت فظاً غلیظ القلب لا نفضّوا من حولك﴾ «و اگر خشن و سنگدل بودی، (مردم) از دور تو پراکنده می‌شدند.»

معلم بداخلاق، افراد را از دور خود پراکنده می‌کند. پس یکی از صفات معلمی داشتن اخلاق خوب است.

۱۵- گزینه ۲

درس‌نامه

قرآن به پیامبر ﷺ می‌فرماید: ﴿وَ اخْفِضْ جَناحَكَ لِمَنِ اتَّبَعَكَ مِنَ الْمُؤْمِنینَ﴾ «برای مؤمنانی که از تو پیروی کرده‌اند، بال خود را بگستر (و متواضع باش)».

﴿و لا تمش فی الأرض مرحاً﴾: «(ای انسان!) هرگز در زمین با کبر و غرور راه مرو.»

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۵۵)

۱۶- گزینه ۱

درس‌نامه

پاورقی صفحهٔ ۶۲:

﴿أَ لَمْ یَجِدْكَ یَتیماً فَآوی * وَ وَجَدَكَ ضالّاً فَهَدی * وَ وَجَدَكَ عائِلاً فَأَغْنی * فَأَمَّا الْیَتیمَ فَلا تَقْهَرْ * وَ أَمَّا السّائِلَ فَلا تَنْهَرْ * وَ أَمَّا بِنِعْمَةِ رَبِّكَ فَحَدِّثْ﴾ «آیا تو را یتیم نیافت، پس پناه داد و سامانت بخشید * و تو را سرگشته یافت، پس هدایت کرد * و تو را تهی‌دست یافت و بی‌نیاز کرد * (حال که چنین است) پس بر یتیم قهر و تندی مکن * و سائل را از خود مران.»

استادی که دردآشنا باشد، موفق‌تر است. برخورد کسی که درد یتیمی و فقر را چشیده باشد، با برخورد کسی که این درد را حس نکرده باشد، فرق دارد. خداوند متعال به پیامبرش می‌فرماید: «آیا خداوند تو را یتیم و فقیر نیافت و به تو ثروت و مأوا نداد؟ پس اکنون که طعم یتیمی و فقر را چشیده‌ای و دردآشنایی، یتیم و فقیر را از خود طرد نکن.» (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۶۲)

۱۷- گزینه ۴

درس‌نامه

معلم موفق، امام و رهبر و الگوی دیگران است؛ لذا اعمال او بسیار تأثیرگذار است و باید در همهٔ کارها پیشگام باشد و قبل از تعلیم دیگران به تعلیم خود بپردازد. چنان‌که امیرالمؤمنین علیه‌السلام فرمودند: «بر هر کس که خود را امام و پیشوا قرار داده، لازم است که قبل از تعلیم دیگران، خود را آموزش بدهد و تأدیب او به رفتارش باشد؛ قبل از آن‌که به زبانش باشد.»

﴿أ تأمرون النّاس بالبرّ و تنسون أنفسکم﴾: «آیا مردم را به نیکی سفارش می‌کنید، در حالی که خودتان را فراموش کرده‌اید؟» (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۷۸)

۱۸- گزینه ۴

درس‌نامه خداوند در قرآن برای چند گروه، جایگاه و درجات مخصوصی قرار داده است؛ انبیا، مجاهدان، نمازگزاران، اهل انفاق، مؤمنانی که عمل صالح انجام می‌دهند و دانشمندان. شاید جملهٔ ﴿یرفع اللّه الذین آمنوا منکم و الّذین أوتوا العلم درجات﴾ نشانهٔ آن باشد که فرمان بلندشدن به خاطر ورود مؤمنان و دانشمندان است، یعنی به احترام آنان قیام کنید.

﴿یرفع اللّه الذین آمنوا منکم و الّذین أوتوا العلم درجات﴾: «خدا از میان شما کسانی را که ایمان آورده و کسانی را که صاحب علم و دانش‌اند، به درجاتی رفعت و بزرگی می‌دهد.»

در گزینهٔ ۲ به درستی به مفهوم این آیه اشاره شده است.

(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۹۵)

۱۹- گزینه ۲

درس‌نامه

پاورقی صفحهٔ ۹۹:

﴿یا أَیُّهَا الَّذینَ آمَنُوا اتَّقُوا اللّهَ وَ قُولُوا قَوْلاً سَدیداً * یُصْلِحْ لَكُمْ أَعْمالَكُمْ وَ یَغْفِرْ لَكُمْ ذُنُوبَكُمْ وَ مَنْ یُطِعِ اللّهَ وَ رَسُولَهُ فَقَدْ فازَ فَوْزاً عَظیماً﴾: «ای کسانی که ایمان آورده‌اید! تقوای الهی پیشه کنید و سخن (حق و) استوار گویید * تا خداوند کارهای شما را اصلاح کند و گناهانتان را بیامرزد؛ و هر کس خدا و رسولش را اطاعت کند، بدون شک به رستگاری بزرگی دست یافته است.» (أحزاب، ۷۰-۷۱)

در قرآن کریم می‌خوانیم که کلام شما باید محکم و سدید باشد تا به برکات جنبی آن برسید که از جملهٔ آن، اصلاح عمل و بخشش گناهان است. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۹۹)

۲۰- **گزینه ۳**

درس‌نامه

دشمنان با شگردهای گوناگون در صدد ضربه‌زدن به ما هستند؛ شگردهایی همچون:

الف) فساد: ﴿لا یألونکم خبالاً﴾

ب) فشار: ﴿ودوا ما عنتم﴾

ج) نفاق: ﴿ما تخفی صدورهم اکبر﴾

﴿یا أیها الّذین آمنوا لا تتخذوا بطانة من دونکم لا یألونکم خبالاً﴾ «ای کسانی که ایمان آورده‌اید! از غیر خودتان همراز نگیرید ...»

در این آیه بیان شده است که دشمنان خود را بشناسید و هشیار باشید، چراکه آنان ذره‌ای در توطئه و فتنه علیه شما کوتاهی نمی‌کنند. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۱۰۸)

هوش و استعداد معلمی

۲۱- **گزینه ۴**

مشاوره سؤالات متن بلند از جمله سؤالاتی است که به احتمال زیاد در آزمون مطرح می‌شود. سؤال از متن بلند می‌تواند شامل سؤال از نتیجهٔ متن، عنوان متن، منظور از یک واژه، عبارت و ... باشد. برای پاسخگویی به این سؤالات، خواندن متن و درک سؤال و فهمیدن گزینه‌ها بسیار اهمیت دارند.

استراتژی ابتدا سؤال و سپس پاراگراف اول را بخوانید.

بررسی گزینه‌ها: ۱) طبق پاراگراف اول، یکی از کارکردهای آن، علمی برای توصیف، تبیین و پیش‌بینی پدیده‌ها و وقایع اجتماعی است.

۲) در این پاراگراف آمده که «هیچ‌یک از علوم، چه برای پیشرفت خود در یک روند منطبق با شرایط اجتماعی و چه در چهارچوب حکمرانی علمی و چه در جهت اثربخشی خود برای جامعه، بی‌نیاز از علوم انسانی نیستند.»؛ پس این گزینه هم در پاراگراف اول بیان شده است.

۳) طبق پاراگراف اول، «علوم انسانی زمانی شکل گرفت که پس از انقلاب صنعتی، زندگی شهری در اثر گسترش صنعت و توسعهٔ شهرها ...»؛ پس این گزینه هم درست است.

۴) در این پاراگراف فقط بیان شده که «مرزهای آن با سایر علوم پررنگ شد.»، ولی عامل پررنگ‌شدن آن را بیان نکرده است؛ پس این گزینه در پاراگراف اول متن ذکر نشده است.

۲۲- **گزینه ۱**

استراتژی ابتدا گزینه‌ها و بعد متن را با دقت بخوانید تا گزارهٔ نادرست را پیدا کنید.

بررسی گزینه‌ها: ۱) قلمرو علوم انسانی با محدودشدن آن مشخص نشد، بلکه طبق متن داده‌شده «اندک‌اندک توسعه یافت و مرزهای آن با سایر علوم پررنگ شد.»؛ پس این گزینه نادرست است.

۲) طبق دو خط آخر پاراگراف اول، سایر علوم هم در جامعه تأثیرگذار هستند، فقط گفته شده برای این اثربخشی خود، بی‌نیاز از علوم انسانی نیستند؛ پس این گزاره هم طبق متن درست است.

۳) در پاراگراف دوم آمده که «این برداشت‌ها به زبان قابل فهم برای تودهٔ مردم ترجمه می‌شود.»؛ پس می‌توان نتیجه گرفت که «درک برخی مباحث علوم انسانی برای عموم مردم چندان ساده نیست.» و این گزینه هم درست است.

۴) این گزاره، یعنی «پیشرفت علوم متأثر از وضعیت اجتماعی است.» را می‌توان از پاراگراف اول نتیجه گرفت. آن‌جایی که می‌گوید «زندگی شهری در اثر گسترش صنعت و توسعهٔ شهرها نیاز به علومی برای توصیف، تبیین و پیش‌بینی پدیده‌ها و وقایع اجتماعی را هویدا کرد.» یعنی وضعیت اجتماع نیاز به پیشرفت علوم را موجب می‌شود؛ پس این گزینه هم درست است.

۲۳- **گزینه ۳**

استراتژی سه پرسش داده‌شده را با دقت بخوانید و سپس ببینید در مورد کدام‌یک از آن‌ها در متن، مطالبی بیان شده که بتوانید به آن پرسش پاسخ دهید.

بررسی پرسش‌ها: **الف)** در متن فقط تأثیر علوم انسانی بر سایر علوم را بیان کرده، ولی نامی از یکی از علوم غیرانسانی را نیاورده است؛ پس به این پرسش، طبق متن نمی‌توان پاسخ داد.

ب) به این پرسش هم نمی‌توان پاسخ داد، چون مطلبی در این مورد بیان نشده است.

ج) طبق پاراگراف دوم می‌توان در جواب این پرسش گفت که «خیر». علوم انسانی یا به صورت مستقیم روی بینش و نگرش‌های آن‌ها تأثیر می‌گذارد یا به طور غیرمستقیم در شکل‌گیری گفتمان‌های اجتماعی تأثیرگذار است.

پس تنها به پرسش «ج» می‌توان طبق متن پاسخ داد.

۲۴- **گزینه ۱**

مشاوره سؤالات متن کوتاه یکی از انواع سؤالاتی هستند که در آزمون‌ها ممکن است مطرح شوند. در این سؤالات، گاهی به طور مستقیم از اطلاعات متن سؤال می‌پرسند، گاهی باید از متن، یک نتیجه‌گیری شود و گاهی وسط یا انتهای متن، جای خالی قرار می‌دهند که باید متناسب با متن، گزینهٔ مناسب برای جای خالی را انتخاب کنید. گاهی هم فقط قسمت‌هایی از متن اهمیت دارند و در مورد آن‌ها سؤال مطرح می‌شود.

استراتژی متن را به دقت بخوانید و سپس هر گزینه را در جای خالی قرار دهید و ببینید با کدام‌یک از گزینه‌ها جمله کامل می‌شود و در ادامهٔ مطالب گفته شده است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) قبل از جای خالی آمده که «بیرونی توانست تصور کند جز یونانیان ملتی دیگر هم در جهان وجود داشته که دارای فرهنگ اصیل باشد و آن کشور هندوستان است و پس از فارغ‌التحصیلی در دانش یونانی، .....»

بدیهی است که ادامه باید در مورد آموختن او در مورد مطلبی بیاید؛ پس عبارت این گزینه به خوبی ادامهٔ متن را تکمیل می‌کند و منطقی‌ترین گزینه است.

۲) گفته شده که او به دنبال آموختن دانش هندوستان بود نه ترویج دانش در هند! پس این گزینه درست نیست.

۳) باید ادامهٔ متن در مورد آموختن در هند باشد نه آموختن بیشتر در فلسفه و علم یونانی! بنابراین این گزینه هم برای تکمیل متن، منطقی نیست.

۴) طبق توضیحات گزینه‌های قبل، این عبارت هم نادرست است، چون باید در پی جمله‌ای که در مورد دانش هندوستان گفته شده، به دنبال آن باشد نه ماندن در یونان!

۲۵- **گزینه ۴**

استراتژی با دقت متن را بخوانید و بعد ببینید کدام گزینه طبق آن مطالب، قابل نتیجه‌گیری است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) طبق متن، بشر با «رسم نشانه و علامت روی سنگ، .....» پیام خود را منتقل می‌کرده و بعد از آن‌ها نامه ایجاد شده است؛ پس انتقال پیام قبل از ظهور نامه وجود داشته است و این گزینه طبق متن، نادرست است و استنباط نمی‌شود.

۲) این گزینه هم از متن استنباط نمی‌شود، چون در مورد قراردادن گل خشک در کیسه‌های گندم صحبت شده که با استفاده از آن از امانت‌داری آورنده مطمئن شوند و به نوعی از روش‌های ابتدایی انتقال پیام بوده است نه این‌که بعد از آن به وجود آمده باشد.

۳) عبارت این گزینه هم طبق متن، قابل استنباط نیست، چون اصلاً در مورد چنین چیزی، در متن داده‌شده مطلبی نیامده است.

۴) طبق متن، این گزینه کاملاً درست و قابل استنباط است، چون مثال ارائه‌شده در واقع مثالی از کارکرد شبیه نامه قبل از ایجاد نامه را بیان می‌کند، چون برای انتقال پیام از طرف فرستنده به گیرنده انجام می‌شده است.

۲۶- **گزینه ۳**

استراتژی هر گزینه را درست فرض کنید و ببینید با فرض درستی آن، نتیجهٔ پایان متن رد می‌شود یا زیر سؤال می‌رود.

بررسی گزینه‌ها: ۱) با فرض درست‌بودن این گزینه، نتیجهٔ پایانی متن نقض نمی‌شود. به نوعی می‌توان گفت ربطی به انتهای متن ندارد و انتخاب این گزینه مناسب نیست.

۲) درست‌بودن این گزینه هم، نتیجهٔ پایانی متن «توجه به هنر در این دوره» را زیر سؤال نمی‌برد، بلکه در مورد پادشاهان و نام باقی‌مانده از آن‌ها صحبت شده که ربطی به نتیجهٔ پایانی متن ندارد!

۳) با فرض درست‌بودن این گزینه، نتیجهٔ پایانی متن، زیر سؤال می‌رود، چون در انتهای متن، دلیل مورد توجه قرارگرفتن هنر را توجه شاهان عثمانی و هندی به آن دانسته است، ولی در این گزینه از حمایت طبقهٔ فرودست به عنوان دلیل رشد و جایگاه آن صحبت به میان آمده است؛ پس این گزینه جواب مورد نظر است.

۴) این گزینه به تقویت نتیجهٔ متن کمک می‌کند، چون به نوعی در تأیید آن است؛ پس این گزینه هم رد خواهد شد.

۲۷- گزینه ۲

استراتژی دو عبارتی را که زیر آن‌ها خط کشیده شده، به دقت بخوانید و بعد ببینید کدام گزینه ارتباط آن‌ها را به بهترین نحو بیان کرده است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) اولی به درستی بیان شده چون در مورد کاربرد عقل در موجوداتی است که از ماده و جسم مجردند، ولی دومی نادرست است، چون دومی اطلاعاتی دربارهٔ درک حقیقت اشیا توسط همان موجودات را بیان کرده نه موجودات دیگری را.

۲) اولی درست است، چون در مورد موجودات خاص که از ماده و جسم مجردند، بیان شده و دومی هم در مورد چگونگی درک آن‌ها از اشیا (شهود)، مطلبی را بیان کرده است؛ پس همین گزینه به منطقی‌ترین شکل، رابطهٔ دو بخش را نشان می‌دهد.

۳) اولی اشتباه است، چون در مورد کاربرد عقل در موجودات خاص است، نه باور نویسنده به وجود آن موجودات و دومی هم نادرست است، چون در مورد درک آن موجودات از اشیا است نه درک همان موجودات!

۴) اولی نادرست است، چون به صورت پیش‌فرض دربارهٔ خاستگاه عقل صحبت نکرده، بلکه در مورد کاربرد عقل در ارتباط با موجودات خاص بیان شده است و دومی هم ربطی به استدلالی برای آن پیش‌فرض ندارد و مربوط به همان درک موجودات به صورت شهود است که حتی بیان شده به استدلال نیازی ندارند.

۲۸- گزینه ۱

مشاوره یکی از مباحث مهم استدلال و منطق، موضوع آرایش نشستن یا چینش اشیا یا مرتب‌کردن داده‌ها است. با تمرین زیاد روش حل این سؤالات را یاد بگیرید.

درس‌نامه برای حل سؤالات چینش، مطابق صورت سؤال و تعداد افراد یا اشیا جایگاه‌های لازم را در نظر می‌گیریم؛ سپس از شرطی که جایگاه شیئی را مشخص کرده، شروع می‌کنیم و بعد با استفاده از بقیهٔ شرط‌ها به ترتیب جایگاه بقیهٔ اشیا را تعیین می‌کنیم.

استراتژی مهرهٔ آبی را در جایگاه اول قرار دهید و حواستان به شرط کنار هم نبودن دو مهره با رنگ مشابه باشد.

گام چون ۴ مهره به رنگ‌های آبی، سبز و قرمز داریم، پس دوتا از مهره‌ها از یک رنگ هستند. از طرفی می‌خواهیم مهرهٔ اول آبی باشد، پس ۴ جایگاه کشیده و مهرهٔ آبی را در جای اول قرار می‌دهیم:

آبی			
۱	۲	۳	۴

گام چون طبق صورت سؤال دو مهره با رنگ مشابه کنار هم قرار نمی‌گیرند، پس مهرهٔ جایگاه دوم آبی نمی‌تواند باشد، دو حالت مختلف ممکن را در نظر می‌گیریم:

حالت اول:

	قرمز	آبی	
۱	۲	۳	۴

حالت دوم:

	سبز	آبی	
۱	۲	۳	۴

گام طبق شرط سؤال، مهرهٔ سبز دقیقاً بین دو مهرهٔ با رنگ‌های مختلف قرار دارد؛ پس داریم:

حالت اول:

آبی	سبز	قرمز	آبی
۱	۲	۳	۴

حالت دوم:

آبی	قرمز	سبز	آبی
۱	۲	۳	۴

همان‌طور که می‌بینید در هر دو حالت، رنگ مهرهٔ چهارم، آبی است.

۲۹- گزینه ۲

استراتژی مهرهٔ سبز یا در جایگاه دوم یا جایگاه سوم می‌تواند باشد.

گام چون مهرهٔ سبز باید دقیقاً بین دو مهره با رنگ‌های مختلف باشد، پس در یکی از جایگاه‌های دوم یا سوم قرار دارد:

حالت اول:

	سبز		
۱	۲	۳	۴

حالت دوم:

		سبز	
۱	۲	۳	۴

گام چون دو طرف سبز باید رنگ‌های مختلف باشند، پس مهره‌های قرمز هر دو در دو طرف آن نباید باشند. از طرفی دو رنگ قرمز کنار هم نیز نباید قرار داشته باشند؛ پس داریم:

حالت اول:

قرمز	آبی	سبز	قرمز
۱	۲	۳	۴

حالت دوم:

قرمز	سبز	آبی	قرمز
۱	۲	۳	۴

همان‌طور که مشخص است در هر دو حالت، مهره‌های قرمز در جایگاه‌های ۱ و ۴ قرار دارند. دقت کنید که طبق سؤال قبل که دو مهرهٔ آبی داشتیم، به راحتی می‌شد نتیجه گرفت که جایگاه دو مهره با رنگ مشابه ۱ و ۴ است و نیازی به حل این سؤال هم نبود.

۳۰- گزینه ۴

استراتژی مهرهٔ سبز را در جایگاه سوم قرار دهید؛ پس جایگاه‌های دوم و چهارم دو رنگ مختلف دیگر هستند.

گام مهرهٔ سبز در جایگاه سوم قرار دارد؛ پس با توجه به سؤال که باید در دو طرف آن دو مهره با رنگ‌های متفاوت باشد، داریم:

حالت اول:

آبی	سبز	قرمز	
۱	۲	۳	۴

حالت دوم:

قرمز	سبز	آبی	
۱	۲	۳	۴

گام جایگاه باقی‌مانده در هر دو حالت، فقط با یک رنگ می‌تواند پر شود:

حالت اول:

آبی	سبز	قرمز	آبی
۱	۲	۳	۴

حالت دوم:

قرمز	سبز	آبی	قرمز
۱	۲	۳	۴

گام **بررسی گزینه‌ها:** ۱) رنگ دو مهرهٔ مشابه در حالت اول، آبی و در حالت دوم، قرمز است؛ پس این گزینه همواره درست نیست.

۲) رنگ دو مهرهٔ مشابه آبی هم می‌تواند باشد، پس این گزینه هم نادرست است.

۳) جایگاه دو مهرهٔ مشابه در حالت‌های اول و دوم ۱ و ۴ است؛ پس این گزینه درست نیست.

۴) طبق هر دو حالت، جایگاه دو مهرهٔ مشابه ۱ و ۴ است.

دقت کنید که با توجه به دو پرسش قبلی، جواب درست مشخص بود و ۴) می‌شد و باز هم احتیاجی به حل سؤال نبود!

۳۱- گزینه ۳

مشاوره در این سؤالات باید رابطه‌ای بین اعداد سطر یا ستون یا هر دو پیدا کنید که با بررسی اَعمال مختلف روی اعداد می‌توانید به جواب برسید.

درس‌نامه مربع جادویی به مربعی گفته می‌شود که در آن مجموع اعداد سطرها، ستون‌ها و قطرها با هم برابر باشد، از طرفی عدد وسطی برابر است با: $\frac{\text{مجموع اعداد سطر یا ستون}}{\text{تعداد سطرها یا ستون‌ها}}$

از شکل مربع داده‌شده می‌توان حدس زد که با مربع جادویی سروکار داریم. با بررسی مجموع اعداد سطرها و ستون‌ها به این نتیجه می‌رسیم که مجموع همهٔ سطرها، ستون‌ها و قطرها برابر ۱۵ است. از طرفی عدد وسط هم برابر $\frac{۱۵}{۳}=۵$ می‌باشد؛ پس به جای ؟ باید عدد ۹ قرار بگیرد:

$۴+?+۲=۱۵ \Rightarrow ?=۱۵-۶=۹$

۳۲- گزینه ۱

استراتژی ک.م.م دو عدد را پیدا کنید.

درس‌نامه برای به دست آوردن کوچک‌ترین مضرب مشترک یا ک.م.م اعداد، ابتدا آن‌ها را تجزیه می‌کنیم؛ سپس عوامل مشترک با بیشترین توان را در عوامل غیرمشترک آن‌ها ضرب می‌کنیم.

گام برای حل این مدل از سؤالات، باید ک.م.م دو عدد داده‌شده را به دست آوریم؛ پس داریم:

$$\begin{cases} ۸ = ۲^۳ \\ ۱۲ = ۲^۲ \times ۳ \end{cases} \Rightarrow [۸,۱۲] = ۲^۳ \times ۳ = ۲۴$$

گام بنابراین بعد از هر ۲۴ دقیقه، زنگ و بوق مجدداً با هم به صدا درمی‌آیند؛ در نتیجه زمان‌هایی که با هم به صدا درمی‌آیند به صورت زیر می‌شود:

$$۱۶ , ۱۶:۲۴' , ۱۶:۴۸' , ۱۷:۱۲' , ۱۷:۳۶' , ۱۸ , \ldots$$

بنابراین در ساعت ۱۸ نیز هم‌زمان به صدا درمی‌آیند.

۳۳- گزینه ۳

درس‌نامه در سؤالات کار با هم ابتدا مشخص می‌کنیم که هر کدام از افراد یا شیرهای آب یا ... به تنهایی چه کسری از کار مورد نظر را در یک ساعت، یک روز یا ... انجام می‌دهند؛ سپس با توجه به عملکرد آن‌ها عملیات یا معادلات لازم را می‌نویسیم تا به جواب برسیم.

استراتژی ببینید هر کدام به تنهایی در یک روز چه کسری از کار را انجام می‌دهند.

گام طبق توضیحات سؤال، مهسا بقیهٔ کار را در ۹ روز انجام داده و اگر خودش می‌خواسته به تنهایی کار کند، کار را در ۱۰ روز تمام می‌کرده است. از این‌جا می‌توان نتیجه گرفت که ۱ روز کار مهسا معادل با ۴ روز کار نیلوفر است؛ پس اگر نیلوفر بخواهد کار را به تنهایی انجام دهد، در ۴۰ روز آن را تمام می‌کند!

گام طبق اطلاعات به‌دست‌آمده مهسا در یک روز $\frac{۱}{۱۰}$ از کار و نیلوفر $\frac{۱}{۴۰}$ از آن را انجام می‌دهند؛ پس اگر با هم کار کنند، در یک روز مقدار کاری که انجام می‌دهند برابر می‌شود با:

$$\frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۴۰} = \frac{۴+۱}{۴۰} = \frac{۵}{۴۰} = \frac{۱}{۸}$$

در نتیجه اگر با هم کار کنند، در ۸ روز کار تمام می‌شود.

۳۴- گزینه ۲

استراتژی سن امین را x و سن پسرش را y فرض کنید و معادلات مربوط به آن‌ها را بنویسید.

گام فرض کنید سن امین x و سن پسرش y باشد. طبق توضیحات سؤال داریم:

$$x - ۸ = ۴(y - ۸) \Rightarrow x - ۸ = ۴y - ۳۲ \Rightarrow ۴y - x = ۲۴ \quad (I)$$
$$x + ۸ = ۲(y + ۸) \Rightarrow x + ۸ = ۲y + ۱۶ \Rightarrow x - ۲y = ۸ \quad (II)$$

گام حالا دو معادلهٔ (I) و (II) را با هم حل می‌کنیم تا مقادیر x و y را به دست آوریم:

$$\begin{cases} ۴y - x = ۲۴ \\ x - ۲y = ۸ \end{cases} \xrightarrow{+} ۲y = ۳۲ \Rightarrow y = ۱۶ \Rightarrow x = ۴۰$$

یعنی سن امین ۴۰ و سن پسرش ۱۶ سال است و مجموع سن آن‌ها برابر می‌شود با:

$$x + y = ۴۰ + ۱۶ = ۵۶$$

۳۵- گزینه ۴

مشاوره در این تیپ از سؤالات، مسئله‌ای با دو حالت داده می‌شود که با حل سؤال در دو حالت و با توجه به خواستهٔ سؤال باید یکی از موارد داده‌شده در صورت سؤال را انتخاب کنید و گزینهٔ مربوط به آن را در پاسخبرگ علامت بزنید. معمولاً سؤالات سختی نیستند و با کمی دقت حل می‌شوند.

استراتژی با بررسی عددهای مختلف می‌توانید به جواب برسید.

گام در مورد اعداد مثبت دورقمی a و b هیچ اطلاعی نداریم؛ پس اگر به هر دو مقدار یکسان n را اضافه کنیم، باز هم هیچ اطلاعی در مورد $a+n$ و $b+n$ نخواهیم داشت.

گام در «الف» مقدار $a+n$ و در «ب» مقدار $b+n$ داده شده است و همان‌طور که در گام قبل گفتیم، هیچ اطلاعاتی در مورد آن‌ها نداریم؛ پس نمی‌توانیم رابطه‌ای هم بین آن‌ها پیدا کنیم؛ در نتیجه باید ۴ را انتخاب کنیم.

دقت کنید که اگر $a > b$ باشد، $a+n > b+n$، اگر $a < b$ باشد، $a+n < b+n$ و اگر $a = b$ باشد، $a+n = b+n$ می‌شود.

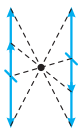
۳۶- گزینه ۳

مشاوره یکی از انواع سؤالات هوش تصویری، سؤالات تقارن است که خیلی ساده هستند و فقط به کمی دقت نیاز دارند.

استراتژی قرینهٔ هر قسمت از شکل را نسبت به نقطهٔ داده‌شده پیدا کنید.

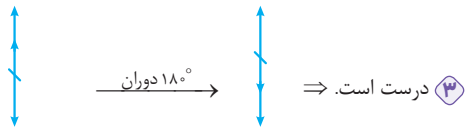
درس‌نامه برای پیداکردن تقارن یک شکل نسبت به نقطه، کافی است از رأس‌های شکل، به آن نقطه وصل کرده و سپس به همان اندازه آن را ادامه دهیم تا رأس مورد نظر در تقارن‌یافتهٔ آن مشخص شود. قرینهٔ یک شکل نسبت به یک نقطه با دوران ۱۸۰° آن یکسان است.

روش قرینهٔ هر قسمت از شکل را نسبت به نقطهٔ داده‌شده پیدا می‌کنیم:



۳ درست است. $\Rightarrow$

روش شکل را ۱۸۰° دوران می‌دهیم:



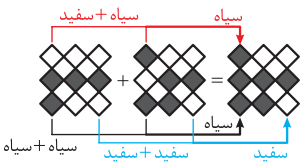
۳ درست است. $\Rightarrow$

۳۷- گزینه ۲

استراتژی به ترکیب رنگ‌ها توجه کنید که نتیجه چه رنگی شده است.

درس‌نامه در سؤالات معادلات اشکال، معمولاً با ترکیب اشکال، جمع‌شدن خطوط یا حذف‌شدن آن‌ها و ... سروکار داریم. با دقت به معادلهٔ داده‌شده، عملی را که روی دو شکل انجام شده و از آن شکل سوم به دست آمده است، پیدا می‌کنیم و سپس همان عمل را روی معادلهٔ خواسته‌شده انجام می‌دهیم.

گام از مجموع دو شکل با مربع‌های سفید و سیاه، یک شکل با مربع‌های سفید و سیاه ایجاد شده است؛ پس کافی است قانون ترکیب رنگ‌ها را پیدا کنیم:



بنابراین قانون زیر در ترکیب رنگ‌ها برقرار است:

سیاه + سفید = سیاه

سیاه + سیاه = سیاه

سفید + سفید = سفید

گام طبق قانون به‌دست‌آمده در گام قبل، ترکیب رنگ‌های دو شکل داده‌شده را به دست می‌آوریم تا شکل ؟ مشخص شود:

سطر اول:  $\Rightarrow$ ۱ و ۳ حذف می‌شوند.

سطر دوم:  $\Rightarrow$ ۲ جواب است.

$\Rightarrow$ ۴ حذف می‌شود.

برای بررسی بیشتر، سطر سوم را هم به دست می‌آوریم:

سطر سوم:  $\Rightarrow$ ۲ درست است.

۳۸- گزینه ۴

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند که بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

استراتژی به جابه‌جایی هر کدام از خط‌ها دقت کنید.

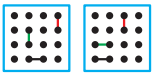
درس‌نامه در سؤالات الگو برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم. برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه کردن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

گام ۱ در شکل‌های داده‌شده، ۳ پاره‌خط داریم که در هر شکل، نسبت به شکل قبلی جابه‌جا شده‌اند؛ پس الگوی جابه‌جایی خط‌ها را پیدا می‌کنیم:



همان‌طور که می‌بینید پاره‌خط قرمز از شکل اول به دوم از سمت چپ، یکی به چپ رفته و بعد ۳تا به راست جابه‌جا شده است. پاره‌خط سبز از عمودی به افقی و سپس به عمودی تغییر یافته و در هر مرحله یکی به چپ جابه‌جا شده و پاره‌خط مشکی یکی به چپ رفته است.

گام ۲ طبق قانون گام قبل، پاره‌خط قرمز باید یکی به چپ، پاره‌خط سبز به صورت افقی و یکی به چپ و پاره‌خط مشکی یکی به چپ برود؛ پس داریم:



④ درست است. ⇒

۳۹- گزینه ۲

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند که بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

استراتژی به دوران یا جابه‌جایی قطعات دقت کنید.

درس‌نامه در سؤالات الگو برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم. برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه کردن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

گام ۱ مثلث‌ها در هر مرحله از چپ به راست 90° پادساعتگرد جابه‌جا شده‌اند و از طرفی خودشان 180° چرخیده‌اند، پس در شکل ؟ باید به صورت زیر باشند:



در تمام گزینه‌ها به همین صورت هستند، پس اصلاً نیازی به بررسی آن‌ها نبود!
چون با آن هیچ گزینه‌ای را نمی‌توان حذف کرد.

گام ۲ دایره‌های رنگی به صورت یکی‌درمیان روی قطرها جابه‌جا شده‌اند؛ پس در شکل ؟ باید به صورت ② باشند و این گزینه جواب درست است.

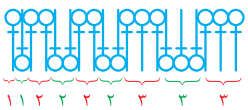


۴۰- گزینه ۱

درس‌نامه در سؤالات الگو یا دنباله‌های تکرارشونده تعدادی از قطعات شکل، به طوری متناوب تکرار می‌شوند. باید تعدادی که تکرار می‌شوند و روند تکرار آن‌ها را پیدا کنیم که معمولاً با کمی دقت به راحتی می‌توانید به جواب برسید.

استراتژی ببینید بین تعداد  و ها چه الگویی برقرار است.

ببینیم هر کدام از شکل‌های و با چه روندی تکرار شده‌اند:



همان‌طور که می‌بینید به ترتیب هر کدام ۱، ۲، ۲، ۳، ۳ بار آمده‌اند؛ پس می‌توان نتیجه گرفت که در جای ؟ باید هر دو ۳ بار آمده باشند و ابتدا شکل باشد و بعد ؛ بنابراین ① درست می‌شود.

می‌توان گفت هر کدام ۱ بار، یکی، ۲ بار، ۲تا و ۳ بار ۳تا تکرار شده‌اند؛ پس در جای ؟ باید داشته باشیم:



① درست است. ⇒

تعلیم و تربیت اسلامی

۱- گزینه ۲

درس‌نامه عهدبستن با خدا:

- کسی که راه رستگاری و سعادت را شناخته و آن را می‌خواهد، با خدا پیمان می‌بندد که آن‌چه خداوند برای رسیدن به این هدف مشخص کرده انجام دهد و خدا را خشنود سازد.
- راه سعادت ما، قرین رضایت خداست، یعنی زمانی خدا از ما راضی است (معلول) که در مسیر سعادت و خوشبختی خود گام برداریم (علت).
- وقتی از ما ناخشنود است (معلول) که به خود ظلم کنیم و در مسیر هلاکت خود قدم گذاریم (علت).
- دو پیشنهاد برای عهدبستن با خدا:

الف) انتخاب بهترین زمان‌ها؛ مانند: بعد از نماز، شب‌های قدر، شب یا روز جمعه.

ب) مستمربودن و تکرار عهد در زمان‌های معین برای استحکام بیشتر و فراموش‌نکردن.

کسی که راه رستگاری را که همان قرب و نزدیک‌شدن به خداست، شناخته و می‌خواهد در این مسیر قدم بگذارد، با خدای خود پیمان می‌بندد که آن‌چه خداوند برای رسیدن به این هدف مشخص کرده است، یعنی واجبات الهی را، انجام دهد و خداوند را خشنود سازد؛ هم‌چنین از انجام آن‌چه که ما را از این هدف دور می‌سازد، یعنی کارهای حرام، اجتناب کند.

۲- گزینه ۳

درس‌نامه اسوه قراردادن از معصوم و اسوهٔ کامل خود قراردادن یعنی:

۱. در حدّ توان پیروی کنیم.
۲. خود را به راه و روش آنان نزدیک‌تر کنیم.
۳. نه این‌که عین آن‌ها عمل کنیم و در حدّ آن‌ها عمل کنیم.

اسوه قراردادن ایشان به این معنا نیست که ما عین او باشیم و در همان حد عمل کنیم، بلکه بدین معناست که در حد توان از ایشان پیروی کنیم و خود را به راه و روش ایشان نزدیک‌تر کنیم.

۳- گزینه ۱

درس‌نامه

- اگر انسان دل به سرچشمهٔ کمالات و زیبایی‌ها سپارد و قلب خود را جایگاه او کند، زندگی‌اش رنگ و بوی دیگری می‌یابد.
- افزایش ایمان (علت)، موجب افزایش محبت به خدا (معلول) می‌شود.
- عشق و محبت الهی مانند اکسیری است که مُرده را حیات می‌بخشد و زندگی حقیقی را به وی عطا می‌کند.
- صفات منفی (رذائل) را به صفات مثبت (فضائل) تبدیل می‌کند.
- دلیل این‌همه تحول این است که قلب انسان جایگاه خداست و جز با خدا آرام و قرار نمی‌یابد.

عشق به خدا چون اکسیری است که مرده را حیات می‌بخشد و زندگی حقیقی به وی عطا می‌کند و آیهٔ شریفهٔ ﴿و الّذین آمنوا اشدّ حبّا لله﴾ به آن اشاره دارد.

۴- گزینه ۴

درس‌نامه

آیه: ﴿قُل اِن کُنتُم تُحِبّونَ اللّٰهَ فَاتَّبِعونی یُحبِبکُمُ اللّٰهُ وَ یَغفِر لَکُم ذُنوبَکم وَ اللّٰهُ غَفورٌ رَحیمٌ﴾ (آل عمران، ۳۱)

ترجمه: بگو اگر خدا را دوست دارید، از من پیروی کنید تا خدا دوستتان بدارد و گناهانتان را ببخشد و خداوند بسیار آمرزنده و مهربان است.

پیام‌ها:

- تبعیت از دستورات خدا و پیامبر شرط اصلی دوستی با خداست.
- اطاعت از خدا و رسولش، محبت دوطرفهٔ بنده و معبود را به دنبال دارد و آمرزش الهی را شامل حال انسان می‌کند.
- نشانهٔ محبت مستمر به خدا پیروی از دستورات اوست.

خداوند، عمل به دستوراتش را که توسط پیامبر ارسال شده است، شرط اصلی دوستی با خود اعلام می‌کند که آیهٔ شریفهٔ ﴿فاتبعوني یحببکُم الله﴾ (از من پیروی کنید تا خدا دوستتان بدارد) به آن اشاره دارد.

۵- گزینه ۳

اگر روزه‌دار سهواً چیزی بخورد روزه صحیح است و اگر چیزی که لای دندانش است عمداً بخورد، روزهٔ او باطل است.

۶- گزینه ۲

درس‌نامه

- عفاف حالتی که انسان به وسیلهٔ آن، خود را در برابر تندروی‌ها و کندروی‌ها کنترل می‌کند و در مسیر اعتدال و میانه‌روی پیش می‌رود.
- عفاف در تقابل با تبرّج است.
- تبرّج یعنی زیاده‌روی و افراط در آراسته‌کردن خود، تا حدّ رسیدن به خودنمایی و جلب توجه که از دیدگاه قرآن، کاری جاهلانه است.
- تبرّج باعثِ غفلت انسان از هدف زندگی و مشغول‌شدن او به کارهایی می‌شود که عاقبتی جز دورشدن از خدا ندارد.

برخی انسان‌ها در آراستگی ظاهری و ابراز وجود و مقبولیت، دچار تندروی می‌شوند؛ به گونه‌ای که در آراسته‌کردن خود، زیاده‌روی می‌کنند و به خودنمایی می‌رسند. قرآن کریم این حالت را «تبرج» می‌نامد و آن را کاری جاهلانه می‌شمرد.

۷- گزینه ۱

درس‌نامه

- حجاب، موجب سلب آزادی و کاهش حضور آنان در جامعه و خانه‌نشین‌کردن آنان نیست؛ زیرا:

۱. دستور حجاب برای داخل خانه نیست؛ بلکه برای حضور زنان در اجتماع و مواجهه با نامحرم است.
۲. این ادّعا با نگاه قرآن و سیرهٔ پیشوایان دین ناسازگار است.

خداوند دستور حجاب را برای زمان حضور زن در اجتماع و مواجههٔ وی با نامحرمان قرار داده است، نه برای داخل خانه و آیهٔ ﴿ذلك أدنى أن یُعرَفن فَلا یُؤذَینَ﴾ به آن اشاره دارد.

۸- گزینه ۳

درس‌نامه

حدیث امام علی علیه‌السلام: «حُبُّ الشَّیءِ یُعمی وَ یُصِمُّ»

ترجمه: علاقهٔ شدید به چیزی آدم را کور و کر می‌کند.

پیام‌ها:

۱. علاقه و محبّت به یک شخص، چشم و گوش را می‌بندد و عقل را به حاشیه می‌راند.
۲. جهت موفّق‌شدن در انتخاب همسر، تسلّط کامل بر شور و احساس جوانی لازم است.
۳. شایسته است با مشورت با والدین انتخاب مناسب‌تری را رقم بزنیم.

حدیث ﴿حبّ الشیء یعمی و یصم﴾ به نقش والدین در انتخاب همسر اشاره دارد. چون در زمانی که چشم و گوش فرد عاشق بسته می‌شود، والدین مهم‌ترین نقش را برای نجات فرزندشان از انتخاب راه غلط خواهند داشت.

۹- **گزینه ۴**

هر جوانی به طور فطری و طبیعی خواستار ازدواج با کسی است که قبل از ازدواج پاکدامنی خود را حفظ کرده و رابطهٔ غیرشرعی با جنس مخالف نداشته باشد. کسی که چنین خواسته‌ای دارد، باید خودش نیز این‌گونه باشد. هم‌چنین هر کس که خواستار آن است تا دیگران به اعضای خانوادهٔ او نظر سوء نداشته باشند، خودش هم باید چنین باشد. نظام هستی بر عدالت استوار است. عمل هر کس، عکس‌العملی دارد که قسمتی از آن در این جهان ظاهر می‌شود و تمام آن در آخرت.

۱۰- **گزینه ۱**

آیهٔ ﴿ان خلق لکم من انفسکم ازواجاً ...﴾ اشاره به انس با همسر

آیهٔ ﴿و جعل لکم من ازواجکم بنین و حفدةً ...﴾ اشاره به رشد و پرورش فرزندان

۱۱- **گزینه ۲**

تعلیم و تربیت مبارک‌ترین کاری است که خداوند آن را بر دوش انبیا و اوصیا گذاشته است.

(مهارت‌های معلمی - فصل ۱ ـ صفحهٔ ۱۸)

۱۲- **گزینه ۴**

درس‌نامه علم را مقدس بدانیم؛ زیرا خداوند هم به قلم قسم خورده است، هم به آن‌چه نوشته می‌شود: ﴿ن وَ القَلَمِ وَ ما یَسْطُرونَ﴾

اسلام برای آموزش هیچ محدودیتی قائل نیست:

۱ نه محدودیت زمانی ۲ نه محدودیت مکانی ۳ نه محدودیت جغرافیایی ۴ نه محدودیت مقداری ۵ نه محدودیت جانی ۶ نه محدودیت انسانی ۷ نه محدودیت مکتبی

محدودیت جانی «لو یعلم الناس ما فی طلب العلم لطلبوه و لو بسفك المهج و خوض اللجج» اگر مردم ارزش علم را می‌دانستند به سراغ آن می‌رفتند، گرچه به قیمت جان خود و فرورفتن در امواج دریا باشد.

(مهارت‌های معلمی - فصل ۱ ـ صفحهٔ ۲۶)

۱۳- **گزینه ۱**

حیات انسان، در ایمان و عمل صالح است و خداوند متعال و انبیا هم مردم را با همان دعوت کرده‌اند: «دعاکم لما یحییکم» (مهارت‌های معلمی - فصل ۱ ـ صفحهٔ ۲۷)

۱۴- **گزینه ۲**

از نعمت‌هایی که خداوند به پیامبر اسلام ﷺ مرحمت فرمود، سعهٔ صدر بود: ﴿أ لم نشرح لك صدرك﴾ «(ای پیامبر) آیا به تو شرح صدر عطا نکردیم؟» (مهارت‌های معلمی - فصل ۲ ـ صفحهٔ ۳۳)

۱۵- **گزینه ۲**

درس‌نامه این عنایت تنها مخصوص علم نیست؛ بلکه گاهی بصیرت، حکمت و نور باطنی ویژه نیز به برخی افراد خاص داده می‌شود که بر اثر آن، با نگاه ساده می‌نگرند، ولی مسائل عمیقی را درک می‌کنند.

معلم باید توفیقاتش را از خدا بداند. بعضی علوم را می‌توان با تعلیم، تحصیل، تدریس، مطالعه و گفت‌وگو کسب کرد؛ اما تمام علوم این‌ها نیست. گاهی بعضی علوم و ادراکات ویژه، به افراد ویژه داده می‌شود. قرآن کریم دربارهٔ حضرت یوسف علیه‌السلام می‌فرماید: ﴿و کذلك یجتبیك ربّك و یعلّمك من تأویل الأحادیث﴾ «خدا تو را انتخاب کرد و علم ویژه به تو داد.»

(مهارت‌های معلمی - فصل ۲ ـ صفحهٔ ۴۰)

۱۶- **گزینه ۳**

درس‌نامه امام رضا علیه‌السلام در نامه‌ای به فرزندش امام جواد علیه‌السلام نوشت: «شنیدم شما را از در ویژه‌ای به جلسات می‌برند؛ ولی شما باید از همان دری بروید که همه می‌روند تا فقرا به شما دسترسی پیدا کنند.»

مربوط به ویژگی مردمی‌بودن.

معلم و استادی موفق است که شاگردان او به راحتی بتوانند به او دسترسی پیدا کنند.

در اولین آیهٔ سورهٔ مجادله می‌خوانیم: ﴿قد سمع الله قول التی تجادلك فی زوجها﴾ این آیه دلالت دارد که یک زن عادی می‌توانست به شخص پیامبر ﷺ دسترسی پیدا کند و مشکلاتی را که با همسرش داشت، مطرح نماید. (مهارت‌های معلمی - فصل ۲ ـ صفحهٔ ۴۵)

۱۷- **گزینه ۴**

درس‌نامه اگرچه در برخورد با افراد معاند یا از بین بردن اشتباه و خطاهای جدی و عمومی یا رفع سستی جامعه در قبال احکام و حدود الهی، بیان صریح حقایق و مبارزه با اوهام و اباطیل لازم است، اما معلمان و گویندگان محترم باید ظرفیت مخاطبان خود را نیز در نظر داشته باشند.

نمونه‌ای از صراحت در بیان قرآن کریم، در ردّ ادعاهای دروغین و خیال‌پردازی‌های فراوان بنی‌اسرائیل است؛ چراکه به صورت علنی، بافته‌های خیالی و موهومات فکری آن‌ها را ردّ کرده است.

(مهارت‌های معلمی - فصل ۲ ـ صفحات ۴۷ و ۴۸)

۱۸- **گزینه ۳**

اگر استاد دردآشنا باشد، به محرومین توجه خواهد داشت. مبلغ و معلم باید بدانند که بی‌توجهی به محرومان و روی‌گرداندن از ایشان، توبیخ خداوند بزرگ را به دنبال دارد: ﴿عبس و تولی * ان جاءه الاعمی﴾ «چرا عبوس و ترش‌رو گشت * از این‌که آن نابینا به حضورش آمد؟»

(مهارت‌های معلمی - فصل ۲ ـ صفحهٔ ۷۰)

۱۹- **گزینه ۱**

درس‌نامه درس عملی عمیق‌تر از درس غیرعملی است. متأسفانه ما از زبان خود و گوش مردم خیلی انتظار داریم و این غلط است. به قول شاعر، «دو صد گفته، چون نیم کردار نیست.» امام صادق علیه‌السلام فرمودند: «با غیر زبان خود مردم را دعوت نمایید.»

خداوند متعال هنگامی که می‌خواهد فرمان صلوات بر پیغمبر ﷺ را صادر کند، می‌فرماید: «من و ملائکه‌ام دائماً بر پیغمبر درود می‌فرستیم»، سپس دستور می‌دهد: «ای اهل ایمان! شما هم بر او صلوات بفرستید.»

یعنی کسی که می‌خواهد دستوری بدهد، باید خودش قبلاً به آن عمل کرده باشد.

(مهارت‌های معلمی - فصل ۳ ـ صفحهٔ ۷۷)

۲۰- **گزینه ۴**

درس‌نامه آشنایی با مقاومت و صبر دیگران، برای انسان مایهٔ تسلی و دلداری است، به ویژه در حوزهٔ تعلیم و تربیت؛ چراکه علما و دانشمندان ما هم در تعلیم و تدریس و هم در پژوهش و تحقیق تلاش‌های کمرشکنی کرده‌اند و در زندگی‌نامه و خاطرات آنان، بخش‌هایی از این تلاش‌ها و صبرها آمده است. برای همهٔ معلمان محترم آشنایی با این اسوه‌های تعلیم و تربیت امری ضروری است.

آشنایی با مشکلات دیگران: اگر انسان فقط به مشکلات خود توجه کند، ناراحت و گلایه‌مند و بی‌نشاط می‌شود؛ اما اگر نیم‌نگاهی به مشکلات دیگران داشته باشد، ظرفیت او بالا، روح او بزرگ و در برابر مشکلات مقاوم‌تر می‌شود. قرآن به پیامبرش می‌گوید: مقاومت و صبر داشته باش، کما این‌که پیامبران اولوالعزم دیگر صبر کردند: ﴿فاصبر کما صبر أولو العزم من الرّسل﴾

(مهارت‌های معلمی - فصل ۳ ـ صفحات ۱۱۴ و ۱۱۵)

هوش و استعداد معلمی

۲۱- **گزینه ۳**

مشاوره سؤالات متن بلند از جمله سؤالاتی است که به احتمال زیاد در آزمون مطرح می‌شود. سؤال از متن بلند می‌تواند شامل سؤال از نتیجهٔ متن، عنوان متن، منظور از یک واژه، عبارت و ... باشد. برای پاسخگویی به این سؤالات، خواندن متن و درک سؤال و فهمیدن گزینه‌ها بسیار اهمیت دارند.

استراتژی ابتدا سؤال و سپس پاراگراف اول را بخوانید.

بررسی گزینه‌ها: ۱) در خط اول پاراگراف اول آمده که «هنر در چارچوب ..... برای آزادسازی ظرفیت‌های خلاق .....» یعنی بر اهمیت خلاقیت افراد تأکید دارد.
۲) در انتهای خط اول پاراگراف اول آمده که «تا در سطوح برتر و پیشرفته‌تر .....» که می‌توان از آن این برداشت را داشت که هنر را به نوعی ابزاری برای اهداف والاتر قلمداد می‌کند.
۳) در هیچ قسمتی از پاراگراف اول در مورد این‌که «هنر را مقوله‌ای اجتماعی ـ سیاسی محسوب کند» نیامده است؛ پس این گزینه جواب است.
۴) در خط سوم پاراگراف اول آمده که «در تربیت هنری که آزادی مطلق دانش‌آموزان را .....»؛ پس «آزادی حداکثری در تربیت هنری را همواره ضروری می‌داند.» را می‌توان نتیجه گرفت.

۲۲- گزینه ۳

استراتژی ابتدا گزینه‌ها را خوانده و بعد با دقت متن را بخوانید و ببینید کدام گزینه در متن دیده می‌شود.

بررسی گزینه‌ها: ۱) طبق متن، برداشت سنتی از ماهیت هنر و دلالت‌های آن برای برنامهٔ درسی و آموزش، یکی از عوامل اصلی علت عدم تمایل نظام‌های آموزشی به سرمایه‌گذاری در حوزهٔ هنر بیان شده، پس این گزینه نادرست است.
۲) این گزینه هم نادرست است، چون در پاراگراف دوم آمده که «نگرش دلوز نسبت به خلاقیت با رویکرد سنتی متفاوت است.»؛ بنابراین این گزینه هم از متن برداشت نمی‌شود.
۳) این گزاره درست است، زیرا طبق پاراگراف دوم متن، «در نگرش دلوز، هنر عرصهٔ تخیل و مرزشکنی و ایجاد فضایی برای مطرح‌کردن فرضیه‌های علمی و فلسفی است.»؛ بنابراین می‌توان گفت که دلوز خلاقیت هنری را به نوعی روشی برای بازکردن عرصه‌های جدید در حوزه‌های مختلف قلمداد می‌کند.
۴) این گزینه هم نادرست است، چون طبق نظر دلوز «هنر را نمی‌توان و الزاماً نباید با علم، فلسفه و عرفان برای موضوعات مختلف دست و پایش را بست و محدود کرد.»

۲۳- گزینه ۴

استراتژی سه پرسش داده‌شده را با دقت بخوانید و سپس ببینید در مورد کدام‌یک از آن‌ها در متن، مطالبی بیان شده که بتوانید به آن پرسش پاسخ دهید.

بررسی پرسش‌ها: الف) در متن هیچ اشاره‌ای به قرنی که انتقادات مطرح شده، نیامده است، پس به این پرسش با توجه به متن داده‌شده نمی‌توان پاسخ داد.
ب) در سخنی که از زبان دلوز مطرح شده، فقط بیان شده که «هنر سینما و نمایش» را به طور خاص‌تر نباید محدود کرد و دلیلی برای این‌که «چرا سینما و نمایش نمونه‌های اصیل هنر هستند»، بیان نشده است؛ پس به این پرسش هم نمی‌توان پاسخ داد.
ج) طبق رویکرد سنتی و نظر دلوز دربارهٔ هنر، خلاقیت از اهمیت بالایی برخوردار است؛ پس به این پرسش با توجه به متن داده‌شده می‌توان پاسخ داد و ۴) درست است.

۲۴- گزینه ۱

مشاوره سؤالات متن کوتاه یکی از انواع سؤالاتی هستند که در آزمون‌ها ممکن است مطرح شوند. در این سؤالات، گاهی به طور مستقیم از اطلاعات متن سؤال می‌پرسند، گاهی باید از متن، یک نتیجه‌گیری شود و گاهی وسط یا انتهای متن، جای خالی قرار می‌دهند که باید متناسب با متن، گزینهٔ مناسب برای جای خالی را انتخاب کنید. گاهی هم فقط قسمت‌هایی از متن اهمیت دارند و در مورد آن‌ها سؤال مطرح می‌شود.

استراتژی متن را به دقت بخوانید و سپس هر گزینه را در جای خالی قرار دهید و ببینید با کدام‌یک از گزینه‌ها جمله کامل می‌شود و در ادامهٔ مطالب گفته شده است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) قبل از جای خالی آمده که «وقتی چشمان ما روی سطوح بزرگ خالی حرکت می‌کند، روی نقطه‌ها متوقف می‌شوند.» بنابراین اگر در ادامه بگوییم که «نقطه‌ها عناصر مؤثری برای جلب نگاه و تأکید بر قسمتی از یک تصویر هستند.» می‌توان گفت که به صورت منطقی و قابل قبولی جملهٔ قبلی را کامل می‌کند؛ پس همین گزینه برای پرکردن جای خالی مناسب است.
۲) این گزینه در مورد بهتربودن «اشکال هندسی موزون و خطوط» صحبت کرده که کاملاً با متن جمله در تناقض است، چون متن در مورد «نقطه» است.
۳) در این گزینه در مورد جایگاه نقطه در عکاسی صحبت کرده که ربطی به جملهٔ قبلی ندارد. چون در جملهٔ قبلی از جای خالی در مورد دید چشم‌ها صحبت شده و جای خالی با کلمهٔ «بنابراین» در ابتدای آن باید نتیجه‌ای از جملهٔ قبلی باشد؛ پس این گزینه هم مناسب نیست.
۴) این گزینه نتیجهٔ مناسبی برای جملهٔ قبلی نیست و البته معطوف‌شدن نگاه به موضوعی به خاطر هنر هنرمند هم ایرادی ندارد که بخواهیم مراقب آن باشیم!

۲۵- گزینه ۲

استراتژی با دقت متن را بخوانید و بعد ببینید کدام گزینه طبق آن قابل نتیجه‌گیری است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) در متن داده‌شده دربارهٔ هنر مناطق مختلف کشور، صحبت شده و فعالیتی که در آن‌ها بیشتر مشهود است، ولی در مورد آرزوهای آن‌ها سخنی به میان نیامده است.
۲) از متن داده‌شده کاملاً می‌توان این گزینه را نتیجه گرفت، چون دقیقاً در مورد هنر آن‌ها با نوع زندگی و فعالیتشان صحبت شده است.
۳) در متن مطلبی در مورد گردشگری نیامده است، لذا نمی‌توان چنین چیزی را نتیجه گرفت.
۴) اولاً که آداب و رسوم مردم ایران بر هنر آن‌ها تأثیر گذاشته و ثانیاً هنرهای شفاهی و مکتوب به نوعی در هم تنیده هستند و تمایزی نمی‌توان برای آن‌ها قائل شد.
در نتیجه ۲) بهترین نتیجه‌گیری از متن داده‌شده است.

۲۶- گزینه ۴

استراتژی هر گزینه را درست فرض کنید و براساس درستی آن ببینید مطلب نهایی متن، طبق آن نقض می‌شود یا خیر.

بررسی گزینه‌ها: ۱) با فرض درستی این گزاره، یعنی «یکی از دلایلی که منجر به تصویب قانون کار کودک شد، تغییر نگرش قانون‌گذاران نسبت به موضوع کودکان کار در آن دوره بوده است» ادعای پایانی متن تقویت می‌شود نه تضعیف و آن را زیر سؤال نمی‌برد.
۲) با فرض درستی این گزاره، ادعای پایانی متن زیر سؤال نمی‌رود، بلکه می‌توان گفت با علاقهٔ لوئیس به عکاسی از این سوژه‌ها و انتشار آن‌ها در اواخر قرن نوزدهم، قانون کار در نیمهٔ اول قرن بیستم تصویب شد.
۳) با فرض درستی این گزاره، ادعای پایانی متن زیر سؤال نمی‌رود، بلکه به نوعی آن را تقویت هم می‌کند.
۴) با فرض درستی این گزاره، یعنی تصویب قوانین کار کودک، نوعی عوام‌فریبی بود، ادعای پایانی متن زیر سؤال می‌رود، چون در پایان متن در مورد نتیجهٔ اَعمال لوئیس، تأثیرش بر قانون کار کودکان و اصلاح آن صحبت شده نه این‌که این قانون به نوعی الکی است؛ پس همین گزینه جواب است.

۲۷- گزینه ۳

استراتژی دو عبارتی را که زیر آن‌ها خط کشیده شده، به دقت بخوانید و بعد ببینید کدام گزینه ارتباط آن‌ها را به بهترین نحو بیان می‌کند.

بررسی گزینه‌ها: ۱) اولی کاملاً درست است و چند روش ساختن صدا با رنگ‌های مختلف را بیان کرده است، ولی دومی به درستی بیان نشده، چون دومی آن روش‌ها را در حوزه‌ای دیگر بیان نمی‌کند، بلکه روش‌های دیگری در نقاشی که نتیجهٔ آن مشابه روش‌های تولید رنگ صوتی است، بیان شده است.
۲) اولی نادرست است، چون اولی چند روش ساخت رنگ صوتی است نه تشخیص آن‌ها ولی دومی تا حدی می‌تواند درست باشد.
۳) اولی درست است، چون چند روش تولید رنگ‌های صوتی متفاوت را بیان کرده و دومی هم به درستی بیان شده، چون با زدن مثال در حوزهٔ دیگری (نقاشی) در مورد آن بیشتر توضیح داده است تا به نوعی بتوانیم نوع عملکرد آن روش را ملموس‌تر ببینیم.
۴) اولی نادرست است، چون روش تولید صدا را بیان می‌کند نه تعیین صدا را و دومی بر اهمیت آن روش‌ها در حوزه‌ای دیگر تأکید نمی‌کند، بلکه با آوردن مثالی در حوزهٔ نقاشی، می‌خواسته درک آن موضوع را برای ما بهتر کند.
در نتیجه می‌توان گفت ۳) رابطهٔ دو بخشی را که زیر آن‌ها خط کشیده شده، به منطقی‌ترین شکل، نشان می‌دهد.

۲۸- گزینه ۲

مشاوره یکی از مباحث مهم استدلال و منطق، موضوع آرایش نشستن یا چینش اشیا یا مرتب‌کردن داده‌ها است. با تمرین زیاد روش حل این سؤالات را یاد بگیرید.

درس‌نامه برای حل سؤالات چینش، مطابق صورت سؤال و تعداد افراد یا اشیا جایگاه‌های لازم را در نظر می‌گیریم؛ سپس از شرطی که جایگاه شیئی را مشخص کرده، شروع می‌کنیم و بعد با استفاده از بقیهٔ شرط‌ها، به ترتیب جایگاه بقیهٔ اشیا را تعیین می‌کنیم.

استراتژی صندلی را دومین سوژه قرار دهید؛ پس میز سومین سوژه می‌شود و ...

گام ۵ سوژه داریم که باید طبق اطلاعات مسئله و دادهٔ این سؤال، ترتیب رسم آن‌ها را مشخص کنیم؛ پس ۵ جایگاه می‌کشیم و صندلی را در دومین جایگاه قرار می‌دهیم:

	صندلی			
پنجمین سوژه	چهارمین سوژه	سومین سوژه	دومین سوژه	اولین سوژه

گام طبق اطلاعات سؤال، میز را باید بعد از صندلی رسم کند؛ پس داریم:

	صندلی	میز		
۱	۲	۳	۴	۵

گام از طرفی باید میز قبل از گلدان رسم شود و چون گل باید درون گلدان رسم شود، پس گل را بعد از گلدان باید رسم کند؛ در نتیجه می‌توان ترتیب زیر را برای آن‌ها نوشت:

گل	گلدان	میز	صندلی	کوه
۱	۲	۳	۴	۵

در نتیجه کوه اولین سوژهٔ نقاشی او خواهد بود.

۲۹- گزینه ۱

استراتژی گل را چهارمین سوژه قرار دهید؛ بنابراین گلدان باید قبل از آن باشد.

گام گل را در چهارمین جایگاه قرار می‌دهیم:

			گل	
۱	۲	۳	۴	۵

گام چون گل باید بعد از گلدان و میز قبل از گلدان رسم شود، حالت‌های زیر را داریم:

حالت اول:

	میز	گلدان	گل	
۱	۲	۳	۴	۵

حالت دوم:

	گل	گلدان		
۱	۲	۳	۴	۵

حالت سوم:

	گل	گلدان	میز	
۱	۲	۳	۴	۵

گام میز را باید بعد از صندلی رسم کند، پس حالت‌های دوم و سوم حذف شده و تنها حالت قابل قبول، حالت اول است و ترتیب رسم سوژه‌ها به صورت زیر می‌شود:

کوه	گل	گلدان	میز	صندلی
۱	۲	۳	۴	۵

در نتیجه قبل از کوه ۴ سوژه رسم شده است.

۳۰- گزینه ۳

استراتژی کوه و میز را در جایگاه‌های ممکن متوالی قرار دهید و بعد شرط رسم میز قبل از گلدان و بعد از صندلی را اِعمال کنید.

گام کوه و میز باید به صورت متوالی رسم شوند و از طرفی میز باید بعد از صندلی و قبل از گلدان رسم شود، پس در جایگاه‌های اول و پنجم نمی‌تواند باشد؛ در نتیجه حالت‌های زیر را داریم:

حالت اول:

	کوه	میز		
۱	۲	۳	۴	۵

حالت دوم:

	میز	کوه		
۱	۲	۳	۴	۵

حالت سوم:

		میز	کوه	
۱	۲	۳	۴	۵

حالت چهارم:

		کوه	میز	
۱	۲	۳	۴	۵

گام میز باید قبل از گلدان و بعد از صندلی و گل بعد از گلدان باشد، پس حالت‌های سوم و چهارم حذف می‌شوند، چون بعد از میز یک جای خالی داریم؛ پس نمی‌توانیم گلدان و گل را بعد از آن قرار دهیم؛ در نتیجه داریم:

حالت اول:

گل	گلدان	میز	کوه	صندلی
۵	۴	۳	۲	۱

حالت دوم:

گل	گلدان	کوه	میز	صندلی
۵	۴	۳	۲	۱

گام گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم: ① در حالت دوم، سوژهٔ دوم کوه نیست. ✗

② در حالت دوم، سوژهٔ سوم میز نیست. ✗

③ در هر دو حالت، گلدان چهارمین سوژه است. ✓

④ در هر دو حالت، صندلی اولین سوژه است نه دومین. ✗

پس تنها ③ به طور قطع درست است.

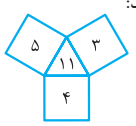
۳۱- گزینه ۱

مشاوره در این تیپ از سؤالات باید با بررسی اعداد و پیداکردن قانون بینشان به جواب برسید که احتیاج به تمرین زیاد دارد.

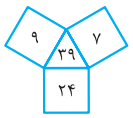
درس‌نامه برای حل سؤالاتی که در آن‌ها چند شکل یکسان با اعداد متفاوت داریم، باید رابطهٔ بین اعداد هر شکل را پیدا کنیم. معمولاً با انجام عملیاتی بین عددهایی که در دور شکل هستند، عدد وسطی به دست می‌آید. ابتدا به سراغ جمع، تفریق، ضرب و تقسیم یا ترکیبی از آن‌ها می‌رویم. اگر با این‌ها نتوانستیم رابطه‌ای پیدا کنیم، سراغ سایر اعمال ریاضی مثل بخش‌پذیری، ب.م.م و ... می‌رویم یا سعی می‌کنیم رابطه‌ای بین ارقام اعداد پیدا کنیم.

استراتژی دو عدد بالایی را در هم ضرب کنید و بعد یک عمل تفریق انجام دهید.

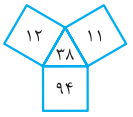
گام با بررسی اَعمال مختلف روی اعداد به این نتیجه می‌رسیم که اگر دو عدد بالایی را در هم ضرب کرده و منهای عدد پایینی کنیم، عدد وسطی به دست می‌آید:



$\Rightarrow (5\times3)-4=15-4=11$

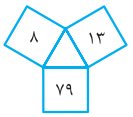


$\Rightarrow (9\times7)-24=63-24=39$



$\Rightarrow (12\times11)-94=132-94=38$

گام حالا قانون گام قبل را روی شکل آخر اِعمال می‌کنیم:



$\Rightarrow (8\times13)-79=104-79=25$

۳۲- گزینه ۴

استراتژی ب.م.م سه عدد را پیدا کنید.

درس‌نامه برای به دست آوردن بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک یا ب.م.م ابتدا اعداد را تجزیه می‌کنیم، سپس عوامل مشترک با کم‌ترین توان آن‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

گام ابتدا اندازهٔ اضلاع را به سانتی‌متر تبدیل می‌کنیم:

$4/5\ m=450\ cm, 9/9\ m=990\ cm, 16/2=1620\ cm$

گام با تجزیهٔ اعداد، ب.م.م آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}450=2\times3^2\times5^2\\990=2\times3^2\times5\times11\\1620=2^2\times3^4\times5\end{cases}\Rightarrow (450,990,1620)=2\times3^2\times5=90\ cm$$

پس بزرگ‌ترین تکه‌چوب مطلوب، ۹۰ سانتی‌متر است.

۳۳- گزینه ۲

استراتژی مقدار شکر اضافه‌شده را x در نظر بگیرید و معادله بنویسید.

گام فرض کنیم x کیلوگرم شکر به محلول آب و شکر اضافه کرده‌ایم. چون غلظت محلول آب و شکر برحسب درصد بیان شده، پس معادله را به این صورت می‌نویسیم:

$$۱۰۰\times x+۲/۸\times ۵۰=۱۰(x+۵۰)$$

گام معادلهٔ حاصل را حل می‌کنیم:

$$۱۰۰x+۱۴۰=۱۰x+۵۰۰ \Rightarrow ۹۰x=۳۶۰ \Rightarrow x=۴$$

کیلوگرم

پس باید ۴ کیلوگرم شکر به آن اضافه کنیم.

۳۴- گزینه ۲

استراتژی پاداش حسن را x فرض کنید. سهم هر نفر و سهم خرید او را برحسب x بنویسید.

گام فرض کنید حسن x هزار تومان پاداش گرفته باشد. با توجه به مسئله ابتدا درصدی را که به همسر و فرزندانش می‌رسد، می‌نویسیم:

$$\text{سهم همسر حسن } \frac{۴۰}{۱۰۰}x=۰/۴x$$

$$\text{سهم فرزندان } \frac{۲۰}{۱۰۰}(x-۰/۴x)=\frac{۲}{۱۰}\times ۰/۶x=۰/۱۲x$$

گام حالا مقدار پولی را که صرف خرید اقلام مورد نیاز کرده، برحسب x می‌نویسیم:

$$\underbrace{\frac{۵۰}{۱۰۰}(x-(۰/۴x+۰/۱۲x))}_{\text{۵۰ درصد باقی‌مانده}}=\frac{۱}{۲}(x-۰/۵۲x)=\frac{۱}{۲}\times ۰/۴۸x=۰/۲۴x$$

گام در نهایت باقی‌ماندهٔ پول او را به دست آورده و برابر ۲۱۰ هزار تومان قرار می‌دهیم:

$$\text{باقی‌ماندهٔ پول}=x-(۰/۴x+۰/۱۲x+۰/۲۴x)=x-۰/۷۶x=۰/۲۴x$$

$$\Rightarrow ۰/۲۴x=۲۱۰ \Rightarrow x=۸۷۵$$

هزار تومان

۳۵- گزینه ۳

مشاوره در این تیپ از سؤالات، مسئله‌ای با دو حالت داده می‌شود که با حل سؤال در دو حالت و با توجه به خواستهٔ سؤال باید یکی از موارد داده‌شده در صورت سؤال را انتخاب کرده و گزینهٔ مربوط به آن را در پاسخبرگ علامت بزنید. معمولاً سؤالات سختی نیستند و با کمی دقت حل می‌شوند.

استراتژی مقدار رنگ زرد را x و مقدار رنگ قرمز را y فرض کنید و تساوی‌های لازم را بنویسید.

گام فرض کنیم مقدار رنگ زرد x و مقدار رنگ قرمز y لیتر باشد؛ در نتیجه داریم:

$$x+y=۱۲/۱$$

$$\frac{۲}{۱۵}y=\frac{۸}{۶۰}x \Rightarrow \frac{۲}{۱۵}y=\frac{۲}{۱۵}x \Rightarrow x=y$$

گام مقادیر «الف» و «ب» را مشخص می‌کنیم، نیازی به حل معادلهٔ $x+y=۱۲/۱$ نیست و از همان تساوی دوم نتیجه می‌گیریم که $x=y$ است، یعنی مقدار رنگ زرد و قرمز برابر می‌باشد؛ بنابراین مقادیر «الف» و «ب» برابر هستند و ③ را انتخاب می‌کنیم.

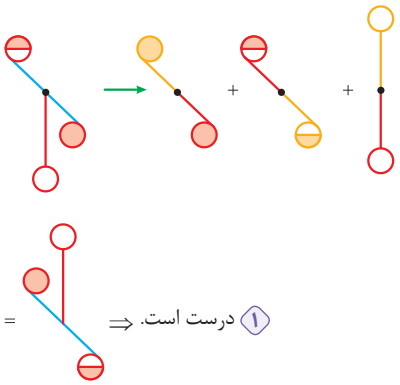
۳۶- گزینه ۱

مشاوره یکی از انواع هوش تصویری، سؤالات تقارن است که خیلی ساده هستند و فقط به کمی دقت نیاز دارند.

استراتژی قرینهٔ هر قسمت از شکل را نسبت به نقطهٔ داده‌شده پیدا کنید.

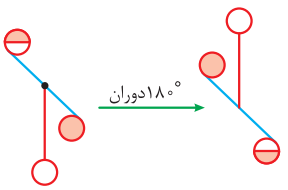
درس‌نامه برای پیداکردن تقارن یک شکل نسبت به نقطه، کافی است از رأس‌های شکل، به آن نقطه وصل کرده و سپس به همان اندازه آن را ادامه دهیم تا رأس مورد نظر در تقارن‌یافتهٔ آن مشخص شود. قرینهٔ یک شکل نسبت به یک نقطه با دوران ۱۸۰° آن یکسان است.

روش قسمت‌های مختلف شکل را به نقطه وصل کرده و تقارن‌یافتهٔ آن را پیدا می‌کنیم:



= ⇒ ① درست است.

روش شکل را ۱۸۰° دوران می‌دهیم:



⇒ ① درست است.

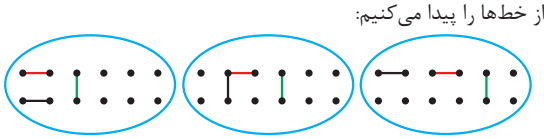
۳۷- گزینه ۴

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند که بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

استراتژی به جابه‌جایی هر کدام از خط‌ها دقت کنید.

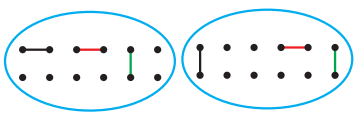
درس‌نامه در سؤالات الگو برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم. برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه کردن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

گام در شکل‌های داده‌شده در هر مرحله خط‌ها تغییر مکان داده‌اند؛ پس الگوی جابه‌جایی هر کدام از خط‌ها را پیدا می‌کنیم:



پاره‌خط قرمز در هر مرحله یکی به سمت راست جابه‌جا شده است. پاره‌خط سبز هم به همین ترتیب، یکی به راست رفته است. پاره‌خط مشکی ۹۰° پادساعتگرد روی چهار نقطهٔ سمت چپ جابه‌جا شده است.

گام با انجام روند گام قبل روی شکل سوم، شکل ? را پیدا می‌کنیم:



④ درست است. ⇒

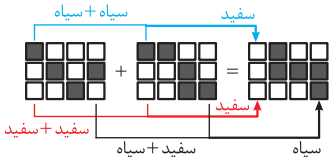
۳۸- گزینه ۲

استراتژی به ترکیب رنگ‌ها توجه کنید که نتیجه چه رنگی شده است.

درس‌نامه در سؤالات معادلات اشکال، معمولاً با ترکیب اشکال، جمع‌شدن خطوط یا حذف‌شدن آن‌ها و ... سروکار داریم. با دقت به معادلهٔ داده‌شده، عملی را که روی دو شکل انجام شده و از آن شکل سوم به دست آمده است، پیدا می‌کنیم و سپس همان عمل را روی معادلهٔ خواسته‌شده انجام می‌دهیم.

گام چون بین دو شکل سمت چپ علامت + وجود دارد و مربع‌های رنگی داریم، به ترکیب رنگ‌ها دقت می‌کنیم:

شکل سمت راست را 90° پادساعتگرد می‌چرخانیم:



توجه کنید که اگر شکل را 90° ساعتگرد بچرخانیم، به قانون خاصی نمی‌رسیم.

همان‌طور که می‌بینید، قانون ترکیب رنگ‌ها به صورت زیر است:

سیاه = سفید + سیاه سفید = سفید + سفید سفید = سیاه + سیاه

گام قانون به‌دست‌آمده را روی معادلهٔ بعدی اِعمال می‌کنیم:



(۲) درست است. ⇒

با بررسی فقط همان ستون اول هم می‌توانستیم به جواب (۲) برسیم.

۳۹- گزینه ۴

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند که بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

استراتژی به دوران یا جابه‌جایی هر قطعه از شکل‌ها دقت کنید.

درس‌نامه در سؤالات الگو برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم.

برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه کردن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

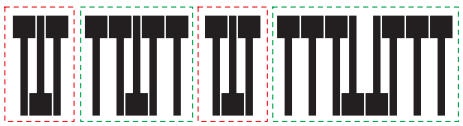
گام مثلث‌های رنگی در دو شکل اول از سمت چپ در سمت بالا و در دو شکل بعدی 90° پادساعتگرد نسبت به آن‌ها جابه‌جا شده‌اند؛ پس در شکل ؟ باید در سمت پایین شکل باشند؛ بنابراین (۱) و (۲) حذف می‌شوند.

گام دایره‌های رنگی در شکل دوم از سمت چپ نسبت به شکل اول، 90° پادساعتگرد جابه‌جا شده‌اند. در شکل سوم، تغییر مکان نداده‌اند و در شکل چهارم مجدداً 90° پادساعتگرد جابه‌جا شده‌اند؛ پس در شکل ؟ هم نباید تغییر مکان بدهند؛ بنابراین (۴) درست است.

۴۰- گزینه ۱

درس‌نامه در سؤالات الگو یا دنباله‌های تکرارشونده تعدادی از قطعات شکل، به طوری متناوب تکرار می‌شوند. باید تعدادی که تکرار می‌شوند و روند تکرار آن‌ها را پیدا کنیم که معمولاً با کمی دقت به راحتی می‌توانید به جواب برسید.

استراتژی برای شکل‌های و  قانون پیدا کنید.



؟

شکل را می‌توان به دسته‌های مشخص‌شده تقسیم کرد که در هر کدام یکی یا دوتا از  داریم که در دو طرف آن به تعداد مساوی  وجود دارد؛ پس به جای ؟ هم باید یک دسته از شکل‌ها با این قانون قرار بگیرند که تنها در (۱) این‌طور است، یعنی دوتا رو به پایین و دوتا رو به بالا در اطراف آن‌ها وجود دارد؛ بنابراین (۱) جواب درست است.

تعلیم و تربیت اسلامی

۱- گزینه ۱

درس‌نامه

- سرنوشت ابدی انسان‌ها در آخرت براساس اعمال آنان در دنیا تعیین می‌شود. (الدُّنیا مَزرَعَةُ الآخِرَة)
- لازم است برای آمادگی جهت سفر عظیم (آخرت) قدم در مسیری بگذاریم که موفقیت آن حتمی باشد و با سربلندی و پیروزی به دیدار پروردگار برسیم، نه حسرت‌زده و پشیمان.
- هدف از خلقت انسان، رسیدن به مقام قرب اوست.
- قراردادن زندگی در مسیر این هدف باعث می‌شود که زندگی دنیا لذت‌بخش و مطمئن شود و رستگاری و خوشبختی را به همراه داشته باشد.
- برای رسیدن به چنین هدف بزرگ و برتری لازم است برنامه‌ریزی کنیم، قدم در راهی بگذاریم که پایان و سرانجامی این‌گونه زیبا داشته باشد و در راهی قرار نگیریم که خود را گرفتار آتش دوزخ کرده باشیم.

هدف از خلقت انسان رسیدن به مقام قرب الهی است که برای رسیدن به آن، برنامه‌ریزی نیاز است.

۲- گزینه ۴

امام علی ﷺ می‌فرماید: «زیرک‌ترین انسان کسی است که از خود و عمل خود برای بعد از مرگ حساب بکشد.»

یکی از بهترین زمان‌های محاسبهٔ سالانهٔ شب‌های قدر، ماه مبارک رمضان است.

توجه: طبق متن کتاب، **یکی از** بهترین زمان‌های محاسبهٔ سالانهٔ شب‌های قدر، ماه مبارک رمضان است، نه بهترین زمان محاسبهٔ سالانه.

۳- گزینه ۳

درس‌نامه

- یکی از ویژگی‌های مؤمنان این است که آن‌ها نسبت به خداوند دوستی و محبت شدیدی دارند.

آیه: ﴿وَ مِنَ النّاسِ مَن یَتَّخِذُ مِن دونِ اللّهِ اَنداداً یُحِبّونَهُم کَحُبِّ اللّهِ وَ الَّذینَ آمَنوا اَشَدُّ حُبّاً لِلّه﴾ (بقره، ۱۶۵)

ترجمه: «و بعضی از مردم همتایانی را به جای خدا می‌گیرند، آنان را دوست می‌دارند، مانند دوستی خدا اما کسانی که ایمان آورده‌اند، به خدا محبت بیشتری دارند.»

پیام‌ها:

- اشتباه برخی از مردم، شریک قراردادن غیرخدا در محبت به خداست.
- از ویژگی‌های مؤمنان، شدت محبّت آنان به خداوند است.
- محبت به خدا (تولّی)، آغاز دینداری است.
- با حدیث امام صادق ﷺ که می‌فرماید: «قلب انسان حرم خداست...»، ارتباط دارد.

قرآن کریم یکی از ویژگی‌های مؤمنان را دوستی و محبت شدید آنان نسبت به خداوند می‌داند. آیه: ﴿و من الناس من یتّخذ من دون اللّه اندادا یحبّونهم کحبّ اللّه ...﴾ حاکی از این مطلب است.

۴- گزینه ۲

درس‌نامه بیزاری از دشمنان خدا و مبارزه با آنان:

- عاشق روشنایی از تاریکی می‌گریزد و دوستدار حق، دشمن باطل است.
- آن‌کس که به دوستی با خدا افتخار می‌کند، با هر چه ضدّ خداست، مقابله می‌نماید.
- عاشقان خدا در حقیقت پرچمداران مبارزه با ستم و ستمگران بوده‌اند.
- مبارزه با ستم در برنامهٔ همهٔ پیامبران الهی بوده است.
- بیشتر پیامبران در حال مبارزه با ستمگران به شهادت رسیده‌اند.
- زیرپاگذاشتن حقوق ملت‌ها توسط مستکبران جز با مبارزه برطرف نخواهد شد.
- دینداری با دوستی خدا آغاز می‌شود و برائت و بیزاری از دشمنان خدا را به دنبال می‌آورد.

﴿ما احبّ اللّه من عصاه﴾: کسی که از فرمان خدا سرپیچی می‌کند، او را دوست ندارد.

تبری یعنی بیزاری از باطل و پیروان او. عاشق روشنایی، از تاریکی می‌گریزد و آن‌کس که به دوستی با خدا افتخار می‌کند، با هر چه ضد خداست، مقابله می‌نماید؛ او دوستدار حق و دشمن باطل است.

۵- گزینه ۱

اگر کسی به چیز حرامی روزهٔ خود را باطل کند، مثلاً دروغی را به خدا نسبت دهند، کفارهٔ جمع بر او واجب می‌شود. یعنی باید هر دو کفارهٔ یادشده را انجام بدهد. البته اگر هر دو برایش ممکن نباشد، می‌تواند هر کدام را که ممکن است، انجام دهد.

۶- گزینه ۲

عفاف حالتی در انسان است که به وسیلهٔ آن خود را در برابر تندروی‌ها و کندروی‌ها کنترل می‌کند تا بتواند در مسیر اعتدال و میانه‌روی پیش رود و از آن خارج نشود.

۷- گزینه ۴

درس‌نامه

- عفاف در تقابل با تبرّج است.
- تبرّج یعنی زیاده‌روی و افراط در آراسته‌کردن خود، تا حدّ رسیدن به خودنمایی و جلب توجه که از دیدگاه قرآن کاری جاهلانه است.
- تبرّج باعثِ غفلت انسان از هدف زندگی و مشغول‌شدن او به کارهایی می‌شود که عاقبتی جز دورشدن از خدا ندارد.

یکی از جلوه‌های عفاف مربوط به آراستگی و مقبولیت است. برخی انسان‌ها در آراستگی ظاهری و ابراز وجود و مقبولیت دچار تندروی می‌شوند.

همان دینی که ما را به آراستگی توصیه می‌کند، از خودنمایی و افراط در آراستگی پرهیز می‌دهد.

۸- گزینه ۳

درس‌نامه

آیه: ﴿وَ الَّذینَ کَسَبُوا السَّیِّئاتِ جَزاءُ سَیِّئَةٍ بِمِثلِها وَ تَرهَقُهُم ذِلَّةٌ﴾ (یونس، ۲۷)

ترجمه: «آنان که بدی پیشه کردند، جزای بد به اندازهٔ عمل خود می‌بینند و بر چهرهٔ آنان غبار ذلت می‌نشیند.»

پیام‌ها:

۱. ارتکاب گناهان و پاسخ مثبت دادن به تمایلات پست و دانی، علتِ ذلیل‌شدن انسان است.

۲. یکی از راه‌های رسیدن به عزّت، ترک معاصی است.

۳. عدل الهی که دلیلی بر ضرورت معاد از دادن جزای بد به همان اندازه برداشت می‌شود.

﴿و الّذین کسبوا السّیّئات جزاء ...﴾: «آنان که بدی پیشه کردند، جزای بد به اندازهٔ عمل خود می‌بینند و بر چهرهٔ آنان غبار ذلت می‌نشیند.»

۹- گزینه ۲

درس‌نامه

- مکمل‌بودن و زوجیت زن و مرد، یعنی با قرارگرفتن در کنار هم، یکدیگر را کامل می‌کنند.
- تفاوت در زن‌بودن و مردبودن، یعنی تفاوت در خصوصیات جسمی، باعث نیازمندی زن و مرد به یکدیگر می‌شود.
- برتری هر کس نزد خداوند به تقواست.
- نقش‌های متفاوت زن و مرد در خانواده:

برای انجام نقش‌های خاص خود براساس وظایفی که خالق حکیم برعهدهٔ هر یک از آن‌ها قرار داده است که خانواده‌ای متعادل را پدید می‌آورد.

مثال ۱: توانمندی عاطفی بیشتر زنان برای محبّت مادری و رشد فرزند
مثال ۲: قدرت جسمی بیشتر مردان برای کارکردن و نان‌آوری
تفاوت‌ها به گونه‌ای است که هر دو را به هم نیازمند کرده است.

۱۰- گزینه ۱

از نظر قرآن کریم، مهم‌ترین معیار همسر شایسته، باایمان‌بودن اوست.
فرزند ثمرهٔ پیوند زن و مرد و تحکیم‌بخش وحدت روحی آن‌هاست.

۱۱- گزینه ۱

درس‌نامه ناگفته پیداست که ربوبیت زمانی کامل است که براساس علم، حکمت، مصلحت و رحمت باشد، که خداوند همه را دارد.
در قرآن کریم، بعد از نام مبارک «اللّٰه»، بیشترین نامی که برای خدا به کار رفته، «رب» است.
(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۱۹)

۱۲- گزینه ۴

درس‌نامه انواع غفلت: غفلت از خداوند ـ غفلت از قیامت ـ غفلت از وظیفهٔ خود ـ غفلت از محرومان ـ غفلت از توانمندی‌های خود ـ غفلت از ارزش عمر خود
دلیل انحراف آن‌ها غفلت است. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۱ ـ صفحهٔ ۲۱)

۱۳- گزینه ۳

درس‌نامه تکلف این است که انسان کاری را با مشقت و تصنع انجام دهد؛ در زندگی، کار، پوشش، گفتار و رفتار به خود سخت بگیرد.
پیامبر اسلام ﷺ به مردم می‌فرمود: «و ما انا من المتکلّفین»: «من اهل تکلّف نیستم.»
تکلف این است که انسان کاری را با مشقت و تصنع انجام دهد.
(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۳۴)

۱۴- گزینه ۳

قرآن کریم گروهی را که به علم خود قانع بودند، توبیخ می‌کند.
(مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۳۹)

۱۵- گزینه ۲

درس‌نامه در تعلیم و تربیت نباید به مسئولیت‌ها نگاه مادی داشت. افرادی که کنار می‌روند باید به افرادی که تازه روی کار می‌آیند، کمک کنند؛ کمکی براساس ایمان، نه براساس رودربایستی و نفاق و تظاهر.
قرآن در آیهٔ ۸۱ سورهٔ آل عمران می‌فرماید که خداوند از همهٔ انبیا میثاق گرفت، مبنی بر این‌که علی‌رغم داشتن کتاب آسمانی و حکمت، آمادگی جابه‌جایی داشته باشند و اگر بعد از آن‌ها پیامبری آمد، به راحتی مسئولیت را به او واگذار کنند و بدون اخم و قهر به او ایمان بیاورند و او را یاری کنند. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۵۷)

۱۶- گزینه ۴

درس‌نامه تفقد از زیردستان، بازدید از آنان و پرس‌وجوی احوالشان، از اصول اسلامی، اخلاقی، اجتماعی، تربیتی و مدیریتی است.
میان استاد و شاگرد، به غیر از رابطهٔ علمی باید رابطهٔ عاطفی وجود داشته باشد. یکی از مصادیق ارتباط عاطفی آن است که از حال هم باخبر باشند. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۶۰)

۱۷- گزینه ۳

استاد مربی هم باید مثل دیگران تلاش کنند و از ابزار و تخصص بهره گیرند، اما در عین حال، راهی را برای امور پیش‌بینی‌نشده باز کنند.
خداوند به پیامبرش می‌فرماید: اگرچه تو تبلیغ دین می‌کنی، اما هدایت به دست ماست: ﴿انّك لا تهدي من احببت و لكنّ اللّٰه يهدي من يشاء و هو اعلم بالمهتدين﴾؛ «(ای پیامبر) همانا تو نمی‌توانی هر که را دوست داری هدایت کنی (و به مقصد برسانی)؛ بلکه این خداوند است که هر کس را بخواهد هدایت می‌کند و او به ره‌یافتگان آگاه‌تر است.»
آیه به توکل‌داشتن از صفات معلمی اشاره دارد. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۲ ـ صفحهٔ ۷۱)

۱۸- گزینه ۱

با توجه به آیهٔ شریفهٔ ﴿ادع الی سبیل ربك بالحكمة و الموعظة الحسنة و جادلهم بالتی هی احسن﴾ موعظهٔ نیکو آن است که واعظ به آن‌چه می‌گوید، عمل کند یا تحریک غلط احساسات نباشد. (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۸۲)

۱۹- گزینه ۴

﴿وعد اللّٰه الّذين آمنوا منكم و عملوا الصّالحات ليستخلفنّهم في الارض كما استخلف الذين من قبلهم﴾ «خداوند به کسانی از شما که ایمان آورده و کارهای شایسته انجام داده‌اند، وعده داده است که حتماً آنان را در زمین جانشین قرار دهد، همان‌گونه که کسانی پیش از ایشان را جانشین کرد.» (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۱۰۲)

۲۰- گزینه ۲

درس‌نامه معلم و استادی که الگوست، باید چون معلمان الهی، اهل ذکر باشد و پیوسته خدای تعالی را در نظر داشته باشد و در زندگی روزمره‌اش برنامه‌های منظم معنوی داشته باشد. امکان ندارد که انسان بدون یاد خداوند تعالی موفق باشد و بتواند در متعلّمان رشدی ایجاد نماید. علمای بزرگ ما ضمن سخت‌کوشی در علم‌آموزی و تعلیم و پژوهش، یک برنامهٔ منظم عبادی داشتند و با منطق و منش توحیدی خود توانستند انسان‌های بزرگی را تربیت کنند.
﴿الّذين يذكرون اللّٰه قياماً و قعوداً و على جنوبهم﴾؛ «[خردمندان] کسانی هستند که ایستاده و نشسته [خوابیده] بر پهلو یاد خدا می‌کنند.» (مهارت‌های معلمی ـ فصل ۳ ـ صفحهٔ ۱۰۶)

هوش و استعداد معلمی

۲۱- گزینه ۳

مشاوره سؤالات متن بلند از جمله سؤالاتی است که به احتمال زیاد در آزمون مطرح می‌شود. سؤال از متن بلند می‌تواند شامل سؤال از نتیجهٔ متن، عنوان متن، منظور از یک واژه، عبارت و ... باشد. برای پاسخگویی به این سؤالات، خواندن متن و درک سؤال و فهمیدن گزینه‌ها بسیار اهمیت دارند.

استراتژی ابتدا سؤال و سپس پاراگراف اول را بخوانید.

بررسی گزینه‌ها:
۱) طبق خط اول، جورج زیمنس استاد دانشگاه منیتوبای کانادا بوده، پس این گزینه در پاراگراف اول بیان شده است.
۲) نام مقالهٔ داونز «مقدمه‌ای بر دانش ارتباطی» بوده است که در خط دوم پاراگراف اول آمده است.
۳) نام مقالهٔ زیمنس در متن نیامده است. فقط گفته شده مقالهٔ او قبل از مقالهٔ داونز به چاپ رسید.
۴) طبق خط اول و دوم، در سال ۲۰۰۴ نظریهٔ ارتباط‌گرایی برای اولین بار ارائه شد.

۲۲- گزینه ۲

استراتژی ابتدا گزینه‌ها را خوانده و بعد با دقت متن را بخوانید و ببینید کدام گزینه در متن دیده می‌شود.

بررسی گزینه‌ها:
۱) طبق خط اول پاراگراف دوم، «در وهلهٔ اول نیازمند تبیین اهمیت و اولویت اطلاعات هستیم و سپس می‌بایست متصل‌بودن و مطلق‌ماندن ..... را حفظ نماییم.» پس متصل‌بودن به اجتماع انسانی در وهلهٔ دوم است.
۲) طبق خط آخر پاراگراف دوم «ساخت شبکه به زبان‌آموز این امکان را می‌دهد که در مواجهه با رشد سریع دانش بتواند همگام با آن پیش رود.» پس این گزینه درست است.
۳) طبق متن «نظریهٔ دانش ارتباطی بود که پایه‌های معرفت‌شناسی ارتباط‌گرایی را شکل داد.» پس این گزینه هم درست نیست.
۴) طبق پاراگراف دوم «یادگیری اساساً فرایند شکل‌دهی ارتباط‌ها یا شبکه‌سازی است نه آن‌که یادگیری از طریق ارتباط یا شبکه‌ها اتفاق بیفتد.» پس این گزینه هم اشتباه است.

۲۳- گزینه ۴

استراتژی سه پرسش داده‌شده را با دقت بخوانید و سپس ببینید در مورد کدام‌یک از آن‌ها در متن، مطالبی بیان شده که بتوانید به آن پرسش پاسخ دهید.

بررسی پرسش‌ها: (الف) دربارهٔ انتقاد به نظریهٔ ارتباط‌گرایی در متن داده‌شده مطلبی نیامده است، پس به این پرسش با توجه به متن نمی‌توان پاسخ داد.

(ب) نظریهٔ دانش ارتباطی بود که پایه‌های معرفت‌شناسی ارتباط‌گرایی را شکل داد؛ پس پیش از نظریهٔ ارتباط‌گرایی مطرح شده است.

(ج) در مورد سال شروع عصر دیجیتال مطلبی در متن نیامده، پس نمی‌توانیم جواب این پرسش را هم طبق متن پیدا کنیم.

بنابراین طبق متن تنها به پرسش «ب» می‌توان پاسخ داد.

۲۴- گزینه ۱

مشاوره سؤالات متن کوتاه یکی از انواع سؤالاتی هستند که در آزمون‌ها ممکن است مطرح شوند. در این سؤالات، گاهی به طور مستقیم از اطلاعات متن سؤال می‌پرسند، گاهی باید از متن، یک نتیجه‌گیری شود و گاهی وسط یا انتهای متن، جای خالی قرار می‌دهند که باید متناسب با متن، گزینهٔ مناسب برای جای خالی را انتخاب کنید. گاهی هم فقط قسمت‌هایی از متن اهمیت دارند و در مورد آن‌ها سؤال مطرح می‌شود.

استراتژی متن را به دقت بخوانید و سپس هر گزینه را در جای خالی قرار دهید و ببینید با کدام‌یک از گزینه‌ها جمله کامل می‌شود و در ادامهٔ مطالب گفته شده است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) در قبل از جای خالی آمده که «فروشندگان در تبلیغات خود با تعیین مهلتی .....» پس باید در ادامه جمله‌ای بیاید که دلیل کار فروشندگان باشد و چون در جملهٔ قبل‌تر گفته شده انسان‌ها برای اشیا و فرصت‌های کمیاب ارزش بیشتری قائل‌اند، پس این‌که در جای خالی بگوییم «افراد را به ثبت‌نام یا خرید کالا ترغیب می‌کنند.» کاملاً منطقی و درست است.

۲) با تبلیغ فروشندگان، کمبود کالا یا خدمات جبران نمی‌شود. (بلکه حتی باعث فروش بیشتر و کمبود بیشتری از کالا می‌شود.)

۳) این جمله هم برای تکمیل عبارت، مناسب نیست. چون شاید درست باشد، ولی در راستای جملات قبلی نمی‌باشد و تکمیل‌کنندهٔ خوبی نیست.

۴) این جمله هم که کاملاً بی‌ارتباط به جملهٔ آخر است و ربطی به رسالت اجتماعی آن‌ها ندارد!

۲۵- گزینه ۳

استراتژی با دقت متن را بخوانید و بعد ببینید کدام گزینه طبق آن مطالب، قابل نتیجه‌گیری است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) طبق متن، اصلاً چنین برداشتی درست نیست، چون از نمونهٔ موفقی نام برده نشده و مثالی از چند واژهٔ من‌درآوردی و خنده‌دار را بیان کرده است.

۲) این گزینه هم از متن استنباط نمی‌شود و اصلاً مطلبی در مورد قابل دفاع بودن تصمیمات فرهنگستان نیامده است.

۳) طبق متن، فرهنگستان بعضی واژه‌های بیگانه را به عنوان واژهٔ جاافتاده در زبان فارسی پذیرفته، پس می‌توان نتیجه گرفت که نوع مواجههٔ فرهنگستان با واژه‌های خارجی لزوماً به یک صورت نیست.

۴) واژهٔ «کش‌لقمه» به عنوان واژهٔ من‌درآوردی و خنده‌دار بیان‌شده، نه واژهٔ مورد استقبال مردم!

پس تنها ۳) طبق متن داده‌شده استنباط می‌شود.

۲۶- گزینه ۲

استراتژی هر گزینه را درست فرض کنید و براساس درستی آن ببینید به مطالبی که در متن گفته شده، می‌رسید یا خیر.

بررسی گزینه‌ها: ۱) اگر این جمله درست فرض شود، استدلال متن را تضعیف می‌کند، چون طبق متن ویرایش زبانی منجر به تغییر داستان می‌شود و این‌که بین آن‌ها تفاوت قائل شویم، نمی‌تواند اثر ویرایش زبانی را به تغییر داستان تأیید کند.

۲) درستی این گزینه، استدلال متن را به شکل مناسبی تقویت می‌کند، چون بدین معنی است که نویسنده پاک‌کردن زیادتری نسبت به نوشتن خود دارد و می‌توان گفت که متن بازنویسی‌شده خیلی با متن اولیه فرق دارد، چون زیاد پاک شده است.

۳) فرض درستی این گزینه، کمکی به تقویت استدلال متن نمی‌کند، چون در متن تأثیر بازنویسی بر متن نویسنده بیان شده، ولی احساس ضرورت آن به نتیجهٔ متن کمکی نمی‌کند و بیان «حوزه‌های علمی» هم دلیل دیگر نادرستی این گزینه است.

۴) فرض درستی این گزینه هم نتیجهٔ متن را تقویت نمی‌کند، چون بازنویسی متن توسط خود نویسنده انجام می‌شود نه ویراستار!

۲۷- گزینه ۴

استراتژی دو عبارتی را که زیر آن‌ها خط کشیده شده، به دقت بخوانید و بعد ببینید کدام گزینه ارتباط آن‌ها را به بهترین نحو بیان کرده است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) اولی بیان درستی است، چون در مورد دو واژهٔ مترادف صحبت کرده، ولی دومی نادرست بیان شده، چون آن را به حوزهٔ گسترده‌تر تعمیم نداده است، بلکه روش آگاهی به کلمات مترادف را بیان کرده که با بسیار خواندن و نوشتن به دست می‌آید.

۲) اولی به نوعی درست بیان شده، ولی دومی اشتباه است، چون نه دو مثال آورده و نه نتیجه‌ای از آن را بیان کرده است.

۳) اولی تا حدی درست بیان شده، ولی دومی اشتباه است، چون عبارت دوم، شرط صحت آن نیست بلکه روش رسیدن به آگاهی در مورد آن است.

۴) اولی درست است، چون از نظر نویسنده واژه‌های مترادف اهمیت دارند و دومی هم درست است، چون روش آگاهی به آن نکته را بیان کرده است.

بنابراین ۴) به منطقی‌ترین شکل، ارتباط دو بخش را نشان داده است.

۲۸- گزینه ۲

استراتژی ببینید حداکثر چند کلمهٔ دوحرفی می‌توانید بنویسید.

گام باید بیش از دو کلمه دارای کم‌ترین تعداد حرف باشند. فرض کنیم ۳ کلمهٔ ۲حرفی داشته باشیم؛ پس ۶ حرف استفاده شده و کلمهٔ بعدی حتماً ۳حرفی است، چون اگر ۲حرفی باشد، تنها یک حرف باقی می‌ماند که طبق شرط سؤال قابل قبول نیست (هر کلمه حداقل ۲ حرف دارد)؛ پس مریم ۳ کلمهٔ ۲حرفی و یک کلمهٔ ۳حرفی و در مجموع ۴ کلمه نوشته است.

۲۹- گزینه ۴

استراتژی یک کلمه با تعداد حروف ۲ یا ۴ یا ۶ در نظر بگیرید.

می‌خواهیم فقط تعداد حروف یک کلمه زوج باشد؛ پس می‌تواند ۲حرفی، ۴حرفی یا ۶حرفی باشد؛ در نتیجه کلمهٔ بلندتر ۷حرفی یا ۵حرفی یا ۶حرفی می‌شود؛ بنابراین نمی‌توان به طور مشخص آن را تعیین کرد.

۳۰- گزینه ۱

استراتژی برای حداقل اختلاف کلمات باید، نزدیک‌ترین تعداد حروف به هم را داشته باشند.

طبق سؤال قبل اگر دو کلمهٔ ۴حرفی و ۵حرفی بنویسیم، حداقل اختلاف تعداد حروف را خواهیم داشت که برابر ۱ است.

۳۱- گزینه ۴

مشاوره در این تیپ از سؤالات باید با بررسی اعداد و پیداکردن قانون بینشان به جواب برسید که احتیاج به تمرین زیاد دارد.

استراتژی ب.م.م اعداد بالا و پایین را به دست آورید.

درس‌نامه برای حل سؤالاتی که در آن‌ها چند شکل یکسان با اعداد متفاوت داریم، باید رابطهٔ بین اعداد را پیدا کنیم. معمولاً با انجام عملیاتی بین دو یا چند عددی که کنار هم هستند، عدد سومی (که تنهاست) به دست می‌آید. ابتدا به سراغ جمع، تفریق، ضرب و تقسیم یا ترکیبی از آن‌ها می‌رویم، اگر نتوانستیم رابطه‌ای پیدا کنیم، سراغ سایر اعمال ریاضی مثل بخش‌پذیری، ب.م.م و ... می‌رویم یا سعی می‌کنیم رابطه‌ای بین ارقام اعداد پیدا کنیم.

گام پس از بررسی محاسبات مختلف به این نتیجه می‌رسیم که اگر ب.م.م اعداد بالا و پایین را به دست آورده و اعداد را به آن تقسیم کنیم و حاصل نهایی هر عدد را با هم جمع کنیم، عدد وسطی به دست می‌آید:

$$\begin{matrix}49\\15\\56\end{matrix} \Rightarrow (49,56)=7 \Rightarrow \begin{cases}49\div 7=7\\56\div 7=8\end{cases} \Rightarrow 7+8=15$$

$$\begin{matrix}15\\8\\25\end{matrix} \Rightarrow (15,25)=5 \Rightarrow \begin{cases}15\div 5=3\\25\div 5=5\end{cases} \Rightarrow 3+5=8$$

$$\begin{matrix}72\\11\\27\end{matrix} \Rightarrow (72,27)=9 \Rightarrow \begin{cases}72\div 9=8\\27\div 9=3\end{cases} \Rightarrow 8+3=11$$

گام طبق روندی که در گام قبل به دست آوردیم، عدد ؟ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{matrix}26\\?\\65\end{matrix} \Rightarrow (26,65)=13 \Rightarrow \begin{cases}26\div 13=2\\65\div 13=5\end{cases} \Rightarrow ?=2+5=7$$

۳۲- گزینه ۳

استراتژی از جدول تناسب استفاده کنید.

گام چون میانگین سن ۳ نفر برابر ۲۵ است، پس مجموع سن آن‌ها برابر می‌شود با:

$$25\times 3=75$$

گام حال با استفاده از یک جدول تناسب، خیلی راحت به جواب می‌رسیم و سن هر کدام را به دست می‌آوریم:

	نسبت	سن
نفر اول	۳	۱۵
نفر دوم	۵	۲۵
نفر سوم	۷	۳۵
مجموع	۱۵	۷۵

گام پس دو فرد بزرگ‌تر ۲۵ و ۳۵ سال دارند و در نتیجه میانگین سن آن‌ها برابر می‌شود با:

$$\frac{25+35}{2}=\frac{60}{2}=30$$

درس‌نامه اگر n داده داشته باشیم، میانگین آن‌ها برابر است با:

$$\text{میانگین}=\frac{\text{مجموع داده‌ها}}{n}$$

بنابراین اگر میانگین n داده را داشته باشیم، مجموع آن‌ها برابر می‌شود با:

$$\text{مجموع داده‌ها}=\text{میانگین}\times n$$

۳۳- گزینه ۱

درس‌نامه در سؤالات کار با هم ابتدا مشخص می‌کنیم که هر کدام از افراد یا شیرهای آب یا ... به تنهایی چه کسری از کار مورد نظر را در یک ساعت، یک روز یا ... انجام می‌دهند. سپس با توجه به عملکرد آن‌ها عملیات یا معادلات لازم را می‌نویسیم تا به جواب برسیم.

استراتژی فرض کنید امین کار را در x روز انجام می‌دهد و کار محمد و علی در یک روز را برحسب x پیدا کنید.

گام فرض کنیم امین کار را در x روز انجام می‌دهد، پس محمد در $x+3$ و علی در $x-3$ روز آن کار را انجام خواهند داد؛ بنابراین در یک روز محمد $\frac{1}{x+3}$ و علی $\frac{1}{x-3}$ از کار را انجام می‌دهند.

گام اگر محمد و علی با هم کاری را در ۴ روز انجام دهند، پس در یک روز $\frac{1}{4}$ از کار را انجام خواهند داد و در نتیجه داریم:

$$\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x-3}=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{x-3+x+3}{(x+3)(x-3)}=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2x}{(x+3)(x-3)}=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 8x=(x+3)(x-3) \Rightarrow 8x=x^2-9 \Rightarrow x^2-8x-9=0$$

$$\Rightarrow (x-9)(x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases}x=9\\x=-1 \text{ غ ق ق}\end{cases}$$

بنابراین امین در ۹ روز آن کار را انجام می‌دهد.

۳۴- گزینه ۱

استراتژی سن زبان‌آموز را x و سن معلم را y فرض کنید و معادلات لازم را بنویسید.

گام فرض کنیم سن زبان‌آموز x و سن معلم او y باشد؛ در نتیجه طبق اطلاعات سؤال می‌توانیم بنویسیم:

$$y-x=16$$

$$y-6=3(x-6) \Rightarrow y-6=3x-18 \Rightarrow y-3x=-12$$

گام حالا با استفاده از معادلات به‌دست‌آمده مقادیر x و y را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases}y-x=16\\y-3x=-12\end{cases} \xrightarrow{-} 2x=28 \Rightarrow x=14 \Rightarrow y=30$$

گام در نتیجه مجموع سن این دو نفر برابر می‌شود با:

$$x+y=14+30=44$$

۳۵- گزینه ۴

مشاوره در این تیپ از سؤالات، مسئله‌ای با دو حالت داده می‌شود که با حل سؤال در دو حالت و با توجه به خواستهٔ سؤال باید یکی از موارد داده‌شده در صورت سؤال را انتخاب کرده و گزینهٔ مربوط به آن را در پاسخ‌برگ علامت بزنید. معمولاً سؤالات سختی نیستند و با کمی دقت حل می‌شوند.

استراتژی وزن سعید، اکبر و حسن را به ترتیب x، y و z فرض کنید و روابط بین آن‌ها را بنویسید.

گام فرض کنیم وزن سعید، اکبر و حسن به ترتیب برابر x، y و z باشد. طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$x+y=(y+z)-12 \Rightarrow x=z-12 \Rightarrow z-x=12$$

گام مقادیر «الف» و «ب» را به دست می‌آوریم.

(الف) اختلاف وزن حسن و سعید $=z-x=12$

(ب) اختلاف وزن اکبر و سعید $=|x-y|$

طبق اطلاعاتی که داریم، مقدار اختلاف وزن سعید و اکبر را نمی‌توانیم به دست آوریم؛ پس رابطهٔ بین «الف» و «ب» را نمی‌توانیم پیدا کنیم و در نتیجه باید ۴ را به عنوان جواب انتخاب نماییم.

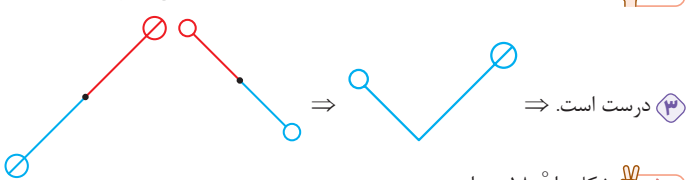
۳۶- گزینه ۳

مشاوره یکی از انواع سؤالات هوش تصویری، سؤالات تقارن است که خیلی ساده هستند و فقط به کمی دقت نیاز دارند.

استراتژی قرینهٔ هر قسمت از شکل را نسبت به نقطهٔ داده‌شده پیدا کنید.

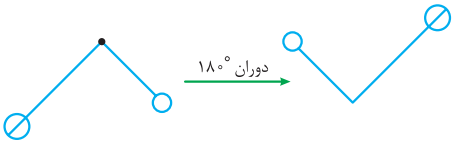
درس‌نامه برای پیداکردن تقارن یک شکل نسبت به نقطه، کافی است از رأس‌های شکل، به آن نقطه وصل کرده و سپس به همان اندازه آن را ادامه دهیم تا رأس مورد نظر در تقارن‌یافتهٔ آن مشخص شود. قرینهٔ یک شکل نسبت به یک نقطه با دوران 180° آن یکسان است.

روش قرینهٔ هر قسمت از شکل را نسبت به نقطهٔ داده‌شده پیدا می‌کنیم:



۳ درست است.

روش شکل را 180° دوران می‌دهیم:



③ درست است. ⇒

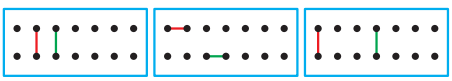
۳۷- گزینه ۲

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند که بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

استراتژی به جابه‌جایی هر کدام از خط‌ها دقت کنید.

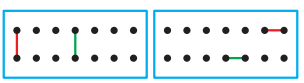
درس‌نامه در سؤالات الگو برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم. برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه کردن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

گام در هر شکل نسبت به شکل قبلی جابه‌جایی خط‌ها را داریم، الگوی این جابه‌جایی را پیدا می‌کنیم:



همان‌طور که می‌بینید پاره‌خط قرمز در هر مرحله از چپ به راست یکی به چپ و بالا جابه‌جا شده و از حالت عمودی به افقی و از افقی به عمودی تغییر یافته است. پاره‌خط سبز در هر مرحله از چپ به راست یکی به راست و پایین جابه‌جا شده و از حالت عمودی به افقی و از افقی به عمودی تغییر یافته است.

گام طبق الگویی که در گام قبل به دست آوردیم، در شکل ? باید پاره‌خط قرمز یکی به چپ (که از انتهای شکل به ابتدای شکل می‌رود) و بالا جابه‌جا شود و به صورت افقی در بیاید. پاره‌خط سبز باید یکی به راست و پایین جابه‌جا شده و به صورت افقی دربیاید؛ در نتیجه داریم:



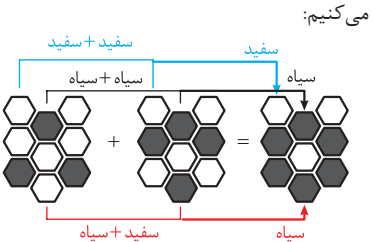
② درست است. ⇒

۳۸- گزینه ۳

استراتژی به ترکیب رنگ‌ها توجه کنید که نتیجه چه رنگی شده است.

درس‌نامه در سؤالات معادلات اشکال، معمولاً با ترکیب اشکال، جمع‌شدن خطوط یا حذف‌شدن آن‌ها و ... سروکار داریم. با دقت به معادلهٔ داده‌شده، عملی را که روی دو شکل انجام شده و از آن شکل سوم به دست آمده است، پیدا می‌کنیم و سپس همان عمل را روی معادلهٔ خواسته‌شده انجام می‌دهیم.

گام چون دو شکل سمت چپ با هم جمع شده‌اند و در آن‌ها قطعات سیاه و سفید داریم، الگویی برای ترکیب رنگ آن‌ها پیدا می‌کنیم:



پس می‌توان گفت قانون زیر برای ترکیب رنگ‌ها برقرار است:

سیاه + سیاه = سیاه　　سفید + سفید = سیاه

گام طبق قانونی که در گام قبل برای ترکیب رنگ‌ها به دست آوردیم، جواب معادلهٔ دوم را پیدا می‌کنیم:



③ درست است. ⇒

۳۹- گزینه ۱

مشاوره در یک تیپ از سؤالات هوش تصویری تعدادی تصویر پشت سر هم قرار می‌گیرند که بین تصویرها رابطه‌ای برقرار است. با پیداکردن این رابطه به راحتی به جواب می‌رسید که البته تمرین زیاد برای حل این سؤالات لازم است.

استراتژی به دوران هر کدام از قطعات دقت کنید.

درس‌نامه در سؤالات الگو برای پیداکردن شکل یا شکل‌های بعدی الگو باید رابطه‌ای منطقی و تکرارشونده بین شکل‌های الگو پیدا کنیم. برای پیداکردن این رابطه به مواردی مانند دوران، جابه‌جایی اجزا، تغییر تعداد اجزا، حذف یا اضافه کردن اجزا، تغییر اندازه یا تغییر رنگ و ... توجه می‌کنیم.

گام مربع سیاه در هر مرحله از چپ به راست ۹۰° پادساعتگرد دوران کرده است؛ پس در شکل ? باید در ربع بالا سمت راست دایرهٔ وسطی باشد:



در نتیجه ③ و ④ حذف می‌شوند.

گام دایرهٔ سیاه در دو شکل اول و دوم از سمت چپ در ربع پایین سمت راست قرار دارد و بعد با ۹۰° دوران پادساعتگرد در شکل‌های سوم و چهارم در ربع بالا سمت راست قرار گرفته است؛ پس در شکل ? باید ۹۰° پادساعتگرد دوران کند و در ربع بالا سمت چپ قرار بگیرد؛ در نتیجه ② هم حذف شده و ① جواب است.

گام نیازی به بررسی مثلث‌ها نیست ولی برای تمرین بیشتر الگوی آن را هم پیدا می‌کنیم. از شکل اول به دوم از سمت چپ مثلث‌ها ۹۰° دوران کرده‌اند و رنگ سیاه یکی به سفید تبدیل شده است. از شکل دوم به سوم هم ۹۰° دوران کرده‌اند و هر دو سفید باقی مانده‌اند. از شکل سوم به چهارم مجدداً ۹۰° دوران کرده و یکی از آن‌ها سیاه شده است؛ پس در شکل ? هم باید ۹۰° دوران کرده و تغییر رنگ نداشته باشیم، یعنی یکی سیاه باشد که در ① همین‌طور است.

۴۰- گزینه ۲

استراتژی روند تکرار هر کدام از قطعات Z و S را پیدا کنید.

درس‌نامه در سؤالات الگو یا دنباله‌های تکرارشونده تعدادی از قطعات شکل، به طوری متناوب تکرار می‌شوند. باید تعدادی که تکرار می‌شوند و روند تکرار آن‌ها را پیدا کنیم که معمولاً با کمی دقت به راحتی می‌توانید به جواب برسید.

ببینیم چه الگویی می‌توانیم بین شکل‌ها پیدا کنیم:

ZSZZSSZZZSSZZZSSSZZ ?
۱ ۱ ۲ ۳ ۳ ۲ ۳ ۴

همان‌طور که می‌بینید در دو شکل اول یکی از هر کدام از شکل‌های Z و S وجود دارد. بعد یکی به هر کدام اضافه شده و ۲تا شده‌اند. سپس یکی به Z اضافه شده ولی S اضافه نشده است. در ادامه به Z اضافه نشده ولی به S اضافه شده، پس در مرحلهٔ بعد باید به Z اضافه شود و به S اضافه نشود، یعنی تعداد Z برابر ۴ و تعداد S همان ۳تا بماند. که تنها با قراردادن ② در ادامهٔ الگو این اتفاق می‌افتد:

ZZZZSSSZ
۴ ۳